

2017 年广东省深圳市中考数学试卷

一、选择题

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) 图中立体图形的主视图是 ()



- A. B. C. D.

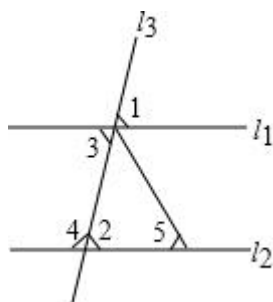
3. (3 分) 随着“一带一路”建设的不断发展,我国已与多个国家建立了经贸合作关系,去年中哈铁路(中国至哈萨克斯坦)运输量达 8200000 吨,将 8200000 用科学记数法表示为 ()

- A. 8.2×10^5 B. 82×10^5 C. 8.2×10^6 D. 82×10^7

4. (3 分) 观察下列图形,其中既是轴对称又是中心对称图形的是 ()

- A. B. C. D.

5. (3 分) 下列选项中,哪个不可以得到 $l_1 \parallel l_2$? ()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 3 = \angle 5$ D. $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

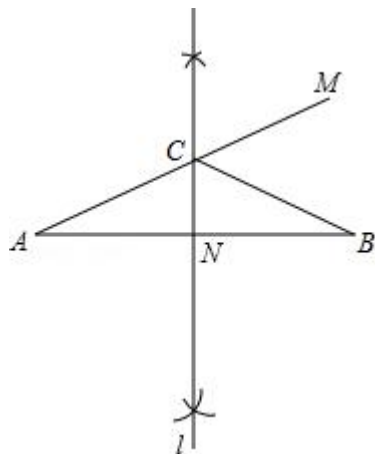
6. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 3-2x < 5 \\ x-2 < 1 \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $x > -1$ B. $x < 3$ C. $x < -1$ 或 $x > 3$ D. $-1 < x < 3$

7. (3分) 一球鞋厂，现打折促销卖出 330 双球鞋，比上个月多卖 10%，设上个月卖出 x 双，列出方程 ()

- A. $10\%x = 330$ B. $(1 - 10\%)x = 330$ C. $(1 - 10\%)^2 x = 330$ D. $(1 + 10\%)x = 330$

8. (3分) 如图，已知线段 AB ，分别以 A 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 为半径作弧，连接弧的交点得到直线 l ，在直线 l 上取一点 C ，使得 $\angle CAB = 25^\circ$ ，延长 AC 至 M ，求 $\angle BCM$ 的度数为 ()



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

9. (3分) 下列哪一个是假命题 ()

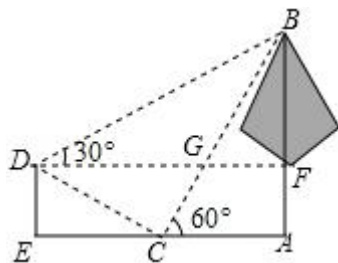
- A. 五边形外角和为 360°
 B. 切线垂直于经过切点的半径
 C. $(3, -2)$ 关于 y 轴的对称点为 $(-3, 2)$

D. 抛物线 $y=x^2-4x+2017$ 对称轴为直线 $x=2$

10. (3分) 某共享单车前 a 公里 1 元, 超过 a 公里的, 每公里 2 元, 若要使使用该共享单车 50% 的人只花 1 元钱, a 应该要取什么数 ()

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

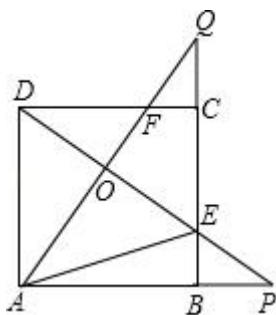
11. (3分) 如图, 学校环保社成员想测量斜坡 CD 旁一棵树 AB 的高度, 他们先在点 C 处测得树顶 B 的仰角为 60° , 然后在坡顶 D 测得树顶 B 的仰角为 30° , 已知斜坡 CD 的长度为 20m , DE 的长为 10cm , 则树 AB 的高度是 () m .



A. $20\sqrt{3}$ B. 30 C. $30\sqrt{3}$ D. 40

12. (3分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 3, $BP=CQ$, 连接 AQ , DP 交于点 O , 并分别与边 CD , BC 交于点 F , E , 连接 AE , 下列结论: ① $AQ \perp DP$; ② $OA^2 = OE \cdot OP$;

③ $S_{\triangle AOD} = S_{\text{四边形 } OECF}$; ④ 当 $BP=1$ 时, $\tan \angle OAE = \frac{13}{16}$, 其中正确结论的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

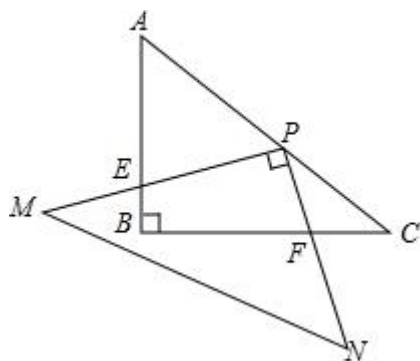
二、填空题

13. (3分) 因式分解: $a^3 - 4a =$ _____.

14. (3分) 在一个不透明的袋子里, 有 2 个黑球和 1 个白球, 除了颜色外全部相同, 任意摸两个球, 摸到 1 黑 1 白的概率是_____.

15. (3分) 阅读理解: 引入新数 i , 新数 i 满足分配律, 结合律, 交换律, 已知 $i^2 = -1$, 那么 $(1+i) \cdot (1-i) =$ _____.

16. (3分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, $Rt\triangle MPN$, $\angle MPN = 90^\circ$, 点 P 在 AC 上, PM 交 AB 于点 E , PN 交 BC 于点 F , 当 $PE = 2PF$ 时, $AP =$ _____.



三、解答题

17. (5分) 计算: $|\sqrt{2} - 2| - 2\cos 45^\circ + (-1)^{-2} + \sqrt{8}$.

