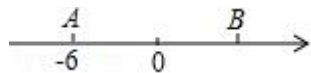


2017 年广东省广州市中考数学试卷

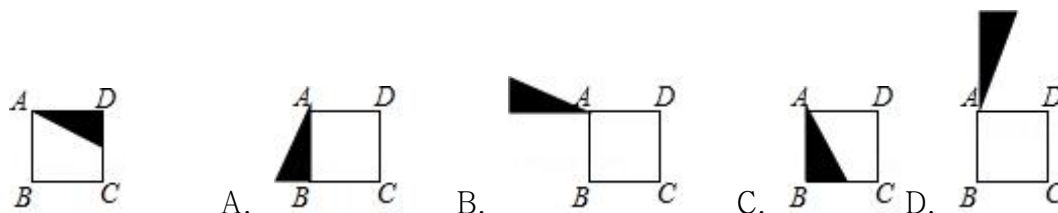
一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 如图，数轴上两点 A, B 表示的数互为相反数，则点 B 表示的数为 ()



- A. -6 B. 6 C. 0 D. 无法确定

2. (3 分) 如图，将正方形 ABCD 中的阴影三角形绕点 A 顺时针旋转 90° 后，得到的图形为 ()



3. (3 分) 某 6 人活动小组为了解本组成员的年龄情况，作了一次调查，统计的年龄如下（单位：岁）：12, 13, 14, 15, 15, 15，这组数据中的众数，平均数分别为 ()

- A. 12, 14 B. 12, 15 C. 15, 14 D. 15, 13

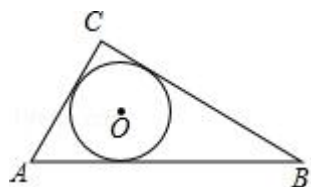
4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $\frac{3a+b}{6} = \frac{a+b}{2}$ B. $2 \times \frac{a+b}{3} = \frac{2a+b}{3}$ C. $\sqrt{a^2} = a$ D. $|a| = a$ ($a \geq 0$)

5. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 8x + q = 0$ 有两个不相等的实数根，则 q 的取值范围是 ()

- A. $q < 16$ B. $q > 16$ C. $q \leq 4$ D. $q \geq 4$

6. (3 分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，则点 O 是 $\triangle ABC$ 的 ()

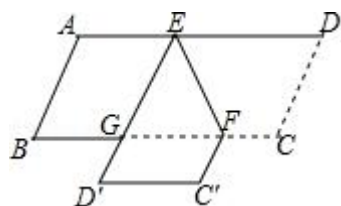


- A. 三条边的垂直平分线的交点 B. 三条角平分线的交点
C. 三条中线的交点 D. 三条高的交点

7. (3 分) 计算 $(a^2b)^3 \cdot \frac{b^2}{a}$ 的结果是 ()

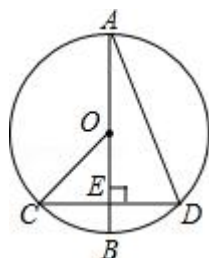
- A. a^5b^5 B. a^4b^5 C. ab^5 D. a^5b^6

8. (3分) 如图, E, F 分别是 $\square ABCD$ 的边 AD、BC 上的点, $EF=6$, $\angle DEF=60^\circ$, 将四边形 EFCD 沿 EF 翻折, 得到 $EFC'D'$, ED' 交 BC 于点 G, 则 $\triangle GEF$ 的周长为 ()



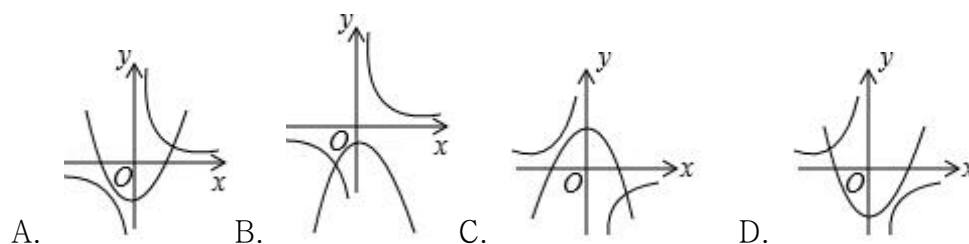
- A. 6 B. 12 C. 18 D. 24

9. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, CD 是弦, $AB \perp CD$, 垂足为 E, 连接 CO, AD, $\angle BAD=20^\circ$, 则下列说法中正确的是 ()



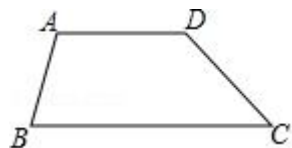
- A. $AD=2OB$ B. $CE=EO$ C. $\angle OCE=40^\circ$ D. $\angle BOC=2\angle BAD$

10. (3分) $a \neq 0$, 函数 $y = \frac{a}{x}$ 与 $y = -ax^2 + a$ 在同一直角坐标系中的大致图象可能是 ()



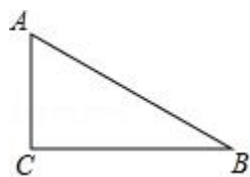
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3分) 如图, 四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle A=110^\circ$, 则 $\angle B=$ _____.

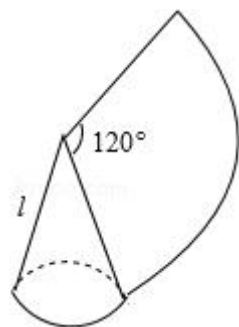


12. (3分) 分解因式: $xy^2 - 9x =$ _____.
13. (3分) 当 $x=$ _____时, 二次函数 $y=x^2 - 2x+6$ 有最小值_____.

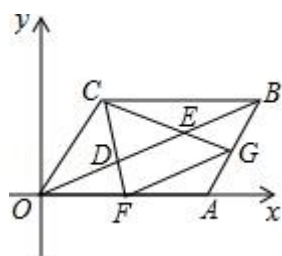
14. (3分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=15$, $\tan A=\frac{15}{8}$, 则 $AB=$ _____.



15. (3分) 如图, 圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 120° 的扇形, 若圆锥的底面圆半径是 $\sqrt{5}$, 则圆锥的母线 $l=$ _____.



16. (3分) 如图, 平面直角坐标系中 O 是原点, $\square ABCD$ 的顶点 A, C 的坐标分别是 $(8, 0)$, $(3, 4)$, 点 D, E 把线段 OB 三等分, 延长 CD, CE 分别交 OA, AB 于点 F, G , 连接 FG . 则下列结论: ① F 是 OA 的中点; ② $\triangle OFD$ 与 $\triangle BEG$ 相似; ③ 四边形 $DEGF$ 的面积是 $\frac{20}{3}$; ④ $OD=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ 其中正确的结论是_____ (填写所有正确结论的序号).

