

2017 年广东省中考数学试卷以及答案

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 5 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) “一带一路”倡议提出三年以来, 广东企业到“一带一路”国家投资越来越活跃, 据商务部门发布的数据显示, 2016 年广东省对沿线国家的实际投资额超过 40000000000 美元, 将 40000000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.4×10^9 B. 0.4×10^{10} C. 4×10^9 D. 4×10^{10}

3. (3 分) 已知 $\angle A = 70^\circ$, 则 $\angle A$ 的补角为 ()

- A. 110° B. 70° C. 30° D. 20°

4. (3 分) 如果 2 是方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的一个根, 则常数 k 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

5. (3 分) 在学校举行“阳光少年, 励志青春”的演讲比赛中, 五位评委给选手小明的平分分别为: 90, 85, 90, 80, 95, 则这组数据的众数是 ()

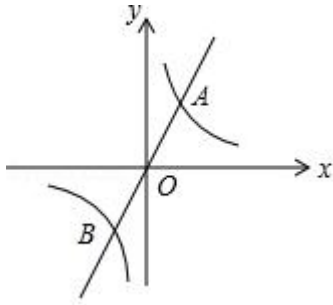
- A. 95 B. 90 C. 85 D. 80

6. (3 分) 下列所述图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 圆

7. (3 分) 如图, 在同一平面直角坐标系中, 直线 $y = k_1x$ ($k_1 \neq 0$) 与双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$

($k_2 \neq 0$) 相交于 A, B 两点, 已知点 A 的坐标为 (1, 2), 则点 B 的坐标为 ()

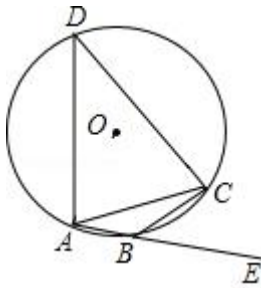


- A. $(-1, -2)$ B. $(-2, -1)$ C. $(-1, -1)$ D. $(-2, -2)$

8. (3分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a+2a=3a^2$ B. $a^3 \cdot a^2=a^5$ C. $(a^4)^2=a^6$ D. $a^4+a^2=a^4$

9. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $DA=DC$, $\angle CBE=50^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小为 ()

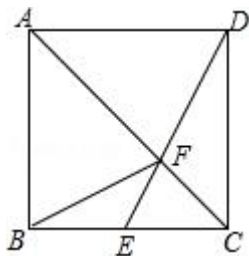


- A. 130° B. 100° C. 65° D. 50°

10. (3分) 如图, 已知正方形 $ABCD$, 点 E 是 BC 边的中点, DE 与 AC 相交于点 F , 连接 BF , 下列结论:

① $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ADF}$; ② $S_{\triangle CDF}=4S_{\triangle CEF}$; ③ $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CEF}$;

④ $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CDF}$, 其中正确的是 ()



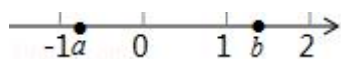
- A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. (4分) 分解因式: $a^2+a=$ _____.

12. (4分) 一个 n 边形的内角和是 720° , 则 $n=$ _____.

13. (4分) 已知实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则 $a+b$ _____0. (填“>”, “<”或“=”)



14. (4分) 在一个不透明的盒子中, 有五个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 随机摸出一个小球, 摸出的小球标号为偶数的概率是_____.

15. (4分) 已知 $4a+3b=1$, 则整式 $8a+6b-3$ 的值为_____.

16. (4分) 如图, 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=5$, $BC=3$, 先按图 (2) 操作: 将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠, 使点 D 落在边 AB 上的点 E 处, 折痕为 AF ; 再按图 (3) 操作, 沿过点 F 的直线折叠, 使点 C 落在 EF 上的点 H 处, 折痕为 FG , 则 A, H 两点间的距离为_____.

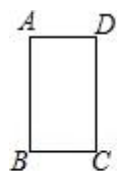


图 (1)

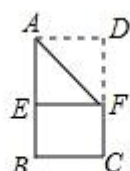


图 (2)

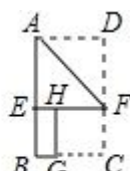


图 (3)

三、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

17. (6分) 计算: $| -7 | - (1-\pi)^0 + (\frac{1}{3})^{-1}$.

18. (6 分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}) \cdot (x^2 - 4)$, 其中 $x = \sqrt{5}$.

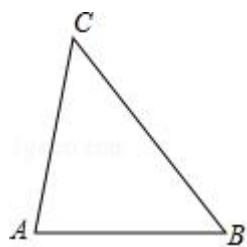
19. (6 分) 学校团委组织志愿者到图书馆整理一批新进的图书. 若男生每人整理 30 本, 女生每人整理 20 本, 共能整理 680 本; 若男生每人整理 50 本, 女生每人整理 40 本, 共能整理 1240 本. 求男生、女生志愿者各有多少人?

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

20. (7 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > \angle B$.

(1) 作边 AB 的垂直平分线 DE , 与 AB , BC 分别相交于点 D , E (用尺规作图, 保留作图痕迹, 不要求写作法);

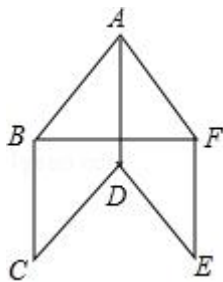
(2) 在 (1) 的条件下, 连接 AE , 若 $\angle B = 50^\circ$, 求 $\angle AEC$ 的度数.