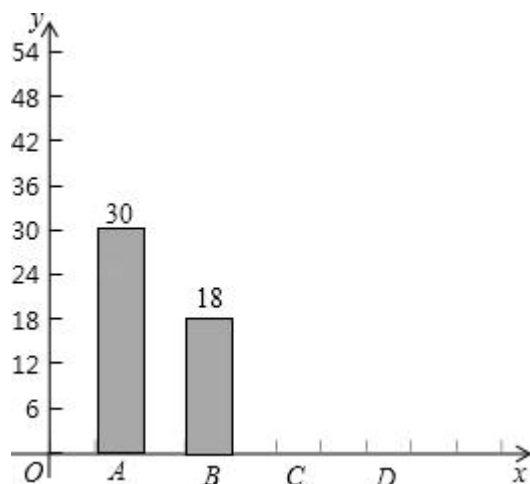
18. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{2x}{x-2} \cdot \frac{x}{x+2} \div \frac{x}{x^2-4}$, 其中 $x = -1$.

19. (7分) 深圳市某学校抽样调查, A 类学生骑共享单车, B 类学生坐公交车、私家车等, C 类学生步行, D 类学生 (其它), 根据调查结果绘制了不完整的统计图.

类型	频数	频率
A	30	x
B	18	0.15
C	m	0.40

D	n	y
---	---	---

- (1) 学生共_____人, $x=$ _____, $y=$ _____;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该校共有 2000 人, 骑共享单车的有_____人.

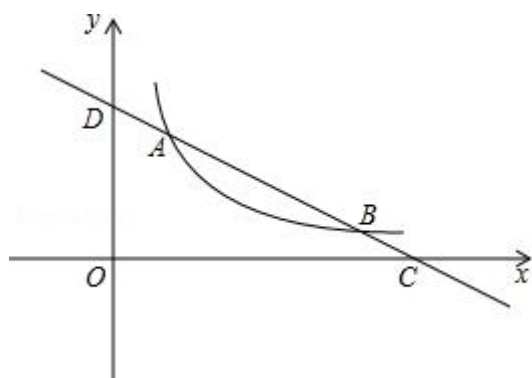


20. (8 分) 一个矩形周长为 56 厘米.

- (1) 当矩形面积为 180 平方厘米时, 长宽分别为多少?
- (2) 能围成面积为 200 平方米的矩形吗? 请说明理由.

21. (8 分) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 交于 A (2, 4), B (a, 1), 与 x 轴, y 轴分别交于点 C, D.

- (1) 直接写出一一次函数 $y=kx+b$ 的表达式和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的表达式;
- (2) 求证: $AD=BC$.

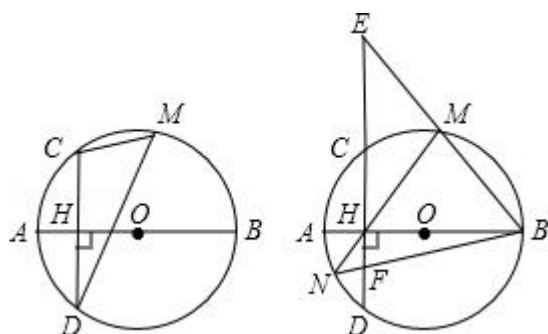


22. (9分) 如图, 线段 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 H , 点 M 是 $\widehat{CBD}$ 上任意一点, $AH=2$, $CH=4$.

(1) 求 $\odot O$ 的半径 r 的长度;

(2) 求 $\sin \angle CMD$;

(3) 直线 BM 交直线 CD 于点 E , 直线 MH 交 $\odot O$ 于点 N , 连接 BN 交 CE 于点 F , 求 $HE \cdot HF$ 的值.

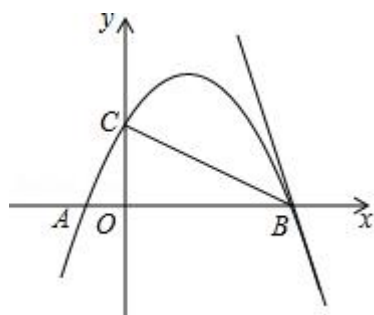


23. (9分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过点 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, 交 y 轴于点 C ;

(1) 求抛物线的解析式 (用一般式表示);

(2) 点 D 为 y 轴右侧抛物线上一点, 是否存在点 D 使 $S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABD}$? 若存在请直接给出点 D 坐标; 若不存在请说明理由;

(3) 将直线 BC 绕点 B 顺时针旋转 45° , 与抛物线交于另一点 E , 求 BE 的长.



2017 年广东省深圳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (3 分) (2017•深圳) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据绝对值的定义, 可直接得出 -2 的绝对值.

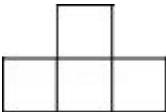
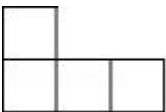
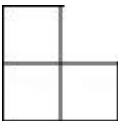
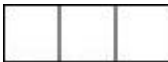
【解答】解: $|-2|=2$.

故选 B.

【点评】本题考查了绝对值的定义, 关键是利用了绝对值的性质.

2. (3 分) (2017•深圳) 图中立体图形的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】根据主视图是从正面看的图形解答.

【解答】解: 从正面看, 共有两层, 下面三个小正方体, 上面有一个小正方体, 在中间.

故选 A.

