

2018 年广东省广州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分.在每小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 四个数 0, 1, $\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}$ 中, 无理数的是 ()

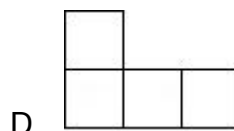
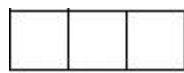
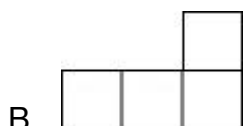
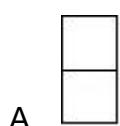
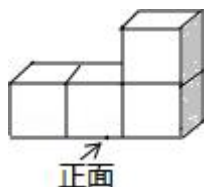
A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 0

2. (3 分) 如图所示的五角星是轴对称图形, 它的对称轴共有 ()



A. 1 条 B. 3 条 C. 5 条 D. 无数条

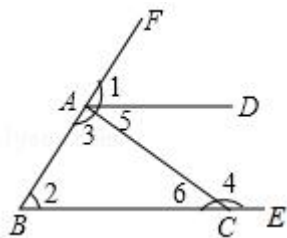
3. (3 分) 如图所示的几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的, 它的主视图是 ()



4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $a^2 + 2a^2 = 3a^4$ C. $x^2 y \div \frac{1}{y} = x^2$ ($y \neq 0$) D. $(-2x^2)^3 = -8x^6$

5. (3 分) 如图, 直线 AD, BE 被直线 BF 和 AC 所截, 则 $\angle 1$ 的同位角和 $\angle 5$ 的内错角分别是 ()

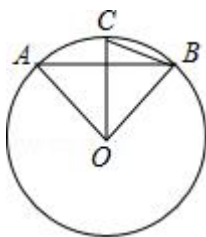


A. $\angle 4, \angle 2$ B. $\angle 2, \angle 6$ C. $\angle 5, \angle 4$ D. $\angle 2, \angle 4$

6. (3分) 甲袋中装有 2 个相同的小球，分别写有数字 1 和 2；乙袋中装有 2 个相同的小球，分别写有数字 1 和 2. 从两个口袋中各随机取出 1 个小球，取出的两个小球上都写有数字 2 的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

7. (3分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦， $OC \perp AB$ ，交 $\odot O$ 于点 C，连接 OA，OB，BC，若 $\angle ABC = 20^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数是 ()

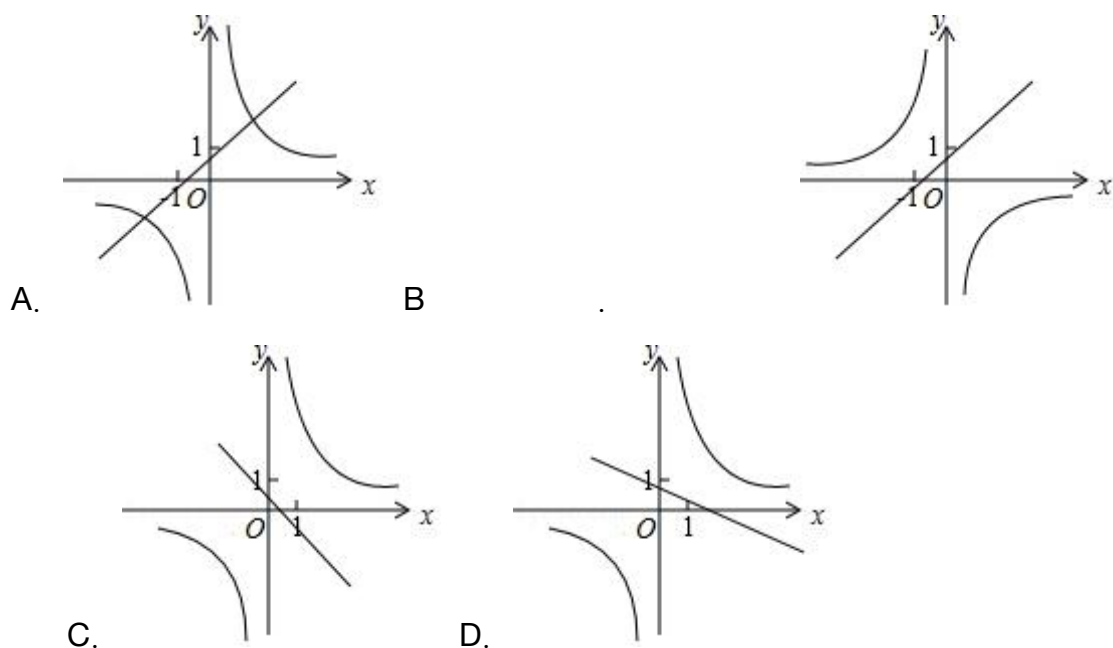


A. 40° B. 50° C. 70° D. 80°

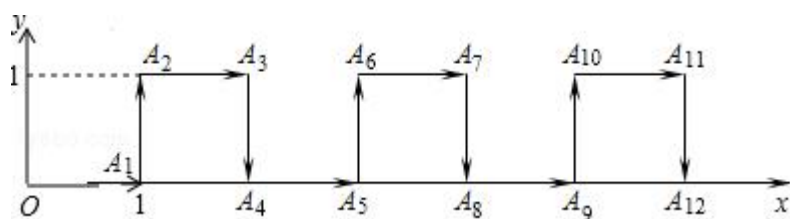
8. (3分) 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等. 交易其一，金轻十三两. 问金、银一枚各重几何？”. 意思是：甲袋中装有黄金 9 枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银 11 枚（每枚白银重量相同），称重两袋相等. 两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两（袋子重量忽略不计）. 问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，根据题意得 ()

A. $\begin{cases} 11x=9y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 10y+x=8x+y \\ 9x+13=11y \end{cases}$
C. $\begin{cases} 9x=11y \\ (8x+y)-(10y+x)=13 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 9x=11y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$

9. (3分) 一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{a-b}{x}$ 在同一直角坐标系中的大致图象是 ()



10. (3分) 在平面直角坐标系中，一个智能机器人接到如下指令：从原点 O 出发，按向右，向上，向右，向下的方向依次不断移动，每次移动 1m 。其行走路线如图所示，第 1 次移动到 A_1 ，第 2 次移动到 A_2 ，...，第 n 次移动到 A_n 。则 $\triangle OA_2A_{2018}$ 的面积是 ()



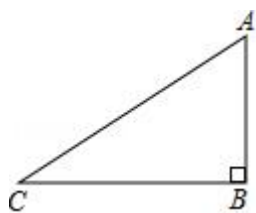
- A. 504m^2 B. $\frac{1009}{2}\text{m}^2$ C. $\frac{1011}{2}\text{m}^2$ D. 1009m^2

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

11. (3分) 已知二次函数 $y=x^2$ ，当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而_____ (填“增大”或“减小”).

