

2018 年广东省深圳市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

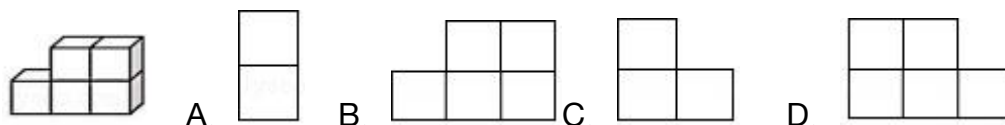
1. (3.00 分) 6 的相反数是 ()

A. -6 B. $-\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 6

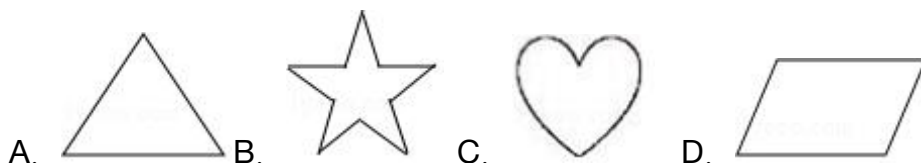
2. (3.00 分) 260000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.26×10^9 B. 2.6×10^8 C. 2.6×10^9 D. 26×10^7

3. (3.00 分) 图中立体图形的主视图是 ()



4. (3.00 分) 观察下列图形，是中心对称图形的是 ()



5. (3.00 分) 下列数据: 75, 80, 85, 85, 85, 则这组数据的众数和极差是 ()

A. 85, 10 B. 85, 5 C. 80, 85 D. 80, 10

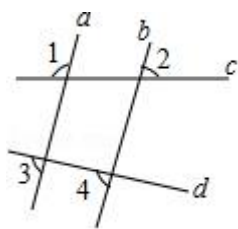
6. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $3a - a = 2a$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

7. (3.00 分) 把函数 $y=x$ 向上平移 3 个单位，下列在该平移后的直线上的点是 ()

A. (2, 2) B. (2, 3) C. (2, 4) D. (2, 5)

8. (3.00 分) 如图，直线 a , b 被 c , d 所截，且 $a \parallel b$ ，则下列结论中正确的是 ()

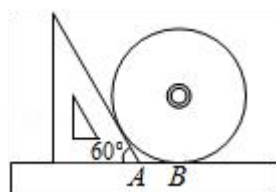


- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 3 = \angle 4$ C. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ D. $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$

9. (3.00 分) 某旅店一共 70 个房间，大房间每间住 8 个人，小房间每间住 6 个人，一共 480 个学生刚好住满，设大房间有 x 个，小房间有 y 个。下列方程正确的是 ()

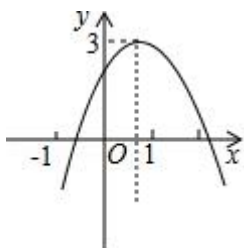
- A. $\begin{cases} x+y=70 \\ 8x+6y=480 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=70 \\ 6x+8y=480 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=480 \\ 6x+8y=70 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=480 \\ 8x+6y=70 \end{cases}$

10. (3.00 分) 如图，一把直尺， 60° 的直角三角板和光盘如图摆放，A 为 60° 角与直尺交点， $AB=3$ ，则光盘的直径是 ()



- A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

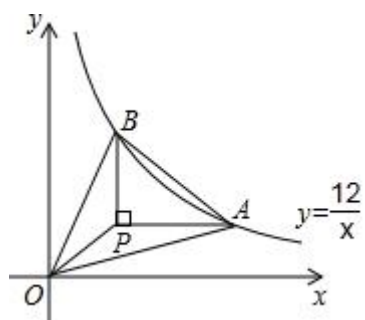
11. (3.00 分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，下列结论正确的是 ()



- A. $abc > 0$
- B. $2a+b < 0$
- C. $3a+c < 0$
- D. $ax^2+bx+c-3=0$ 有两个不相等的实数根

12. (3.00 分) 如图, A、B 是函数 $y=\frac{12}{x}$ 上两点, P 为一动点, 作 $PB\parallel y$ 轴, $PA\parallel x$ 轴, 下列说法正确的是 ()

① $\triangle AOP\cong\triangle BOP$; ② $S_{\triangle AOP}=S_{\triangle BOP}$; ③ 若 $OA=OB$, 则 OP 平分 $\angle AOB$; ④ 若 $S_{\triangle BOP}=4$, 则 $S_{\triangle ABP}=16$



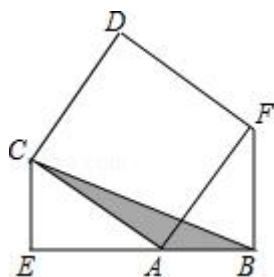
A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ③④

二、填空题 (每题 3 分, 满分 12 分, 将答案填在答题纸上)

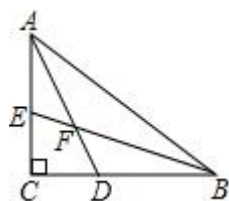
13. (3.00 分) 分解因式: $a^2 - 9 =$ _____.

14. (3.00 分) 一个正六面体的骰子投掷一次得到正面向上的数字为奇数的概率: _____.

15. (3.00 分) 如图, 四边形 $ACDF$ 是正方形, $\angle CEA$ 和 $\angle ABF$ 都是直角且点 E, A, B 三点共线, $AB=4$, 则阴影部分的面积是_____.



16. (3.00 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, BE 平分 $\angle ABC$, AD 、 BE 相交于点 F , 且 $AF=4$, $EF=\sqrt{2}$, 则 $AC=$ _____.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. (5.00 分) 计算： $(\frac{1}{2})^{-1} - 2\sin 45^\circ + |-\sqrt{2}| + (2018 - \pi)^0$.