【点评】本题考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

3. (3 分) (2017•深圳) 随着“一带一路”建设的不断发展, 我国已与多个国家建立了经贸合作关系, 去年中哈铁路(中国至哈萨克斯坦)运输量达 8200000 吨, 将 8200000 用科学记数法表示为 ()

A. 8.2×10^5 B. 82×10^5 C. 8.2×10^6 D. 82×10^7

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

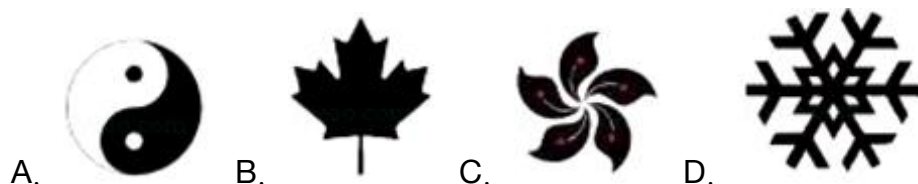
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 8200000 用科学记数法表示为: 8.2×10^6 .

故选: C.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2017•深圳) 观察下列图形, 其中既是轴对称又是中心对称图形的是 ()



【考点】 R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【分析】 根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形, 以及轴对称图形的定义即可判断出.

【解答】 解: A、是中心对称图形, 不是轴对称图形, 选项不符合题意;

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，选项不符合题意；

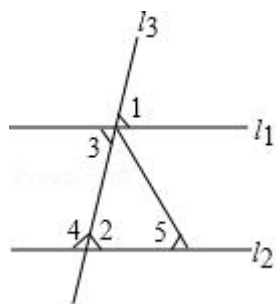
C、是中心对称图形，不是轴对称图形，选项不符合题意；

D、是中心对称图形，也是轴对称图形，选项符合题意.

故选 D.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

5. (3 分) (2017•深圳) 下列选项中，哪个不可以得到 $l_1 \parallel l_2$? ()



A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 3 = \angle 5$ D. $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

【考点】 J9: 平行线的判定.

【分析】 分别根据平行线的判定定理对各选项进行逐一判断即可.

【解答】 解: A、 $\because \angle 1 = \angle 2$, $\therefore l_1 \parallel l_2$, 故本选项错误;

B、 $\because \angle 2 = \angle 3$, $\therefore l_1 \parallel l_2$, 故本选项错误;

C、 $\angle 3 = \angle 5$ 不能判定 $l_1 \parallel l_2$, 故本选项正确;

D、 $\because \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, $\therefore l_1 \parallel l_2$, 故本选项错误.

故选 C.

【点评】 本题考查的是平行线的判定, 熟知平行线的判定定理是解答此题的关键.

6. (3 分) (2017•深圳) 不等式组
$$\begin{cases} 3 - 2x < 5 \\ x - 2 < 1 \end{cases}$$
 的解集为 ()

A. $x > -1$ B. $x < 3$ C. $x < -1$ 或 $x > 3$ D. $-1 < x < 3$

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $3 - 2x < 5$, 得: $x > -1$,

解不等式 $x - 2 < 1$, 得: $x < 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x < 3$,

故选: D.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

7. (3 分) (2017•深圳) 一球鞋厂, 现打折促销卖出 330 双球鞋, 比上个月多卖 10%, 设上个月卖出 x 双, 列出方程 ()

A. $10\%x=330$ B. $(1 - 10\%) x=330$ C. $(1 - 10\%)^2 x=330$ D. $(1+10\%) x=330$

【考点】89: 由实际问题抽象出一元一次方程.

【分析】设上个月卖出 x 双, 等量关系是: 上个月卖出的双数 $\times (1+10\%) =$ 现在卖出的双数, 依此列出方程即可.

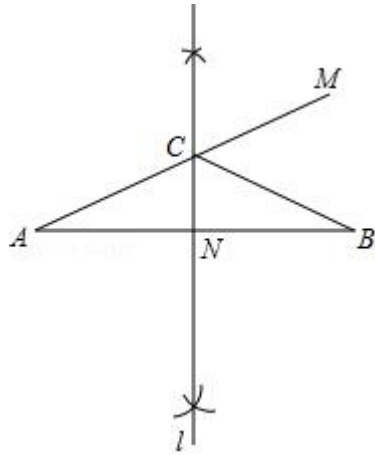
【解答】解: 设上个月卖出 x 双, 根据题意得

$$(1+10\%) x=330.$$

故选 D.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程, 理解题意找到等量关系是解决本题的关键.

8. (3分) (2017•深圳) 如图, 已知线段 AB , 分别以 A 、 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 为半径作弧, 连接弧的交点得到直线 l , 在直线 l 上取一点 C , 使得 $\angle CAB=25^\circ$, 延长 AC 至 M , 求 $\angle BCM$ 的度数为 ()



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

【考点】N2: 作图—基本作图; KG: 线段垂直平分线的性质.

【分析】根据作法可知直线 l 是线段 AB 的垂直平分线, 故可得出 $AC=BC$, 再由三角形外角的性质即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 由作法可知直线 l 是线段 AB 的垂直平分线,

$$\therefore AC=BC,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = \angle CAB + \angle CBA = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ.$$

故选 B.

【点评】本题考查的是作图—基本作图, 熟知线段垂直平分线的作法是解答此题的关键.

9. (3分) (2017•深圳) 下列哪一个是假命题 ()

- A. 五边形外角和为 360°

- B. 切线垂直于经过切点的半径
- C. $(3, -2)$ 关于 y 轴的对称点为 $(-3, 2)$
- D. 抛物线 $y=x^2 - 4x+2017$ 对称轴为直线 $x=2$

【考点】 O1: 命题与定理.

【分析】 分析是否为真命题, 需要分别分析各题设是否能推出结论, 从而利用排除法得出答案.

【解答】 解: A、五边形外角和为 360° 是真命题, 故 A 不符合题意;

B、切线垂直于经过切点的半径是真命题, 故 B 不符合题意;

C、 $(3, -2)$ 关于 y 轴的对称点为 $(-3, 2)$ 是假命题, 故 C 符合题意;

D、抛物线 $y=x^2 - 4x+2017$ 对称轴为直线 $x=2$ 是真命题, 故 D 不符合题意;

故选: C.