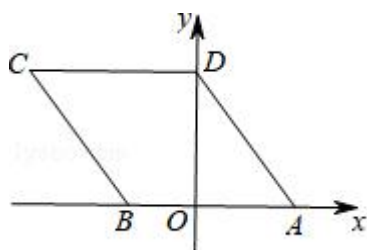
12. (3分) 如图，旗杆高 $AB=8\text{m}$ ，某一时刻，旗杆影子长 $BC=16\text{m}$ ，则

$\tan C =$ _____.

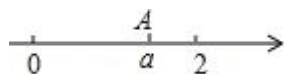


13. (3分) 方程 $\frac{1}{x} = \frac{4}{x+6}$ 的解是_____.

14. (3分) 如图, 若菱形 ABCD 的顶点 A, B 的坐标分别为 (3, 0), (-2, 0), 点 D 在 y 轴上, 则点 C 的坐标是_____.



15. (3分) 如图, 数轴上点 A 表示的数为 a, 化简: $a + \sqrt{a^2 - 4a + 4} =$ _____.



16. (3分) 如图, CE 是 $\square ABCD$ 的边 AB 的垂直平分线, 垂足为点 O, CE 与 DA 的延长线交于点 E. 连接 AC, BE, DO, DO 与 AC 交于点 F, 则下列结论:

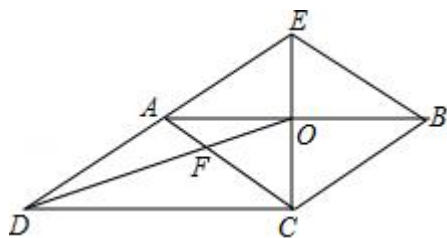
① 四边形 ACBE 是菱形;

② $\angle ACD = \angle BAE$;

③ $AF : BE = 2 : 3$;

④ $S_{\text{四边形 AFOE}} : S_{\triangle COD} = 2 : 3$.

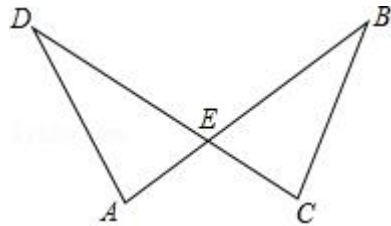
其中正确的结论有_____. (填写所有正确结论的序号)



三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (9 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 1+x > 0 \\ 2x-1 < 3 \end{cases}$$

18. (9 分) 如图, AB 与 CD 相交于点 E, AE=CE, DE=BE. 求证: $\angle A = \angle C$.



19. (10 分) 已知 $T = \frac{a^2-9}{a(a+3)^2} + \frac{6}{a(a+3)}$.

(1) 化简 T;

(2) 若正方形 ABCD 的边长为 a, 且它的面积为 9, 求 T 的值.

20. (10 分) 随着移动互联网的快速发展, 基于互联网的共享单车应运而生. 为了解某小区居民使用共享单车的情况, 某研究小组随机采访该小区的 10 位居民, 得到这 10 位居民一周内使用共享单车的次数分别为: 17, 12, 15, 20, 17, 0, 7, 26, 17, 9.

(1) 这组数据的中位数是_____, 众数是_____;

(2) 计算这 10 位居民一周内使用共享单车的平均次数;

(3) 若该小区有 200 名居民, 试估计该小区居民一周内使用共享单车的总次数.

21. (12 分) 友谊商店 A 型号笔记本电脑的售价是 a 元/台. 最近, 该商店对 A 型号笔记本电脑举行促销活动, 有两种优惠方案. 方案一: 每台按售价的九折销售; 方案二: 若购买不超过 5 台, 每台按售价销售; 若超过 5 台, 超过的部分每台按售价的八折销售. 某公司一次性从友谊商店购买 A 型号笔记本电脑 x 台.

- (1) 当 $x=8$ 时, 应选择哪种方案, 该公司购买费用最少? 最少费用是多少元?
- (2) 若该公司采用方案二购买更合算, 求 x 的取值范围.

22. (12 分) 设 $P(x, 0)$ 是 x 轴上的一个动点, 它与原点的距离为 y_1 .

- (1) 求 y_1 关于 x 的函数解析式, 并画出这个函数的图象;
- (2) 若反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象与函数 y_1 的图象相交于点 A , 且点 A 的纵坐标为 2.

①求 k 的值;

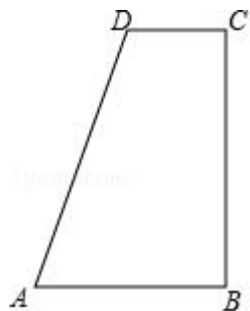
②结合图象, 当 $y_1 > y_2$ 时, 写出 x 的取值范围.

23. (12 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $AB > CD$, $AD = AB + CD$.

- (1) 利用尺规作 $\angle ADC$ 的平分线 DE , 交 BC 于点 E , 连接 AE (保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 在 (1) 的条件下,

①证明: $AE \perp DE$;

②若 $CD=2$, $AB=4$, 点 M , N 分别是 AE , AB 上的动点, 求 $BM+MN$ 的最小值.



24. (14 分) 已知抛物线 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ ($m > 0$).

- (1) 证明: 该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点;
- (2) 设该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A , B (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C , A , B , C 三点都在 $\odot P$ 上.

①试判断：不论 m 取任何正数， $\odot P$ 是否经过 y 轴上某个定点？若是，求出该定点的坐标；若不是，说明理由；

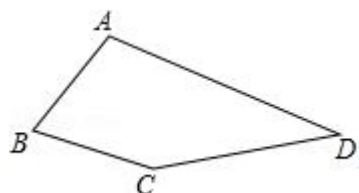
②若点 C 关于直线 $x = -\frac{m}{2}$ 的对称点为点 E ，点 $D(0, 1)$ ，连接 BE ， BD ， DE ， $\triangle BDE$ 的周长记为 l ， $\odot P$ 的半径记为 r ，求 $\frac{l}{r}$ 的值.

25. (14 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ， $AB = BC$.

(1) 求 $\angle A + \angle C$ 的度数；

(2) 连接 BD ，探究 AD ， BD ， CD 三者之间的数量关系，并说明理由；

(3) 若 $AB = 1$ ，点 E 在四边形 $ABCD$ 内部运动，且满足 $AE^2 = BE^2 + CE^2$ ，求点 E 运动路径的长度.