18. (6.00 分) 先化简，再求值： $(\frac{x}{x-1} - 1) \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$ ，其中 $x=2$.

19. (7.00 分) 某学校为调查学生的兴趣爱好，抽查了部分学生，并制作了如下表格与条形统计图：

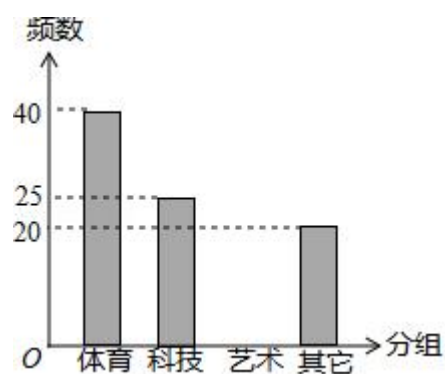
	频数	频率
体育	40	0.4
科技	25	a
艺术	b	0.15
其它	20	0.2

请根据上图完成下面题目：

(1) 总人数为_____人， $a=_____$ ， $b=_____$.

(2) 请你补全条形统计图.

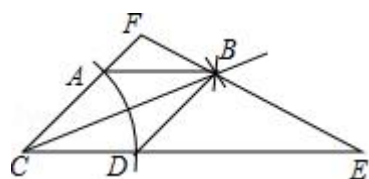
(3) 若全校有 600 人，请你估算一下全校喜欢艺术类学生的人数有多少？



20. (8.00 分) 已知菱形的一个角与三角形的一个角重合，然后它的对角顶点在这个重合角的对边上，这个菱形称为这个三角形的亲密菱形，如图，在 $\triangle CFE$ 中， $CF=6$ ， $CE=12$ ， $\angle FCE=45^\circ$ ，以点 C 为圆心，以任意长为半径作 AD ，再分别以点 A 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AD$ 长为半径作弧，交 EF 于点 B ， $AB \parallel CD$ 。

(1) 求证：四边形 $ACDB$ 为 $\triangle FEC$ 的亲密菱形；

(2) 求四边形 $ACDB$ 的面积。



21. (8.00 分) 某超市预测某饮料有发展前途，用 1600 元购进一批饮料，面市后果然供不应求，又用 6000 元购进这批饮料，第二批饮料的数量是第一批的 3 倍，但单价比第一批贵 2 元。

(1) 第一批饮料进货单价多少元？

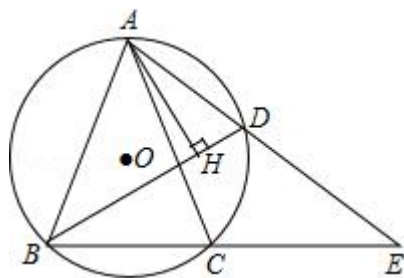
(2) 若二次购进饮料按同一价格销售，两批全部售完后，获利不少于 1200 元，那么销售单价至少为多少元？

22. (9.00 分) 如图在 $\odot O$ 中, $BC=2$, $AB=AC$, 点 D 为 AC 上的动点, 且 $\cos B = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

(1) 求 AB 的长度;

(2) 求 $AD \cdot AE$ 的值;

(3) 过 A 点作 $AH \perp BD$, 求证: $BH=CD+DH$.



23. (9.00 分) 已知顶点为 A 抛物线 $y=a(x-\frac{1}{2})^2-2$ 经过点 $B(-\frac{3}{2}, 2)$, 点 $C(\frac{5}{2}, 2)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 直线 AB 与 x 轴相交于点 M , y 轴相交于点 E , 抛物线与 y 轴相交于点 F , 在直线 AB 上有一点 P , 若 $\angle OPM = \angle MAF$, 求 $\triangle POE$ 的面积;

(3) 如图 2, 点 Q 是折线 $A-B-C$ 上一点, 过点 Q 作 $QN \parallel y$ 轴, 过点 E 作 $EN \parallel x$ 轴, 直线 QN 与直线 EN 相交于点 N , 连接 QE , 将 $\triangle QEN$ 沿 QE 翻折得到 $\triangle QEN_1$, 若点 N_1 落在 x 轴上, 请直接写出 Q 点的坐标.

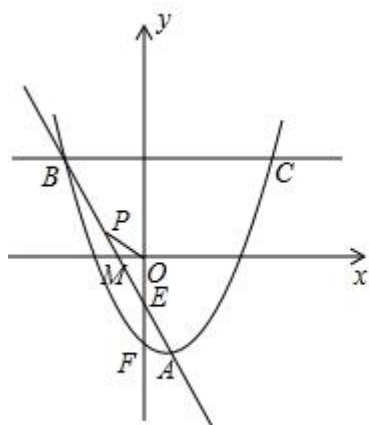


图1

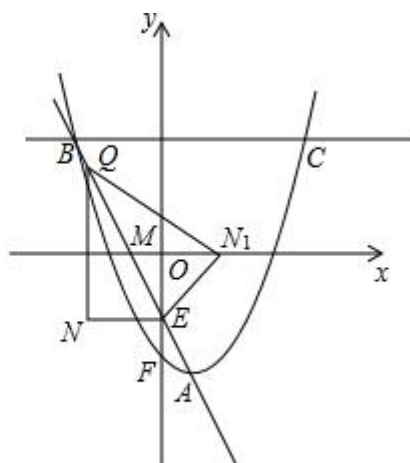


图2

2018 年广东省深圳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3.00 分) 6 的相反数是 ()

A. -6 B. $-\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 6

【分析】直接利用相反数的定义进而分析得出答案.

【解答】解：6 的相反数是：-6.

故选：A.

【点评】此题主要考查了相反数的定义，正确把握相关定义是解题关键.

