

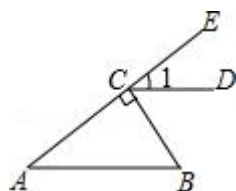
2016 年广东省梅州市中考数学试卷

一、选择题：每小题 3 分，共 21 分．每小题给出四个答案，其中只有一个是正确的．

1. (3 分) (2016•梅州) 计算： $(-3) + 4$ 的结果是 ()
A. -7 B. -1 C. 1 D. 7
2. (3 分) (2016•梅州) 若一组数据 3, x , 4, 5, 6 的众数是 3, 则这组数据的中位数为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
3. (3 分) (2016•梅州) 如图, 几何体的俯视图是 ()



4. (3 分) (2016•梅州) 分解因式 $a^2b - b^3$ 结果正确的是 ()
A. $b(a+b)(a-b)$ B. $b(a-b)^2$ C. $b(a^2 - b^2)$ D. $b(a+b)^2$
5. (3 分) (2016•梅州) 如图, $BC \perp AE$ 于点 C , $CD \parallel AB$, $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle 1$ 等于 ()



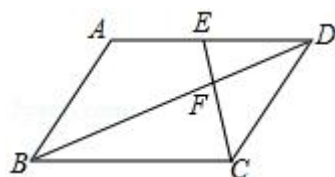
- A. 55° B. 45° C. 35° D. 25°
6. (3 分) (2016•梅州) 二次根式 $\sqrt{2-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$
7. (3 分) (2016•梅州) 对于实数 a 、 b , 定义一种新运算“ $\otimes$ ”为: $a \otimes b = \frac{1}{a - b^2}$, 这里等式右边是实数运算. 例如: $1 \otimes 3 = \frac{1}{1 - 3^2} = -\frac{1}{8}$. 则方程 $x \otimes (-2) = \frac{2}{x-4} - 1$ 的解是 ()
A. $x=4$ B. $x=5$ C. $x=6$ D. $x=7$

二、填空题：每小题 3 分，共 24 分．

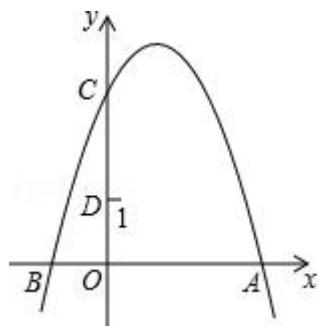
8. (3 分) (2016•梅州) 比较大小: -2 _____ -3 .
9. (3 分) (2016•梅州) 在一个不透明的口袋中, 装有若干个除颜色不同外, 其余都相同的小球. 如果口袋中装有 3 个红球且从中随机摸出一个球是红球的概率为 $\frac{1}{5}$, 那么口袋中小球共有 _____ 个.
10. (3 分) (2016•梅州) 流经我市的汀江, 在青溪水库的正常库容是 6880 万立方米. 6880 万用科学记数法表示为 _____.
11. (3 分) (2016•梅州) 已知点 $P(3-m, m)$ 在第二象限, 则 m 的取值范围是 _____.

12. (3分) (2016•梅州) 用一条长 40cm 的绳子围成一个面积为 64cm^2 的矩形. 设矩形的一边长为 $x\text{cm}$, 则可列方程为_____.

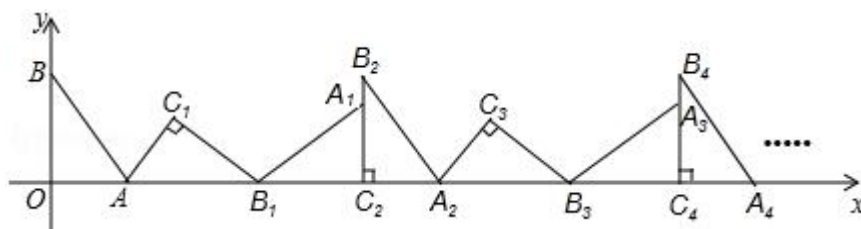
13. (3分) (2016•梅州) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 点 E 是边 AD 的中点, EC 交对角线 BD 于点 F, 若 $S_{\triangle DEC}=3$, 则 $S_{\triangle BCF}$ =_____.



14. (3分) (2016•梅州) 如图, 抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 与 y 轴交于点 C, 点 D (0, 1), 点 P 是抛物线上的动点. 若 $\triangle PCD$ 是以 CD 为底的等腰三角形, 则点 P 的坐标为_____.



15. (3分) (2016•梅州) 如图, 在平面直角坐标系中, 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置, 点 B、O 分别落在点 B_1 、 C_1 处, 点 B_1 在 x 轴上, 再将 $\triangle AB_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转到 $\triangle A_1B_1C_2$ 的位置, 点 C_2 在 x 轴上, 将 $\triangle A_1B_1C_2$ 绕点 C_2 顺时针旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置, 点 A_2 在 x 轴上, 依次进行下去.... 若点 $A(\frac{3}{2}, 0)$, $B(0, 2)$, 则点 B_{2016} 的坐标为_____.



三、解答下列各题: 本题有 9 小题, 共 75 分. 解答应写文字说明、推理过程或演算步骤.

16. (7分) (2016•梅州) 计算: $(\pi - 5)^0 + \sqrt{2}\cos 45^\circ - |-3| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

17. (7分) (2016•梅州) 我市某校开展了以“梦想中国”为主题的摄影大赛, 要求参赛学生每人交一件作品. 现将从中挑选的 50 件参赛作品的成绩 (单位: 分) 统计如下:

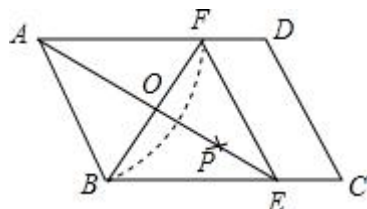
等级	成绩 (用 m 表示)	频数	频率
A	$90 \leq m \leq 100$	x	0.08
B	$80 \leq m < 90$	34	y
C	$m < 80$	12	0.24
合计		50	1

请根据上表提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 表中 x 的值为_____, y 的值为_____ ; (直接填写结果)
- (2) 将本次参赛作品获得 A 等级的学生依次用 A_1 、 A_2 、 A_3 ...表示. 现该校决定从本次参赛作品获得 A 等级的学生中, 随机抽取两名学生谈谈他们的参赛体会, 则恰好抽到学生 A_1 和 A_2 的概率为_____. (直接填写结果)

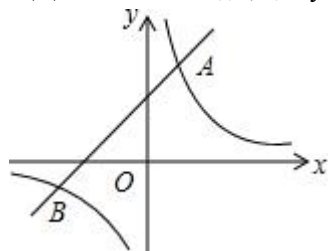
18. (7分) (2016•梅州) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 以点 A 为圆心, AB 长为半径画弧交 AD 于点 F, 再分别以点 B、F 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BF$ 长为半径画弧, 两弧交于一点 P, 连接 AP 并延长交 BC 于点 E, 连接 EF.