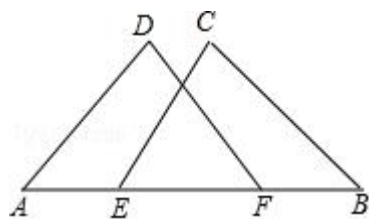


三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 102 分)

17. (9分) 解方程组
$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$$
.

18. (9分) 如图, 点 E, F 在 AB 上, $AD=BC$, $\angle A=\angle B$, $AE=BF$. 求证: $\triangle ADF$

$\cong \triangle BCE$.



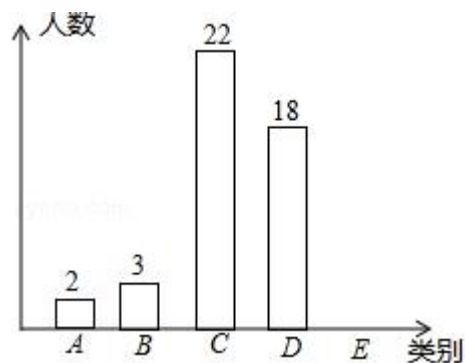
19. (10 分) 某班为了解学生一学期做义工的时间情况, 对全班 50 名学生进行调查, 按做义工的时间 t (单位: 小时), 将学生分成五类: A 类 ($0 \leq t \leq 2$), B 类 ($2 < t \leq 4$), C 类 ($4 < t \leq 6$), D 类 ($6 < t \leq 8$), E 类 ($t > 8$).

绘制成尚不完整的条形统计图如图. 根据以上信息, 解答下列问题:

(1) E 类学生有_____人, 补全条形统计图;

(2) D 类学生人数占被调查总人数的_____%;

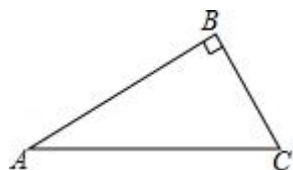
(3) 从该班做义工时间在 $0 \leq t \leq 4$ 的学生中任选 2 人, 求这 2 人做义工时间都在 $2 < t \leq 4$ 中的概率.



20. (10 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$.

(1) 利用尺规作线段 AC 的垂直平分线 DE，垂足为 E，交 AB 于点 D，(保留作图痕迹，不写作法)

(2) 若 $\triangle ADE$ 的周长为 a ，先化简 $T = (a+1)^2 - a(a-1)$ ，再求 T 的值.



21. (12 分) 甲、乙两个工程队均参与某筑路工程，先由甲队筑路 60 公里，再由乙队完成剩下的筑路工程，已知乙队筑路总公里数是甲队筑路总公里数的 $\frac{4}{3}$ 倍，甲队比乙队多筑路 20 天.

(1) 求乙队筑路的总公里数;

(2) 若甲、乙两队平均每天筑路公里数之比为 5: 8，求乙队平均每天筑路多少公里.

22. (12 分) 将直线 $y=3x+1$ 向下平移 1 个单位长度，得到直线 $y=3x+m$ ，若反比

例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与直线 $y = 3x + m$ 相交于点 A，且点 A 的纵坐标是 3.

(1) 求 m 和 k 的值;

(2) 结合图象求不等式 $3x + m > \frac{k}{x}$ 的解集.

23. (12 分) 已知抛物线 $y_1 = -x^2 + mx + n$ ，直线 $y_2 = kx + b$ ， y_1 的对称轴与 y_2 交于点 A (-1, 5)，点 A 与 y_1 的顶点 B 的距离是 4.

(1) 求 y_1 的解析式;

(2) 若 y_2 随着 x 的增大而增大，且 y_1 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点，求 y_2 的解析式.

24. (14 分) 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O， $\triangle COD$ 关于 CD

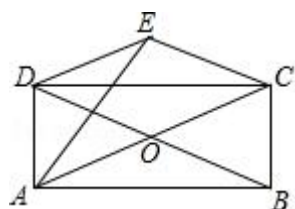
的对称图形为 $\triangle CED$.

(1) 求证：四边形 $OCED$ 是菱形；

(2) 连接 AE ，若 $AB=6\text{cm}$ ， $BC=\sqrt{5}\text{cm}$.

①求 $\sin \angle EAD$ 的值；

②若点 P 为线段 AE 上一动点（不与点 A 重合），连接 OP ，一动点 Q 从点 O 出发，以 1cm/s 的速度沿线段 OP 匀速运动到点 P ，再以 1.5cm/s 的速度沿线段 PA 匀速运动到点 A ，到达点 A 后停止运动，当点 Q 沿上述路线运动到点 A 所需要的时间最短时，求 AP 的长和点 Q 走完全程所需的时间.



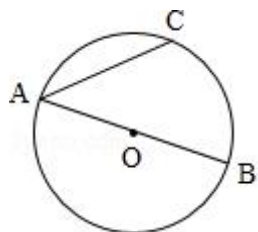
25. (14 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ ， $AB=2$ ，连接 AC .

(1) 求证: $\angle CAB=45^\circ$;

(2) 若直线 l 为 $\odot O$ 的切线, C 是切点, 在直线 l 上取一点 D , 使 $BD=AB$, BD 所在的直线与 AC 所在的直线相交于点 E , 连接 AD .

①试探究 AE 与 AD 之间的是数量关系, 并证明你的结论;

② $\frac{EB}{CD}$ 是否为定值? 若是, 请求出这个定值; 若不是, 请说明理由.

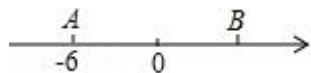


2017 年广东省广州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 如图，数轴上两点 A, B 表示的数互为相反数，则点 B 表示的数为 ()



- A. -6 B. 6 C. 0 D. 无法确定

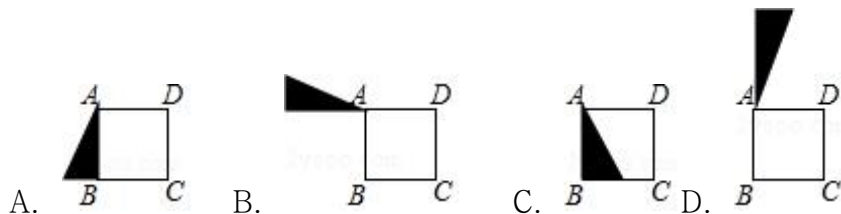
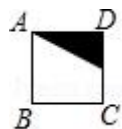
【分析】 根据数轴上点的位置，利用相反数定义确定出 B 表示的数即可.

【解答】 解：∵ 数轴上两点 A, B 表示的数互为相反数，点 A 表示的数为 -6，
∴ 点 B 表示的数为 6，

故选 B

【点评】 此题考查了数轴，以及相反数，熟练掌握相反数的性质是解本题的关键.