【点评】 主要考查命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

10. (3 分) (2017•深圳) 某共享单车前 a 公里 1 元, 超过 a 公里的, 每公里 2 元, 若要使使用该共享单车 50% 的人只花 1 元钱, a 应该要取什么数 ()
- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

【考点】 WA: 统计量的选择.

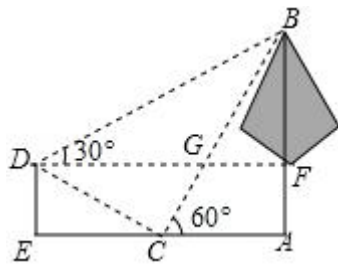
【分析】 由于要使使用该共享单车 50% 的人只花 1 元钱, 根据中位数的意义分析即可

【解答】 解: 根据中位数的意义,
故只要知道中位数就可以了.

故选 B.

【点评】 本题考查了中位数意义. 解题的关键是正确的求出这组数据的中位数.

11. (3 分) (2017•深圳) 如图, 学校环保社成员想测量斜坡 CD 旁一棵树 AB 的高度, 他们先在点 C 处测得树顶 B 的仰角为 60° , 然后在坡顶 D 测得树顶 B 的仰角为 30° , 已知斜坡 CD 的长度为 20m, DE 的长为 10m, 则树 AB 的高度是 () m.



- A. $20\sqrt{3}$ B. 30 C. $30\sqrt{3}$ D. 40

【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】先根据 $CD=20$ 米, $DE=10$ m 得出 $\angle DCE=30^\circ$, 故可得出 $\angle DCB=90^\circ$, 再由 $\angle BDF=30^\circ$ 可知 $\angle DBE=60^\circ$, 由 $DF \parallel AE$ 可得出 $\angle BGF=\angle BCA=60^\circ$, 故 $\angle GBF=30^\circ$, 所以 $\angle DBC=30^\circ$, 再由锐角三角函数的定义即可得出结论.

【解答】解: 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中,

$$\because CD=20\text{m}, DE=10\text{m},$$

$$\therefore \sin \angle DCE = \frac{DE}{CD} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle DCE=30^\circ.$$

$$\because \angle ACB=60^\circ, DF \parallel AE,$$

$$\therefore \angle BGF=60^\circ$$

$$\therefore \angle ABC=30^\circ, \angle DCB=90^\circ.$$

$$\because \angle BDF=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC=30^{\circ},$$

$$\therefore BC=\frac{CD}{\tan 30^{\circ}}=\frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=20\sqrt{3}\text{m},$$

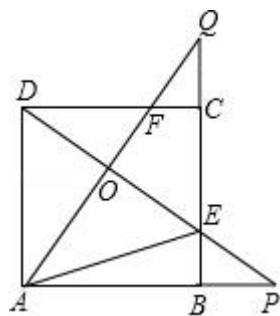
$$\therefore AB=BC\cdot\sin 60^{\circ}=20\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=30\text{m}.$$

故选 B.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，熟记锐角三角函数的定义是解答此题的关键.

12. (3 分) (2017•深圳) 如图，正方形 ABCD 的边长是 3，BP=CQ，连接 AQ，DP 交于点 O，并分别与边 CD，BC 交于点 F，E，连接 AE，下列结论：①AQ

⊥ DP；②OA²=OE•OP；③S_{△AOD}=S_{四边形 OECF}；④当 BP=1 时，tan ∠OAE= $\frac{13}{16}$ ，其中正确结论的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】 S9：相似三角形的判定与性质；KD：全等三角形的判定与性质；LE：正方形的性质；T7：解直角三角形.

【分析】 由四边形 ABCD 是正方形，得到 AD=BC，∠DAB=∠ABC=90°，根据全等三角形的性质得到 ∠P=∠Q，根据余角的性质得到 AQ⊥DP；故①正确；根据相似三角形的性质得到 AO²=OD•OP，由 OD≠OE，得到 OA²≠OE•OP；故②

错误；根据全等三角形的性质得到 $CF=BE$, $DF=CE$, 于是得到 $S_{\triangle ADF} - S_{\triangle DFO} = S$

$\triangle DCE - S_{\triangle DOF}$, 即 $S_{\triangle AOD} = S_{\text{四边形 OECF}}$; 故③正确；根据相似三角形的性质得到 $BE = \frac{3}{4}$,

求得 $QE = \frac{13}{4}$, $QO = \frac{13}{5}$, $OE = \frac{39}{20}$, 由三角函数的定义即可得到结论.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD=BC$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore BP=CQ$,

$\therefore AP=BQ$,

在 $\triangle DAP$ 与 $\triangle ABQ$ 中, $\begin{cases} AD=AB \\ \angle DAP = \angle ABQ \\ AP=BQ \end{cases}$,

$\therefore \triangle DAP \cong \triangle ABQ$,

$\therefore \angle P = \angle Q$,

$\therefore \angle Q + \angle QAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle P + \angle QAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOP = 90^\circ$,

$\therefore AQ \perp DP$;

故①正确;

$\therefore \angle DOA = \angle AOP = 90^\circ$, $\angle ADO + \angle P = \angle ADO + \angle DAO = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAO = \angle P$,