2018 年广东省广州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分.在每小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 四个数 0, 1, $\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}$ 中，无理数的是 ()

A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 0

【分析】分别根据无理数、有理数的定义即可判定选择项.

【解答】解：0, 1, $\frac{1}{2}$ 是有理数，

$\sqrt{2}$ 是无理数，

故选：A.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数是无理数. 如 π , $\sqrt{6}$, 0.8080080008... (每两个 8 之间依次多 1 个 0) 等形式.

2. (3 分) 如图所示的五角星是轴对称图形，它的对称轴共有 ()



A. 1 条 B. 3 条 C. 5 条 D. 无数条

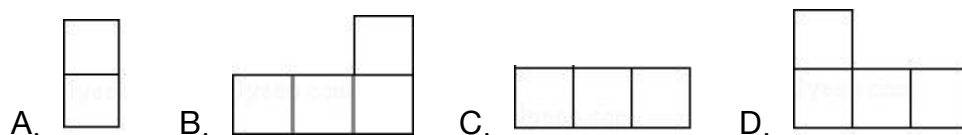
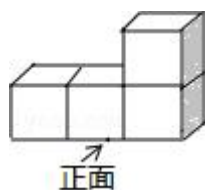
【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

【解答】解：五角星的对称轴共有 5 条，

故选：C.

【点评】此题主要考查了轴对称图形，关键是掌握轴对称图形的定义.

3. (3分) 如图所示的几何体是由4个相同的小正方体搭成的，它的主视图是 ()



【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

【解答】解：从正面看第一层是三个小正方形，第二层右边一个小正方形，故选：B.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

4. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $(a+b)^2=a^2+b^2$ B. $a^2+2a^2=3a^4$ C. $x^2y \div \frac{1}{y}=x^2$ ($y \neq 0$) D. $(-2x^2)^3=-8x^6$

【分析】根据相关的运算法则即可求出答案.

【解答】解：(A) 原式= $a^2+2ab+b^2$ ，故 A 错误；

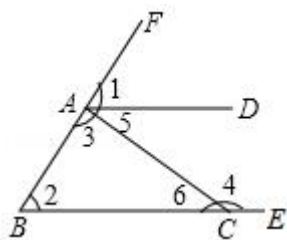
(B) 原式= $3a^2$ ，故 B 错误；

(C) 原式= x^2y^2 ，故 C 错误；

故选：D.

【点评】本题考查学生的运算能力，解题的关键是熟练运用运算法则，本题属于基础题型.

5. (3分) 如图，直线 AD，BE 被直线 BF 和 AC 所截，则 $\angle 1$ 的同位角和 $\angle 5$ 的内错角分别是 ()



A. $\angle 4, \angle 2$ B. $\angle 2, \angle 6$ C. $\angle 5, \angle 4$ D. $\angle 2, \angle 4$

【分析】 根据同位角：两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的同侧，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同位角进行分析即可.

根据内错角：两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的之间，并且在第三条直线（截线）的两旁，则这样一对角叫做内错角进行分析即可.

【解答】 解： $\angle 1$ 的同位角是 $\angle 2$ ， $\angle 5$ 的内错角是 $\angle 6$,

故选：B.

【点评】 此题主要考查了三线八角，关键是掌握同位角的边构成“F”形，内错角的边构成“Z”形，同旁内角的边构成“U”形.

6. (3分) 甲袋中装有2个相同的小球，分别写有数字1和2；乙袋中装有2个相同的小球，分别写有数字1和2. 从两个口袋中各随机取出1个小球，取出的两个小球上都写有数字2的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

【分析】 直接根据题意画出树状图，再利用概率公式求出答案.

【解答】 解： 如图所示：



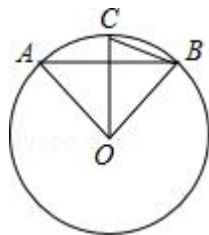
一共有4种可能，取出的两个小球上都写有数字2的有1种情况，

故取出的两个小球上都写有数字2的概率是： $\frac{1}{4}$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了树状图法求概率，正确得出所有的结果是解题关键.

7. (3分) 如图，AB是 $\odot O$ 的弦， $OC \perp AB$ ，交 $\odot O$ 于点C，连接OA，OB，BC，若 $\angle ABC = 20^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数是 ()



A. 40° B. 50° C. 70° D. 80°

【分析】根据圆周角定理得出 $\angle AOC = 40^\circ$ ，进而利用垂径定理得出 $\angle AOB = 80^\circ$ 即可.

【解答】解： $\because \angle ABC = 20^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 40^\circ$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的弦， $OC \perp AB$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOC = 40^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 80^\circ$,

故选：D.

【点评】此题考查圆周角定理，关键是根据圆周角定理得出 $\angle AOC = 40^\circ$.

8. (3分) 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等. 交易其一，金轻十三两. 问金、银一枚各重几何？”. 意思是：甲袋中装有黄金9枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银11枚（每枚白银重量相同），称重两袋相等. 两袋互相交换1枚后，甲袋比

乙袋轻了 13 两（袋子重量忽略不计）. 问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，根据题意得（ ）

- A. $\begin{cases} 11x=9y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 10y+x=8x+y \\ 9x+13=11y \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 9x=11y \\ (8x+y)-(10y+x)=13 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 9x=11y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$

【分析】根据题意可得等量关系：①9 枚黄金的重量=11 枚白银的重量；②（10 枚白银的重量+1 枚黄金的重量）-（1 枚白银的重量+8 枚黄金的重量）=13 两，根据等量关系列出方程组即可.