2. (3.00 分) 260000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.26×10^9 B. 2.6×10^8 C. 2.6×10^9 D. 26×10^7

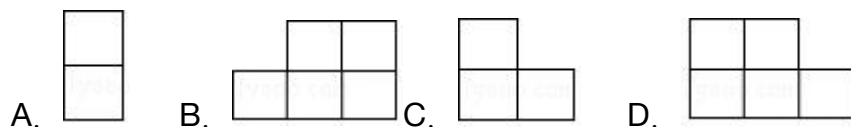
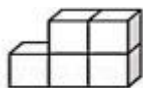
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：260000000 用科学记数法表示为 2.6×10^8 .

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3.00 分) 图中立体图形的主视图是 ()



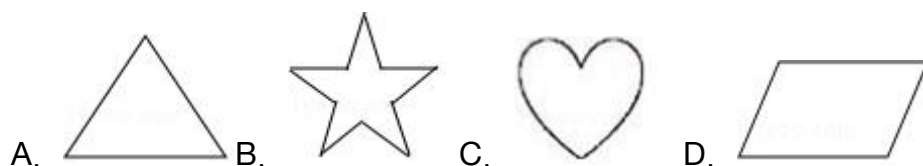
【分析】根据主视图是从正面看的图形解答.

【解答】解：从正面看，共有两层，下面三个小正方体，上面有两个小正方体，在右边两个.

故选：B.

【点评】本题考查了三视图，关键是根据学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力进行解答.

4. (3.00 分) 观察下列图形，是中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解

【解答】解：A、不是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，故本选项正确；

D、是中心对称图形，故本选项错误.

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

5. (3.00 分) 下列数据：75，80，85，85，85，则这组数据的众数和极差是 ()

A. 85，10 B. 85，5 C. 80，85 D. 80，10

【分析】根据一组数据中出现次数最多的数据叫做众数，极差是指一组数据中最大数据与最小数据的差进行计算即可.

【解答】解：众数为 85，

极差： $85 - 75 = 10$ ，

故选：A.

【点评】此题主要考查了众数和极差，关键是掌握众数定义，掌握极差的算法.

6. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $3a - a = 2a$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

【分析】直接利用二次根式加减运算法则以及同底数幂的乘除运算法则、合并同类项法则分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

B、 $3a - a = 2a$ ，正确；

C、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，故此选项错误；

D、 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 无法计算，故此选项错误.

故选：B.

【点评】此题主要考查了二次根式加减运算以及同底数幂的乘除运算、合并同类项，正确掌握运算法则是解题关键.

7. (3.00 分) 把函数 $y=x$ 向上平移 3 个单位，下列在该平移后的直线上的点是 ()

A. (2, 2) B. (2, 3) C. (2, 4) D. (2, 5)

【分析】根据平移的性质得出解析式，进而解答即可.

【解答】解： $\because$ 该直线向上平移 3 的单位，

$\therefore$ 平移后所得直线的解析式为： $y=x+3$ ；

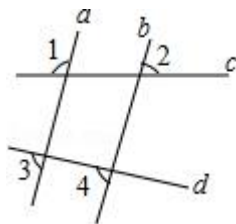
把 $x=2$ 代入解析式 $y=x+3=5$,

故选: D.

【点评】 本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知一次函数图象平移的法则是解答此题的关键.

8. (3.00 分) 如图, 直线 a, b 被 c, d 所截, 且 $a \parallel b$, 则下列结论中正确的是

()



A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 3 = \angle 4$ C. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ D. $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$

【分析】 依据两直线平行, 同位角相等, 即可得到正确结论.

【解答】 解: $\because$ 直线 a, b 被 c, d 所截, 且 $a \parallel b$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

故选: B.

【点评】 本题主要考查了平行线的性质, 解题时注意: 两直线平行, 同位角相等.

9. (3.00 分) 某旅店一共 70 个房间, 大房间每间住 8 个人, 小房间每间住 6 个

人, 一共 480 个学生刚好住满, 设大房间有 x 个, 小房间有 y 个. 下列方程正

确的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=70 \\ 8x+6y=480 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=70 \\ 6x+8y=480 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x+y=480 \\ 6x+8y=70 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=480 \\ 8x+6y=70 \end{cases}$

【分析】 根据题意可得等量关系: ①大房间数+小房间数=70; ②大房间住的学生数+小房间住的学生数=480, 根据等量关系列出方程组即可.

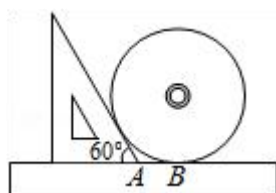
【解答】解：设大房间有 x 个，小房间有 y 个，由题意得：

$$\begin{cases} x+y=70 \\ 8x+6y=480 \end{cases}$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元二一方程组，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系.

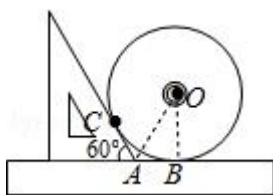
10. (3.00 分) 如图，一把直尺， 60° 的直角三角板和光盘如图摆放，A 为 60° 角与直尺交点， $AB=3$ ，则光盘的直径是 ()



A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

【分析】设三角板与圆的切点为 C，连接 OA、OB，由切线长定理得出 $AB=AC=3$ 、 $\angle OAB=60^\circ$ ，根据 $OB=AB\tan\angle OAB$ 可得答案.

【解答】解：设三角板与圆的切点为 C，连接 OA、OB，



由切线长定理知 $AB=AC=3$ ，OA 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle OAB=60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle ABO$ 中， $OB=AB\tan\angle OAB=3\sqrt{3}$ ，

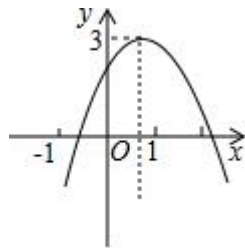
$\therefore$ 光盘的直径为 $6\sqrt{3}$ ，

故选：D.