21. (7 分) 如图所示, 已知四边形 $ABCD$, $ADEF$ 都是菱形, $\angle BAD = \angle FAD$, $\angle BAD$ 为锐角.

(1) 求证: $AD \perp BF$;

(2) 若 $BF = BC$, 求 $\angle ADC$ 的度数.



22. (7 分) 某校为了解九年级学生的体重情况, 随机抽取了九年级部分学生进行调查, 将抽取学生的体重情况绘制如下不完整的统计图表, 如图表所示, 请根据图标信息回答下列问题:

体重频数分布表

组边	体重 (千克)	人数
A	$45 \leq x < 50$	12
B	$50 \leq x < 55$	m
C	$55 \leq x < 60$	80

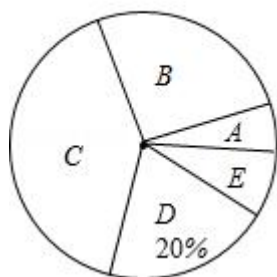
D	$60 \leq x < 65$	40
E	$65 \leq x < 70$	16

(1) 填空：① $m =$ _____ (直接写出结果)；

② 在扇形统计图中，C 组所在扇形的圆心角的度数等于 _____ 度；

(2) 如果该校九年级有 1000 名学生，请估算九年级体重低于 60 千克的学生大约有多少人？

体重扇形统计图



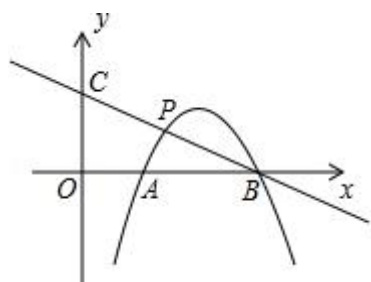
五、解答题 (本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分)

23. (9 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 交 x 轴于 A (1, 0)，B (3, 0) 两点，点 P 是抛物线上在第一象限内的一点，直线 BP 与 y 轴相交于点 C.

(1) 求抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 的解析式；

(2) 当点 P 是线段 BC 的中点时, 求点 P 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 求 $\sin \angle OCB$ 的值.

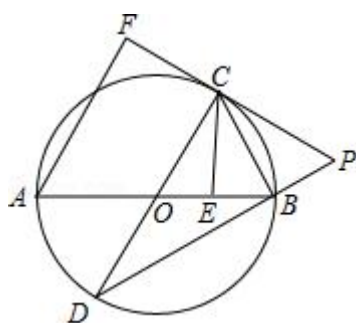


24. (9 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=4\sqrt{3}$, 点 E 为线段 OB 上一点 (不与 O, B 重合), 作 $CE \perp OB$, 交 $\odot O$ 于点 C , 垂足为点 E , 作直径 CD , 过点 C 的切线交 DB 的延长线于点 P , $AF \perp PC$ 于点 F , 连接 CB .

(1) 求证: CB 是 $\angle ECP$ 的平分线;

(2) 求证: $CF=CE$;

(3) 当 $\frac{CF}{CP}=\frac{3}{4}$ 时, 求劣弧 $\widehat{BC}$ 的长度 (结果保留 π)



25. (9 分) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为原点, 四边形 $ABCO$ 是矩形, 点 A, C 的坐标分别是 $A(0, 2)$ 和 $C(2\sqrt{3}, 0)$, 点 D 是对角线 AC 上一动点 (不

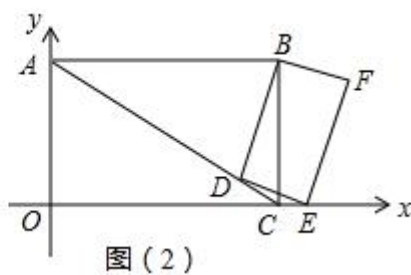
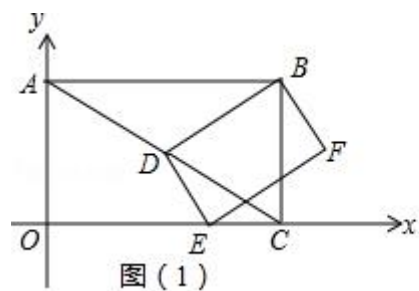
与 A, C 重合), 连结 BD, 作 $DE \perp DB$, 交 x 轴于点 E, 以线段 DE, DB 为邻边作矩形 BDEF.

(1) 填空: 点 B 的坐标为_____;

(2) 是否存在这样的点 D, 使得 $\triangle DEC$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出 AD 的长度; 若不存在, 请说明理由;

(3) ①求证: $\frac{DE}{DB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

②设 $AD=x$, 矩形 BDEF 的面积为 y, 求 y 关于 x 的函数关系式 (可利用①的结论), 并求出 y 的最小值.



2017 年广东省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•广东) 5 的相反数是 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

【考点】14: 相反数.

【分析】根据相反数的概念解答即可.

【解答】解: 根据相反数的定义有: 5 的相反数是 -5.

故选: D.

【点评】本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号; 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0.

2. (3 分) (2017•广东) “一带一路”倡议提出三年以来, 广东企业到“一带一路”国家投资越来越活跃, 据商务部门发布的数据显示, 2016 年广东省对沿线国家的实际投资额超过 40000000000 美元, 将 40000000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.4×10^9 B. 0.4×10^{10} C. 4×10^9 D. 4×10^{10}

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】解： $4000000000=4 \times 10^9$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•广东) 已知 $\angle A=70^\circ$ ，则 $\angle A$ 的补角为 ()

A. 110° B. 70° C. 30° D. 20°

【考点】IL：余角和补角.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】由 $\angle A$ 的度数求出其补角即可.

