

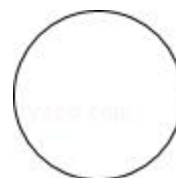
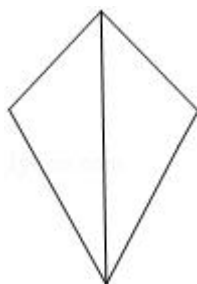
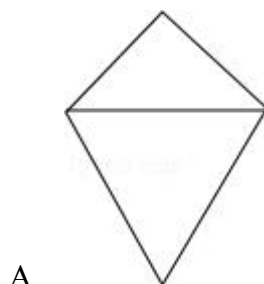
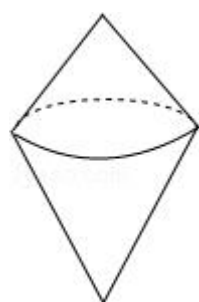
2016 年广东省广州市中考数学试卷

一、选择题. (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分.)

1. (3 分) (2016•广州) 中国人很早开始使用负数, 中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章, 在世界数学史上首次正式引入负数. 如果收入 100 元记作+100 元, 那么 -80 元表示 ()

A. 支出 20 元 B. 收入 20 元 C. 支出 80 元 D. 收入 80 元

2. (3 分) (2016•广州) 如图所示的几何体左视图是 ()



3. (3 分) (2016•广州) 据统计, 2015 年广州地铁日均客运量均为 6 590 000 人次, 将 6 590 000 用科学记数法表示为 ()

A. 6.59×10^4 B. 659×10^4 C. 65.9×10^5 D. 6.59×10^6

4. (3 分) (2016•广州) 某个密码锁的密码由三个数字组成, 每个数字都是 0-9 这十个数字中的一个, 只有当三个数字与所设定的密码及顺序完全相同时, 才能将锁打开. 如果仅忘记了锁设密码的最后那个数字, 那么一次就能打开该密码的概率是 ()

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

5. (3 分) (2016•广州) 下列计算正确的是 ()

A. $\frac{x^2}{y^2} = \frac{x}{y}$ ($y \neq 0$)

B. $xy^2 \div \frac{1}{2y} = 2xy$ ($y \neq 0$)

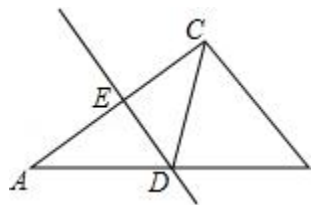
C. $2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 5\sqrt{xy}$ ($x \geq 0, y \geq 0$)

D. $(xy^3)^2 = x^2y^6$

6. (3分) (2016•广州) 一司机驾驶汽车从甲地去乙地, 他以平均 80 千米/小时的速度用了 4 个小时到达乙地, 当他按原路匀速返回时, 汽车的速度 v 千米/小时与时间 t 小时的函数关系是 ()

A. $v = 320t$ B. $v = \frac{320}{t}$ C. $v = 20t$ D. $v = \frac{20}{t}$

7. (3分) (2016•广州) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10$, $AC = 8$, $BC = 6$, DE 是 AC 的垂直平分线, DE 交 AB 于点 D , 连接 CD , 则 $CD =$ ()



A. 3 B. 4 C. 4.8 D. 5

8. (3分) (2016•广州) 若一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过第一、二、四象限, 则下列不等式中总是成立的是 ()

A. $ab > 0$ B. $a - b > 0$ C. $a^2 + b > 0$ D. $a + b > 0$

9. (3分) (2016•广州) 对于二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 4$, 下列说法正确的是 ()

A. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大 B. 当 $x = 2$ 时, y 有最大值 -3

C. 图象的顶点坐标为 $(-2, -7)$ D. 图象与 x 轴有两个交点

10. (3分) (2016•广州) 定义运算: $a \star b = a(1 - b)$. 若 a, b 是方程 $x^2 - x + \frac{1}{4}m = 0$

($m < 0$) 的两根, 则 $b \star b - a \star a$ 的值为 ()

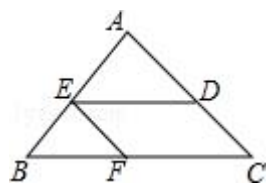
A. 0 B. 1 C. 2 D. 与 m 有关

二. 填空题. (本大题共六小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. (3分) (2016•广州) 分解因式: $2a^2 + ab =$ _____.