【点评】本题主要考查切线的性质，解题的关键是掌握切线长定理和解直角三角

形的应用.

11. (3.00 分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论正确的是 ()



- A. $abc > 0$
- B. $2a+b < 0$
- C. $3a+c < 0$
- D. $ax^2+bx+c-3=0$ 有两个不相等的实数根

【分析】根据抛物线开口方向得 $a < 0$, 由抛物线对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 得到 $b > 0$, 由抛物线与 y 轴的交点位置得到 $c > 0$, 进而解答即可.

【解答】解: $\because$ 抛物线开口方向得 $a < 0$, 由抛物线对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 得到 $b > 0$, 由抛物线与 y 轴的交点位置得到 $c > 0$,

- A、 $abc < 0$, 错误;
- B、 $2a+b > 0$, 错误;
- C、 $3a+c < 0$, 正确;
- D、 $ax^2+bx+c-3=0$ 无实数根, 错误;

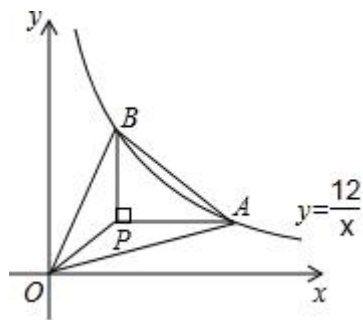
故选: C.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系: 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上; 当 $a < 0$ 时, 抛物线开口向下; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置.

置，当 a 与 b 同号时（即 $ab > 0$ ），对称轴在 y 轴左侧；当 a 与 b 异号时（即 $ab < 0$ ），对称轴在 y 轴右侧；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点。抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$ ；抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定， $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点。

12. (3.00 分) 如图， A 、 B 是函数 $y = \frac{12}{x}$ 上两点， P 为一动点，作 $PB \parallel y$ 轴， $PA \parallel x$ 轴，下列说法正确的是（ ）

① $\triangle AOP \cong \triangle BOP$ ；② $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$ ；③ 若 $OA = OB$ ，则 OP 平分 $\angle AOB$ ；④ 若 $S_{\triangle BOP} = 4$ ，则 $S_{\triangle ABP} = 16$



A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ③④

【分析】 由点 P 是动点，进而判断出①错误，设出点 P 的坐标，进而得出 AP ， BP ，利用三角形面积公式计算即可判断出②正确，利用角平分线定理的逆定理判断出③正确，先求出矩形 $OMPN = 4$ ，进而得出 $mn = 4$ ，最后用三角形的面积公式即可得出结论。

【解答】 解： $\because$ 点 P 是动点，

$\therefore BP$ 与 AP 不一定相等，

$\therefore \triangle BOP$ 与 $\triangle AOP$ 不一定全等，故①不正确；

设 $P(m, n)$ ，

∴ BP // y 轴,

∴ B (m, $\frac{12}{m}$),

∴ BP = $|\frac{12}{m} - n|$,

∴ $S_{\triangle BOP} = \frac{1}{2} |\frac{12}{m} - n| \times m = \frac{1}{2} |12 - mn|$

∴ PA // x 轴,

∴ A ($\frac{12}{n}$, n),

∴ AP = $|\frac{12}{n} - m|$,

∴ $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} |\frac{12}{n} - m| \times n = \frac{1}{2} |12 - mn|$,

∴ $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$, 故②正确;

如图, 过点 P 作 PF ⊥ OA 于 F, PE ⊥ OB 于 E,

∴ $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} OA \times PF$, $S_{\triangle BOP} = \frac{1}{2} OB \times PE$,

∴ $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$,

∴ OB × PE = OA × PF,

∴ OA = OB,

∴ PE = PF,

∴ PE ⊥ OB, PF ⊥ OA,

∴ OP 是 ∠AOB 的平分线, 故③正确;

如图 1, 延长 BP 交 x 轴于 N, 延长 AP 交 y 轴于 M,

∴ AM ⊥ y 轴, BN ⊥ x 轴,

∴ 四边形 OMPN 是矩形,

∴ 点 A, B 在双曲线 $y = \frac{12}{x}$ 上,

∴ $S_{\triangle AMO} = S_{\triangle BNO} = 6$,

$$\therefore S_{\triangle BOP}=4,$$

$$\therefore S_{\triangle PMO}=S_{\triangle PNO}=2,$$

$$\therefore S_{\text{矩形 OMPN}}=4,$$

$$\therefore mn=4,$$

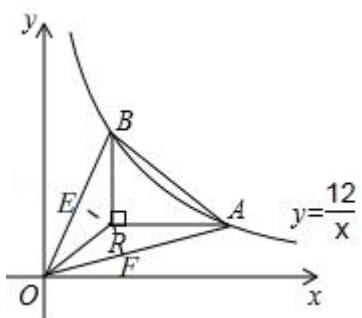
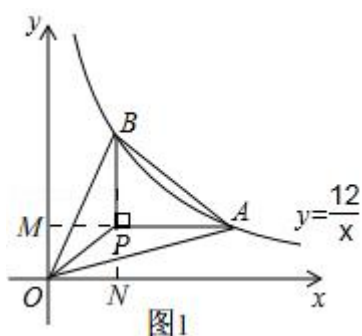
$$\therefore m=\frac{4}{n},$$

$$\therefore BP=\left|\frac{12}{m}-n\right|=|3n-n|=2|n|, \quad AP=\left|\frac{12}{n}-m\right|=\frac{8}{|n|},$$

$$\therefore S_{\triangle APB}=\frac{1}{2}AP \times BP=\frac{1}{2} \times 2|n| \times \frac{8}{|n|}=8, \quad \text{故④错误;}$$

$\therefore$ 正确的有②③,

故选: B.