- (1) 四边形 ABEF 是_____ ; (选填矩形、菱形、正方形、无法确定) (直接填写结果)
- (2) AE, BF 相交于点 O, 若四边形 ABEF 的周长为 40, $BF=10$, 则 AE 的长为_____, $\angle ABC=$ _____°. (直接填写结果)



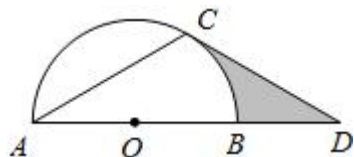
19. (7分) (2016•梅州) 如图, 已知在平面直角坐标系中, O 是坐标原点, 点 A (2, 5) 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上. 一次函数 $y=x+b$ 的图象过点 A, 且与反比例函数图象的另一交点为 B.

- (1) 求 k 和 b 的值;
- (2) 设反比例函数值为 y_1 , 一次函数值为 y_2 , 求 $y_1 > y_2$ 时 x 的取值范围.



20. (9分) (2016•梅州) 如图, 点 D 在 $\odot O$ 的直径 AB 的延长线上, 点 C 在 $\odot O$ 上, $AC=CD$, $\angle ACD=120^\circ$.

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, 求图中阴影部分的面积.

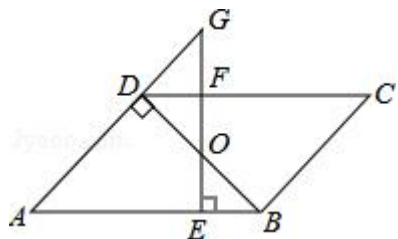


21. (9分) (2016•梅州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不等实根 x_1 、 x_2 .

- (1) 求实数 k 的取值范围.
- (2) 若方程两实根 x_1 、 x_2 满足 $x_1 + x_2 = -x_1 \cdot x_2$, 求 k 的值.

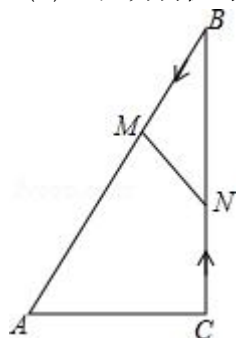
22. (9分) (2016•梅州) 如图, 平行四边形 ABCD 中, $BD \perp AD$, $\angle A = 45^\circ$, E、F 分别是 AB、CD 上的点, 且 $BE = DF$, 连接 EF 交 BD 于 O.

- (1) 求证: $BO = DO$;
- (2) 若 $EF \perp AB$, 延长 EF 交 AD 的延长线于 G, 当 $FG = 1$ 时, 求 AE 的长.

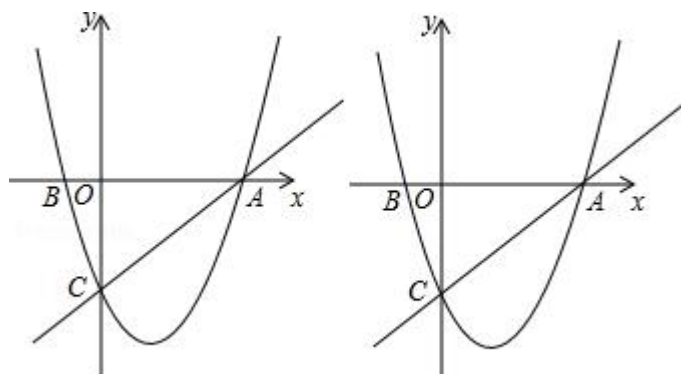


23. (10 分) (2016•梅州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=5\text{cm}$, $\angle BAC=60^\circ$, 动点 M 从点 B 出发, 在 BA 边上以每秒 2cm 的速度向点 A 匀速运动, 同时动点 N 从点 C 出发, 在 CB 边上以每秒 $\sqrt{3}\text{cm}$ 的速度向点 B 匀速运动, 设运动时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 5$), 连接 MN .

- (1) 若 $BM=BN$, 求 t 的值;
- (2) 若 $\triangle MBN$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求 t 的值;
- (3) 当 t 为何值时, 四边形 $ACNM$ 的面积最小? 并求出最小值.



24. (10 分) (2016•梅州) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过 A , B , C 三点, 点 A 的坐标是 $(3, 0)$, 点 C 的坐标是 $(0, -3)$, 动点 P 在抛物线上.



备用图

- (1) $b=$ _____, $c=$ _____, 点 B 的坐标为_____; (直接填写结果)
- (2) 是否存在点 P , 使得 $\triangle ACP$ 是以 AC 为直角边的直角三角形? 若存在, 求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由;
- (3) 过动点 P 作 PE 垂直 y 轴于点 E , 交直线 AC 于点 D , 过点 D 作 x 轴的垂线, 垂足为 F , 连接 EF , 当线段 EF 的长度最短时, 求出点 P 的坐标.

2016 年广东省梅州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：每小题 3 分，共 21 分．每小题给出四个答案，其中只有一个是正确的．

1. (3 分) (2016•梅州) 计算： $(-3) + 4$ 的结果是 ()

A. -7 B. -1 C. 1 D. 7

【考点】有理数的加法.

【分析】根据异号两数相加，取绝对值较大的数的符号，再用较大的绝对值减去较小的绝对值，可得答案.

【解答】解：原式 $=+(4-3)=1$.

故选：C.

【点评】本题考查了有理数的加法，先确定和的符号，再进行绝对值的运算.

2. (3 分) (2016•梅州) 若一组数据 3, x , 4, 5, 6 的众数是 3, 则这组数据的中位数为 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】众数；中位数.