【解答】解： $\because \angle A=70^\circ$,

$\therefore \angle A$ 的补角为 110° ,

故选 A

【点评】此题考查了余角与补角，熟练掌握补角的性质是解本题的关键.

4. (3 分) (2017•广东) 如果 2 是方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的一个根，则常数 k 的值为 ()

A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

【考点】A3：一元二次方程的解.

【分析】把 $x=2$ 代入已知方程列出关于 k 的新方程，通过解方程来求 k 的值.

【解答】解： $\because 2$ 是一元二次方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的一个根，

$\therefore 2^2 - 3 \times 2 + k = 0$,

解得， $k=2$.

故选：B.

【点评】 本题考查的是一元二次方程的根即方程的解的定义. 一元二次方程的根就是一元二次方程的解, 就是能够使方程左右两边相等的未知数的值. 即用这个数代替未知数所得式子仍然成立.

5. (3 分) (2017•广东) 在学校举行“阳光少年, 励志青春”的演讲比赛中, 五位评委给选手小明的平分分别为: 90, 85, 90, 80, 95, 则这组数据的众数是 ()

A. 95 B. 90 C. 85 D. 80

【考点】 W5: 众数.

【分析】 众数指一组数据中出现次数最多的数据, 根据众数的定义就可以求解.

【解答】 解: 数据 90 出现了两次, 次数最多, 所以这组数据的众数是 90.

故选 B.

【点评】 考查了众数的定义, 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

6. (3 分) (2017•广东) 下列所述图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 圆

【考点】 R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【分析】 根据中心对称图形和轴对称图形的定义对各选项进行判断.

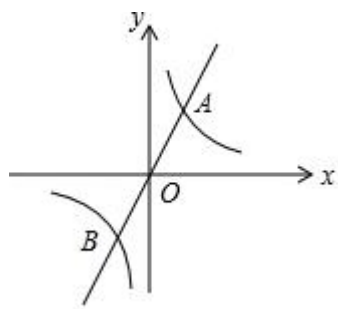
【解答】 解: 等边三角形为轴对称图形; 平行四边形为中心对称图形; 正五边形为轴对称图形; 圆既是轴对称图形又是中心对称图形.

故选 D.

【点评】 本题考查了中心对称图形: 把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转

后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．也考查了轴对称图形．

7. (3分) (2017•广东) 如图，在同一平面直角坐标系中，直线 $y=k_1x$ ($k_1 \neq 0$) 与双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 相交于 A, B 两点，已知点 A 的坐标为 (1, 2)，则点 B 的坐标为 ()



- A. (-1, -2) B. (-2, -1) C. (-1, -1) D. (-2, -2)

【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 反比例函数的图象是中心对称图形，则经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称.

【解答】 解: $\because$ 点 A 与 B 关于原点对称,

$\therefore$ B 点的坐标为 (-1, -2).

故选: A.

【点评】 本题主要考查了反比例函数图象的中心对称性, 要求同学们要熟练掌握.

8. (3分) (2017•广东) 下列运算正确的是 ()

- A. $a+2a=3a^2$ B. $a^3 \cdot a^2=a^5$ C. $(a^4)^2=a^6$ D. $a^4+a^2=a^4$

【考点】 47: 幂的乘方与积的乘方; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法.

【分析】 根据整式的加法和幂的运算法则逐一判断即可.

【解答】 解: A、 $a+2a=3a$, 此选项错误;

B、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，此选项正确；

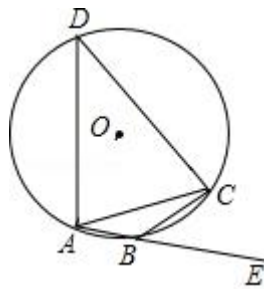
C、 $(a^4)^2 = a^8$ ，此选项错误；

D、 a^4 与 a^2 不是同类项，不能合并，此选项错误；

故选：B.

【点评】 本题主要考查幂的运算和整式的加法，掌握同类项的定义和同底数幂相乘、幂的乘方法则是解题的关键.

9. (3 分) (2017•广东) 如图，四边形 ABCD 内接于 $\odot O$ ， $DA=DC$ ， $\angle CBE=50^\circ$ ，则 $\angle DAC$ 的大小为 ()



A. 130° B. 100° C. 65° D. 50°

【考点】 M6: 圆内接四边形的性质.

【分析】 先根据补角的性质求出 $\angle ABC$ 的度数，再由圆内接四边形的性质求出 $\angle ADC$ 的度数，由等腰三角形的性质求得 $\angle DAC$ 的度数.

【解答】 解： $\because \angle CBE=50^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=180^\circ - \angle CBE=180^\circ - 50^\circ=130^\circ,$$

$\because$ 四边形 ABCD 为 $\odot O$ 的内接四边形,

$$\therefore \angle D=180^\circ - \angle ABC=180^\circ - 130^\circ=50^\circ,$$

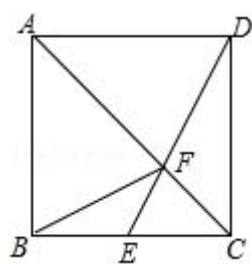
$\because DA=DC$,

$$\therefore \angle DAC=\frac{180^\circ - \angle D}{2}=65^\circ,$$

故选 C.