【点评】此题是反比例函数综合题，主要考查了反比例函数的性质，三角形面积公式，角平分线定理逆定理，矩形的判定和性质，正确作出辅助线是解本题的关键.

二、填空题（每题 3 分，满分 12 分，将答案填在答题纸上）

13. (3.00 分) 分解因式: $a^2 - 9 = \underline{(a+3)(a-3)}$.

【分析】直接利用平方差公式分解因式进而得出答案.

【解答】解: $a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$.

故答案为: $(a+3)(a-3)$.

【点评】此题主要考查了公式法分解因式, 熟练应用平方差公式是解题关键.

14. (3.00 分) 一个正六面体的骰子投掷一次得到正面向上的数字为奇数的概率:

$$\frac{1}{2}.$$

【分析】根据题意可知正六面体的骰子六个面三个奇数、三个偶数, 从而可以求得相应的概率.

【解答】解: 一个正六面体的骰子投掷一次得到正面向上的数字为奇数的概率为:

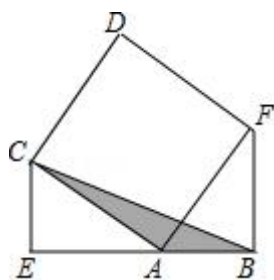
$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查概率公式, 解答本题的关键是明确题意, 求出相应的概率.

15. (3.00 分) 如图, 四边形 $ACDF$ 是正方形, $\angle CEA$ 和 $\angle ABF$ 都是直角且点 E ,

A , B 三点共线, $AB=4$, 则阴影部分的面积是 8.



【分析】根据正方形的性质得到 $AC=AF$, $\angle CAF=90^\circ$, 证明 $\triangle CAE \cong \triangle AFB$, 根据全等三角形的性质得到 $EC=AB=4$, 根据三角形的面积公式计算即可.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ACDF$ 是正方形,

$$\therefore AC=AF, \angle CAF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC + \angle FAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFB + \angle FAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle AFB,$$

在 $\triangle CAE$ 和 $\triangle AFB$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAE = \angle AFB \\ \angle AEC = \angle FBA, \\ AC = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAE \cong \triangle AFB,$$

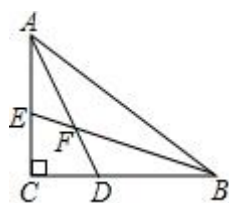
$$\therefore EC = AB = 4,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times AB \times CE = 8,$$

故答案为: 8.

【点评】 本题考查的是正方形的性质、全等三角形的判定和性质, 掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

16. (3.00 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, BE 平分 $\angle ABC$, AD 、 BE 相交于点 F , 且 $AF = 4$, $EF = \sqrt{2}$, 则 $AC = \frac{8\sqrt{10}}{5}$.



【分析】 先求出 $\angle EFG = 45^\circ$, 进而利用勾股定理即可得出 $FG = EG = 1$, 进而求出 AE , 最后判断出 $\triangle AEF \sim \triangle AFC$, 即可得出结论.

【解答】 解: 如图,

$\therefore AD$, BE 是分别是 $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore 2(\angle 2 + \angle 4) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle 2 + \angle 4 = 45^\circ,$$

过点 E 作 $EG \perp AD$ 于 G,

在 $\text{Rt}\triangle EFG$ 中, $EF = \sqrt{2}$, $\therefore FG = EG = 1$,

$$\therefore AF = 4,$$

$$\therefore AG = AF - FG = 3, \text{ 根据勾股定理得, } AE = \sqrt{AG^2 + EG^2} = \sqrt{10},$$

连接 CF,

$\therefore AD$ 平分 $\angle CAB$, BE 平分 $\angle ABC$,

$\therefore CF$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle ACF = 45^\circ = \angle AFE,$$

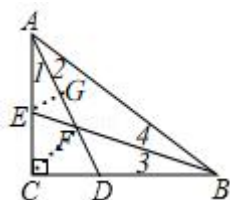
$$\therefore \angle CAF = \angle FAE,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle AFC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AF}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{AF^2}{AE} = \frac{16}{\sqrt{10}} = \frac{8\sqrt{10}}{5},$$

故答案为 $\frac{8\sqrt{10}}{5}$.



【点评】 此题主要考查了角平分线定义, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 求出 AE 是解本题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算

步骤.)

17. (5.00 分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - 2\sin 45^\circ + \sqrt{2} + (2018 - \pi)^0$.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质和负指数幂的性质分别化简得出答案.

【解答】解: 原式 $= 2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} + 1$
 $= 3$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

18. (6.00 分) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-1} - 1) \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$, 其中 $x = 2$.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案,

【解答】解: 原式 $= \frac{x - x + 1}{x - 1} \cdot \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)^2} = \frac{1}{x + 1}$
把 $x = 2$ 代入得: 原式 $= \frac{1}{3}$

【点评】本题考查分式的运算, 解题的关键是熟练运用分式的运算法则, 本题属于基础题型.

19. (7.00 分) 某学校为调查学生的兴趣爱好, 抽查了部分学生, 并制作了如下表格与条形统计图:

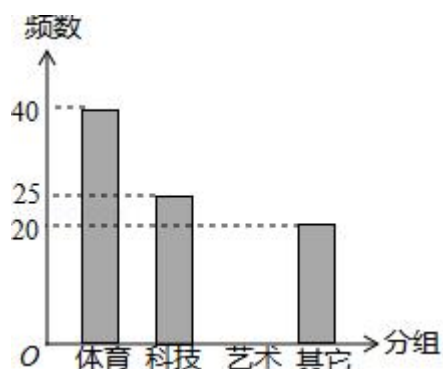
	频数	频率
体育	40	0.4
科技	25	a
艺术	b	0.15
其它	20	0.2

请根据上图完成下面题目:

(1) 总人数为 100 人, $a =$ 0.25, $b =$ 15.