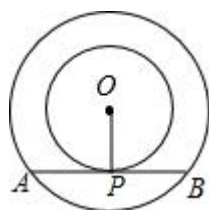
12. (3分) (2016•广州) 代数式 $\sqrt{9-x}$ 有意义时, 实数 x 的取值范围是_____.

13. (3分) (2016•广州) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=12\text{cm}$, 点 D 在 AC 上, $DC=4\text{cm}$. 将线段 DC 沿着 CB 的方向平移 7cm 得到线段 EF , 点 E , F 分别落在边 AB , BC 上, 则 $\triangle EBF$ 的周长为_____ cm .



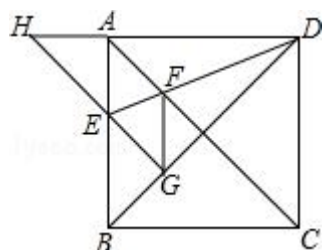
14. (3分) (2016•广州) 分式方程 $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$ 的解是_____.

15. (3分) (2016•广州) 如图, 以点 O 为圆心的两个同心圆中, 大圆的弦 AB 是小圆的切线, 点 P 为切点, $AB=12\sqrt{3}$, $OP=6$, 则劣弧 AB 的长为_____.



16. (3分) (2016•广州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, AC , BD 是对角线. 将 $\triangle DCB$ 绕着点 D 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle DGH$, HG 交 AB 于点 E , 连接 DE 交 AC 于点 F , 连接 FG . 则下列结论: ①四边形 $AEGF$ 是菱形
② $\triangle AED \cong \triangle GED$ ③ $\angle DFG=112.5^\circ$ ④ $BC+FG=1.5$

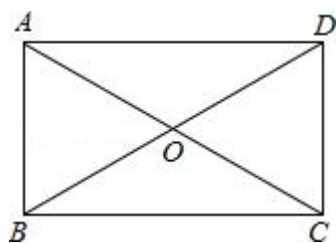
其中正确的结论是_____.



三、解答题

17. (9 分) (2016•广州) 解不等式组 $\begin{cases} 2x < 5 \\ 3(x+2) \geq x+4 \end{cases}$ 并在数轴上表示解集.

18. (9 分) (2016•广州) 如图, 矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 若 $AB=AO$, 求 $\angle ABD$ 的度数.



19. (10 分) (2016•广州) 某校为了提升初中学生学习数学的兴趣, 培养学生的创新精神, 举办“玩转数学”比赛. 现有甲、乙、丙三个小组进入决赛, 评委从研究报告、小组展示、答辩三个方面为个小组打, 各项成绩均按百分制记录. 甲、乙、丙三个小组各项得分如表:

小组	研究报告	小组展示	答辩
甲	91	80	78
乙	81	74	85
丙	79	83	90

(1) 计算各小组的平均成绩, 并从高分到低分确定小组的排名顺序;

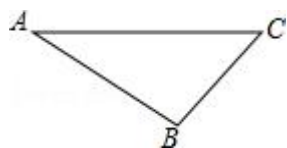
(2) 如果按照研究报告占 40%，小组展示占 30%，答辩占 30% 计算各小组的成绩，哪个小组的成绩最高？

20. (10 分) (2016•广州) 已知 $A = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a-b)^2}$ ($a, b \neq 0$ 且 $a \neq b$)

(1) 化简 A;

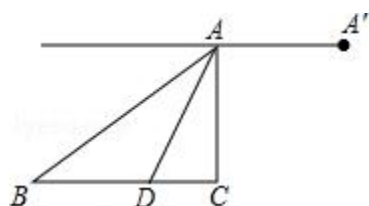
(2) 若点 P (a, b) 在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上，求 A 的值.