【点评】 本题考查的是圆周角定理及圆内接四边形的性质，即在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

10. (3 分) (2017•广东) 如图，已知正方形 ABCD，点 E 是 BC 边的中点，DE 与 AC 相交于点 F，连接 BF，下列结论：① $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ADF}$ ；② $S_{\triangle CDF}=4S_{\triangle CEF}$ ；③ $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CEF}$ ；④ $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CDF}$ ，其中正确的是 ()



A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

【考点】 LE: 正方形的性质.

【分析】 由 $\triangle AFD \cong \triangle AFB$ ，即可推出 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ADF}$ ，故①正确，由

$BE=EC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AD$ ， $AD \parallel EC$ ，推出 $\frac{EC}{AD}=\frac{CF}{AF}=\frac{EF}{DF}=\frac{1}{2}$ ，可得 $S_{\triangle CDF}=2S_{\triangle CEF}$ ， $S_{\triangle ADF}=4S_{\triangle CEF}$ ， $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CDF}$ ，故②③错误④正确，由此即可判断.

【解答】 解：∵ 四边形 ABCD 是正方形，

∴ $AD \parallel CB$ ， $AD=BC=AB$ ， $\angle FAD=\angle FAB$ ，

在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle AFB$ 中，

$$\begin{cases} AF = AF \\ \angle FAD = \angle FAB, \\ AD = AB \end{cases}$$

∴ $\triangle AFD \cong \triangle AFB$ ，

∴ $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ADF}$ ，故①正确，

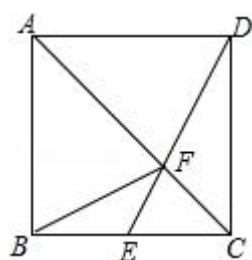
$$\therefore BE=EC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AD, AD\parallel EC,$$

$$\therefore \frac{EC}{AD}=\frac{CF}{AF}=\frac{EF}{DF}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle CDF}=2S_{\triangle CEF}, S_{\triangle ADF}=4S_{\triangle CEF}, S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CDF},$$

故②③错误④正确,

故选 C.



【点评】 本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. (4 分) (2017•广东) 分解因式: $a^2+a=$ $a(a+1)$.

【考点】 53: 因式分解 – 提公因式法.

【分析】 直接提取公因式分解因式得出即可.

【解答】 解: $a^2+a=a(a+1)$.

故答案为: $a(a+1)$.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确得出公因式是解题关键.

12. (4 分) (2017•广东) 一个 n 边形的内角和是 720° ，则 $n=$ 6.

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【分析】 多边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，依此列方程可求解.

【解答】 解: 设所求正 n 边形边数为 n ,

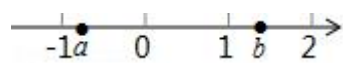
则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ$,

解得 $n=6$.

【点评】 本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数, 解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

13. (4 分) (2017•广东) 已知实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示,

则 $a+b$ > 0. (填“>”, “<”或“=”)



【考点】 2A: 实数大小比较; 29: 实数与数轴.

【分析】 首先根据数轴判断出 a 、 b 的符号和二者绝对值的大小, 根据“异号两数相加, 取绝对值较大的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值”来解答即可.

【解答】 解: $\because a$ 在原点左边, b 在原点右边,

$$\therefore a < 0 < b,$$

$\because a$ 离开原点的距离比 b 离开原点的距离小,

$$\therefore |a| < |b|,$$

$$\therefore a+b > 0.$$

故答案为: >.

【点评】 本题考查了实数与数轴, 有理数的加法法则, 根据数轴得出 a 、 b 的符号和二者绝对值的大小关系是解题的关键.

14. (4 分) (2017•广东) 在一个不透明的盒子中, 有五个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 随机摸出一个小球, 摸出的小球标号为偶数的概率是 $\frac{2}{5}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】确定出偶数有 2 个，然后根据概率公式列式计算即可得解.

【解答】解：∵ 5 个小球中，标号为偶数的有 2、4 这 2 个，

∴ 摸出的小球标号为偶数的概率是 $\frac{2}{5}$

故答案为： $\frac{2}{5}$

【点评】本题考查了概率公式，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) (2017•广东) 已知 $4a+3b=1$ ，则整式 $8a+6b-3$ 的值为 -1.

【考点】33: 代数式求值.

【分析】先求出 $8a+6b$ 的值，然后整体代入进行计算即可得解.

【解答】解：∵ $4a+3b=1$,

∴ $8a+6b=2$,

$8a+6b-3=2-3=-1$;

故答案为： -1.

【点评】本题考查了代数式求值，整体思想的利用是解题的关键.

16. (4 分) (2017•广东) 如图，矩形纸片 ABCD 中，AB=5，BC=3，先按图 (2)

操作：将矩形纸片 ABCD 沿过点 A 的直线折叠，使点 D 落在边 AB 上的点 E 处，

折痕为 AF；再按图 (3) 操作，沿过点 F 的直线折叠，使点 C 落在 EF 上的点 H

处，折痕为 FG，则 A、H 两点间的距离为 $\sqrt{10}$.

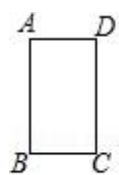


图 (1)

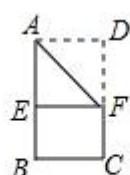


图 (2)

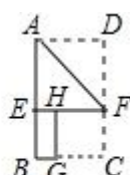


图 (3)

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；LB：矩形的性质.