【分析】根据众数的定义先求出 x 的值，再根据中位数的定义把这组数据从小到大排列，找出最中间的数即可得出答案.

【解答】解： $\because$ 一组数据 3, x , 4, 5, 6 的众数是 3,

$\therefore x=3$,

把这组数据按照从小到大的顺序排列为：3, 3, 4, 5, 6,

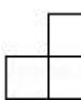
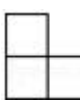
最中间的数是 4, 则这组数据的中位数为 4;

故选 B.

【点评】本题考查了众数与中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错；众数是一组数据中出现次数最多的数.

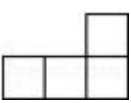
3. (3 分) (2016•梅州) 如图，几何体的俯视图是 ()



A.  B.  C.  D. 

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从上面看得到的视图是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上面看，几何体的俯视图是 .

故选：D.

【点评】 本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的视图是俯视图.

4. (3分) (2016•梅州) 分解因式 $a^2b - b^3$ 结果正确的是 ()
A. $b(a+b)(a-b)$ B. $b(a-b)^2$ C. $b(a^2-b^2)$ D. $b(a+b)^2$

【考点】 提公因式法与公式法的综合运用.

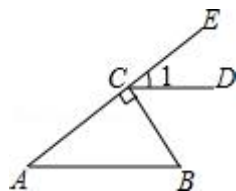
【分析】 直接提取公因式 b ，进而利用平方差公式分解因式得出答案.

【解答】 解: $a^2b - b^3$
 $=b(a^2 - b^2)$
 $=b(a+b)(a-b)$.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确应用平方差公式是解题关键.

5. (3分) (2016•梅州) 如图, $BC \perp AE$ 于点 C , $CD \parallel AB$, $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle 1$ 等于 ()



- A. 55° B. 45° C. 35° D. 25°

【考点】 平行线的性质.

【分析】 根据垂直的定义得到 $\angle ACB = 90^\circ$, 得到 $\angle BCE = 90^\circ$, 根据平行线的性质求出 $\angle BCD = 55^\circ$, 计算即可.

【解答】 解: $\because BC \perp AE$,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCE = 90^\circ$,
 $\because CD \parallel AB$, $\angle B = 55^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = \angle B = 55^\circ$,
 $\therefore \angle 1 = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$,

故选: C.

【点评】 本题考查的是平行线的性质和垂直的定义, 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 内错角相等.

6. (3分) (2016•梅州) 二次根式 $\sqrt{2-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

【考点】 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式有意义的条件列出不等式, 解不等式即可.

【解答】 解: 由题意得 $2 - x \geq 0$,
解得, $x \leq 2$,
故选: D.

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件, 掌握二次根式中的被开方数是非负数是解题的关键.

7. (3分) (2016•梅州) 对于实数 a 、 b ，定义一种新运算“ $\otimes$ ”为： $a \otimes b = \frac{1}{a-b^2}$ ，这里等式

右边是实数运算. 例如： $1 \otimes 3 = \frac{1}{1-3^2} = -\frac{1}{8}$. 则方程 $x \otimes (-2) = \frac{2}{x-4} - 1$ 的解是 ()

A. $x=4$ B. $x=5$ C. $x=6$ D. $x=7$

【考点】分式方程的解.

【专题】新定义.

【分析】所求方程利用题中的新定义化简，求出解即可.

【解答】解：根据题意，得 $\frac{1}{x-4} - \frac{2}{x-4} - 1$,

去分母得： $1=2-(x-4)$,

解得： $x=5$,

经检验 $x=5$ 是分式方程的解.

故选 B.

【点评】此题考查了解分式方程，弄清题中的新定义是解本题的关键.

二、填空题：每小题 3 分，共 24 分.

8. (3分) (2016•梅州) 比较大小： -2 > -3 .

【考点】有理数大小比较.

【分析】本题是基础题，考查了实数大小的比较. 两负数比大小，绝对值大的反而小；或者直接想象在数轴上比较，右边的数总比左边的数大.

【解答】解：在两个负数中，绝对值大的反而小，可求出 $-2 > -3$.

故答案为：>.

【点评】(1) 在以向右方向为正方向的数轴上两点，右边的点表示的数比左边的点表示的数大.

(2) 正数大于 0，负数小于 0，正数大于负数.

(3) 两个正数中绝对值大的数大.

(4) 两个负数中绝对值大的反而小.

9. (3分) (2016•梅州) 在一个不透明的口袋中，装有若干个除颜色不同外，其余都相同的小球. 如果口袋中装有 3 个红球且从中随机摸出一个球是红球的概率为 $\frac{1}{5}$ ，那么口袋中小球共有 15 个.

【考点】概率公式.

【专题】计算题.

【分析】设口袋中小球共有 x 个，根据概率公式得到 $\frac{3}{x} = \frac{1}{5}$ ，然后利用比例性质求出 x 即可.

【解答】解：设口袋中小球共有 x 个，

根据题意得 $\frac{3}{x} = \frac{1}{5}$ ，解得 $x=15$,

所以口袋中小球共有 15 个.

故答案为 15.

【点评】 本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

10. (3 分) (2016•梅州) 流经我市的汀江，在青溪水库的正常库容是 6880 万立方米. 6880 万用科学记数法表示为 6.88×10^7 .

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，整数位数减 1 即可. 当原数绝对值 > 10 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】 解：6880 万 $= 68800000 = 6.88 \times 10^7$.

故答案为： 6.88×10^7 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (3 分) (2016•梅州) 已知点 P (3 - m, m) 在第二象限，则 m 的取值范围是 $m > 3$.

【考点】 点的坐标；解一元一次不等式组.

【分析】 根据第二象限的点的横坐标是负数，纵坐标是正数列出不等式组，求解即可.

【解答】 解： $\because$ 点 P (3 - m, m) 在第二象限，

$$\therefore \begin{cases} 3 - m < 0 \\ m > 0 \end{cases} \text{ 解得： } m > 3;$$

故答案为： $m > 3$.

【点评】 本题考查了各象限内点的坐标的符号特征以及解不等式，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 (+, +)；第二象限 (-, +)；第三象限 (-, -)；第四象限 (+, -).