21. (12 分) (2016•广州) 如图，利用尺规，在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上方作 $\angle CAE = \angle ACB$ ，在射线 AE 上截取 $AD = BC$ ，连接 CD，并证明： $CD \parallel AB$ (尺规作图要求保留作图痕迹，不写作法)



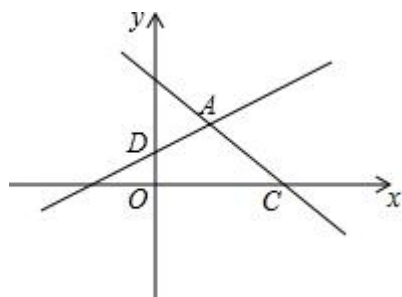
22. (12 分) (2016•广州) 如图，某无人机于空中 A 处探测到目标 B，D，从无人机 A 上看目标 B，D 的俯角分别为 30° ， 60° ，此时无人机的飞行高度 AC 为 60m，随后无人机从 A 处继续飞行 $30\sqrt{3}$ m 到达 A'处，

- (1) 求 A, B 之间的距离;
- (2) 求从无人机 A' 上看目标 D 的俯角的正切值.



23. (12 分) (2016•广州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 C, 与直线 AD 交于点 A $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$, 点 D 的坐标为 $(0, 1)$

- (1) 求直线 AD 的解析式;
- (2) 直线 AD 与 x 轴交于点 B, 若点 E 是直线 AD 上一动点 (不与点 B 重合), 当 $\triangle BOD$ 与 $\triangle BCE$ 相似时, 求点 E 的坐标.



24. (14 分) (2016•广州) 已知抛物线 $y = mx^2 + (1 - 2m)x + 1 - 3m$ 与 x 轴相交于不同的两点 A、B

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 证明该抛物线一定经过非坐标轴上的一点 P, 并求出点 P 的坐标;

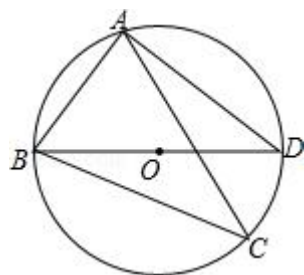
(3) 当 $\frac{1}{4} < m \leq 8$ 时, 由 (2) 求出的点 P 和点 A, B 构成的 $\triangle ABP$ 的面积是否有最值? 若有, 求出该最值及相对应的 m 值.

25. (14 分) (2016•广州) 如图, 点 C 为 $\triangle ABD$ 的外接圆上的一动点 (点 C 不在 $\widehat{ABC}$ 上, 且不与点 B, D 重合), $\angle ACB = \angle ABD = 45^\circ$

(1) 求证: BD 是该外接圆的直径;

(2) 连结 CD, 求证: $\sqrt{2}AC = BC + CD$;

(3) 若 $\triangle ABC$ 关于直线 AB 的对称图形为 $\triangle ABM$, 连接 DM, 试探究 DM^2 , AM^2 , BM^2 三者之间满足的等量关系, 并证明你的结论.



2016 年广东省广州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题. (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分.)

1. (3 分) (2016•广州) 中国人很早开始使用负数, 中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章, 在世界数学史上首次正式引入负数. 如果收入 100 元记作+100 元, 那么 -80 元表示 ()
- A. 支出 20 元 B. 收入 20 元 C. 支出 80 元 D. 收入 80 元

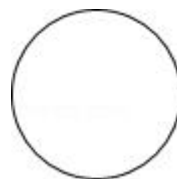
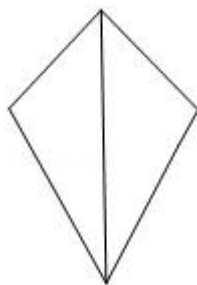
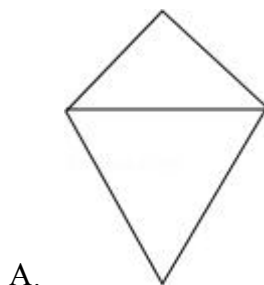
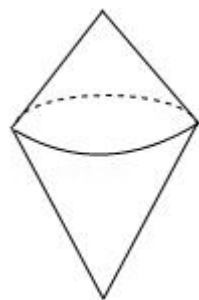
【考点】 正数和负数.