2. (3 分) 如图，将正方形 ABCD 中的阴影三角形绕点 A 顺时针旋转 90° 后，得到的图形为 ()



【分析】 根据旋转的性质即可得到结论.

【解答】 解：由旋转的性质得，将正方形 ABCD 中的阴影三角形绕点 A 顺时针旋转 90° 后，得到的图形为 A，

故选 A.

【点评】 本题考查了旋转的性质，正方形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

3. (3 分) 某 6 人活动小组为了解本组成员的年龄情况，作了一次调查，统计的

年龄如下 (单位: 岁): 12, 13, 14, 15, 15, 15, 这组数据中的众数, 平均数分别为 ()

A. 12, 14 B. 12, 15 C. 15, 14 D. 15, 13

【分析】观察这组数据发现 15 出现的次数最多, 进而得到这组数据的众数为 15, 将六个数据相加求出之和, 再除以 6 即可求出这组数据的平均数.

【解答】解: $\because$ 这组数据中, 12 出现了 1 次, 13 出现了 1 次, 14 出现了 1 次, 15 出现了 3 次,

$\therefore$ 这组数据的众数为 15,

$\therefore$ 这组数据分别为: 12、13、14、15、15、15

$\therefore$ 这组数据的平均数 $\frac{12+13+14+15+15+15}{6}=14$.

故选 C

【点评】此题考查了众数及算术平均数, 众数即为这组数据中出现次数最多的数, 算术平均数即为所有数之和与数的个数的商.

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $\frac{3a+b}{6}-\frac{a+b}{2}$ B. $2 \times \frac{a+b}{3}-\frac{2a+b}{3}$ C. $\sqrt{a^2}=a$ D. $|a|=a$ ($a \geq 0$)

【分析】直接利用分式的基本性质以及绝对值的性质、二次根式的性质分别化简求出答案.

【解答】解: A、 $\frac{3a+b}{6}$ 无法化简, 故此选项错误;

B、 $2 \times \frac{a+b}{3}-\frac{2a+b}{3}$, 故此选项错误;

C、 $\sqrt{a^2}=|a|$, 故此选项错误;

D、 $|a|=a$ ($a \geq 0$), 正确.

故选: D.

【点评】此题主要考查了分式的基本性质以及绝对值的性质、二次根式的性质, 正确掌握相关性质是解题关键.

5. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+8x+q=0$ 有两个不相等的实数根, 则 q 的取值范围是 ()

A. $q < 16$ B. $q > 16$ C. $q \leq 4$ D. $q \geq 4$

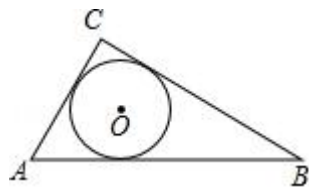
【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta = 64 - 4q > 0$ ，解之即可得出 q 的取值范围.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 8x + q = 0$ 有两个不相等的实数根，
 $\therefore \Delta = 8^2 - 4q = 64 - 4q > 0$ ，
解得： $q < 16$.

故选 A.

【点评】本题考查了根的判别式，牢记“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

6. (3分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，则点 O 是 $\triangle ABC$ 的 ()



A. 三条边的垂直平分线的交点 B. 三条角平分线的交点
C. 三条中线的交点 D. 三条高的交点

【分析】根据三角形的内切圆得出点 O 到三边的距离相等，即可得出结论.

【解答】解： $\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，
则点 O 到三边的距离相等，
 $\therefore$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线的交点；
故选：B.

【点评】本题考查了三角形的内切圆与内心；熟练掌握三角形的内切圆的圆心性质是关键.

7. (3分) 计算 $(a^2b)^3 \cdot \frac{b^2}{a}$ 的结果是 ()

A. a^5b^5 B. a^4b^5 C. ab^5 D. a^5b^6

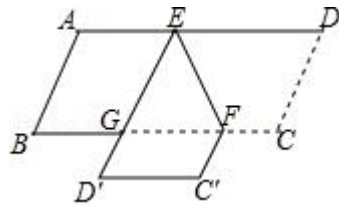
【分析】根据积的乘方等于乘方的积，分式的乘法，可得答案.

【解答】解：原式 $= a^6b^3 \cdot \frac{b^2}{a} = a^5b^5$ ，

故选：A.

【点评】 本题考查了分式的乘除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

8. (3分) 如图, E, F 分别是 $\square ABCD$ 的边 AD、BC 上的点, $EF=6$, $\angle DEF=60^\circ$, 将四边形 EFCD 沿 EF 翻折, 得到 $EFC'D'$, ED' 交 BC 于点 G, 则 $\triangle GEF$ 的周长为 ()



A. 6 B. 12 C. 18 D. 24

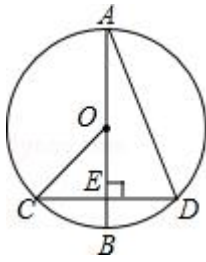
【分析】 根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$, 由平行线的性质得到 $\angle AEG = \angle EGF$, 根据折叠的性质得到 $\angle GEF = \angle DEF = 60^\circ$, 推出 $\triangle EGF$ 是等边三角形, 于是得到结论.

【解答】 解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle AEG = \angle EGF$,
 $\because$ 将四边形 EFCD 沿 EF 翻折, 得到 $EFC'D'$,
 $\therefore \angle GEF = \angle DEF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle AEG = 60^\circ$,
 $\therefore \angle EGF = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle EGF$ 是等边三角形,
 $\because EF = 6$,
 $\therefore \triangle GEF$ 的周长 = 18,

故选 C.

【点评】 本题考查了翻折变换的性质、平行四边形的性质、等边三角形的判定, 熟练掌握翻折变换的性质是解决问题的关键.

9. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, CD 是弦, $AB \perp CD$, 垂足为 E, 连接 CO, AD, $\angle BAD = 20^\circ$, 则下列说法中正确的是 ()



- A. $AD=2OB$ B. $CE=EO$ C. $\angle OCE=40^\circ$ D. $\angle BOC=2\angle BAD$

【分析】先根据垂径定理得到 $\widehat{BC}=\widehat{BD}$, $CE=DE$, 再利用圆周角定理得到 $\angle BOC=40^\circ$, 则根据互余可计算出 $\angle OCE$ 的度数, 于是可对各选项进行判断.