(2) 请你补全条形统计图.

(3) 若全校有 600 人，请你估算一下全校喜欢艺术类学生的人数有多少？



【分析】 (1) 根据“频率=频数÷总数”求解可得；

(2) 根据频数分布表即可补全条形图；

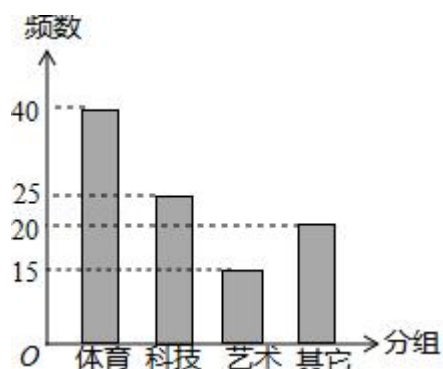
(3) 用总人数乘以样本中“艺术”类频率即可得.

【解答】 解：(1) 总人数为 $40 \div 0.4 = 100$ 人，

$a = 25 \div 100 = 0.25$ 、 $b = 100 \times 0.15 = 15$ ，

故答案为：100、0.25、15；

(2) 补全条形图如下：



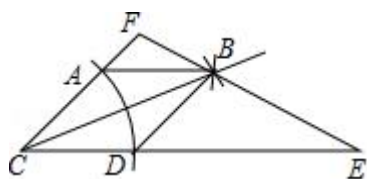
(3) 估算全校喜欢艺术类学生的人数有 $600 \times 0.15 = 90$ 人.

【点评】 此题主要考查了条形统计图的应用以及利用样本估计总体，根据题意求出样本总人数是解题关键.

20. (8.00 分) 已知菱形的一个角与三角形的一个角重合，然后它的对角顶点在这个重合角的对边上，这个菱形称为这个三角形的亲密菱形，如图，在 $\triangle CFE$ 中， $CF=6$ ， $CE=12$ ， $\angle FCE=45^\circ$ ，以点 C 为圆心，以任意长为半径作 AD ，再分别以点 A 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AD$ 长为半径作弧，交 EF 于点 B ， $AB \parallel CD$.

(1) 求证：四边形 $ACDB$ 为 $\triangle FEC$ 的亲密菱形；

(2) 求四边形 $ACDB$ 的面积.



【分析】(1) 根据折叠和已知得出 $AC=CD$ ， $AB=DB$ ， $\angle ACB=\angle DCB$ ，求出 $AC=AB$ ，根据菱形的判定得出即可；

(2) 根据相似三角形的性质得出比例式，求出菱形的边长和高，根据菱形的面积公式求出即可.

【解答】(1) 证明： $\because$ 由已知得： $AC=CD$ ， $AB=DB$ ，
由已知尺规作图痕迹得： BC 是 $\angle FCE$ 的角平分线，

$$\therefore \angle ACB = \angle DCB,$$

$$\text{又} \because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC,$$

$$\therefore AC = AB,$$

$$\text{又} \because AC = CD, AB = DB,$$

$$\therefore AC = CD = DB = BA. \therefore \text{四边形 } ACDB \text{ 是菱形},$$

$$\therefore \angle ACD \text{ 与 } \triangle FCE \text{ 中的 } \angle FCE \text{ 重合, 它的对角 } \angle ABD \text{ 顶点在 } EF \text{ 上},$$

∴ 四边形 ACDB 为 $\triangle FEC$ 的亲密菱形；

(2) 解：设菱形 ACDB 的边长为 x ，

∵ 四边形 ABCD 是菱形，

∴ $AB \parallel CE$ ，

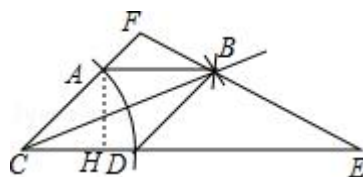
∴ $\angle FAB = \angle FCE$ ， $\angle FBA = \angle E$ ，

$\triangle EAB \sim \triangle FCE$

则： $\frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CE}$ ，

即 $\frac{x}{12} = \frac{6-x}{6}$ ，

解得： $x=4$ ，



过 A 点作 $AH \perp CD$ 于 H 点，

∵ 在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中， $\angle ACH = 45^\circ$ ，

∴ $AH = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ ，

∴ 四边形 ACDB 的面积为： $4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ 。

【点评】 本题考查了菱形的性质和判定，解直角三角形，相似三角形的性质和判定等知识点，能求出四边形 ABCD 是菱形是解此题的关键。

21. (8.00 分) 某超市预测某饮料有发展前途，用 1600 元购进一批饮料，面市后果然供不应求，又用 6000 元购进这批饮料，第二批饮料的数量是第一批的 3 倍，但单价比第一批贵 2 元。

(1) 第一批饮料进货单价多少元？

(2) 若二次购进饮料按同一价格销售, 两批全部售完后, 获利不少于 1200 元, 那么销售单价至少为多少元?

【分析】(1) 设第一批饮料进货单价为 x 元, 则第二批饮料进货单价为 $(x+2)$ 元, 根据单价=总价÷数量结合第二批饮料的数量是第一批的 3 倍, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论;

(2) 设销售单价为 m 元, 根据获利不少于 1200 元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之取其最小值即可得出结论.

【解答】解: (1) 设第一批饮料进货单价为 x 元, 则第二批饮料进货单价为 $(x+2)$ 元,

根据题意得: $3 \cdot \frac{1600}{x} = \frac{6000}{x+2}$,

解得: $x=8$,

经检验, $x=8$ 是分式方程的解.

答: 第一批饮料进货单价为 8 元.