【分析】 在一对具有相反意义的量中, 先规定其中一个为正, 则另一个就用负表示.

【解答】 解: 根据题意, 收入 100 元记作+100 元,
则 -80 表示支出 80 元.
故选: C.

【点评】 本题考查了正数和负数, 解题关键是理解“正”和“负”的相对性, 确定一对具有相反意义的量.

2. (3 分) (2016•广州) 如图所示的几何体左视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据几何体的左视图的定义判断即可.

【解答】解: 如图所示的几何体左视图是 A,
故选 A.

【点评】本题考查了由几何体来判断三视图, 还考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力.

3. (3 分) (2016•广州) 据统计, 2015 年广州地铁日均客运量均为 6 590 000 人次, 将 6 590 000 用科学记数法表示为 ()

A. 6.59×10^4 B. 659×10^4 C. 65.9×10^5 D. 6.59×10^6

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 6 590 000 用科学记数法表示为: 6.59×10^6 .
故选: D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2016•广州) 某个密码锁的密码由三个数字组成, 每个数字都是 0 – 9 这十个数字中的一个, 只有当三个数字与所设定的密码及顺序完全相同时, 才能将锁打开. 如果仅忘记了锁设密码的最后那个数字, 那么一次就能打开该密码的概率是 ()

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】概率公式.

【分析】 最后一个数字可能是 0~9 中任一个，总共有十种情况，其中开锁只有一种情况，利用概率公式进行计算即可.

【解答】 解：∵ 共有 10 个数字，

∴ 一共有 10 种等可能的选择，

∴ 一次能打开密码的只有 1 种情况，

∴ 一次能打开该密码的概率为 $\frac{1}{10}$.

故选 A.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (3 分) (2016•广州) 下列计算正确的是 ()

A. $\frac{x^2}{y^2} = \frac{x}{y}$ ($y \neq 0$) B. $xy^2 \div \frac{1}{2y} = 2xy$ ($y \neq 0$)

C. $2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 5\sqrt{xy}$ ($x \geq 0, y \geq 0$) D. $(xy^3)^2 = x^2y^6$

【考点】 二次根式的加减法；幂的乘方与积的乘方；分式的乘除法.

【分析】 分别利用二次根式加减运算法则以及分式除法运算法则和积的乘方运算法则化简判断即可.

【解答】 解：A、 $\frac{x^2}{y^2}$ 无法化简，故此选项错误；

B、 $xy^2 \div \frac{1}{2y} = 2xy^3$ ，故此选项错误；

C、 $2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}$ ，无法计算，故此选项错误；

D、 $(xy^3)^2 = x^2y^6$ ，正确.

故选：D.

【点评】 此题主要考查了二次根式加减运算以及分式除法运算和积的乘方运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

6. (3分) (2016•广州) 一司机驾驶汽车从甲地去乙地, 他以平均 80 千米/小时的速度用了 4 个小时到达乙地, 当他按原路匀速返回时, 汽车的速度 v 千米/小时与时间 t 小时的函数关系是 ()

- A. $v=320t$ B. $v=\frac{320}{t}$ C. $v=20t$ D. $v=\frac{20}{t}$

【考点】 根据实际问题列反比例函数关系式.

【分析】 根据路程=速度 $\times$ 时间, 利用路程相等列出方程即可解决问题.

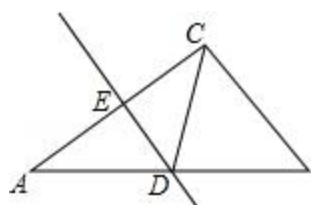
【解答】 解: 由题意 $vt=80\times 4$,

则 $v=\frac{320}{t}$.

故选 B.

【点评】 本题考查实际问题的反比例函数、路程、速度、时间之间的关系, 解题的关键是构建方程解决问题, 属于中考常考题型.