$\therefore \triangle DAO \sim \triangle APO$,

$\therefore \frac{AO}{OD} = \frac{OP}{OA}$,

$\therefore AO^2 = OD \cdot OP$,

$$\therefore AE > AB,$$

$$\therefore AE > AD,$$

$$\therefore OD \neq OE,$$

$$\therefore OA^2 \neq OE \cdot OP; \text{ 故②错误;}$$

$$\text{在} \triangle CQF \text{ 与 } \triangle BPE \text{ 中 } \begin{cases} \angle FCQ = \angle EBP \\ \angle Q = \angle P \\ CQ = BP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CQF \cong \triangle BPE,$$

$$\therefore CF = BE,$$

$$\therefore DF = CE,$$

$$\text{在} \triangle ADF \text{ 与 } \triangle DCE \text{ 中, } \begin{cases} AD = CD \\ \angle ADC = \angle DCE \\ DF = CE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} - S_{\triangle DFO} = S_{\triangle DCE} - S_{\triangle DOF},$$

$$\text{即 } S_{\triangle AOD} = S_{\text{四边形 OECF}}; \text{ 故③正确;}$$

$$\therefore BP = 1, AB = 3,$$

$$\therefore AP = 4,$$

$$\therefore \triangle AOP \sim \triangle DAP,$$

$$\therefore \frac{PB}{EB} = \frac{PA}{DA} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore BE = 4, \therefore QE = \frac{13}{4},$$

$$\therefore \triangle QOE \sim \triangle PAD,$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{QO}{PA} &= \frac{OE}{AD} = \frac{QE}{PD} = \frac{\frac{13}{4}}{5}, \\ \therefore QO &= \frac{13}{5}, \quad OE = \frac{39}{5}, \\ \therefore AO &= 5 - QO = \frac{12}{5}, \\ \therefore \tan \angle OAE &= \frac{OE}{OA} = \frac{\frac{39}{5}}{\frac{12}{5}} = \frac{13}{4}, \text{ 故④正确,}\end{aligned}$$

故选 C.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，正方形的性质，三角函数的定义，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

二、填空题

13. (3 分) (2017•深圳) 因式分解: $a^3 - 4a = \underline{a(a+2)(a-2)}$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】 44 : 因式分解.

【分析】 首先提取公因式 a , 进而利用平方差公式分解因式得出即可.

【解答】 解: $a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a+2)(a-2)$.

故答案为: $a(a+2)(a-2)$.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法和公式法分解因式, 熟练掌握平方差公式是解题关键.

14. (3 分) (2017•深圳) 在一个不透明的袋子里, 有 2 个黑球和 1 个白球, 除了颜色外全部相同, 任意摸两个球, 摸到 1 黑 1 白的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与所摸到 1 黑 1 白的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解：依题意画树状图得：



∴ 共有 6 种等可能的结果，所摸到的球恰好为 1 黑 1 白的有 4 种情况，

∴ 所摸到的球恰好为 1 黑 1 白的概率是： $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 解题时注意：概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (3 分) (2017•深圳) 阅读理解：引入新数 i ，新数 i 满足分配律，结合律，交换律，已知 $i^2 = -1$ ，那么 $(1+i) \cdot (1-i) = \underline{2}$.

【考点】4F：平方差公式；2C：实数的运算.

【专题】23：新定义.

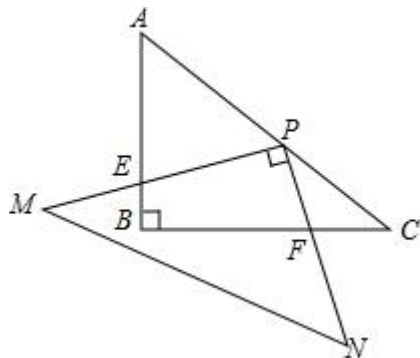
【分析】根据定义即可求出答案.

【解答】解：由题意可知：原式 $= 1 - i^2 = 1 - (-1) = 2$

故答案为：2

【点评】本题考查新定义型运算，解题的关键是正确理解新定义，本题属于基础题型.

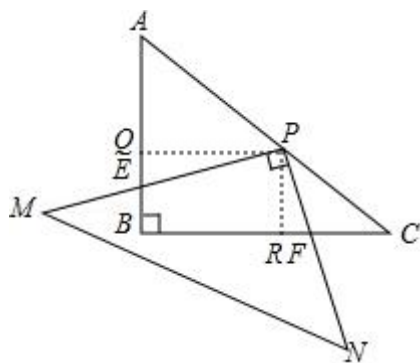
16. (3分) (2017•深圳) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=3$, $BC=4$, $\text{Rt}\triangle MPN$, $\angle MPN=90^\circ$, 点 P 在 AC 上, PM 交 AB 于点 E , PN 交 BC 于点 F , 当 $PE=2PF$ 时, $AP=\underline{3}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】如图作 $PQ \perp AB$ 于 Q , $PR \perp BC$ 于 R . 由 $\triangle QPE \sim \triangle RPF$, 推出 $\frac{PQ}{PR} = \frac{PE}{PF} = 2$, 可得 $PQ=2PR=2BQ$, 由 $PQ \parallel BC$, 可得 $AQ:QP:AP=AB:BC:AC=3:4:5$, 设 $PQ=4x$, 则 $AQ=3x$, $AP=5x$, $BQ=2x$, 可得 $2x+3x=3$, 求出 x 即可解决问题.

【解答】解: 如图作 $PQ \perp AB$ 于 Q , $PR \perp BC$ 于 R .



$$\therefore \angle PQB = \angle QBR = \angle BRP = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $PQBR$ 是矩形,

$$\therefore \angle QPR = 90^\circ = \angle MPN,$$

$$\therefore \angle QPE = \angle RPF,$$

$$\therefore \triangle QPE \sim \triangle RPF,$$

$$\therefore \frac{PQ}{PR} = \frac{PE}{PF} = 2,$$

$$\therefore PQ = 2PR = 2BQ,$$

$$\therefore PQ \parallel BC,$$

$$\therefore AQ:QP:AP = AB:BC:AC = 3:4:5, \text{ 设 } PQ=4x, \text{ 则 } AQ=3x, AP=5x, BQ=2x,$$

$$\therefore 2x+3x=3,$$

$$\therefore x=\frac{3}{5},$$

$$\therefore AP=5x=3.$$

故答案为 3.