12. (3 分) (2016•梅州) 用一条长 40cm 的绳子围成一个面积为 64cm^2 的矩形. 设矩形的一边长为 xcm，则可列方程为 $x(20 - x) = 64$.

【考点】 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】 几何图形问题.

【分析】 本题可根据长方形的周长可以用 x 表示宽的值，然后根据面积公式即可列出方程.

【解答】 解：设矩形的一边长为 xcm，

$\because$ 长方形的周长为 40cm，

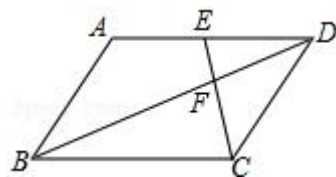
$\therefore$ 宽为 $(20 - x)$ (cm)，

得 $x(20 - x) = 64$.

故答案为： $x(20 - x) = 64$.

【点评】 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，要掌握运用长方形的面积计算公式 $S = ab$ 来解题的方法.

13. (3 分) (2016•梅州) 如图，在平行四边形 ABCD 中，点 E 是边 AD 的中点，EC 交对角线 BD 于点 F，若 $S_{\triangle DEC} = 3$ ，则 $S_{\triangle BCF} =$ 4.



【考点】相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质.

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$ 和 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，由已知条件求出 $\triangle DEF$ 的面积，根据相似三角形的面积比是相似比的平方得到答案.

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, AD=BC,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{DE}{BC}, \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BCF}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2,$$

∵ E 是边 AD 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的面积} = \frac{1}{3}S_{\triangle DEC} = 1,$$

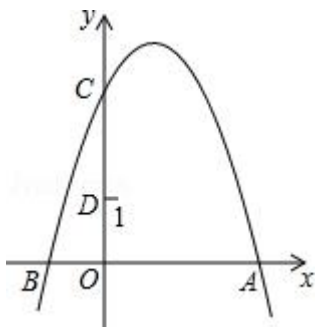
$$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle BCF} = 4;$$

故答案为：4.

【点评】本题考查的是平行四边形的性质、相似三角形的判定和性质；掌握三角形相似的判定定理和性质定理是解题的关键，注意：相似三角形的面积比是相似比的平方.

14. (3分) (2016•梅州) 如图，抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 y 轴交于点 C ，点 $D(0, 1)$ ，点 P 是抛物线上的动点. 若 $\triangle PCD$ 是以 CD 为底的等腰三角形，则点 P 的坐标为 $(1 + \sqrt{2}, 2)$ 或 $(1 - \sqrt{2}, 2)$.



【考点】二次函数图象上点的坐标特征；等腰三角形的判定.

【专题】动点型.

【分析】当 $\triangle PCD$ 是以 CD 为底的等腰三角形时，则 P 点在线段 CD 的垂直平分线上，由 C 、 D 坐标可求得线段 CD 中点的坐标，从而可知 P 点的纵坐标，代入抛物线解析式可求得 P 点坐标.

【解答】解：

∵ $\triangle PCD$ 是以 CD 为底的等腰三角形，

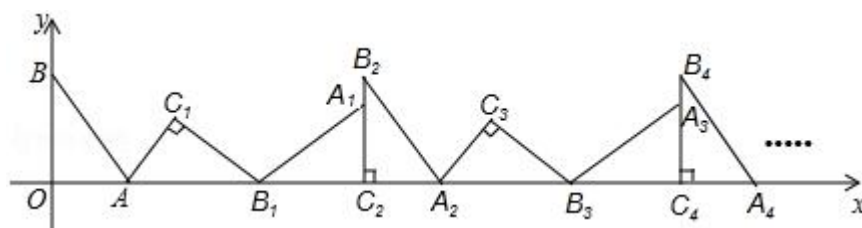
∴ 点 P 在线段 CD 的垂直平分线上，

如图，过 P 作 $PE \perp y$ 轴于点 E ，则 E 为线段 CD 的中点，

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 y 轴交于点 C ,
 $\therefore C(0, 3)$, 且 $D(0, 1)$,
 $\therefore E$ 点坐标为 $(0, 2)$,
 $\therefore P$ 点纵坐标为 2 ,
 在 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中, 令 $y = 2$, 可得 $-x^2 + 2x + 3 = 2$, 解得 $x = 1 \pm \sqrt{2}$,
 $\therefore P$ 点坐标为 $(1 + \sqrt{2}, 2)$ 或 $(1 - \sqrt{2}, 2)$,
 故答案为: $(1 + \sqrt{2}, 2)$ 或 $(1 - \sqrt{2}, 2)$.

【点评】 本题主要考查等腰三角形的性质, 利用等腰三角形的性质求得 P 点纵坐标是解题的关键.

15. (3 分) (2016•梅州) 如图, 在平面直角坐标系中, 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置, 点 B 、 O 分别落在点 B_1 、 C_1 处, 点 B_1 在 x 轴上, 再将 $\triangle AB_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转到 $\triangle A_1B_1C_2$ 的位置, 点 C_2 在 x 轴上, 将 $\triangle A_1B_1C_2$ 绕点 C_2 顺时针旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置, 点 A_2 在 x 轴上, 依次进行下去.... 若点 $A(\frac{3}{2}, 0)$, $B(0, 2)$, 则点 B_{2016} 的坐标为 $(6048, 2)$.



【考点】 坐标与图形变化-旋转.

【专题】 规律型.

【分析】 首先根据已知求出三角形三边长度, 然后通过旋转发现, B 、 B_2 、 B_4 ..., 即可得每偶数之间的 B 相差 6 个单位长度, 根据这个规律可以求得 B_{2016} 的坐标.

【解答】 解: $\because AO = \frac{3}{2}$, $BO = 2$,

$$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore OA + AB_1 + B_1C_2 = 6,$$

$$\therefore B_2 \text{ 的横坐标为: } 6, \text{ 且 } B_2C_2 = 2,$$

$$\therefore B_4 \text{ 的横坐标为: } 2 \times 6 = 12,$$

$$\therefore \text{点 } B_{2016} \text{ 的横坐标为: } 2016 \div 2 \times 6 = 6048.$$

$$\therefore \text{点 } B_{2016} \text{ 的纵坐标为: } 2.$$

$$\therefore \text{点 } B_{2016} \text{ 的坐标为: } (6048, 2).$$

故答案为: $(6048, 2)$.