(2) 设销售单价为 m 元,

根据题意得: $200(m-8) + 600(m-10) \geq 1200$,

解得: $m \geq 11$.

答: 销售单价至少为 11 元.

【点评】本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是:

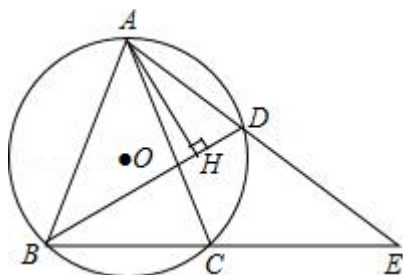
(1) 找准等量关系, 正确列出分式方程; (2) 根据各数量间的关系, 列出关于 m 的一元一次不等式.

22. (9.00 分) 如图在 $\odot O$ 中, $BC=2$, $AB=AC$, 点 D 为 AC 上的动点, 且 $\cos B = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

(1) 求 AB 的长度;

(2) 求 $AD \cdot AE$ 的值;

(3) 过 A 点作 $AH \perp BD$, 求证: $BH = CD + DH$.



【分析】 (1) 作 AM 垂直于 BC, 由 $AB = AC$, 利用三线合一得到 CM 等于 BC 的一半, 求出 CM 的长, 再由 $\cos B$ 的值, 利用锐角三角函数定义求出 AB 的长即可;

(2) 连接 DC, 由等边对等角得到一对角相等, 再由圆内接四边形的性质得到一对角相等, 根据一对公共角, 得到三角形 EAC 与三角形 CAD 相似, 由相似得比例求出所求即可;

(3) 在 BD 上取一点 N, 使得 $BN = CD$, 利用 SAS 得到三角形 ACD 与三角形 ABN 全等, 由全等三角形对应边相等及等量代换即可得证.

【解答】 解: (1) 作 $AM \perp BC$,

$$\because AB = AC, AM \perp BC, BC = 2BM,$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}BC = 1,$$

$$\because \cos B = \frac{BM}{AB} = \frac{\sqrt{10}}{10},$$

在 $Rt\triangle AMB$ 中, $BM = 1$,

$$\therefore AB = \frac{BM}{\cos B} = \sqrt{10};$$

(2) 连接 DC,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC,$$

∵ 四边形 ABCD 内接于圆 O,

$$\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACE,$$

∵ $\angle CAE$ 公共角,

$$\therefore \triangle EAC \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore AD \cdot AE = AC^2 = 10;$$

(3) 在 BD 上取一点 N, 使得 $BN = CD$,

在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle 3 = \angle 1, \\ BN = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABN \cong \triangle ACD \text{ (SAS)},$$

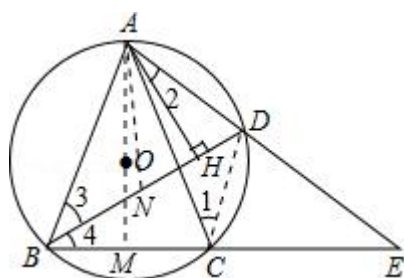
$$\therefore AN = AD,$$

$$\therefore AN = AD, AH \perp BD,$$

$$\therefore NH = HD,$$

$$\therefore BN = CD, NH = HD,$$

$$\therefore BN + NH = CD + HD = BH.$$



【点评】 此题属于圆的综合题, 涉及的知识有: 圆周角定理, 圆内接四边形的性

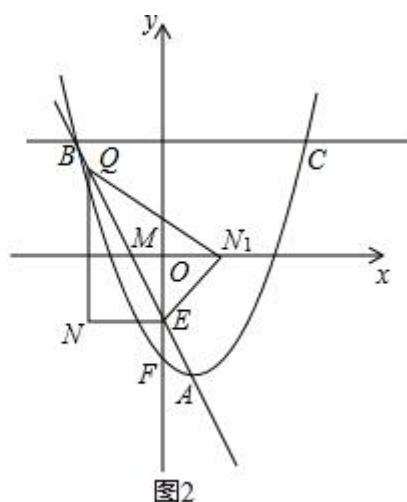
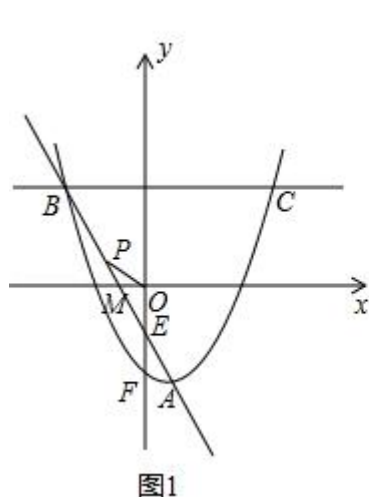
质，全等三角形的判定与性质，以及相似三角形的判定与性质，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

23. (9.00 分) 已知顶点为 A 的抛物线 $y=a(x-\frac{1}{2})^2-2$ 经过点 $B(-\frac{3}{2}, 2)$, 点 $C(\frac{5}{2}, 2)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 直线 AB 与 x 轴相交于点 M, y 轴相交于点 E, 抛物线与 y 轴相交于点 F, 在直线 AB 上有一点 P, 若 $\angle OPM = \angle MAF$, 求 $\triangle POE$ 的面积;

(3) 如图 2, 点 Q 是折线 A-B-C 上一点, 过点 Q 作 $QN \parallel y$ 轴, 过点 E 作 $EN \parallel x$ 轴, 直线 QN 与直线 EN 相交于点 N, 连接 QE, 将 $\triangle QEN$ 沿 QE 翻折得到 $\triangle QEN_1$, 若点 N_1 落在 x 轴上, 请直接写出 Q 点的坐标.