【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质、勾股定理、矩形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造相似三角形解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题

17. (5 分) (2017•深圳) 计算: $|\sqrt{2}-2| - 2\cos 45^\circ + (-1)^{-2} + \sqrt{8}$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 因为 $\sqrt{2} < 2$, 所以 $|\sqrt{2}-2| = 2 - \sqrt{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 分别计算后相加即可.

【解答】 解: $|\sqrt{2}-2| - 2\cos 45^\circ + (-1)^{-2} + \sqrt{8}$,

$$= 2 - \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 2\sqrt{2},$$

$$= 2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2},$$

$$= 3.$$

【点评】 本题考查了有关负整数指数、特殊的三角函数值、乘方等知识的计算，属于常考题型，此类计算题要细心，熟练掌握特殊角的三角函数值，明确实数的运算法则.

18. (6 分) (2017•深圳) 先化简，再求值： $\frac{2x}{x-2}+\frac{x}{x+2} \div \frac{x}{x^2-4}$ ，其中 $x=-1$.

【考点】 6D：分式的化简求值.

【分析】 根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】 解：当 $x=-1$ 时，

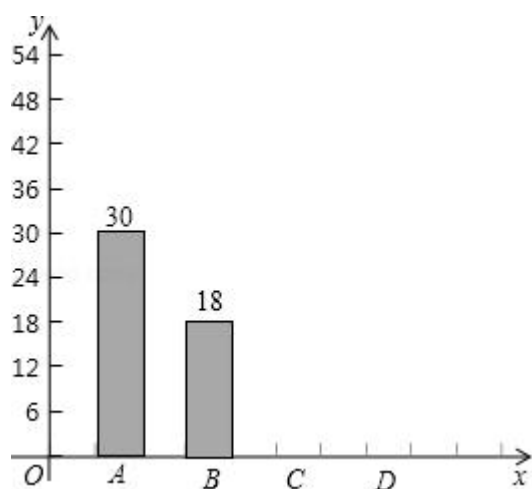
$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{2x(x+2)+x(x-2)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x} \\ &= 3x+2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

【点评】 本题考查分式的运算，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

19. (7 分) (2017•深圳) 深圳市某学校抽样调查，A 类学生骑共享单车，B 类学生坐公交车、私家车等，C 类学生步行，D 类学生（其它），根据调查结果绘制了不完整的统计图.

类型	频数	频率
A	30	x
B	18	0.15
C	m	0.40
D	n	y

- (1) 学生共 120 人， $x=$ 0.25， $y=$ 0.2；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 若该校共有 2000 人，骑共享单车的有 500 人.



【考点】VC：条形统计图；V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表.

【分析】（1）根据 B 类学生坐公交车、私家车的人数以及频率，求出总人数，再根据频数与频率的关系一一解决即可；

（2）求出 m、n 的值，画出条形图即可；

（3）用样本估计总体的思想即可解决问题；

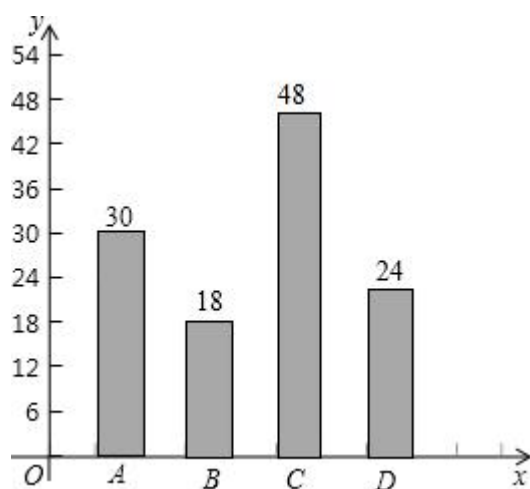
【解答】解：（1）由题意总人数 $= \frac{18}{0.15} = 120$ 人，

$$x = \frac{30}{120} = 0.25, \quad m = 120 \times 0.4 = 48,$$

$$y = 1 - 0.25 - 0.4 - 0.15 = 0.2,$$

$$n = 120 \times 0.2 = 24,$$

（2）条形图如图所示，



(3) $2000 \times 0.25 = 500$ 人,

故答案为 500.

【点评】 本题考查条形图、频率分布表、样本估计总体等知识，解题的关键是记

住频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总人数}}$ ，频率之和为 1，属于中考常考题型.

20. (8 分) (2017•深圳) 一个矩形周长为 56 厘米.

(1) 当矩形面积为 180 平方厘米时，长宽分别为多少？

(2) 能围成面积为 200 平方米的矩形吗？请说明理由.

【考点】 AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 (1) 设出矩形的一边长为未知数，用周长公式表示出另一边长，根据面积列出相应方程求解即可.

(2) 同样列出方程，若方程有解则可，否则就不可以.

【解答】 解：(1) 设矩形的长为 x 厘米，则另一边长为 $(28 - x)$ 厘米，依题意有

$$x(28 - x) = 180,$$

解得 $x_1=10$ (舍去), $x_2=18$,

$$28 - x = 28 - 18 = 10.$$

故长为 18 厘米, 宽为 10 厘米;

(2) 设矩形的长为 x 厘米, 则宽为 $(28 - x)$ 厘米, 依题意有

$$x(28 - x) = 200,$$

$$\text{即 } x^2 - 28x + 200 = 0,$$

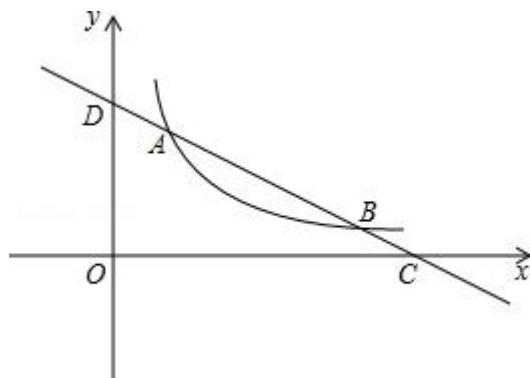
$$\text{则 } \Delta = 28^2 - 4 \times 200 = 784 - 800 < 0, \text{ 原方程无解,}$$

故不能围成一个面积为 200 平方厘米的矩形.