【点评】 此题考查了点的坐标规律变换, 通过图形旋转, 找到所有 B 点之间的关系是本题的关键.

三、解答下列各题: 本题有 9 小题, 共 75 分. 解答应写文字说明、推理过程或演算步骤.

16. (7 分) (2016•梅州) 计算: $(\pi - 5)^0 + \sqrt{2} \cos 45^\circ - |-3| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

【考点】实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

【专题】计算题.

【分析】根据实数的运算顺序，首先计算乘方、乘法，然后从左向右依次计算，求出算式

$(\pi - 5)^0 + \sqrt{2}\cos 45^\circ - |-3| + (\frac{1}{2})^{-1}$ 的值是多少即可.

【解答】解： $(\pi - 5)^0 + \sqrt{2}\cos 45^\circ - |-3| + (\frac{1}{2})^{-1}$

$$= 1 + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 + 2$$
$$= 1 + 1 - 3 + 2$$
$$= 1$$

【点评】(1) 此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

(2) 此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0=1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$.

(3) 此题还考查了负整数指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)；②计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算；③当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数.

(4) 此题还考查了特殊角的三角函数值，要牢记 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

17. (7 分) (2016•梅州) 我市某校开展了以“梦想中国”为主题的摄影大赛，要求参赛学生每人交一件作品. 现将从中挑选的 50 件参赛作品的成绩 (单位：分) 统计如下：

等级	成绩 (用 m 表示)	频数	频率
A	$90 \leq m \leq 100$	x	0.08
B	$80 \leq m < 90$	34	y
C	$m < 80$	12	0.24
合计		50	1

请根据上表提供的信息，解答下列问题：

(1) 表中 x 的值为 4， y 的值为 0.68； (直接填写结果)

(2) 将本次参赛作品获得 A 等级的学生依次用 A_1 、 A_2 、 A_3 ... 表示. 现该校决定从本次参赛作品获得 A 等级的学生中，随机抽取两名学生谈谈他们的参赛体会，则恰好抽到学生 A_1 和 A_2 的概率为 $\frac{1}{6}$. (直接填写结果)

【考点】列表法与树状图法；频数 (率) 分布表.

【专题】计算题.

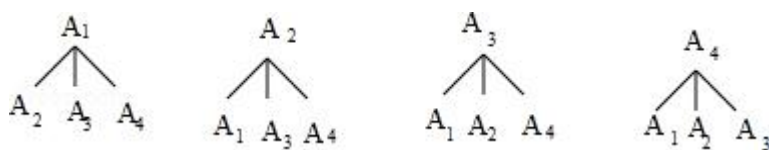
【分析】(1) 利用频 (数) 率分布表，利用频数和分别减去 B、C 等级的频数即可得到 x 的值，然后用 B 等级的频数除以总数即可得到 y 的值；

(2) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出恰好抽到学生 A_1 和 A_2 的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：(1) $x = 50 - 12 - 34 = 4$ ， $y = \frac{34}{50} = 0.68$ ；

故答案为 4，0.68；

(2) 画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中恰好抽到学生 A_1 和 A_2 的结果数为 2，

所以恰好抽到学生 A_1 和 A_2 的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ，

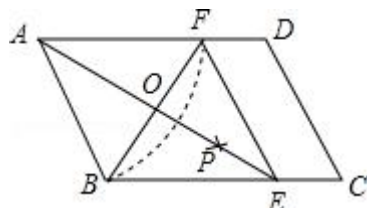
故答案为 4, 0.68; $\frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率. 也考查了频（数）率分布表.

18. (7 分) (2016•梅州) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，以点 A 为圆心， AB 长为半径画弧交 AD 于点 F ，再分别以点 B 、 F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BF$ 长为半径画弧，两弧交于一点 P ，连接 AP 并延长交 BC 于点 E ，连接 EF 。

(1) 四边形 $ABEF$ 是 菱形；(选填矩形、菱形、正方形、无法确定) (直接填写结果)

(2) AE 、 BF 相交于点 O ，若四边形 $ABEF$ 的周长为 40, $BF=10$, 则 AE 的长为 $10\sqrt{3}$, $\angle ABC =$ 120° . (直接填写结果)



【考点】 菱形的判定与性质；平行四边形的性质；作图—基本作图.

【分析】 (1) 先证明 $\triangle AEB \cong \triangle AEF$ ，推出 $\angle EAB = \angle EAF$ ，由 $AD \parallel BC$ ，推出 $\angle EAF = \angle AEB = \angle EAB$ ，得到 $BE = AB = AF$ ，由此即可证明.

(2) 根据菱形的性质首先证明 $\triangle AOB$ 是含有 30° 的直角三角形，由此即可解决问题.

【解答】 解：(1) 在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AEF$ 中，

$$\begin{cases} AB=AF \\ \angle EAB=\angle EAF, \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AEF$,

$\therefore \angle EAB = \angle EAF$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EAF = \angle AEB = \angle EAB$,

$\therefore BE = AB = AF$.

$\because AF \parallel BE$,

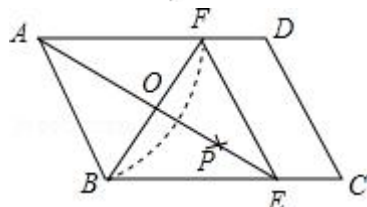
$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形

$\because AB = AF$,

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是菱形.

故答案为菱形.

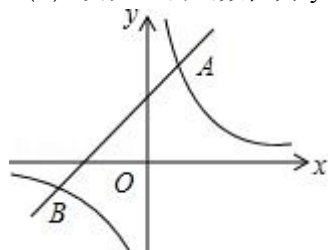
(2) $\because$ 四边形 ABEF 是菱形,
 $\therefore AE \perp BF$, $BO=OF=5$, $\angle ABO=\angle EBO$,
 $\because AB=10$,
 $\therefore AB=2BO$, $\therefore \angle AOB=90^\circ$
 $\therefore \angle BAO=30^\circ$, $\angle ABO=60^\circ$,
 $\therefore AO=\sqrt{3}BO=5\sqrt{3}$, $\angle ABC=2\angle ABO=120^\circ$.
 故答案为 $10\sqrt{3}$, 120 .