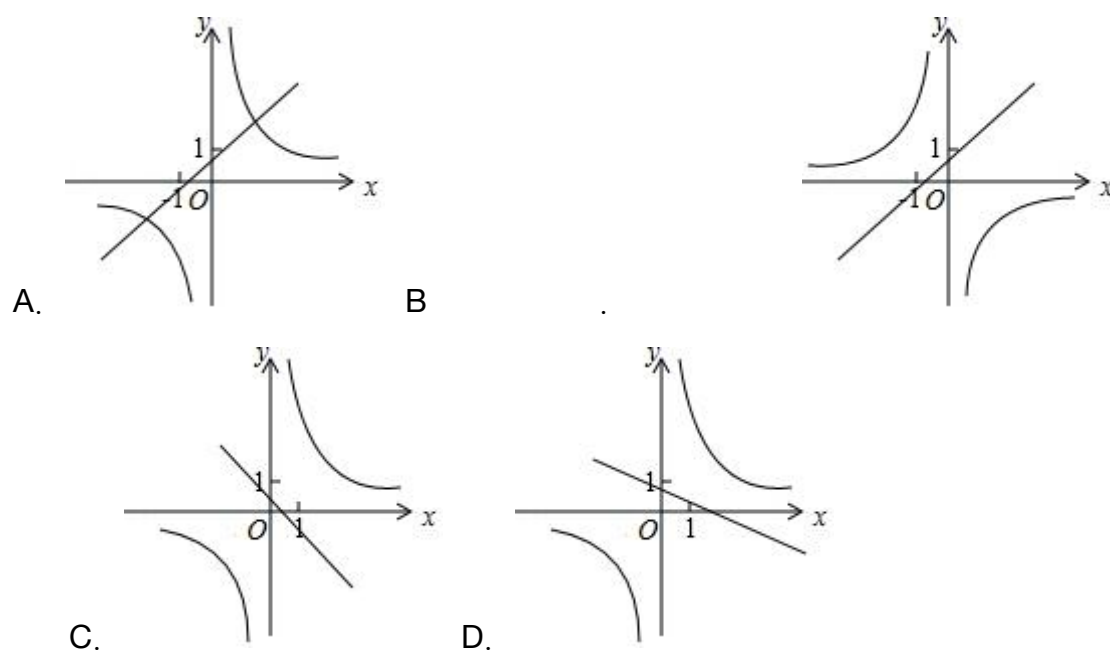
【解答】解：设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，由题意得：

$$\begin{cases} 9x=11y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$$

故选：D.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系.

9. (3 分) 一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{a-b}{x}$ 在同一直角坐标系中的大致图象是（ ）



【分析】先由一次函数的图象确定 a 、 b 的正负，再根据 $a - b$ 判断双曲线所在的象限。能统一的是正确的，矛盾的是错误的。

【解答】解：当 $y = ax + b$ 经过第一、二、三象限时， $a > 0$ 、 $b > 0$ ，

由直线和 x 轴的交点知： $-\frac{b}{a} > -1$ ，即 $b < a$ ， $\therefore a - b > 0$ ，

所以双曲线在第一、三象限。故选项 B 不成立，选项 A 正确。

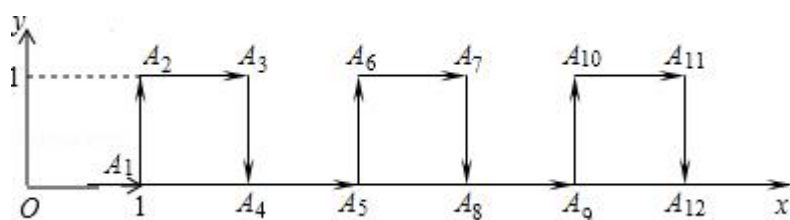
当 $y = ax + b$ 经过第二、一、四象限时， $a < 0$ ， $b > 0$ ，

此时 $a - b < 0$ ，双曲线位于第二、四象限，故选项 C、D 均不成立；

故选：A。

【点评】本题考查了一次函数、反比例函数的性质。解决本题用排除法比较方便。

10. (3 分) 在平面直角坐标系中，一个智能机器人接到如下指令：从原点 O 出发，按向右，向上，向右，向下的方向依次不断移动，每次移动 1m 。其行走路线如图所示，第 1 次移动到 A_1 ，第 2 次移动到 A_2 ，...，第 n 次移动到 A_n 。则 $\triangle OA_2A_{2018}$ 的面积是 ()



A. 504m^2 B. $\frac{1009}{2}\text{m}^2$ C. $\frac{1011}{2}\text{m}^2$ D. 1009m^2

【分析】由 $OA_{4n} = 2n$ 知 $OA_{2018} = \frac{2016}{2} + 1 = 1009$ ，据此得出 $A_2A_{2018} = 1009 - 1 = 1008$ ，据此利用三角形的面积公式计算可得。

【解答】解：由题意知 $OA_{4n} = 2n$ ，

$\therefore 2018 \div 4 = 504 \div 2$ ，

$\therefore OA_{2018} = \frac{2016}{2} + 1 = 1009$ ，

$$\therefore A_2 A_{2018} = 1009 - 1 = 1008,$$

则 $\triangle OA_2 A_{2018}$ 的面积是 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1008 = 504 \text{m}^2$,

故选: A.

【点评】 本题主要考查点的坐标的变化规律, 解题的关键是根据图形得出下标为 4 的倍数时对应长度即为下标的一半, 据此可得.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. (3 分) 已知二次函数 $y = x^2$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而 增大 (填“增大”或“减小”).

【分析】 根据二次函数的二次项系数 a 以及对称轴即可判断出函数的增减性.

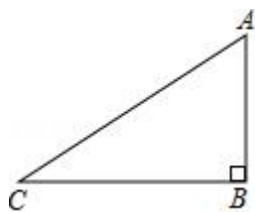
【解答】 解: $\because$ 二次函数 $y = x^2$, 开口向上, 对称轴为 y 轴,

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

故答案为: 增大.

【点评】 本题主要考查了二次函数的性质, 解答本题的关键是求出二次函数的对称轴为 y 轴, 开口向上, 此题难度不大.

12. (3 分) 如图, 旗杆高 $AB = 8 \text{m}$, 某一时刻, 旗杆影子长 $BC = 16 \text{m}$, 则 $\tan C = \frac{1}{2}$.



【分析】 根据直角三角形的性质解答即可.

【解答】 解: $\because$ 旗杆高 $AB = 8 \text{m}$, 旗杆影子长 $BC = 16 \text{m}$,

$$\therefore \tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$

【点评】此题考查解直角三角形的应用, 关键是根据正切值是对边与邻边的比值解答.

13. (3 分) 方程 $\frac{1}{x} = \frac{4}{x+6}$ 的解是 $x=2$.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $x+6=4x$,

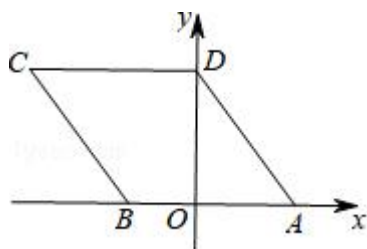
解得: $x=2$,

经检验 $x=2$ 是分式方程的解,

故答案为: $x=2$

【点评】此题考查了解分式方程, 利用了转化的思想, 解分式方程注意要检验.

14. (3 分) 如图, 若菱形 $ABCD$ 的顶点 A , B 的坐标分别为 $(3, 0)$, $(-2, 0)$, 点 D 在 y 轴上, 则点 C 的坐标是 $(-5, 4)$.



【分析】利用菱形的性质以及勾股定理得出 DO 的长, 进而求出 C 点坐标.