【解答】解: $\because AB \perp CD$,

$$\therefore \widehat{BC}=\widehat{BD}, CE=DE,$$

$$\therefore \angle BOC=2\angle BAD=40^\circ,$$

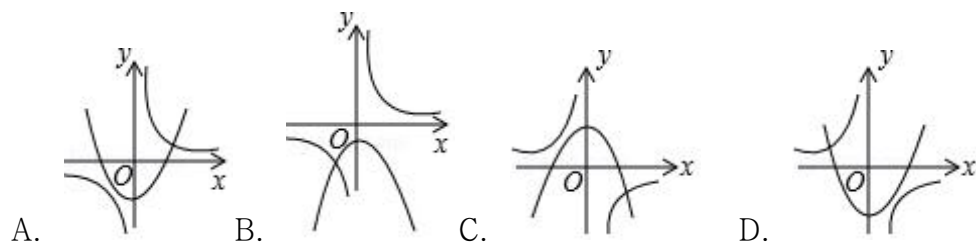
$$\therefore \angle OCE=90^\circ - 40^\circ =50^\circ.$$

故选 D.

【点评】本题考查了垂径定理: 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧. 也考查了圆周角定理.

10. (3 分) $a \neq 0$, 函数 $y=\frac{a}{x}$ 与 $y=-ax^2+a$ 在同一直角坐标系中的大致图象可能是

()



【分析】分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况分类讨论即可确定正确的选项.

【解答】解: 当 $a > 0$ 时, 函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象位于一、三象限, $y=-ax^2+a$ 的开口向下, 交 y 轴的正半轴, 没有符合的选项,

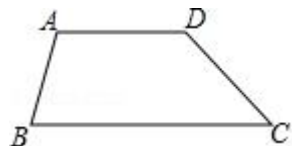
当 $a < 0$ 时, 函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象位于二、四象限, $y=-ax^2+a$ 的开口向上, 交 y 轴的负半轴, D 选项符合;

故选 D.

【点评】 本题考查了反比例函数的图象及二次函数的图象的知识，解题的关键是根据比例系数的符号确定其图象的位置，难度不大.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) 如图, 四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 110^\circ$, 则 $\angle B = \underline{70^\circ}$.



【分析】 根据平行线的性质即可得到结论.

【解答】 解: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle A = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 70^\circ,$$

故答案为: 70° .

【点评】 本题考查了平行线的性质, 熟练掌握平行线的性质即可得到结论.

12. (3 分) 分解因式: $xy^2 - 9x = \underline{x(y+3)(y-3)}$.

【分析】 应先提取公因式 x , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】 解: $xy^2 - 9x = x(y^2 - 9) = x(y - 3)(y + 3)$.

故答案为: $x(y - 3)(y + 3)$.

【点评】 本题考查对多项式的分解能力, 一般先考虑提公因式, 再考虑利用公式分解因式, 要注意分解因式要彻底, 直到不能再分解为止.

13. (3 分) 当 $x = \underline{1}$ 时, 二次函数 $y = x^2 - 2x + 6$ 有最小值 $\underline{5}$.

【分析】 把 $x^2 - 2x + 6$ 化成 $(x - 1)^2 + 5$, 即可求出二次函数 $y = x^2 - 2x + 6$ 的最小值是多少.

【解答】 解: $\because y = x^2 - 2x + 6 = (x - 1)^2 + 5$,

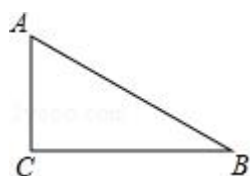
$$\therefore \text{当 } x = 1 \text{ 时, 二次函数 } y = x^2 - 2x + 6 \text{ 有最小值 } 5.$$

故答案为: 1、5.

【点评】 此题主要考查了二次函数的最值, 要熟练掌握, 确定一个二次函数的最

值，首先看自变量的取值范围，当自变量取全体实数时，其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标；当自变量取某个范围时，要分别求出顶点和函数端点处的函数值，比较这些函数值，从而获得最值.

14. (3分) 如图，Rt△ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=15$ ， $\tan A=\frac{15}{8}$ ，则 $AB=\underline{17}$.



【分析】 根据 $\angle A$ 的正切求出 AC，再利用勾股定理列式计算即可得解.

【解答】 解：∵ Rt△ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\tan A=\frac{15}{8}$ ， $BC=15$ ，

$$\therefore \frac{15}{AC} = \frac{15}{8},$$

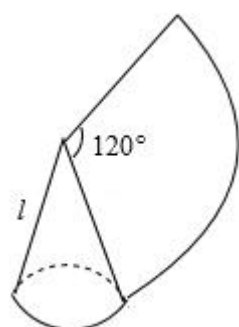
解得 $AC=8$ ，

根据勾股定理得， $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+15^2}=17$.

故答案为：17.

【点评】 本题考查了解直角三角形，勾股定理，主要利用了锐角的正切等于对边比邻边.

15. (3分) 如图，圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 120° 的扇形，若圆锥的底面圆半径是 $\sqrt{5}$ ，则圆锥的母线 $l=\underline{3\sqrt{5}}$.



【分析】 易得圆锥的底面周长，也就是侧面展开图的弧长，进而利用弧长公式即可求得圆锥的母线长.

【解答】 解：圆锥的底面周长 $=2\pi \times \sqrt{5}=2\sqrt{5}\pi$ cm，

则: $\frac{120\pi \times 1}{180} = 2\sqrt{5}\pi$,

解得 $l = 3\sqrt{5}$.

故答案为: $3\sqrt{5}$.

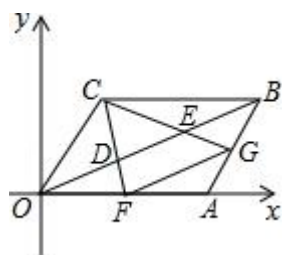
【点评】 本题考查了圆锥的计算, 用到的知识点为: 圆锥的侧面展开图的弧长等于底面周长; 弧长公式为: $\frac{n\pi r}{180}$.

16. (3分) 如图, 平面直角坐标系中 O 是原点, $\square ABCD$ 的顶点 A, C 的坐标分别是 $(8, 0), (3, 4)$, 点 D, E 把线段 OB 三等分, 延长 CD, CE 分别交 OA, AB 于点 F, G , 连接 FG . 则下列结论:

① F 是 OA 的中点; ② $\triangle OFD$ 与 $\triangle BEG$ 相似; ③ 四边形 $DEGF$ 的面积是 $\frac{20}{3}$; ④

$OD = \frac{4\sqrt{5}}{3}$

其中正确的结论是 ①③ (填写所有正确结论的序号).



【分析】 ① 证明 $\triangle CDB \sim \triangle FDO$, 列比例式得: $\frac{BC}{OF} = \frac{BD}{OD}$, 再由 D, E 为 OB 的三等分点, 则 $\frac{BD}{OD} = 2$, 可得结论正确;

② 如图 2, 延长 BC 交 y 轴于 H 证明 $OA \neq AB$, 则 $\angle AOB \neq \angle EBG$, 所以 $\triangle OFD \sim \triangle BEG$ 不成立;

③ 如图 3, 利用面积差求得: $S_{\triangle CFG} = S_{\square OACB} - S_{\triangle OFC} - S_{\triangle OBG} - S_{\triangle AFG} = 12$, 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方进行计算并作出判断;

④ 根据勾股定理进行计算 OB 的长, 根据三等分线段 OB 可得结论.