【点评】 本题考查菱形的判定和性质、平行四边形的性质、作图 - 基本作图等知识，解题的关键是全等三角形的证明，想到利用特殊三角形解决问题，属于中考常考题型.

19. (7 分) (2016•梅州) 如图，已知在平面直角坐标系中，O 是坐标原点，点 A (2, 5) 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上. 一次函数 $y=x+b$ 的图象过点 A，且与反比例函数图象的另一交点为 B.

- (1) 求 k 和 b 的值;
- (2) 设反比例函数值为 y_1 ，一次函数值为 y_2 ，求 $y_1 > y_2$ 时 x 的取值范围.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 把 A (2, 5) 分别代入 $y=\frac{k}{x}$ 和 $y=x+b$ ，即可求出 k 和 b 的值;

(2) 联立一次函数和反比例函数的解析式，求出交点坐标，进而结合图形求出 $y_1 > y_2$ 时 x 的取值范围.

【解答】 解：(1) 把 A (2, 5) 分别代入 $y=\frac{k}{x}$ 和 $y=x+b$,

$$\text{得} \begin{cases} \frac{k}{2}=5 \\ 2+b=5 \end{cases},$$

解得 $k=10$, $b=3$;

(2) 由 (1) 得，直线 AB 的解析式为 $y=x+3$,

反比例函数的解析式为 $y=\frac{10}{x}$.

$$\text{由} \begin{cases} y=\frac{10}{x} \\ y=x+3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-5 \\ y=-2 \end{cases}.$$

则点 B 的坐标为 $(-5, -2)$.

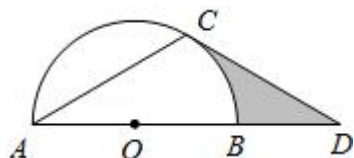
由图象可知, 当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是 $x < -5$ 或 $0 < x < 2$.

【点评】 本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是求出 k 和 b 的值, 此题难度不大.

20. (9 分) (2016•梅州) 如图, 点 D 在 $\odot O$ 的直径 AB 的延长线上, 点 C 在 $\odot O$ 上, $AC=CD$, $\angle ACD=120^\circ$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, 求图中阴影部分的面积.



【考点】 扇形面积的计算; 等腰三角形的性质; 切线的判定; 特殊角的三角函数值.

【专题】 几何图形问题.

【分析】 (1) 连接 OC. 只需证明 $\angle OCD=90^\circ$. 根据等腰三角形的性质即可证明;

(2) 阴影部分的面积即为直角三角形 OCD 的面积减去扇形 COB 的面积.

【解答】 (1) 证明: 连接 OC.

$$\because AC=CD, \angle ACD=120^\circ,$$

$$\therefore \angle A=\angle D=30^\circ.$$

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle 2=\angle A=30^\circ.$$

$$\therefore \angle OCD=180^\circ - \angle A - \angle D - \angle 2=90^\circ. \text{ 即 } OC \perp CD,$$

$$\therefore CD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线.}$$

(2) 解: $\because \angle A=30^\circ$,

$$\therefore \angle 1=2\angle A=60^\circ.$$

$$\therefore S_{\text{扇形} BOC} = \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}.$$

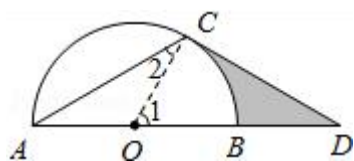
在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中,

$$\therefore \frac{CD}{OC} = \tan 60^\circ,$$

$$\therefore CD=2\sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\text{Rt}\triangle OCD} = \frac{1}{2}OC \times CD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积为: } 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}.$$



【点评】 此题综合考查了等腰三角形的性质、切线的判定方法、扇形的面积计算方法.

21. (9分) (2016•梅州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不等实根 x_1 、 x_2 .

(1) 求实数 k 的取值范围.

(2) 若方程两实根 x_1 、 x_2 满足 $x_1 + x_2 = -x_1 \cdot x_2$, 求 k 的值.

【考点】 根的判别式; 根与系数的关系.

【分析】 (1) 根据根与系数的关系得出 $\Delta > 0$, 代入求出即可;

(2) 根据根与系数的关系得出 $x_1 + x_2 = -(2k+1)$, $x_1 \cdot x_2 = k^2 + 1$, 根据 $x_1 + x_2 = -x_1 \cdot x_2$ 得出 $-(2k+1) = -(k^2 + 1)$, 求出方程的解, 再根据 (1) 的范围确定即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 原方程有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (2k+1)^2 - 4(k^2 + 1) > 0,$$

$$\text{解得: } k > \frac{3}{4},$$

即实数 k 的取值范围是 $k > \frac{3}{4}$;

(2) $\because$ 根据根与系数的关系得: $x_1 + x_2 = -(2k+1)$, $x_1 \cdot x_2 = k^2 + 1$,

又 $\because$ 方程两实根 x_1 、 x_2 满足 $x_1 + x_2 = -x_1 \cdot x_2$,

$$\therefore -(2k+1) = -(k^2 + 1),$$

解得: $k_1 = 0$, $k_2 = 2$,

$$\therefore k > \frac{3}{4},$$

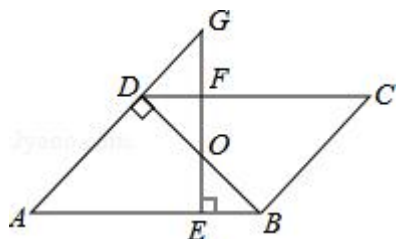
$\therefore k$ 只能是 2.

【点评】 本题考查了根与系数的关系和根的判别式的应用, 能正确运用性质进行计算是解此题的关键, 题目比较好, 难度适中.

22. (9分) (2016•梅州) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $BD \perp AD$, $\angle A = 45^\circ$, E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的点, 且 $BE = DF$, 连接 EF 交 BD 于 O .

(1) 求证: $BO = DO$;

(2) 若 $EF \perp AB$, 延长 EF 交 AD 的延长线于 G , 当 $FG = 1$ 时, 求 AE 的长.