【解答】解: $\because$ 菱形 $ABCD$ 的顶点 A , B 的坐标分别为 $(3, 0)$, $(-2, 0)$, 点 D 在 y 轴上,

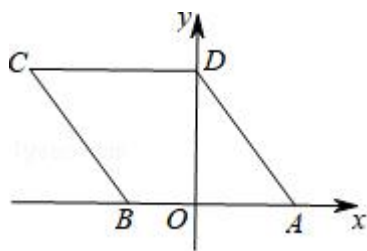
$$\therefore AB=5,$$

$$\therefore AD=5,$$

$$\therefore \text{由勾股定理知: } OD = \sqrt{AD^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

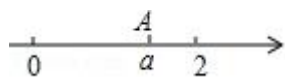
∴点C的坐标是：(−5, 4).

故答案为：(−5, 4).



【点评】此题主要考查了菱形的性质以及坐标与图形的性质，得出DO的长是解题关键.

15. (3分) 如图，数轴上点A表示的数为a，化简： $a + \sqrt{a^2 - 4a + 4} = \underline{2}$.



【分析】直接利用二次根式的性质以及结合数轴得出a的取值范围进而化简即可.

【解答】解：由数轴可得：

$$0 < a < 2,$$

$$\text{则 } a + \sqrt{a^2 - 4a + 4}$$

$$= a + \sqrt{(2-a)^2}$$

$$= a + (2 - a)$$

$$= 2.$$

故答案为：2.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质与化简，正确得出a的取值范围是解题关键.

16. (3分) 如图，CE是▭ABCD的边AB的垂直平分线，垂足为点O，CE与DA的延长线交于点E. 连接AC，BE，DO，DO与AC交于点F，则下列结论：

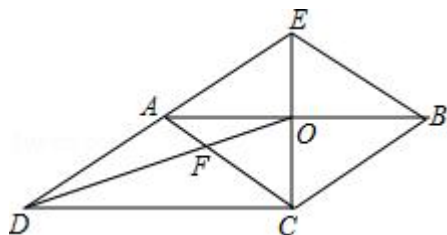
①四边形 ACBE 是菱形;

② $\angle ACD = \angle BAE$;

③ $AF:BE=2:3$;

④ $S_{\text{四边形 AFOE}}:S_{\triangle COD}=2:3$.

其中正确的结论有 ①②④. (填写所有正确结论的序号)



【分析】根据菱形的判定方法、平行线分线段成比例定理、直角三角形斜边中线的性质一一判断即可;

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD, AB=CD,$

$\because EC$ 垂直平分 $AB,$

$\therefore OA=OB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}DC, CD \perp CE,$

$\therefore OA \parallel DC,$

$\therefore \frac{EA}{ED} = \frac{EO}{EC} = \frac{OA}{CD} = \frac{1}{2},$

$\therefore AE=AD, OE=OC,$

$\therefore OA=OB, OE=OC,$

$\therefore$ 四边形 ACBE 是平行四边形,

$\therefore AB \perp EC,$

$\therefore$ 四边形 ACBE 是菱形, 故①正确,

$\therefore \angle DCE=90^\circ, DA=AE,$

$\therefore AC=AD=AE,$

$\therefore \angle ACD = \angle ADC = \angle BAE$, 故②正确,

$\therefore OA \parallel CD$,

$$\therefore \frac{AF}{CF} = \frac{OA}{CD} = \frac{1}{2},$$

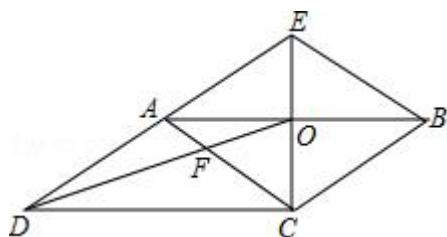
$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{AF}{AF+CF} = \frac{1}{3}, \text{ 故③错误,}$$

设 $\triangle AOF$ 的面积为 a , 则 $\triangle OFC$ 的面积为 $2a$, $\triangle CDF$ 的面积为 $4a$, $\triangle AOC$ 的面积= $\triangle AOE$ 的面积= $3a$,

$\therefore$ 四边形 $AFOE$ 的面积为 $4a$, $\triangle ODC$ 的面积为 $6a$

$\therefore S_{\text{四边形}AFOE} : S_{\triangle COD} = 2 : 3$. 故④正确,

故答案为①②④.



【点评】 本题考查平行四边形的性质、菱形的判定和性质、平行线分线段成比例定理、等高模型等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会利用参数解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (9 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 1+x > 0 \\ 2x-1 < 3 \end{cases}$$

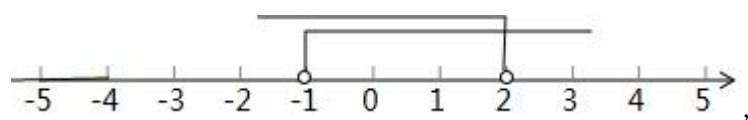
【分析】 根据不等式组的解集的表示方法: 大小小大中间找, 可得答案.

【解答】 解:
$$\begin{cases} 1+x > 0 \text{ ①} \\ 2x-1 < 3 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x > -1$,

解不等式②, 得 $x < 2$,

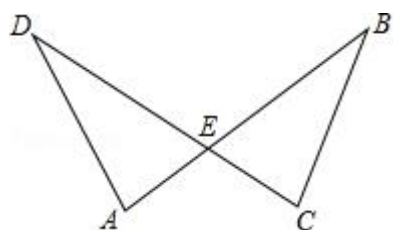
不等式①，不等式②的解集在数轴上表示，如图



原不等式组的解集为 $-1 < x < 2$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组，利用不等式组的解集的表示方法是解题关键.

18. (9 分) 如图，AB 与 CD 相交于点 E，AE=CE，DE=BE. 求证： $\angle A = \angle C$.



【分析】 根据 $AE=EC$ ， $DE=BE$ ， $\angle AED$ 和 $\angle CEB$ 是对顶角，利用 SAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ 即可.

【解答】 证明：在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} AE=CE \\ \angle AED=\angle CEB, \\ DE=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CEB$ (SAS),

$\therefore \angle A = \angle C$ (全等三角形对应角相等).

【点评】 此题主要考查学生对全等三角形的判定与性质这一知识点的理解和掌握，此题难度不大，要求学生应熟练掌握.

19. (10 分) 已知 $T = \frac{a^2-9}{a(a+3)^2} + \frac{6}{a(a+3)}$.

(1) 化简 T;

(2) 若正方形 ABCD 的边长为 a，且它的面积为 9，求 T 的值.