7. (3分) (2016•广州) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $AC=8$, $BC=6$, DE 是 AC 的垂直平分线, DE 交 AB 于点 D , 连接 CD , 则 $CD=$ ()



- A. 3 B. 4 C. 4.8 D. 5

【考点】 线段垂直平分线的性质; 勾股定理; 勾股定理的逆定理; 三角形中位线定理.

【分析】 直接利用勾股定理的逆定理得出 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 进而得出线段 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 再利用勾股定理得出 AD , 再利用线段垂直平分线的性质得出 DC 的长.

【解答】 解: $\because AB=10$, $AC=8$, $BC=6$,

$$\therefore BC^2+AC^2=AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形,

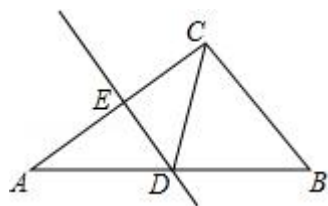
$\because DE$ 是 AC 的垂直平分线,

$\therefore AE=EC=4$, $DE \parallel BC$, 且线段 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DE=3$,

$\therefore AD=DC=\sqrt{AE^2+DE^2}=5$.

故选: D.



【点评】 此题主要考查了勾股定理以及其逆定理和三角形中位线的性质, 正确得出 AD 的长是解题关键.

8. (3 分) (2016•广州) 若一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过第一、二、四象限, 则下列不等式中总是成立的是 ()

A. $ab > 0$ B. $a - b > 0$ C. $a^2 + b > 0$ D. $a + b > 0$

【考点】 一次函数与一元一次不等式.

【分析】 首先判断 a 、 b 的符号, 再一一判断即可解决问题.

【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过第一、二、四象限,

$\therefore a < 0$, $b > 0$,

$\therefore ab < 0$, 故 A 错误,

$a - b < 0$, 故 B 错误,

$a^2 + b > 0$, 故 C 正确,

$a + b$ 不一定大于 0, 故 D 错误.

故选 C.

【点评】 本题考查一次函数与不等式, 解题的关键是学会根据函数图象的位置, 确定 a 、 b 的符号, 属于中考常考题型.

9. (3 分) (2016•广州) 对于二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 4$, 下列说法正确的是 ()

- A. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大 B. 当 $x=2$ 时, y 有最大值 -3
C. 图象的顶点坐标为 $(-2, -7)$ D. 图象与 x 轴有两个交点

【考点】二次函数的性质; 二次函数的图象.

【分析】先用配方法把函数化为顶点式的形式, 再根据其解析式即可求解.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 4$ 可化为 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 - 3$,

又 $\because a = -\frac{1}{4} < 0$

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, 二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 4$ 的最大值为 -3 .

故选 B.

【点评】本题考查了二次函数的性质, 求二次函数的最大(小)值有三种方法, 第一种可由图象直接得出, 第二种是配方法, 第三种是公式法.

10. (3 分) (2016•广州) 定义运算: $a \star b = a(1-b)$. 若 a, b 是方程 $x^2 - x + \frac{1}{4}m = 0$

($m < 0$) 的两根, 则 $b \star b - a \star a$ 的值为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 与 m 有关

【考点】根与系数的关系.

【专题】新定义.

【分析】由根与系数的关系可找出 $a+b=1$, $ab=\frac{1}{4}m$, 根据新运算, 找出 $b \star b - a \star a = b$

$(1-b) - a(1-a)$, 将其中的 1 替换成 $a+b$, 即可得出结论.

【解答】解: $\because a, b$ 是方程 $x^2 - x + \frac{1}{4}m = 0$ ($m < 0$) 的两根,

$\therefore a+b=1$, $ab=\frac{1}{4}m$.

$\therefore b \star b - a \star a = b(1-b) - a(1-a) = b(a+b-b) - a(a+b-a) = ab - ab = 0$.

故选 A.

【点评】本题考查了根与系数的关系, 解题的关键是找出 $a+b=1$, $ab=\frac{1}{4}m$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据根与系数的关系得出两根之积与两根之和是关键.