【解答】 解: ① $\because$ 四边形 $OACB$ 是平行四边形,

$\therefore BC \parallel OA, BC = OA,$

$\therefore \triangle CDB \sim \triangle FDO,$

$\therefore \frac{BC}{OF} = \frac{BD}{OD},$

∵ D、E 为 OB 的三等分点,

$$\therefore \frac{BD}{OD} = 2,$$

$$\therefore \frac{BC}{OF} = 2,$$

$$\therefore BC = 2OF,$$

$$\therefore OA = 2OF,$$

∴ F 是 OA 的中点;

所以①结论正确;

②如图 2, 延长 BC 交 y 轴于 H,

由 C (3, 4) 知: OH=4, CH=3,

$$\therefore OC=5,$$

$$\therefore AB=OC=5,$$

$$\therefore A(8, 0),$$

$$\therefore OA=8,$$

$$\therefore OA \neq AB,$$

$$\therefore \angle AOB \neq \angle EBG,$$

$$\therefore \triangle OFD \sim \triangle BEG \text{ 不成立},$$

所以②结论不正确;

③由①知: F 为 OA 的中点,

同理得: G 是 AB 的中点,

∴ FG 是 $\triangle OAB$ 的中位线,

$$\therefore FG = \frac{1}{2}OB, \quad FG \parallel OB,$$

$$\therefore OB = 3DE,$$

$$\therefore FG = \frac{3}{2}DE,$$

$$\therefore \frac{FG}{DE} = \frac{3}{2},$$

过 C 作 $CQ \perp AB$ 于 Q,

$$S_{\triangle OAB} = OA \cdot OH = AB \cdot CQ,$$

$$\therefore 4 \times 8 = 5CQ,$$

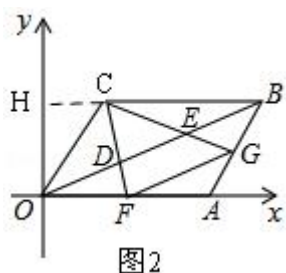


图2

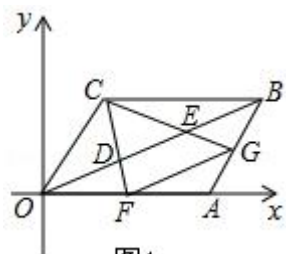


图1

【点评】 本题是四边形的综合题，考查了平行四边形的性质、图形与坐标特点、勾股定理、三角形的中位线定理、三角形相似的性质和判定、平行四边形和三角形面积的计算等知识，难度适中，熟练掌握平行四边形和相似三角形的性质是关键.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 102 分)

17. (9 分) 解方程组
$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+3y=11 \end{cases}.$$

【分析】 方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x+y=5 \text{ ①} \\ 2x+3y=11 \text{ ②} \end{cases},$$

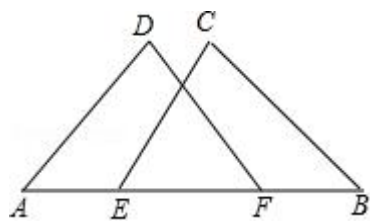
① $\times 3 -$ ② 得: $x=4,$

把 $x=4$ 代入①得: $y=1,$

则方程组的解为
$$\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}.$$

【点评】 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

18. (9 分) 如图，点 E, F 在 AB 上，AD=BC， $\angle A = \angle B$ ，AE=BF. 求证: $\triangle ADF \cong \triangle BCE$.



【分析】根据全等三角形的判定即可求证： $\triangle ADF \cong \triangle BCE$

【解答】解： $\because AE=BF$,

$\therefore AE+EF=BF+EF$,

$\therefore AF=BE$,

在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle A=\angle B \\ AF=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BCE$ (SAS)

【点评】本题考查全等三角形的判定，解题的关键是求证 $AF=BE$ ，本题属于基础题型.

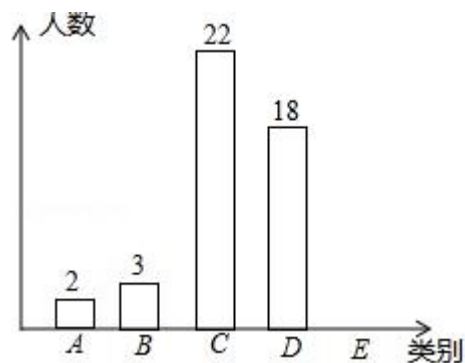
19. (10分) 某班为了解学生一学期做义工的时间情况，对全班 50 名学生进行调查，按做义工的时间 t (单位：小时)，将学生分成五类：A 类 ($0 \leq t \leq 2$)，B 类 ($2 < t \leq 4$)，C 类 ($4 < t \leq 6$)，D 类 ($6 < t \leq 8$)，E 类 ($t > 8$).

绘制成尚不完整的条形统计图如图. 根据以上信息，解答下列问题：

(1) E 类学生有 5 人，补全条形统计图；

(2) D 类学生人数占被调查总人数的 36 %；

(3) 从该班做义工时间在 $0 \leq t \leq 4$ 的学生中任选 2 人，求这 2 人做义工时间都在 $2 < t \leq 4$ 中的概率.



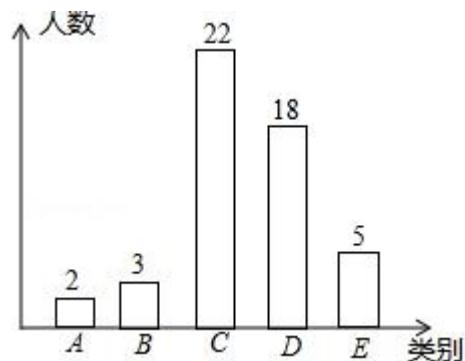
【分析】(1) 根据总人数等于各类别人数之和可得 E 类别学生数;

(2) 用 D 类别学生数除以总人数即可得;

(3) 列举所有等可能结果, 根据概率公式求解可得.

【解答】解: (1) E 类学生有 $50 - (2+3+22+18) = 5$ (人),

补全图形如下:



故答案为: 5;

(2) D 类学生人数占被调查总人数的 $\frac{18}{50} \times 100\% = 36\%$,

故答案为: 36;

(3) 记 $0 \leq t \leq 2$ 内的两人为甲、乙, $2 < t \leq 4$ 内的 3 人记为 A、B、C,

从中任选两人有: 甲乙、甲 A、甲 B、甲 C、乙 A、乙 B、乙 C、AB、AC、BC 这 10 种可能结果,

其中 2 人做义工时间都在 $2 < t \leq 4$ 中的有 AB、AC、BC 这 3 种结果,

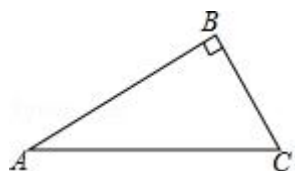
$\therefore$ 这 2 人做义工时间都在 $2 < t \leq 4$ 中的概率为 $\frac{3}{10}$.