【考点】 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由平行四边形的性质和 AAS 证明 $\triangle OBE \cong \triangle ODF$, 得出对应边相等即可;

(2) 证出 $AE = GE$, 再证明 $DG = DO$, 得出 $OF = FG = 1$, 即可得出结果.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore DC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle OBE = \angle ODF.$$

在 $\triangle OBE$ 与 $\triangle ODF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OBE = \angle ODF \\ \angle BOE = \angle DOF \\ BE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle OBE \cong \triangle ODF$ (AAS).

$\therefore BO = DO$.

(2) 解: $\because EF \perp AB$, $AB \parallel DC$,

$\therefore \angle GEA = \angle GFD = 90^\circ$.

$\because \angle A = 45^\circ$,

$\therefore \angle G = \angle A = 45^\circ$.

$\therefore AE = GE$

$\because BD \perp AD$,

$\therefore \angle ADB = \angle GDO = 90^\circ$.

$\therefore \angle GOD = \angle G = 45^\circ$.

$\therefore DG = DO$,

$\therefore OF = FG = 1$,

由 (1) 可知, $OE = OF = 1$,

$\therefore GE = OE + OF + FG = 3$,

$\therefore AE = 3$.

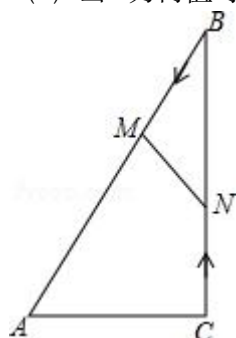
【点评】 本题考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形全等是解决问题 (1) 的关键.

23. (10 分) (2016•梅州) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 5\text{cm}$, $\angle BAC = 60^\circ$, 动点 M 从点 B 出发, 在 BA 边上以每秒 2cm 的速度向点 A 匀速运动, 同时动点 N 从点 C 出发, 在 CB 边上以每秒 $\sqrt{3}\text{cm}$ 的速度向点 B 匀速运动, 设运动时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 5$), 连接 MN .

(1) 若 $BM = BN$, 求 t 的值;

(2) 若 $\triangle MBN$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求 t 的值;

(3) 当 t 为何值时, 四边形 $ACNM$ 的面积最小? 并求出最小值.



【考点】 相似形综合题.

【分析】 (1) 由已知条件得出 $AB = 10$, $BC = 5\sqrt{3}$. 由题意知: $BM = 2t$, $CN = \sqrt{3}t$,

$BN = 5\sqrt{3} - \sqrt{3}t$, 由 $BM = BN$ 得出方程 $2t = 5\sqrt{3} - \sqrt{3}t$, 解方程即可;

(2) 分两种情况: ①当 $\triangle MBN \sim \triangle ABC$ 时, 由相似三角形的对应边成比例得出比例式, 即可得出 t 的值;

②当 $\triangle NBM \sim \triangle ABC$ 时, 由相似三角形的对应边成比例得出比例式, 即可得出 t 的值;

(3) 过 M 作 $MD \perp BC$ 于点 D, 则 $MD \parallel AC$, 证出 $\triangle BMD \sim \triangle BAC$, 得出比例式求出 $MD=t$. 四边形 ACNM 的面积 $y = \triangle ABC$ 的面积 - $\triangle BMN$ 的面积, 得出 y 是 t 的二次函数, 由二次函数的性质即可得出结果.

【解答】 解: (1) $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=5$, $\angle BAC=60^\circ$,

$$\therefore \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore AB=2AC=10, BC=5\sqrt{3}.$$

由题意知: $BM=2t$, $CN=\sqrt{3}t$,

$$\therefore BN=5\sqrt{3}-\sqrt{3}t,$$

$$\because BM=BN,$$

$$\therefore 2t=5\sqrt{3}-\sqrt{3}t,$$

$$\text{解得: } t=\frac{5\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=10\sqrt{3}-15.$$

(2) 分两种情况: ①当 $\triangle MBN \sim \triangle ABC$ 时,

$$\text{则 } \frac{MB}{AB} = \frac{BN}{BC}, \text{ 即 } \frac{2t}{10} = \frac{5\sqrt{3}-\sqrt{3}t}{5\sqrt{3}},$$

$$\text{解得: } t=\frac{5}{2}.$$

②当 $\triangle NBM \sim \triangle ABC$ 时,

$$\text{则 } \frac{NB}{AB} = \frac{BM}{BC}, \text{ 即 } \frac{5\sqrt{3}-\sqrt{3}t}{10} = \frac{2t}{5\sqrt{3}},$$

$$\text{解得: } t=\frac{15}{7}.$$

综上所述: 当 $t=\frac{5}{2}$ 或 $t=\frac{15}{7}$ 时, $\triangle MBN$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

(3) 过 M 作 $MD \perp BC$ 于点 D, 则 $MD \parallel AC$,

$$\therefore \triangle BMD \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{MD}{AC} = \frac{BM}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{MD}{5} = \frac{2t}{10},$$

$$\text{解得: } MD=t.$$

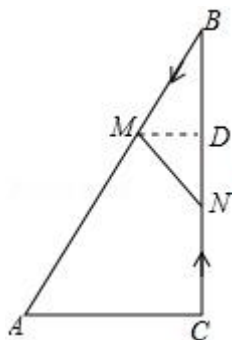
设四边形 ACNM 的面积为 y ,

$\therefore$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} - \frac{1}{2} (5\sqrt{3} - \sqrt{3}t) \cdot t = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2 - \frac{5\sqrt{3}}{2} t + \frac{25\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{75}{8}\sqrt{3}.$$

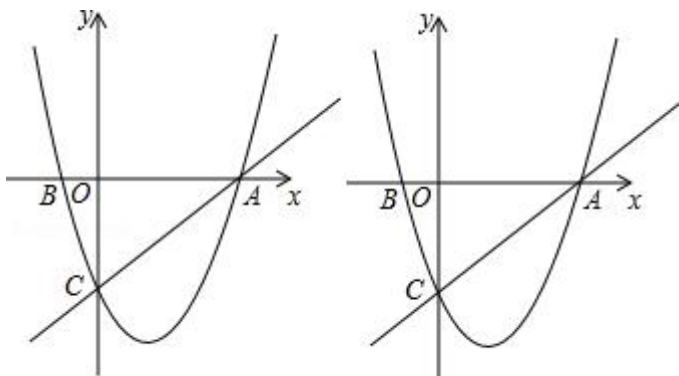
$\therefore$ 根据二次函数的性质可知, 当 $t=\frac{5}{2}$ 时, y 的值最小.