【分析】 (1) 原式通分并利用同分母分式的加法法则计算即可求出值；

(2) 由正方形的面积求出边长 a 的值，代入计算即可求出 T 的值.

【解答】 解：(1) $T = \frac{a^2 - 9}{a(a+3)^2} + \frac{6(a+3)}{a(a+3)^2} = \frac{(a+3)^2}{a(a+3)^2} = \frac{1}{a}$;

(2) 由正方形的面积为 9，得到 $a=3$,

则 $T = \frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10 分) 随着移动互联网的快速发展，基于互联网的共享单车应运而生. 为了解某小区居民使用共享单车的情况，某研究小组随机采访该小区的 10 位居民，得到这 10 位居民一周内使用共享单车的次数分别为：17，12，15，20，17，0，7，26，17，9.

(1) 这组数据的中位数是 16，众数是 17；

(2) 计算这 10 位居民一周内使用共享单车的平均次数；

(3) 若该小区有 200 名居民，试估计该小区居民一周内使用共享单车的总次数.

【分析】 (1) 将数据按照大小顺序重新排列，计算出中间两个数的平均数即是中位数，出现次数最多的即为众数；

(2) 根据平均数的概念，将所有数的和除以 10 即可；

(3) 用样本平均数估算总体的平均数.

【解答】 解：(1) 按照大小顺序重新排列后，第 5、第 6 个数分别是 15 和 17，所以中位数是 $(15+17) \div 2 = 16$ ，17 出现 3 次最多，所以众数是 17，故答案是 16，17；

(2) $\frac{1}{10} \times (0+7+9+12+15+17 \times 3+20+26) = 14$,

答：这 10 位居民一周内使用共享单车的平均次数是 14 次；

$$(3) 200 \times 14 = 2800$$

答：该小区居民一周内使用共享单车的总次数为 2800 次.

【点评】 本题考查了中位数、众数、平均数的概念以及利用样本平均数估计总体. 抓住概念进行解题，难度不大，但是中位数一定要先将所给数据按照大小顺序重新排列后再求，以免出错.

21. (12 分) 友谊商店 A 型号笔记本电脑的售价是 a 元/台. 最近，该商店对 A 型号笔记本电脑举行促销活动，有两种优惠方案. 方案一：每台按售价的九折销售；方案二：若购买不超过 5 台，每台按售价销售；若超过 5 台，超过的部分每台按售价的八折销售. 某公司一次性从友谊商店购买 A 型号笔记本电脑 x 台.

(1) 当 $x=8$ 时，应选择哪种方案，该公司购买费用最少？最少费用是多少元？

(2) 若该公司采用方案二购买更合算，求 x 的取值范围.

【分析】 (1) 根据两个方案的优惠政策，分别求出购买 8 台所需费用，比较后即可得出结论；

(2) 根据购买 x 台时，该公司采用方案二购买更合算，即可得出关于 x 的一元一次不等式，解之即可得出结论.

【解答】 解：设购买 A 型号笔记本电脑 x 台时的费用为 w 元，

(1) 当 $x=8$ 时，

方案一： $w = 90\%a \times 8 = 7.2a$,

方案二： $w = 5a + (8 - 5)a \times 80\% = 7.4a$,

$\therefore$ 当 $x=8$ 时，应选择方案一，该公司购买费用最少，最少费用是 $7.2a$ 元；

(2) $\because$ 若该公司采用方案二购买更合算，

$\therefore x > 5$,

方案一: $w=90\%ax=0.9ax$,

方案二: 当 $x > 5$ 时, $w=5a+(x-5)a \times 80\%=5a+0.8ax-4a=a+0.8ax$,

则 $0.9ax > a+0.8ax$,

$x > 10$,

$\therefore x$ 的取值范围是 $x > 10$.

【点评】 本题考查了一元一次方程和一元一次不等式的应用, 解题的关键是: (1) 根据优惠方案, 列式计算; (2) 找准不等量关系, 正确列出一元一次不等式.

22. (12 分) 设 $P(x, 0)$ 是 x 轴上的一个动点, 它与原点的距离为 y_1 .

(1) 求 y_1 关于 x 的函数解析式, 并画出这个函数的图象;

(2) 若反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ 的图象与函数 y_1 的图象相交于点 A , 且点 A 的纵坐标为 2.

①求 k 的值;

②结合图象, 当 $y_1 > y_2$ 时, 写出 x 的取值范围.

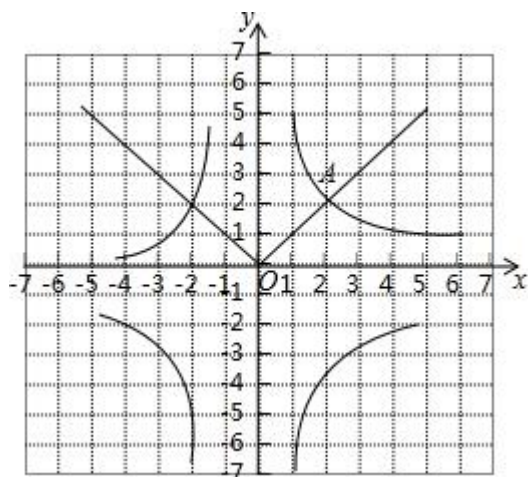
【分析】 (1) 写出函数解析式, 画出图象即可;

(2) ①分两种情形考虑, 求出点 A 坐标, 利用待定系数法即可解决问题;

②利用图象法分两种情形即可解决问题;

【解答】 解: (1) 由题意 $y_1=|x|$.

函数图象如图所示:



(2) ①当点 A 在第一象限时，由题意 A (2, 2)，

$$\therefore 2 = \frac{k}{2},$$

$$\therefore k = 4.$$

同法当点 A 在第二象限时， $k = -4$ ，

②观察图象可知：①当 $k > 0$ 时， $x > 2$ 时， $y_1 > y_2$ 或 $x < 0$ 时， $y_1 > y_2$ 。

②当 $k < 0$ 时， $x < -2$ 时， $y_1 > y_2$ 或 $x > 0$ 时， $y_1 > y_2$ 。

【点评】 本题考查反比例函数图象上点的特征，正比例函数的应用等知识，解题的关键是学会利用图象法解决问题，属于中考常考题型。

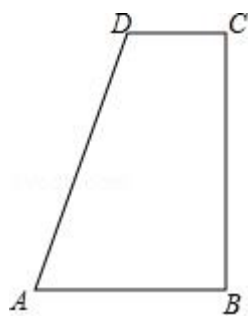
23. (12 分) 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $AB > CD$ ， $AD = AB + CD$ 。