【点评】本题考查了列表法或树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率. 也考查条形统计图.

20. (10 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$.

(1) 利用尺规作线段 AC 的垂直平分线 DE, 垂足为 E, 交 AB 于点 D, (保留作图痕迹, 不写作法)

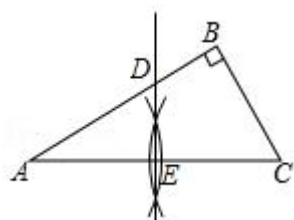
(2) 若 $\triangle ADE$ 的周长为 a , 先化简 $T = (a+1)^2 - a(a-1)$, 再求 T 的值.



【分析】 (1) 根据作已知线段的垂直平分线的方法，即可得到线段 AC 的垂直平分线 DE；

(2) 根据 Rt△ADE 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $AE = \sqrt{3}$ ，即可求得 a 的值，最后化简 $T = (a+1)^2 - a(a-1)$ ，再求 T 的值.

【解答】 解：(1) 如图所示，DE 即为所求；



(2) 由题可得， $AE = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore$ Rt△ADE 中， $DE = \frac{1}{2}AD$ ，

设 $DE = x$ ，则 $AD = 2x$ ，

$\therefore$ Rt△ADE 中， $x^2 + (\sqrt{3})^2 = (2x)^2$ ，

解得 $x = 1$ ，

$\therefore$ △ADE 的周长 $a = 1 + 2 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3}$ ，

$\therefore T = (a+1)^2 - a(a-1) = 3a+1$ ，

$\therefore$ 当 $a = 3 + \sqrt{3}$ 时， $T = 3(3 + \sqrt{3}) + 1 = 10 + 3\sqrt{3}$.

【点评】 本题主要考查了基本作图以及含 30° 角的直角三角形的性质，解题时注意：在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半.

21. (12 分) 甲、乙两个工程队均参与某筑路工程，先由甲队筑路 60 公里，再由乙队完成剩下的筑路工程，已知乙队筑路总公里数是甲队筑路总公里数的 $\frac{4}{3}$ 倍，甲队比乙队多筑路 20 天.

(1) 求乙队筑路的总公里数；

(2) 若甲、乙两队平均每天筑路公里数之比为 5: 8，求乙队平均每天筑路多少

公里.

【分析】 (1) 根据甲队筑路 60 公里以及乙队筑路总公里数是甲队筑路总公里数的 $\frac{4}{3}$ 倍, 即可求出乙队筑路的总公里数;

(2) 设乙队平均每天筑路 $8x$ 公里, 则甲队平均每天筑路 $5x$ 公里, 根据甲队比乙队多筑路 20 天, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【解答】 解: (1) $60 \times \frac{4}{3} = 80$ (公里).

答: 乙队筑路的总公里数为 80 公里.

(2) 设乙队平均每天筑路 $8x$ 公里, 则甲队平均每天筑路 $5x$ 公里,

根据题意得: $\frac{60}{5x} - \frac{80}{8x} = 20$,

解得: $x = 0.1$,

经检验, $x = 0.1$ 是原方程的解,

$\therefore 8x = 0.8$.

答: 乙队平均每天筑路 0.8 公里.

【点评】 本题考查了分式方程的应用, 解题的关键是: (1) 根据数量关系列式计算; (2) 找准等量关系, 列出分式方程.

22. (12 分) 将直线 $y = 3x + 1$ 向下平移 1 个单位长度, 得到直线 $y = 3x + m$, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与直线 $y = 3x + m$ 相交于点 A, 且点 A 的纵坐标是 3.

(1) 求 m 和 k 的值;

(2) 结合图象求不等式 $3x + m > \frac{k}{x}$ 的解集.

【分析】 (1) 根据平移的原则得出 m 的值, 并计算点 A 的坐标, 因为 A 在反比例函数的图象上, 代入可以求 k 的值;

(2) 画出两函数图象, 根据交点坐标写出解集.

【解答】 解: (1) 由平移得: $y = 3x + 1 - 1 = 3x$,

$\therefore m = 0$,

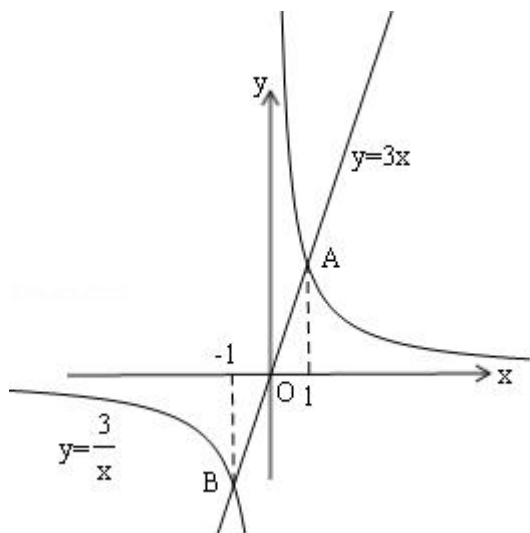
当 $y = 3$ 时, $3x = 3$,

$x = 1$,

$\therefore A(1, 3)$,

$$\therefore k=1 \times 3=3;$$

(2) 画出直线 $y=3x$ 和反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象: 如图所示,



由图象得: 不等式 $3x+m > \frac{k}{x}$ 的解集为: $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$.

【点评】 本题考查的是一次函数与反比例函数的交点问题和一次函数的图象的平移问题, 涉及到用待定系数法求反比例函数的解析式, 并熟知函数图象平移时“上加下减, 左加右减”的法则.

23. (12 分) 已知抛物线 $y_1 = -x^2 + mx + n$, 直线 $y_2 = kx + b$, y_1 的对称轴与 y_2 交于点 A $(-1, 5)$, 点 A 与 y_1 的顶点 B 的距离是 4.

(1) 求 y_1 的解析式;

(2) 若 y_2 随着 x 的增大而增大, 且 y_1 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点, 求 y_2 的解析式.