$$\text{此时, } y_{\text{最小}} = \frac{75}{8}\sqrt{3}.$$



【点评】本题是相似形综合题目，考查了相似三角形的判定与性质、含 30° 角的直角三角形的性质、三角形面积的计算；本题综合性强，证明三角形相似是解决问题的关键。

24. (10 分) (2016•梅州) 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过 A, B, C 三点，点 A 的坐标是 (3, 0)，点 C 的坐标是 (0, -3)，动点 P 在抛物线上。



备用图

(1) $b = -2$, $c = -3$, 点 B 的坐标为 $(-1, 0)$; (直接填写结果)

(2) 是否存在点 P, 使得 $\triangle ACP$ 是以 AC 为直角边的直角三角形? 若存在, 求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由;

(3) 过动点 P 作 PE 垂直 y 轴于点 E, 交直线 AC 于点 D, 过点 D 作 x 轴的垂线, 垂足为 F, 连接 EF, 当线段 EF 的长度最短时, 求出点 P 的坐标。

【考点】二次函数综合题。

【分析】(1) 将点 A 和点 C 的坐标代入抛物线的解析式可求得 b、c 的值, 然后令 $y=0$ 可求得点 B 的坐标;

(2) 分别过点 C 和点 A 作 AC 的垂线, 将抛物线与 P_1 , P_2 两点先求得 AC 的解析式, 然后可求得 P_1C 和 P_2A 的解析式, 最后再求得 P_1C 和 P_2A 与抛物线的交点坐标即可;

(3) 连接 OD. 先证明四边形 OEDF 为矩形, 从而得到 $OD=EF$, 然后根据垂线段最短可求得点 D 的纵坐标, 从而得到点 P 的纵坐标, 然后由抛物线的解析式可求得点 P 的坐标。

【解答】解: (1) $\because$ 将点 A 和点 C 的坐标代入抛物线的解析式得: $\begin{cases} c = -3 \\ 9 + 3b + c = 0 \end{cases}$, 解得: $b = -2$, $c = -3$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$.

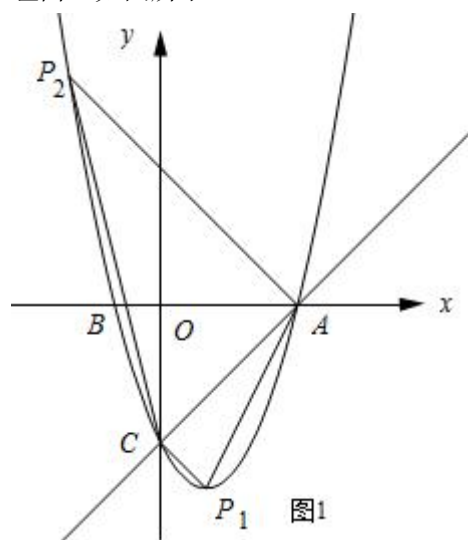
$\therefore$ 令 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 解得: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-1, 0)$.

故答案为: -2 ; -3 ; $(-1, 0)$.

(2) 存在.

理由：如图所示：



①当 $\angle ACP_1=90^\circ$.

由(1)可知点A的坐标为(3, 0).

设AC的解析式为 $y=kx-3$.

$\because$ 将点A的坐标代入得 $3k-3=0$, 解得 $k=1$,

$\therefore$ 直线AC的解析式为 $y=x-3$.

$\therefore$ 直线 CP_1 的解析式为 $y=-x-3$.

$\because$ 将 $y=-x-3$ 与 $y=x^2-2x-3$ 联立解得 $x_1=1$, $x_2=0$ (舍去),

$\therefore$ 点 P_1 的坐标为(1, -4).

②当 $\angle P_2AC=90^\circ$ 时.

设 AP_2 的解析式为 $y=-x+b$.

$\because$ 将 $x=3$, $y=0$ 代入得: $-3+b=0$, 解得 $b=3$.

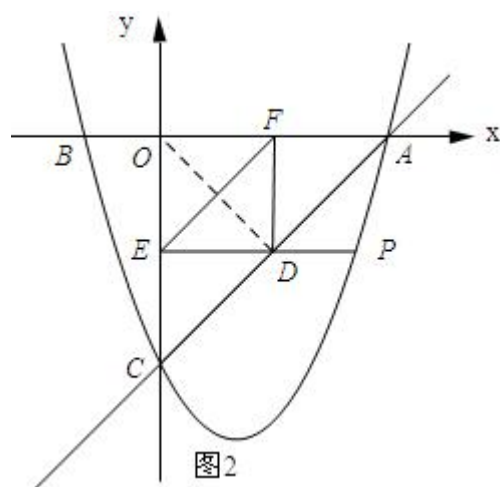
$\therefore$ 直线 AP_2 的解析式为 $y=-x+3$.

$\because$ 将 $y=-x+3$ 与 $y=x^2-2x-3$ 联立解得 $x_1=-2$, $x_2=3$ (舍去),

$\therefore$ 点 P_2 的坐标为(-2, 5).

综上所述, P的坐标是(1, -4)或(-2, 5).

(3) 如图2所示: 连接OD.



由题意可知, 四边形OFDE是矩形, 则 $OD=EF$.

根据垂线段最短, 可得当 $OD \perp AC$ 时, OD最短, 即EF最短.

由 (1) 可知, 在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中,

$\therefore OC=OA=3$, $OD \perp AC$,

$\therefore D$ 是 AC 的中点.

又 $\therefore DF \parallel OC$,

$$\therefore DF = \frac{1}{2} OC = \frac{3}{2}.$$

$\therefore$ 点 P 的纵坐标是 $-\frac{3}{2}$.

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = -\frac{3}{2}, \text{ 解得: } x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}.$$

$\therefore$ 当 EF 最短时, 点 P 的坐标是: $(\frac{2+\sqrt{10}}{2}, -\frac{3}{2})$ 或 $(\frac{2-\sqrt{10}}{2}, -\frac{3}{2})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求一次函数、二次函数的解析式、矩形的性质、垂线的性质, 求得 P_1C 和 P_2A 的解析式是解答问题 (2) 的关键, 求得点 P 的纵坐标是解答问题 (3) 的关键.