【分析】如图 3 中，连接 AH. 由题意可知在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 中， $AE=AD=3$ ， $EH=EF-HF=3-2=1$ ，根据 $AH=\sqrt{AE^2+EH^2}$ ，计算即可.

【解答】解：如图 3 中，连接 AH.

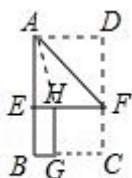


图 (3)

由题意可知在 $\text{Rt}\triangle AEH$ 中， $AE=AD=3$ ， $EH=EF-HF=3-2=1$ ，

$$\therefore AH=\sqrt{AE^2+EH^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10},$$

故答案为 $\sqrt{10}$.

【点评】本题考查翻折变换、矩形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

17. (6 分) (2017·广东) 计算： $| -7 | - (1-\pi)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂.

【分析】直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质和负整数指数幂的性质分别化简求出答案.

【解答】解：原式 $=7-1+3$

$=9$.

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、负整数指数幂的性质、绝对值等考点的运算.

18. (6 分) (2017•广东) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}) \cdot (x^2 - 4)$, 其中 $x = \sqrt{5}$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【分析】 先计算括号内分式的加法, 再计算乘法即可化简原式, 将 x 的值代入求解可得.

【解答】 解: 原式 $= [\frac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-2}{(x+2)(x-2)}] \cdot (x+2)(x-2)$

$$= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} \cdot (x+2)(x-2)$$
$$= 2x,$$

当 $x = \sqrt{5}$ 时,

$$\text{原式} = 2\sqrt{5}.$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值, 熟练掌握分式的混合运算顺序和法则是解题的关键.

19. (6 分) (2017•广东) 学校团委组织志愿者到图书馆整理一批新进的图书. 若男生每人整理 30 本, 女生每人整理 20 本, 共能整理 680 本; 若男生每人整理 50 本, 女生每人整理 40 本, 共能整理 1240 本. 求男生、女生志愿者各有多少人?

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】 设男生志愿者有 x 人, 女生志愿者有 y 人, 根据“若男生每人整理 30 本, 女生每人整理 20 本, 共能整理 680 本; 若男生每人整理 50 本, 女生每人整理 40 本, 共能整理 1240 本”, 即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论.

【解答】 解: 设男生志愿者有 x 人, 女生志愿者有 y 人,

根据题意得:
$$\begin{cases} 30x + 20y = 680 \\ 50x + 40y = 1240 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 16 \end{cases}$$

答: 男生志愿者有 12 人, 女生志愿者有 16 人.

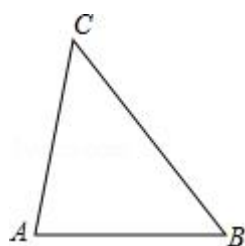
【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用, 找准等量关系, 列出二元一次方程组是解题的关键.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

20. (7 分) (2017·广东) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > \angle B$.

(1) 作边 AB 的垂直平分线 DE , 与 AB , BC 分别相交于点 D , E (用尺规作图, 保留作图痕迹, 不要求写作法);

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 AE , 若 $\angle B = 50^\circ$, 求 $\angle AEC$ 的度数.



【考点】 N2: 作图—基本作图; KG: 线段垂直平分线的性质.

【分析】 (1) 根据题意作出图形即可;

(2) 由于 DE 是 AB 的垂直平分线, 得到 $AE = BE$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle EAB = \angle B = 50^\circ$, 由三角形的外角的性质即可得到结论.

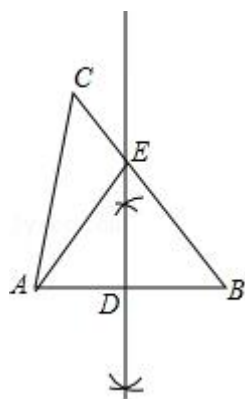
【解答】 解: (1) 如图所示;

(2) $\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AE = BE$,

$\therefore \angle EAB = \angle B = 50^\circ$,

$\therefore \angle AEC = \angle EAB + \angle B = 100^\circ$.

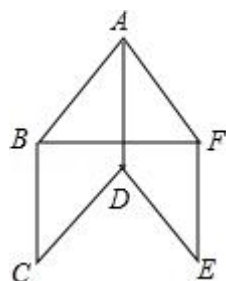


【点评】 本题考查了作图 – 基本作图，线段垂直平分线的性质，三角形的外角的性质，等腰三角形的性质，熟练掌握线段垂直平分线的性质是解题的关键.

21. (7 分) (2017•广东) 如图所示，已知四边形 $ABCD$ ， $ADEF$ 都是菱形， $\angle BAD = \angle FAD$ ， $\angle BAD$ 为锐角.

(1) 求证： $AD \perp BF$;

(2) 若 $BF = BC$ ，求 $\angle ADC$ 的度数.



【考点】 L8: 菱形的性质.

【分析】 (1) 连结 DB 、 DF . 根据菱形四边相等得出 $AB = AD = FA$, 再利用 SAS 证明 $\triangle BAD \cong \triangle FAD$, 得出 $DB = DF$, 那么 D 在线段 BF 的垂直平分线上, 又 $AB = AF$, 即 A 在线段 BF 的垂直平分线上, 进而证明 $AD \perp BF$;

(2) 设 $AD \perp BF$ 于 H , 作 $DG \perp BC$ 于 G , 证明 $DG = \frac{1}{2}CD$. 在直角 $\triangle CDG$ 中得出 $\angle C = 30^\circ$, 再根据平行线的性质即可求出 $\angle ADC = 180^\circ - \angle C = 150^\circ$.