【点评】 考查一元二次方程的应用; 用到的知识点为: 长方形的长=周长的一半 - 宽. 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系, 列出方程, 再求解.

21. (8 分) (2017•深圳) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 交于 A (2, 4), B (a, 1), 与 x 轴, y 轴分别交于点 C, D.

- (1) 直接写出一一次函数 $y=kx+b$ 的表达式和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的表达式;
- (2) 求证: $AD=BC$.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 先确定出反比例函数的解析式，进而求出点 B 的坐标，最后用待定系数法求出直线 AB 的解析式；

(2) 由 (1) 知，直线 AB 的解析式，进而求出 C，D 坐标，构造直角三角形，利用勾股定理即可得出结论.

【解答】解：(1) 将点 A (2, 4) 代入 $y = \frac{m}{x}$ 中，得， $m = 2 \times 4 = 8$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{8}{x}$,

将点 B (a, 1) 代入 $y = \frac{8}{x}$ 中，得， $a = 8$,

$\therefore B (8, 1)$,

将点 A (2, 4)，B (8, 1) 代入 $y = kx + b$ 中，得， $\begin{cases} 8k + b = 1 \\ 2k + b = 4 \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 5 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 5$;

(2) $\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 5$,

$\therefore C (10, 0)$ ， $D (0, 5)$,

如图，

过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于 E，过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F，

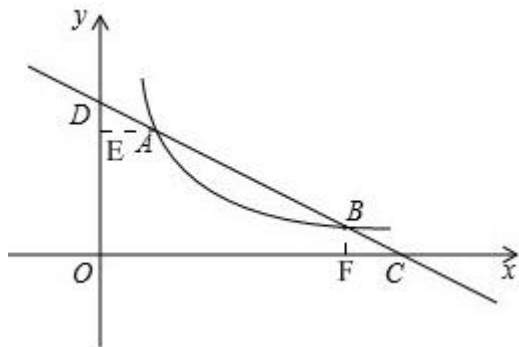
$\therefore E (0, 4)$ ， $F (8, 0)$,

$\therefore AE = 2$ ， $DE = 1$ ， $BF = 1$ ， $CF = 2$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中，根据勾股定理得， $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中，根据勾股定理得， $BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{5}$ ，

$\therefore AD = BC$.



【点评】 此题是反比例函数与一次函数交点坐标问题，主要考查了待定系数法，勾股定理，解（1）的关键是掌握待定系数法求函数的解析式，解（2）的关键是构造直角三角形.

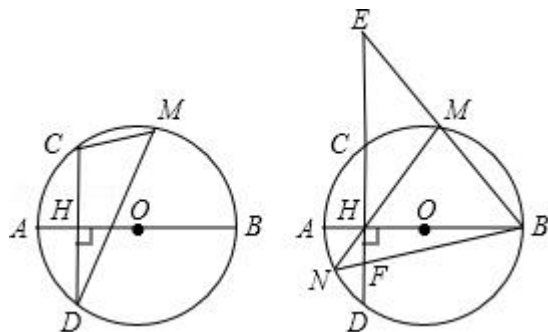
22. (9分) (2017•深圳) 如图，线段 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 H ，

点 M 是 $\widehat{CBD}$ 上任意一点， $AH = 2$ ， $CH = 4$.

(1) 求 $\odot O$ 的半径 r 的长度；

(2) 求 $\sin \angle CMD$ ；

(3) 直线 BM 交直线 CD 于点 E ，直线 MH 交 $\odot O$ 于点 N ，连接 BN 交 CE 于点 F ，求 $HE \cdot HF$ 的值.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle COH$ 中，利用勾股定理即可解决问题；

(2) 只要证明 $\angle CMD = \angle COA$, 求出 $\sin \angle COA$ 即可;

(3) 由 $\triangle EHM \sim \triangle NHF$, 推出 $\frac{HE}{HN} = \frac{HM}{HF}$, 推出 $HE \cdot HF = HM \cdot HN$, 又 $HM \cdot HN = AH \cdot HB$, 推出 $HE \cdot HF = AH \cdot HB$, 由此即可解决问题.

【解答】解: (1) 如图 1 中, 连接 OC.

$$\because AB \perp CD,$$

$$\therefore \angle CHO = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle COH$ 中, $\because OC = r$, $OH = r - 2$, $CH = 4$,

$$\therefore r^2 = 4^2 + (r - 2)^2,$$

$$\therefore r = 5.$$

(2) 如图 1 中, 连接 OD.

$$\because AB \perp CD, AB \text{ 是直径},$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AC} = \frac{1}{2} \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle COD,$$

$$\therefore \angle CMD = \frac{1}{2} \angle COD,$$

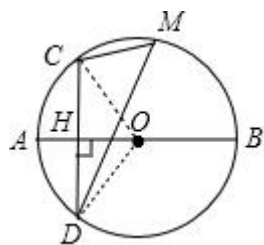
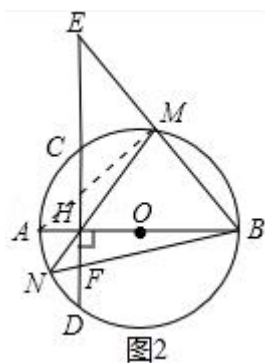
$$\therefore \angle CMD = \angle COA,$$

$$\therefore \sin \angle CMD = \sin \angle COA = \frac{CH}{CO} = \frac{4}{5}.$$

(3) 如图 2 中, 连接 AM.

$$\because AB \text{ 是直径},$$

$\therefore \angle AMB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle MAB + \angle ABM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle E + \angle ABM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle E = \angle MAB$,
 $\therefore \angle MAB = \angle MNB = \angle E$,
 $\therefore \angle EHM = \angle NHFM$
 $\therefore \triangle EHM \sim \triangle NHF$,
 $\frac{HE}{HN} = \frac{HM}{HF}$,
 $\therefore HE \cdot HF = HM \cdot HN$,
 $\therefore HM \cdot HN = AH \cdot HB$,
 $\therefore HE \cdot HF = AH \cdot HB = 2 \cdot (10 - 2) = 16$.