二. 填空题. (本大题共六小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. (3 分) (2016•广州) 分解因式: $2a^2+ab=$ $a(2a+b)$.

【考点】因式分解-提公因式法.

【分析】直接把公因式 a 提出来即可.

【解答】解: $2a^2+ab=a(2a+b)$.

故答案为: $a(2a+b)$.

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式, 准确找出公因式是解题的关键.

12. (3 分) (2016•广州) 代数式 $\sqrt{9-x}$ 有意义时, 实数 x 的取值范围是 $x \leq 9$.

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式中的被开方数必须是非负数列出不等式, 解不等式即可.

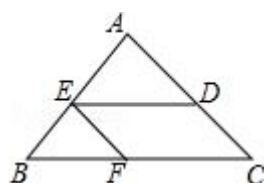
【解答】解: 由题意得, $9-x \geq 0$,

解得, $x \leq 9$,

故答案为: $x \leq 9$.

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件, 掌握二次根式中的被开方数必须是非负数是解题的关键.

13. (3 分) (2016•广州) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=12\text{cm}$, 点 D 在 AC 上, $DC=4\text{cm}$. 将线段 DC 沿着 CB 的方向平移 7cm 得到线段 EF , 点 E , F 分别落在边 AB , BC 上, 则 $\triangle EBF$ 的周长为 13 cm .



【考点】平移的性质.

【分析】直接利用平移的性质得出 $EF=DC=4\text{cm}$, 进而得出 $BE=EF=4\text{cm}$, 进而求出答案.

【解答】解：∵将线段 DC 沿着 CB 的方向平移 7cm 得到线段 EF，

$$\therefore EF=DC=4\text{cm}, FC=7\text{cm},$$

$$\therefore AB=AC, BC=12\text{cm},$$

$$\therefore \angle B=\angle C, BF=5\text{cm},$$

$$\therefore \angle B=\angle BFE,$$

$$\therefore BE=EF=4\text{cm},$$

$$\therefore \triangle EBF \text{ 的周长为: } 4+4+5=13 \text{ (cm)}.$$

故答案为：13.

【点评】此题主要考查了平移的性质，根据题意得出 BE 的长是解题关键.

14. (3 分) (2016•广州) 分式方程 $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$ 的解是 $x=-1$.

【考点】分式方程的解.

【专题】方程与不等式.

【分析】根据解分式方程的方法可以求得分式方程 $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$ 的解，记住最后要进行检验，本题得以解决.

【解答】解： $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$

方程两边同乘以 $2x(x-3)$ ，得

$$x-3=4x$$

解得， $x=-1$ ，

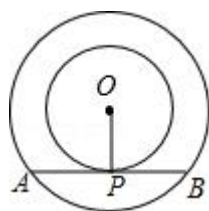
检验：当 $x=-1$ 时， $2x(x-3) \neq 0$ ，

故原分式方程的解是 $x=-1$ ，

故答案为： $x=-1$.

【点评】本题考查分式方程的解，解题的关键是明确解分式方程的解得方法，注意最后要进行检验.

15. (3 分) (2016•广州) 如图, 以点 O 为圆心的两个同心圆中, 大圆的弦 AB 是小圆的切线, 点 P 为切点, $AB=12\sqrt{3}$, $OP=6$, 则劣弧 AB 的长为 8π .



【考点】 切线的性质; 弧长的计算.

【分析】 连接 OA 、 OB , 由切线的性质和垂径定理易得 $AP=BP=\frac{1}{2}AB=6\sqrt{3}$, 由锐角三角函数的定义可得 $\angle AOP=60^\circ$, 利用弧长的公式可得结果.

【解答】 解: 连接 OA 、 OB ,

$\because AB$ 为小 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OP \perp AB$,

$\therefore AP=BP=\frac{1}{2}AB=6\sqrt{3}$,

$\because \tan \angle AOP = \frac{AP}{OP} = \sqrt{3}$,

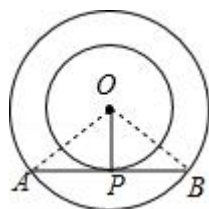
$\therefore \angle AOP=60^\circ$,

$\therefore \angle AOB=120^\circ$, $\angle OAP=30^\circ$,

$\therefore OA=2OP=12$,

$\therefore$ 劣弧 AB 的长为: $\frac{120^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot OA = \frac{2}{3} \times 12 \times \pi = 8\pi$.