(1) 利用尺规作 $\angle ADC$ 的平分线 DE，交 BC 于点 E，连接 AE (保留作图痕迹，不写作法)；

(2) 在 (1) 的条件下，

①证明： $AE \perp DE$ ；

②若 $CD = 2$ ， $AB = 4$ ，点 M，N 分别是 AE，AB 上的动点，求 BM + MN 的最小值。

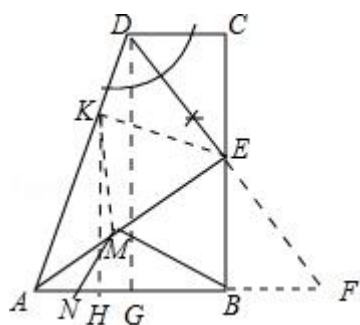


【分析】(1) 利用尺规作出 $\angle ADC$ 的角平分线即可；

(2) ①延长DE交AB的延长线于F. 只要证明 $AD=AF$, $DE=EF$, 利用等腰三角形三线合一的性质即可解决问题；

②作点B关于AE的对称点K, 连接EK, 作 $KH \perp AB$ 于H, $DG \perp AB$ 于G. 连接MK. 由 $MB=MK$, 推出 $MB+MN=KM+MN$, 根据垂线段最短可知: 当K、M、N共线, 且与KH重合时, $KM+MN$ 的值最小, 最小值为GH的长；

【解答】解: (1) 如图, $\angle ADC$ 的平分线DE如图所示.



(2) ①延长DE交AB的延长线于F.

$\because CD \parallel AF$,

$\therefore \angle CDE = \angle F$, $\because \angle CDE = \angle ADE$,

$\therefore \angle ADF = \angle F$,

$\therefore AD = AF$,

$\because AD = AB + CD = AB + BF$,

$\therefore CD = BF$,

$$\therefore \angle DEC = \angle BEF,$$

$$\therefore \triangle DEC \cong \triangle FEB,$$

$$\therefore DE = EF,$$

$$\therefore AD = AF,$$

$$\therefore AE \perp DE.$$

②作点 B 关于 AE 的对称点 K，连接 EK，作 $KH \perp AB$ 于 H， $DG \perp AB$ 于 G. 连接 MK.

$$\therefore AD = AF, DE = EF,$$

$$\therefore AE \text{ 平分 } \angle DAF, \text{ 则 } \triangle AEK \cong \triangle AEB,$$

$$\therefore AK = AB = 4,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ADG \text{ 中, } DG = \sqrt{AD^2 - AG^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore KH \parallel DG,$$

$$\therefore \frac{KH}{DG} = \frac{AK}{AD},$$

$$\therefore \frac{KH}{4\sqrt{2}} = \frac{4}{6},$$

$$\therefore KH = \frac{8\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore MB = MK,$$

$$\therefore MB + MN = KM + MN,$$

$\therefore$ 当 K、M、N 共线，且与 KH 重合时，KM+MN 的值最小，最小值为 GH 的长，

$$\therefore BM + MN \text{ 的最小值为 } \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】 本题考查作图 - 基本作图，轴对称最短问题，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，学会利用轴对称解决最短问题，属于中考常考题型.

24. (14 分) 已知抛物线 $y=x^2+mx-2m-4$ ($m>0$).

(1) 证明: 该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点;

(2) 设该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A, B (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C , A, B, C 三点都在 $\odot P$ 上.

①试判断: 不论 m 取任何正数, $\odot P$ 是否经过 y 轴上某个定点? 若是, 求出该定点的坐标; 若不是, 说明理由;

②若点 C 关于直线 $x=-\frac{m}{2}$ 的对称点为点 E , 点 $D(0, 1)$, 连接 BE, BD, DE , $\triangle BDE$ 的周长记为 l , $\odot P$ 的半径记为 r , 求 $\frac{l}{r}$ 的值.

【分析】 (1) 令 $y=0$, 再求出判别式, 判断即可得出结论;

(2) 先求出 $OA=2, OB=m+2, OC=2(m+2)$,

①判断出 $\angle OCB=\angle OAF$, 求出 $\tan \angle OCB=\frac{1}{2}$, 即可求出 $OF=1$, 即可得出结论;

②先设出 $BD=m$, 再判断出 $\angle DCE=90^\circ$, 得出 DE 是 $\odot P$ 的直径, 进而求出 $BE=2m, DE=\sqrt{5}m$, 即可得出结论.

【解答】 解: (1) 令 $y=0$,

$$\therefore x^2+mx-2m-4=0,$$

$$\therefore \Delta=m^2-4[-2m-4]=m^2+8m+16,$$

$$\therefore m>0,$$

$$\therefore \Delta>0,$$

$\therefore$ 该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点;

(2)

令 $y=0$,

$$\therefore x^2 + mx - 2m - 4 = 0,$$

$$\therefore (x - 2) [x + (m + 2)] = 0,$$

$$\therefore x = 2 \text{ 或 } x = -(m + 2),$$

$$\therefore A(2, 0), B(-(m + 2), 0),$$

$$\therefore OA = 2, OB = m + 2,$$

$$\text{令 } x = 0,$$

$$\therefore y = -2(m + 2),$$

$$\therefore C(0, -2(m + 2)),$$

$$\therefore OC = 2(m + 2),$$

①通过定点 (0, 1) 理由：如图，

$\therefore$ 点 A, B, C 在 $\odot P$ 上，

$$\therefore \angle OCB = \angle OAF,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BOC \text{ 中, } \tan \angle OCB = \frac{OB}{OC} = \frac{m+2}{2(m+2)} = \frac{1}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOF \text{ 中, } \tan \angle OAF = \frac{OF}{OA} = \frac{OF}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OF = 1,$$

$\therefore$ 点 F 的坐标为 (0, 1);