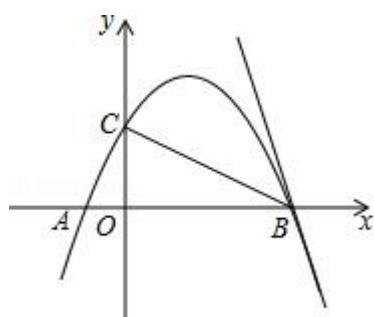
【点评】 本题考查圆综合题、垂径定理、勾股定理、相似三角形的判定和性质、相交弦定理、锐角三角函数等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会用转化的思想思考问题，属于中考压轴题．

23. (9分) (2017•深圳) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过点 A (-1, 0), B (4, 0), 交 y 轴于点 C;

(1) 求抛物线的解析式 (用一般式表示);

(2) 点 D 为 y 轴右侧抛物线上一点, 是否存在点 D 使 $S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABD}$? 若存在请直接给出点 D 坐标; 若不存在请说明理由;

(3) 将直线 BC 绕点 B 顺时针旋转 45° , 与抛物线交于另一点 E, 求 BE 的长.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由 A、B 的坐标, 利用待定系数法可求得抛物线解析式;

(2) 由条件可求得点 D 到 x 轴的距离, 即可求得 D 点的纵坐标, 代入抛物线解析式可求得 D 点坐标;

(3) 由条件可证得 $BC \perp AC$, 设直线 AC 和 BE 交于点 F, 过 F 作 $FM \perp x$ 轴于点 M, 则可得 $BF = BC$, 利用平行线分线段成比例可求得 F 点的坐标, 利用待定系数法可求得直线 BE 解析式, 联立直线 BE 和抛物线解析式可求得 E 点坐标, 则可求得 BE 的长.

【解答】 解:

(1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过点 A (-1, 0), B (4, 0),

$$\therefore \begin{cases} a-b+2=0 \\ 16a+4b+2=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases},$$

∴ 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$;

(2) 由题意可知 C (0, 2), A (-1, 0), B (4, 0),

∴ AB=5, OC=2,

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$,

∴ $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle ABD}$,

∴ $S_{\triangle ABD} = \frac{3}{2} \times 5 = \frac{15}{2}$,

设 D (x, y),

∴ $\frac{1}{2}AB \cdot |y| = \frac{1}{2} \times 5|y| = \frac{15}{2}$, 解得 $|y| = 3$,

当 $y = 3$ 时, 由 $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 3$, 解得 $x = 1$ 或 $x = 2$, 此时 D 点坐标为 (1, 3) 或 (2, 3);

当 $y = -3$ 时, 由 $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = -3$, 解得 $x = -2$ (舍去) 或 $x = 5$, 此时 D 点坐标为 (5, -3);

综上所述存在满足条件的点 D, 其坐标为 (1, 3) 或 (2, 3) 或 (5, -3);

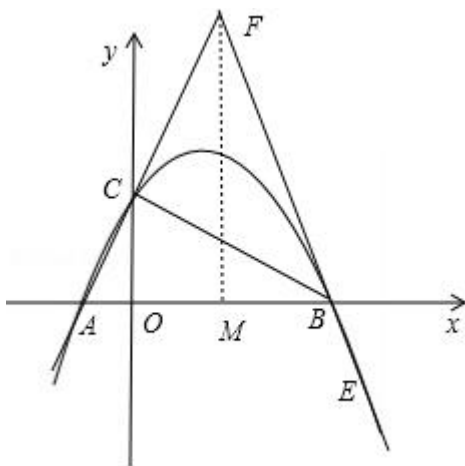
(3) ∵ AO=1, OC=2, OB=4, AB=5,

∴ $AC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

∴ $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

∴ $\triangle ABC$ 为直角三角形, 即 $BC \perp AC$,

如图, 设直线 AC 与直线 BE 交于点 F, 过 F 作 $FM \perp x$ 轴于点 M,



由题意可知 $\angle FBC=45^\circ$,

$$\therefore \angle CFB=45^\circ,$$

$$\therefore CF=BC=2\sqrt{5},$$

$$\therefore \frac{AO}{OM} = \frac{AC}{CF}, \text{ 即 } \frac{1}{OM} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}, \text{ 解得 } OM=2, \frac{OC}{FM} = \frac{AC}{AF}, \text{ 即 } \frac{2}{FM} = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}, \text{ 解得 } FM=6,$$

$$\therefore F(2, 6), \text{ 且 } B(4, 0),$$

设直线 BE 解析式为 $y=kx+m$, 则可得 $\begin{cases} 2k+m=6 \\ 4k+m=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-3 \\ b=12 \end{cases}$,

$$\therefore \text{直线 BE 解析式为 } y=-3x+12,$$

联立直线 BE 和抛物线解析式可得 $\begin{cases} y=-3x+12 \\ y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$,

$$\therefore E(5, -3),$$

$$\therefore BE=\sqrt{(5-4)^2+(-3)^2}=\sqrt{10}.$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、三角形面积、勾股定理及其逆定理、平行线分线段成比例、函数图象的交点、等腰直角三角形的性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中注意待定系数法的应用, 在 (2)

中求得 D 点的纵坐标是解题的关键, 在 (3) 中由条件求得直线 BE 的解析式是

解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 特别是最后一问, 有一定的难度.