【解答】(1) 证明：如图，连结 DB、DF.

$\because$ 四边形 ABCD, ADEF 都是菱形,

$\therefore AB=BC=CD=DA, AD=DE=EF=FA.$

在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle FAD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AF \\ \angle BAD = \angle FAD, \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle FAD,$

$\therefore DB=DF,$

$\therefore D$ 在线段 BF 的垂直平分线上,

$\because AB=AF,$

$\therefore A$ 在线段 BF 的垂直平分线上,

$\therefore AD$ 是线段 BF 的垂直平分线,

$\therefore AD \perp BF;$

(2) 如图，设 $AD \perp BF$ 于 H，作 $DG \perp BC$ 于 G，则四边形 BGDH 是矩形，

$$\therefore DG=BH=\frac{1}{2}BF.$$

$\because BF=BC, BC=CD,$

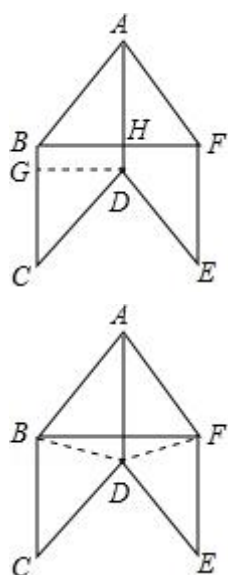
$$\therefore DG=\frac{1}{2}CD.$$

在直角 $\triangle CDG$ 中， $\because \angle CGD=90^\circ, DG=\frac{1}{2}CD,$

$\therefore \angle C=30^\circ,$

$\therefore BC \parallel AD,$

$\therefore \angle ADC=180^\circ - \angle C=150^\circ.$



【点评】 本题考查了菱形的性质，全等三角形的判定与性质，线段垂直平分线的判定，平行线的性质等知识，证明出 **AD** 是线段 **BF** 的垂直平分线是解题的关键.

22. (7 分) (2017•广东) 某校为了解九年级学生的体重情况，随机抽取了九年级部分学生进行调查，将抽取学生的体重情况绘制如下不完整的统计图表，如图表所示，请根据图标信息回答下列问题：

体重频数分布表

组边	体重 (千克)	人数
A	$45 \leq x < 50$	12
B	$50 \leq x < 55$	m
C	$55 \leq x < 60$	80
D	$60 \leq x < 65$	40
E	$65 \leq x < 70$	16

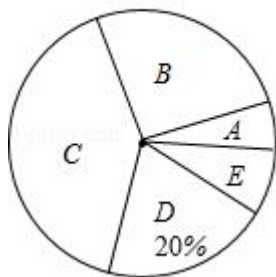
	70	
--	----	--

(1) 填空：① $m = \underline{52}$ (直接写出结果)；

②在扇形统计图中，C组所在扇形的圆心角的度数等于 $\underline{144}$ 度；

(2) 如果该校九年级有 1000 名学生，请估算九年级体重低于 60 千克的学生大约有多少人？

体重扇形统计图



【考点】VB：扇形统计图；V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表.

【分析】(1) ①根据 D 组的人数及百分比进行计算即可得到 m 的值；②根据 C 组的百分比即可得到所在扇形的圆心角的度数；

(2) 根据体重低于 60 千克的学生的百分比乘上九年级学生总数，即可得到九年级体重低于 60 千克的学生数量.

【解答】解：(1) ①调查的人数为： $40 \div 20\% = 200$ (人)，

$$\therefore m = 200 - 12 - 80 - 40 - 16 = 52;$$

$$\text{②C 组所在扇形的圆心角的度数为 } \frac{80}{200} \times 360^\circ = 144^\circ;$$

故答案为：52，144；

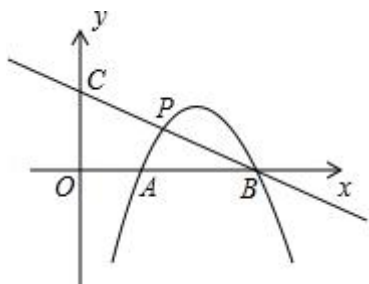
$$(2) \text{ 九年级体重低于 60 千克的学生大约有 } \frac{12+52+80}{200} \times 1000 = 720 \text{ (人).}$$

【点评】本题主要考查了扇形统计图，用样本估计总体以及频数分布表的运用，从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系. 各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$.

五、解答题 (本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分)

23. (9分) (2017·广东) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 交 x 轴于 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 点 P 是抛物线上在第一象限内的一点, 直线 BP 与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 的解析式;
- (2) 当点 P 是线段 BC 的中点时, 求点 P 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求 $\sin \angle OCB$ 的值.



【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; H8: 待定系数法求二次函数解析式; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 将点 A 、 B 代入抛物线 $y = -x^2 + ax + b$, 解得 a , b 可得解析式;

(2) 由 C 点横坐标为 0 可得 P 点横坐标, 将 P 点横坐标代入 (1) 中抛物线解析式, 易得 P 点坐标;

(3) 由 P 点的坐标可得 C 点坐标, A 、 B 、 C 的坐标, 利用勾股定理可得 BC 长, 利用 $\sin \angle OCB = \frac{OB}{BC}$ 可得结果.