②如图 1，由①知，点 F (0, 1)，

$$\therefore D(0, 1),$$

$\therefore$ 点 D 在 $\odot P$ 上，

$\therefore$ 点 E 是点 C 关于抛物线的对称轴的对称点，

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot P$ 的直径，

$$\therefore \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle OCB,$$

$$\therefore \tan \angle BED = \frac{1}{2},$$

设 $BD = m$,

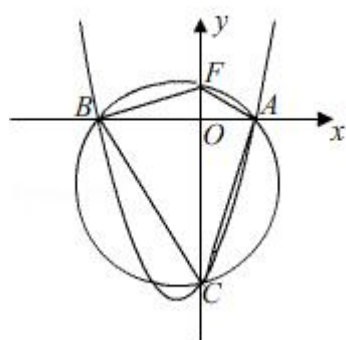
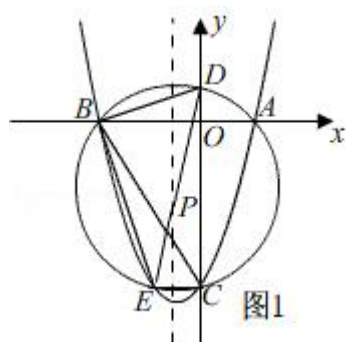
$$\text{在 Rt} \triangle BDE \text{ 中, } \tan \angle BED = \frac{BD}{BE} = \frac{m}{BE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BE = 2m,$$

$$\text{根据勾股定理得, } DE = \sqrt{BD^2 + BE^2} = \sqrt{5}m,$$

$$\therefore l = BD + BE + DE = (3 + \sqrt{5})m, \quad r = \frac{1}{2}DE = \frac{\sqrt{5}}{2}m,$$

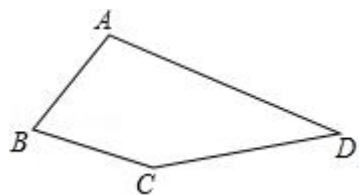
$$\therefore \frac{1}{r} = \frac{(3 + \sqrt{5})m}{\frac{\sqrt{5}}{2}m} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{5}.$$



【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了一元二次方程的根的判别式，圆周角定理，锐角三角函数，勾股定理，对称性，求出点 A，B，C 的坐标是解本题的关键．

25. (14 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\angle D=30^\circ$, $AB=BC$.

- (1) 求 $\angle A + \angle C$ 的度数;
- (2) 连接 BD , 探究 AD , BD , CD 三者之间的数量关系, 并说明理由;
- (3) 若 $AB=1$, 点 E 在四边形 $ABCD$ 内部运动, 且满足 $AE^2=BE^2+CE^2$, 求点 E 运动路径的长度.



【分析】 (1) 利用四边形内角和定理计算即可;

(2) 连接 BD . 以 BD 为边向下作等边三角形 $\triangle BDQ$. 想办法证明 $\triangle DCQ$ 是直角三角形即可解决问题;

(3) 如图 3 中, 连接 AC , 将 $\triangle ACE$ 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle ABR$, 连接 RE . 想办法证明 $\angle BEC=150^\circ$ 即可解决问题;

【解答】 解: (1) 如图 1 中,

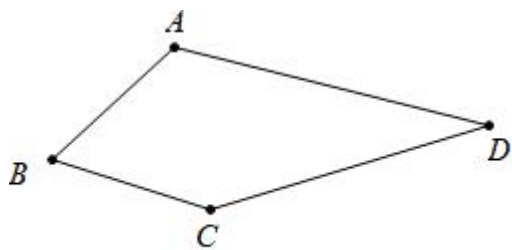


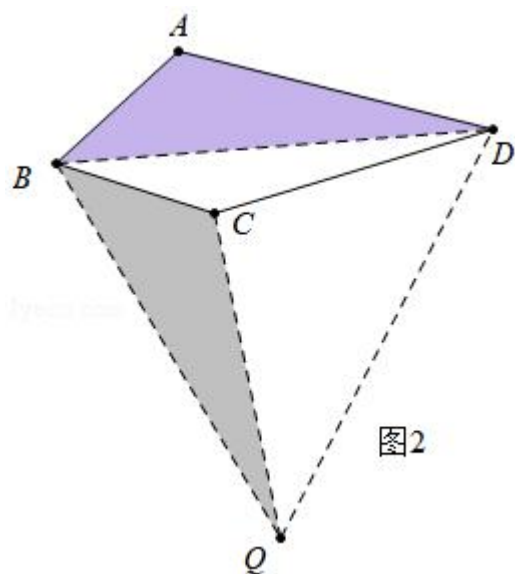
图1

在四边形 $ABCD$ 中, $\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=30^\circ$,

$$\therefore \angle A + \angle C = 360^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 270^\circ.$$

(2) 如图 2 中, 结论: $DB^2=DA^2+DC^2$.

理由: 连接 BD . 以 BD 为边向下作等边三角形 $\triangle BDQ$.



$$\because \angle ABC = \angle DBQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBQ,$$

$$\because AB = BC, \quad DB = BQ,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBQ,$$

$$\therefore AD = CQ, \quad \angle A = \angle BCQ,$$

$$\because \angle A + \angle BCD = \angle BCQ + \angle BCD = 270^\circ,$$

$$\therefore \angle BCQ = 90^\circ,$$

$$\therefore DQ^2 = DC^2 + CQ^2,$$

$$\because CQ = DA, \quad DQ = DB,$$

$$\therefore DB^2 = DA^2 + DC^2.$$

(3) 如图 3 中，连接 AC，将 $\triangle ACE$ 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle ABR$ ，连接 RE.

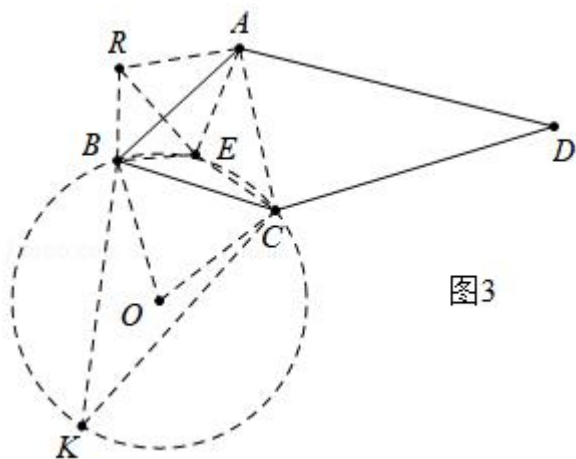


图3

则 $\triangle AER$ 是等边三角形, $\therefore EA^2 = EB^2 + EC^2$, $EA = RE$, $EC = RB$,

$$\therefore RE^2 = RB^2 + EB^2,$$

$$\therefore \angle EBR = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle RAE + \angle RBE = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ARB + \angle AEB = \angle AEC + \angle AEB = 210^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 150^\circ,$$

$\therefore$ 点E的运动轨迹在O为圆心的圆上, 在 $\odot O$ 上取一点K, 连接KB, KC, OB, OC,

$$\therefore \angle K + \angle BEC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle K = 30^\circ, \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$$\therefore \text{点E的运动路径} = \frac{60 \cdot \pi \cdot 1}{180} = \frac{\pi}{3}.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、等边三角形的判定和性质、勾股定理以及逆定理、弧长公式等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考压轴题.