故答案为: 8π .



【点评】 本题主要考查了切线的性质, 垂径定理和弧长公式, 利用三角函数求得 $\angle AOP=60^\circ$ 是解答此题的关键.

16. (3分) (2016•广州) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 1, AC, BD 是对角线. 将 $\triangle DCB$ 绕着点 D 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle DGH$, HG 交 AB 于点 E, 连接 DE 交 AC 于点 F, 连接 FG. 则下列结论:

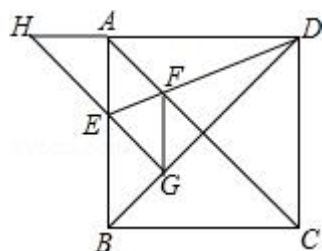
① 四边形 AEGF 是菱形

② $\triangle AED \cong \triangle GED$

③ $\angle DFG = 112.5^\circ$

④ $BC + FG = 1.5$

其中正确的结论是 ①②③.



【考点】 旋转的性质; 全等三角形的判定; 菱形的判定; 正方形的性质.

【分析】 首先证明 $\triangle ADE \cong \triangle GDE$, 再求出 $\angle AEF$ 、 $\angle AFE$ 、 $\angle GEF$ 、 $\angle GFE$ 的度数, 推出 $AE = EG = FG = AF$, 由此可以一一判断.

【解答】 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore AD = DC = BC = AB, \quad \angle DAB = \angle ADC = \angle DCB = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\angle ADB = \angle BDC = \angle CAD = \angle CAB = 45^\circ,$$

$\because \triangle DHG$ 是由 $\triangle DBC$ 旋转得到,

$$\therefore DG = DC = AD, \quad \angle DGE = \angle DCB = \angle DAE = 90^\circ,$$

在 $RT\triangle ADE$ 和 $RT\triangle GDE$ 中,

$$\begin{cases} DE = DE \\ DA = DG \end{cases},$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle GED$, 故②正确,

$$\therefore \angle ADE = \angle EDG = 22.5^\circ, \quad AE = EG,$$

$$\therefore \angle AED = \angle AFE = 67.5^\circ,$$

$$\therefore AE = AF, \text{ 同理 } EG = GF,$$

$$\therefore AE = EG = GF = FA,$$

$\therefore$ 四边形 AEGF 是菱形, 故①正确,

$$\therefore \angle DFG = \angle GFC + \angle DFC = \angle BAC + \angle DAC + \angle ADF = 112.5^\circ, \text{ 故③正确.}$$

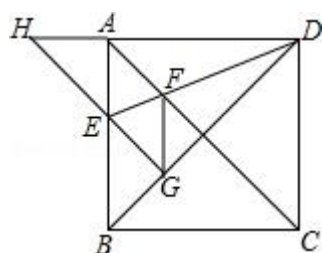
$$\therefore AE = FG = EG = BG, BE = \sqrt{2}AE,$$

$$\therefore BE > AE,$$

$$\therefore AE < \frac{1}{2},$$

$$\therefore CB + FG < 1.5, \text{ 故④错误.}$$

故答案为①②③.



【点评】 本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、菱形的判定和性质、等腰直角三角形的性质等知识, 解题的关键是通过计算发现角相等, 学会这种证明角相等的方法, 属于中考常考题型.

三、解答题

17. (9 分) (2016•广州) 解不等式组 $\begin{cases} 2x < 5 \\ 3(x+2) \geq x+4 \end{cases}$ 并在数轴上表示解集.

【考点】 解一元一次不等式组; 在数轴上表示不等式的解集.