【分析】(1) 将点 B 坐标代入解析式求得 a 的值即可得;

(2) 由 $\angle OPM = \angle MAF$ 知 $OP \parallel AF$, 据此证 $\triangle OPE \sim \triangle FAE$ 得 $\frac{OP}{FA} = \frac{OE}{FE} = \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$,

即 $OP = \frac{4}{3}FA$, 设点 P $(t, -2t - 1)$, 列出关于 t 的方程解之可得;

(3) 分点 Q 在 AB 上运动、点 Q 在 BC 上运动且 Q 在 y 轴左侧、点 Q 在 BC 上运动且点 Q 在 y 轴右侧这三种情况分类讨论即可得.

【解答】解: (1) 把点 $B(-\frac{3}{2}, 2)$ 代入 $y=a(x-\frac{1}{2})^2-2$,

解得: $a=1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=(x-\frac{1}{2})^2-2$;

(2) 由 $y=(x-\frac{1}{2})^2-2$ 知 A $(\frac{1}{2}, -2)$,

设直线 AB 解析式为: $y=kx+b$, 代入点 A, B 的坐标,

$$\text{得: } \begin{cases} -2=\frac{1}{2}k+b \\ 2=-\frac{3}{2}k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-2 \\ b=-1 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为: $y=-2x-1$,

易求 E $(0, 1)$, F $(0, -\frac{7}{4})$, M $(-\frac{1}{2}, 0)$,

若 $\angle OPM=\angle MAF$,

$\therefore OP \parallel AF$,

$\therefore \triangle OPE \sim \triangle FAE$,

$$\therefore \frac{OP}{FA} = \frac{OE}{FE} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore OP = \frac{4}{3}FA = \frac{4}{3}\sqrt{(\frac{1}{2}-6)^2 + (-2+\frac{7}{4})^2} = \frac{\sqrt{5}}{3},$$

设点 P $(t, -2t-1)$, 则: $\sqrt{t^2+(-2t-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

解得 $t_1 = -\frac{2}{15}$, $t_2 = -\frac{2}{3}$,

由对称性知; 当 $t_1 = -\frac{2}{15}$ 时, 也满足 $\angle OPM=\angle MAF$,

$\therefore t_1 = -\frac{2}{15}$, $t_2 = -\frac{2}{3}$ 都满足条件,

$\therefore \triangle POE$ 的面积 $= \frac{1}{2}OE \cdot |t|$,

$\therefore \triangle POE$ 的面积为 $\frac{1}{15}$ 或 $\frac{1}{3}$.

(3) 若点 Q 在 AB 上运动, 如图 1,

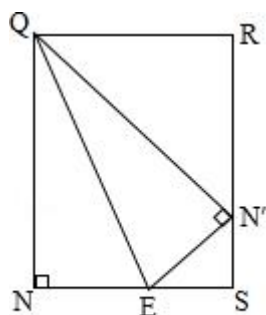


图 1

设 Q $(a, -2a-1)$, 则 $NE = -a$ 、 $QN = -2a$,

由翻折知 $QN' = QN = -2a$ 、 $N'E = NE = -a$,

由 $\angle QN'E = \angle N = 90^\circ$ 易知 $\triangle QRN' \sim \triangle N'SE$,

$$\therefore \frac{QR}{N'S} = \frac{RN'}{ES} = \frac{QN'}{EN'}, \text{ 即 } \frac{QR}{1} = \frac{-2a-1}{-a} = 2,$$

$$\therefore QR = 2, ES = \frac{-2a-1}{2},$$

$$\text{由 } NE + ES = NS = QR \text{ 可得 } -a + \frac{-2a-1}{2} = 2,$$

$$\text{解得: } a = -\frac{5}{4},$$

$$\therefore Q \left(-\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right);$$

若点 Q 在 BC 上运动, 且 Q 在 y 轴左侧, 如图 2,

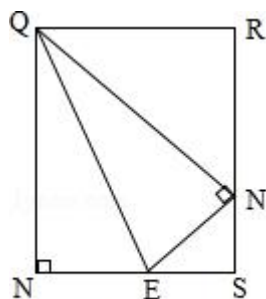


图 2

设 $NE = a$, 则 $N'E = a$,

易知 $RN' = 2$ 、 $SN' = 1$ 、 $QN' = QN = 3$,

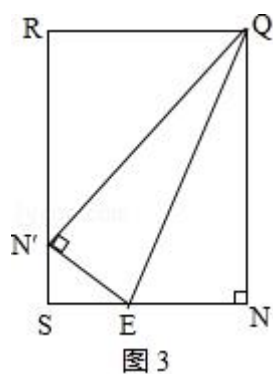
$$\therefore QR = \sqrt{5}, SE = \sqrt{5} - a,$$

在 $\text{Rt}\triangle SEN'$ 中, $(\sqrt{5}-a)^2+1^2=a^2$,

解得: $a=\frac{3\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore Q(-\frac{3\sqrt{5}}{5}, 2)$;

若点 Q 在 BC 上运动, 且点 Q 在 y 轴右侧, 如图 3,



设 $NE=a$, 则 $N'E=a$,

易知 $RN'=2$ 、 $SN'=1$ 、 $QN'=QN=3$,

$\therefore QR=\sqrt{5}$ 、 $SE=\sqrt{5}-a$,

在 $\text{Rt}\triangle SEN'$ 中, $(\sqrt{5}-a)^2+1^2=a^2$,

解得: $a=\frac{3\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore Q(\frac{3\sqrt{5}}{5}, 2)$.

综上, 点 Q 的坐标为 $(-\frac{5}{4}, \frac{3}{2})$ 或 $(-\frac{3\sqrt{5}}{5}, 2)$ 或 $(\frac{3\sqrt{5}}{5}, 2)$.

【点评】 本题主要考查二次函数的综合问题, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、相似三角形的判定与性质、翻折变换的性质及勾股定理等知识点.