【解答】 解: (1) 将点 A 、 B 代入抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 可得,

$$\begin{cases} 0 = -1^2 + a + b \\ 0 = -3^2 + 3a + b \end{cases}$$

解得, $a=4$, $b=-3$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + 4x - 3$;

(2) $\because$ 点 C 在 y 轴上,

所以 C 点横坐标 $x=0$,

$\because$ 点 P 是线段 BC 的中点,

$$\therefore \text{点 P 横坐标 } x_P = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2},$$

$\because$ 点 P 在抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 上,

$$\therefore y_P = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 \times \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right);$$

(3) $\because$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$, 点 P 是线段 BC 的中点,

$$\therefore \text{点 C 的纵坐标为 } 2 \times \frac{3}{4} - 0 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 C 的坐标为 } \left(0, \frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore BC = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle OCB = \frac{OB}{BC} = \frac{3}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

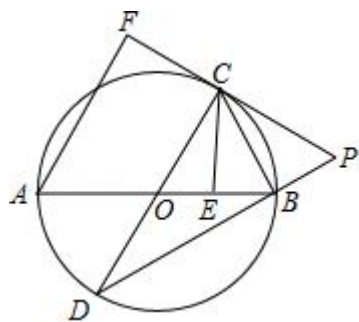
【点评】 本题主要考查了待定系数法求二次函数解析式和解直角三角形, 利用中点求得点 P 的坐标是解答此题的关键.

24. (9 分) (2017·广东) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 4\sqrt{3}$, 点 E 为线段 OB 上一点 (不与 O, B 重合), 作 $CE \perp OB$, 交 $\odot O$ 于点 C, 垂足为点 E, 作直径 CD, 过点 C 的切线交 DB 的延长线于点 P, $AF \perp PC$ 于点 F, 连接 CB.

(1) 求证: CB 是 $\angle ECP$ 的平分线;

(2) 求证: $CF = CE$;

(3) 当 $\frac{CF}{CP} = \frac{3}{4}$ 时, 求劣弧 $\widehat{BC}$ 的长度 (结果保留 π)



【考点】S9：相似三角形的判定与性质；M2：垂径定理；MC：切线的性质；

MN：弧长的计算.

【分析】(1) 根据等角的余角相等证明即可；

(2) 欲证明 $CF=CE$ ，只要证明 $\triangle ACF \cong \triangle ACE$ 即可；

(3) 作 $BM \perp PF$ 于 M . 则 $CE=CM=CF$ ，设 $CE=CM=CF=4a$ ， $PC=4a$ ， $PM=a$ ，

利用相似三角形的性质求出 BM ，求出 $\tan \angle BCM$ 的值即可解决问题；

【解答】(1) 证明： $\because OC=OB$ ，

$\therefore \angle OCB = \angle OBC$ ，

$\because PF$ 是 $\odot O$ 的切线， $CE \perp AB$ ，

$\therefore \angle OCP = \angle CEB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle PCB + \angle OCB = 90^\circ$ ， $\angle BCE + \angle OBC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCE = \angle BCP$ ，

$\therefore BC$ 平分 $\angle PCE$.

(2) 证明：连接 AC .

$\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCP + \angle ACF = 90^\circ$ ， $\angle ACE + \angle BCE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCP = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle F = \angle AEC = 90^\circ, \quad AC = AC,$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore CF = CE.$$

(3) 解：作 $BM \perp PF$ 于 M . 则 $CE = CM = CF$, 设 $CE = CM = CF = 4a$, $PC = 4a$, $PM = a$,

$$\therefore \triangle BMC \sim \triangle PMB,$$

$$\therefore \frac{BM}{PM} = \frac{CM}{BM},$$

$$\therefore BM^2 = CM \cdot PM = 3a^2,$$

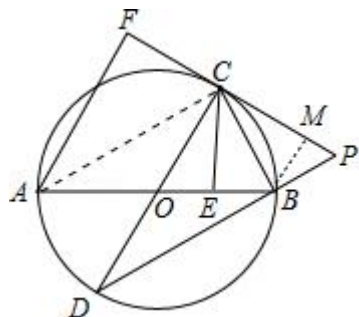
$$\therefore BM = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore \tan \angle BCM = \frac{BM}{CM} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle BCM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \widehat{BC} \text{ 的长} = \frac{60 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{3}}{180} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi.$$



【点评】 本题考查切线的性质、角平分线的判定、全等三角形的判定和性质、相

似三角形的判定和性质、锐角三角函数、弧长公式等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，属于中考常考题型.

25. (9分) (2017•广东) 如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，四边形 ABCO 是矩形，点 A, C 的坐标分别是 A (0, 2) 和 C ($2\sqrt{3}$, 0)，点 D 是对角线 AC 上一动点 (不与 A, C 重合)，连结 BD，作 $DE \perp DB$ ，交 x 轴于点 E，以线段 DE, DB 为邻边作矩形 BDEF.

(1) 填空：点 B 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 2)$ ；

(2) 是否存在这样的点 D，使得 $\triangle DEC$ 是等腰三角形？若存在，请求出 AD 的长度；若不存在，请说明理由；

(3) ①求证： $\frac{DE}{DB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

②设 $AD=x$ ，矩形 BDEF 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式 (可利用①的结论)，并求出 y 的最小值.