【分析】 (1) 根据题意求得顶点 B 的坐标, 然后根据顶点公式即可求得 m 、 n , 从而求得 y_1 的解析式;

(2) 分两种情况讨论: 当 y_1 的解析式为 $y_1 = -x^2 - 2x$ 时, 抛物线与 x 轴的交点是抛物线的顶点 $(-1, 0)$, 不合题意;

当 $y_1 = -x^2 - 2x + 8$ 时, 解 $-x^2 - 2x + 8 = 0$ 求得抛物线与 x 轴的交点坐标, 然后根据 A 的坐标和 y_2 随着 x 的增大而增大, 求得 y_1 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点 $(-4, 0)$, 然后根据待定系数法求得即可.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y_1 = -x^2 + mx + n$ ，直线 $y_2 = kx + b$ ， y_1 的对称轴与 y_2 交于点 A $(-1, 5)$ ，点 A 与 y_1 的顶点 B 的距离是 4.

$\therefore B(-1, 1)$ 或 $(-1, 9)$,

$$\therefore -\frac{m}{2 \times (-1)} = -1, \frac{4 \times (-1)n - m^2}{4 \times (-1)} = 1 \text{ 或 } 9,$$

解得 $m = -2$, $n = 0$ 或 8 ,

$\therefore y_1$ 的解析式为 $y_1 = -x^2 - 2x$ 或 $y_1 = -x^2 - 2x + 8$;

(2) ①当 y_1 的解析式为 $y_1 = -x^2 - 2x$ 时，抛物线与 x 轴交点是 $(0, 0)$ 和 $(-2, 0)$,

$\therefore y_1$ 的对称轴与 y_2 交于点 A $(-1, 5)$,

$\therefore y_1$ 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点 $(-2, 0)$,

把 $(-1, 5)$, $(-2, 0)$ 代入得 $\begin{cases} -k + b = 5 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k = 5 \\ b = 10 \end{cases},$$

$\therefore y_2 = 5x + 10$.

②当 $y_1 = -x^2 - 2x + 8$ 时，解 $-x^2 - 2x + 8 = 0$ 得 $x = -4$ 或 2 ,

$\therefore y_2$ 随着 x 的增大而增大，且过点 A $(-1, 5)$,

$\therefore y_1$ 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点 $(-4, 0)$,

把 $(-1, 5)$, $(-4, 0)$ 代入得 $\begin{cases} -k + b = 5 \\ -4k + b = 0 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{5}{3} \\ b = \frac{20}{3} \end{cases};$$

$\therefore y_2 = \frac{5}{3}x + \frac{20}{3}$.

【点评】 本题考查了一次函数的性质，二次函数的性质，待定系数法求一次函数和二次函数的解析式，根据题意求得顶点坐标是解题的关键.

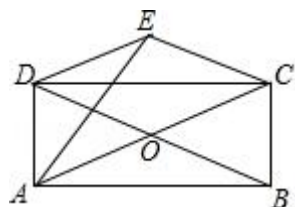
24. (14 分) 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O， $\triangle COD$ 关于 CD 的对称图形为 $\triangle CED$.

(1) 求证：四边形 OCED 是菱形；

(2) 连接 AE，若 $AB = 6\text{cm}$, $BC = \sqrt{5}\text{cm}$.

①求 $\sin \angle EAD$ 的值；

②若点 P 为线段 AE 上一动点 (不与点 A 重合), 连接 OP, 一动点 Q 从点 O 出发, 以 1cm/s 的速度沿线段 OP 匀速运动到点 P, 再以 1.5cm/s 的速度沿线段 PA 匀速运动到点 A, 到达点 A 后停止运动, 当点 Q 沿上述路线运动到点 A 所需要的时间最短时, 求 AP 的长和点 Q 走完全程所需的时间.



【分析】 (1) 只要证明四边相等即可证明;

(2) ①设 AE 交 CD 于 K. 由 $DE \parallel AC$, $DE = OC = OA$, 推出 $\frac{DK}{KC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$, 由 $AB = CD = 6$, 可得 $DK = 2$, $CK = 4$, 在 $Rt\triangle ADK$ 中, $AK = \sqrt{AD^2 + DK^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = 3$, 根据 $\sin \angle DAE = \frac{DK}{AK}$ 计算即可解决问题;

②作 $PF \perp AD$ 于 F. 易知 $PF = AP \cdot \sin \angle DAE = \frac{2}{3}AP$, 因为点 Q 的运动时间 $t = \frac{OP}{1} + \frac{AP}{\frac{3}{2}} = OP + \frac{2}{3}AP = OP + PF$, 所以当 O、P、F 共线时, $OP + PF$ 的值最小, 此时

OF 是 $\triangle ACD$ 的中位线, 由此即可解决问题.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形.

$$\therefore OD = OB = OC = OA,$$

$\because \triangle EDC$ 和 $\triangle ODC$ 关于 CD 对称,

$$\therefore DE = DO, CE = CO,$$

$$\therefore DE = EC = CO = OD,$$

$\therefore$ 四边形 CODE 是菱形.

(2) ①设 AE 交 CD 于 K.

$\because$ 四边形 CODE 是菱形,

$$\therefore DE \parallel AC, DE = OC = OA,$$

$$\therefore \frac{DK}{KC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\because AB = CD = 6,$$

$$\therefore DK=2, CK=4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADK \text{ 中, } AK=\sqrt{AD^2+DK^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3,$$

$$\therefore \sin \angle DAE=\frac{DK}{AK}=\frac{2}{3},$$

$$\textcircled{2} \text{ 作 } PF \perp AD \text{ 于 } F. \text{ 易知 } PF=AP \cdot \sin \angle DAE=\frac{2}{3}AP,$$

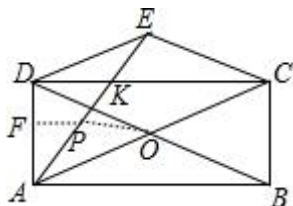
$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的运动时间 } t=\frac{OP}{1}+\frac{AP}{\frac{3}{2}}=OP+\frac{2}{3}AP=OP+PF,$$

$\therefore$ 当 O、P、F 共线时, OP+PF 的值最小, 此时 OF 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

$$\therefore OF=\frac{1}{2}CD=3. \quad AF=\frac{1}{2}AD=\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad PF=\frac{1}{2}DK=1,$$

$$\therefore AP=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2+1^2}=\frac{3}{2},$$

$\therefore$ 当点 Q 沿上述路线运动到点 A 所需要的时间最短时, AP 的长为 $\frac{3}{2}$, 点 Q 走完全程所需的时间为 3s.



【点评】 本题考查四边形综合题、矩形的性质、菱形的判定和性质、锐角三角函数、平行线分线段成比例定理、勾股定理、三角形的中位线定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会利用垂线段最短解决最值问题, 所以中考压轴题.

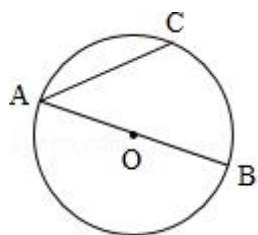
25. (14 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AC}=\widehat{BC}$, AB=2, 连接 AC.