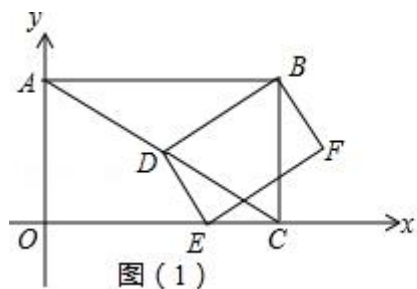


图 (1)

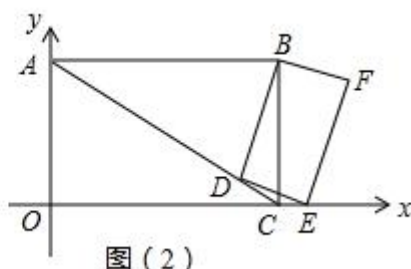


图 (2)

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 求出 AB、BC 的长即可解决问题；

(2) 存在. 连接 BE，取 BE 的中点 K，连接 DK、KC. 首先证明 B、D、E、C

四点共圆，可得 $\angle DBC = \angle DCE$ ， $\angle EDC = \angle EBC$ ，由 $\tan \angle ACO = \frac{AO}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，推

出 $\angle ACO = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 60^\circ$ 由 $\triangle DEC$ 是等腰三角形，观察图象可知，只有 $ED = EC$ ，

推出 $\angle DBC = \angle DCE = \angle EDC = \angle EBC = 30^\circ$ ，推出 $\angle DBC = \angle BCD = 60^\circ$ ，可得 $\triangle$

DBC 是等边三角形，推出 $DC=BC=2$ ，由此即可解决问题；

(3) ①由 (2) 可知，B、D、E、C 四点共圆，推出 $\angle DBC=\angle DCE=30^\circ$ ，由此即可解决问题；

②作 $DH \perp AB$ 于 H. 想办法用 x 表示 BD、DE 的长，构建二次函数即可解决问题；

【解答】 解：(1) $\because$ 四边形 AOCB 是矩形，

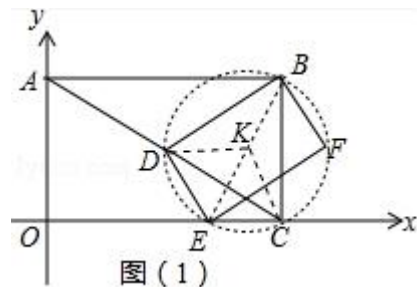
$$\therefore BC=OA=2, OC=AB=2\sqrt{3}, \angle BCO=\angle BAO=90^\circ,$$

$$\therefore B(2\sqrt{3}, 2).$$

故答案为 $(2\sqrt{3}, 2)$.

(2) 存在. 理由如下：

连接 BE，取 BE 的中点 K，连接 DK、KC.



$$\therefore \angle BDE=\angle BCE=90^\circ,$$

$$\therefore KD=KB=KE=KC,$$

$\therefore$ B、D、E、C 四点共圆，

$$\therefore \angle DBC=\angle DCE, \angle EDC=\angle EBC,$$

$$\therefore \tan \angle ACO=\frac{AO}{OC}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle ACO=30^\circ, \angle ACB=60^\circ$$

①如图 1 中， $\triangle DEC$ 是等腰三角形，观察图象可知，只有 $ED=EC$ ，

$$\therefore \angle DBC = \angle DCE = \angle EDC = \angle EBC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle BCD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DBC$ 是等边三角形,

$$\therefore DC = BC = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $\therefore \angle ACO = 30^\circ$, $OA = 2$,

$$\therefore AC = 2AO = 4,$$

$$\therefore AD = AC - CD = 4 - 2 = 2.$$

$\therefore$ 当 $AD = 2$ 时, $\triangle DEC$ 是等腰三角形.

②如图 2 中, $\therefore \triangle DCE$ 是等腰三角形, 易知 $CD = CE$, $\angle DBC = \angle DEC = \angle CDE = 15^\circ$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 75^\circ,$$

$$\therefore AB = AD = 2\sqrt{3},$$

综上所述, 满足条件的 AD 的值为 2 或 $2\sqrt{3}$.

(3) ①由 (2) 可知, B 、 D 、 E 、 C 四点共圆,

$$\therefore \angle DBE = \angle DCO = 30^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{DB},$$

$$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

②如图 2 中, 作 $DH \perp AB$ 于 H .

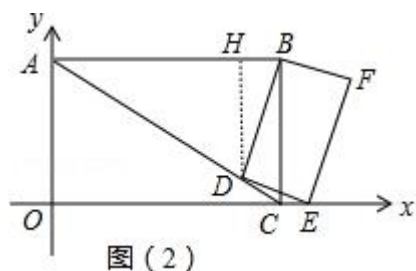


图 (2)

在 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中, $\because AD=x$, $\angle DAH=\angle ACO=30^\circ$,

$$\therefore DH=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}x, \quad AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore BH=2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

在 $\text{Rt}\triangle BDH$ 中, $BD=\sqrt{BH^2+DH^2}=\sqrt{(\frac{1}{2}x)^2+(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2}$,

$$\therefore DE=\frac{\sqrt{3}}{3}BD=\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{(\frac{1}{2}x)^2+(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2},$$

$$\therefore \text{矩形 BDEF 的面积为 } y=\frac{\sqrt{3}}{3}[\sqrt{(\frac{1}{2}x)^2+(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2}]^2=\frac{\sqrt{3}}{3}(x^2-6x+12),$$

$$\text{即 } y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-2\sqrt{3}x+4\sqrt{3},$$

$$\therefore y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-3)^2+\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}>0,$$

$\therefore x=3$ 时, y 有最小值 $\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查相似形综合题、四点共圆、锐角三角函数、相似三角形的判定和性质、勾股定理、二次函数的性质等知识, 解题的关键是学会添加辅助线, 证明 B、D、E、C 四点共圆, 学会构建二次函数解决问题, 属于中考压轴题.