(1) 求证: $\angle CAB=45^\circ$;

(2) 若直线 l 为 $\odot O$ 的切线, C 是切点, 在直线 l 上取一点 D, 使 $BD=AB$, BD 所在的直线与 AC 所在的直线相交于点 E, 连接 AD.

①试探究 AE 与 AD 之间的是数量关系, 并证明你的结论;

② $\frac{EB}{CD}$ 是否为定值? 若是, 请求出这个定值; 若不是, 请说明理由.



【分析】(1) 由 AB 是 $\odot O$ 的直径知 $\angle ACB=90^\circ$ ，由 $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ 即 $AC=BC$ 可得答案；

(2) 分 $\angle ABD$ 为锐角和钝角两种情况，①作 $BF \perp l$ 于点 F，证四边形 OBFC 是矩形可得 $AB=2OC=2BF$ ，结合 $BD=AB$ 知 $\angle BDF=30^\circ$ ，再求出 $\angle BDA$ 和 $\angle DEA$ 度数可得；②同理 $BF=\frac{1}{2}BD$ ，即可知 $\angle BDC=30^\circ$ ，分别求出 $\angle BEC$ 、 $\angle ADB$ 即可得；

(3) 分 D 在 C 左侧和点 D 在点 C 右侧两种情况，作 $EI \perp AB$ ，证 $\triangle CAD \sim \triangle BAE$ 得 $\frac{AC}{BA} = \frac{CD}{AE} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，即 $AE = \sqrt{2}CD$ ，结合 $EI = \frac{1}{2}BE$ 、 $EI = \frac{\sqrt{2}}{2}AE$ ，可得 $BE = 2EI = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}AE = \sqrt{2}AE = \sqrt{2} \times \sqrt{2}CD = 2CD$ ，从而得出结论.

【解答】解：(1) 如图 1，连接 BC，

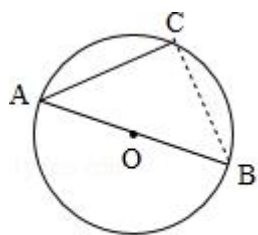


图 1

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

$\because AC=BC$ ，

$\therefore \angle CAB=\angle CBA=\frac{180^\circ-90^\circ}{2}=45^\circ$ ；

(2) ①当 $\angle ABD$ 为锐角时，如图 2 所示，作 $BF \perp l$ 于点 F，

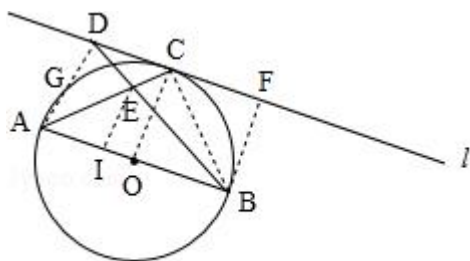


图 2

由 (1) 知 $\triangle ACB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore OA=OB=OC,$$

$\therefore \triangle BOC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore l$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OC \perp l,$$

又 $BF \perp l$,

$\therefore$ 四边形 $OBFC$ 是矩形,

$$\therefore AB=2OC=2BF,$$

$$\therefore BD=AB,$$

$$\therefore BD=2BF,$$

$$\therefore \angle BDF=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBA=30^\circ, \angle BDA=\angle BAD=75^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE=\angle CBA-\angle DBA=45^\circ-30^\circ=15^\circ,$$

$$\therefore \angle DEA=\angle CEB=90^\circ-\angle CBE=75^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE=\angle AED,$$

$$\therefore AD=AE;$$

②当 $\angle ABD$ 为钝角时, 如图 3 所示,

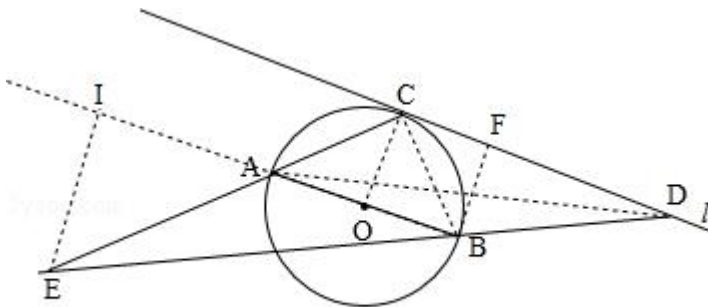


图 3

同理可得 $BF=\frac{1}{2}BD$, 即可知 $\angle BDC=30^\circ$,

$\because OC \perp AB, OC \perp \text{直线 } l,$
 $\therefore AB \parallel \text{直线 } l,$
 $\therefore \angle ABD = 150^\circ, \angle ABE = 30^\circ,$
 $\therefore \angle BEC = 90^\circ - (\angle ABE + \angle ABC) = 90^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 15^\circ,$
 $\therefore AB = DB,$
 $\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle ABE = 15^\circ,$
 $\therefore \angle BEC = \angle ADE,$
 $\therefore AE = AD;$

(3) ①如图 2, 当 D 在 C 左侧时,
 由 (2) 知 $CD \parallel AB, \angle ACD = \angle BAE, \angle DAC = \angle EBA = 30^\circ,$
 $\therefore \triangle CAD \sim \triangle BAE,$
 $\therefore \frac{AC}{BA} = \frac{CD}{AE} = \frac{1}{\sqrt{2}},$
 $\therefore AE = \sqrt{2}CD,$
 作 $EI \perp AB$ 于点 I,
 $\because \angle CAB = 45^\circ, \angle ABD = 30^\circ,$
 $\therefore BE = 2EI = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} AE = \sqrt{2}AE = \sqrt{2} \times \sqrt{2}CD = 2CD,$
 $\therefore \frac{BE}{CD} = 2;$

②如图 3, 当点 D 在点 C 右侧时, 过点 E 作 $EI \perp AB$ 于 I,
 由 (2) 知 $\angle ADC = \angle BEA = 15^\circ,$
 $\therefore AB \parallel CD,$
 $\therefore \angle EAB = \angle ACD,$
 $\therefore \triangle ACD \sim \triangle BAE,$
 $\therefore \frac{AC}{BA} = \frac{CD}{AE} = \frac{1}{\sqrt{2}},$
 $\therefore AE = \sqrt{2}CD,$
 $\because BA = BD, \angle BAD = \angle BDA = 15^\circ,$
 $\therefore \angle IBE = 30^\circ,$

$$\therefore BE=2EI=2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}AE=\sqrt{2}AE=\sqrt{2} \times \sqrt{2}CD=2CD,$$

$$\therefore \frac{BE}{CD}=2.$$

【点评】 本题主要考查圆的综合问题，熟练掌握切线的性质、等腰直角三角形的判定与性质、圆心角定理及相似三角形的判定与性质是解题的关键.