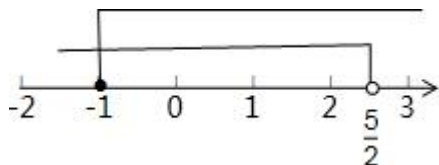
【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 大小小大中间找, 确定不等式组的解集, 再根据“大于向右, 小于向左, 包括端点用实心, 不包括端点用空心”的原则在数轴上将解集表示出来.

【解答】解：解不等式 $2x < 5$ ，得： $x < \frac{5}{2}$ ，

解不等式 $3(x+2) \geq x+4$ ，得： $x \geq -1$ ，

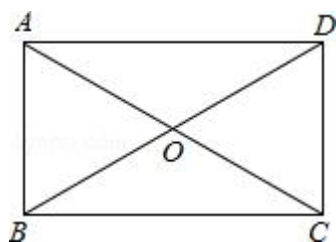
$\therefore$ 不等式组的解集为： $-1 \leq x < \frac{5}{2}$ ，

将不等式解集表示在数轴上如图：



【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

18. (9分) (2016•广州) 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，若 $AB=AO$ ，求 $\angle ABD$ 的度数.



【考点】矩形的性质.

【分析】首先证明 $OA=OB$ ，再证明 $\triangle ABO$ 是等边三角形即可解决问题.

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore OA=OC$ ， $OB=OD$ ， $AC=BD$ ，

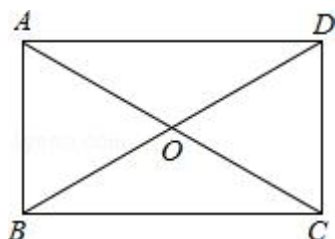
$\therefore AO=OB$ ，

$\because AB=AO$ ，

$\therefore AB=AO=BO$ ，

$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ABD=60^\circ$.



【点评】 本题考查矩形的性质、等边三角形的判定和性质等知识，熟练掌握矩形的性质是解题的关键，属于基础题，中考常考题型.

19. (10 分) (2016•广州) 某校为了提升初中学生学习数学的兴趣，培养学生的创新精神，举办“玩转数学”比赛. 现有甲、乙、丙三个小组进入决赛，评委从研究报告、小组展示、答辩三个方面为个小组打，各项成绩均按百分制记录. 甲、乙、丙三个小组各项得分如表:

小组	研究报告	小组展示	答辩
甲	91	80	78
乙	81	74	85
丙	79	83	90

- (1) 计算各小组的平均成绩，并从高分到低分确定小组的排名顺序;
- (2) 如果按照研究报告占 40%，小组展示占 30%，答辩占 30%计算各小组的成绩，哪个小组的成绩最高?

【考点】 统计表；算术平均数.

【专题】 统计与概率.

【分析】 (1) 根据表格可以求得各小组的平均成绩，从而可以将各小组的成绩按照从大到小排列;

(2) 根据题意可以算出各组的加权平均数，从而可以得到哪组成绩最高.

【解答】 解: (1) 由题意可得,

甲组的平均成绩是: $\frac{91+80+78}{3}=83$ (分),

乙组的平均成绩是: $\frac{81+74+85}{3}=80$ (分),

丙组的平均成绩是： $\frac{79+83+90}{3}=84$ （分），

从高分到低分小组的排名顺序是：丙 > 甲 > 乙；

（2）由题意可得，

甲组的平均成绩是： $\frac{91 \times 40\% + 80 \times 30\% + 78 \times 30\%}{40\% + 30\% + 30\%} = 83.8$ （分），

乙组的平均成绩是： $\frac{81 \times 40\% + 74 \times 30\% + 85 \times 30\%}{40\% + 30\% + 30\%} = 80.1$ （分），

丙组的平均成绩是： $\frac{79 \times 40\% + 83 \times 30\% + 90 \times 30\%}{40\% + 30\% + 30\%} = 83.5$ （分），

由上可得，甲组的成绩最高.

【点评】 本题考查算术平均数、加权平均数、统计表，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

20. （10 分）（2016•广州）已知 $A = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a-b)^2}$ （ $a, b \neq 0$ 且 $a \neq b$ ）

（1）化简 A；

（2）若点 P（a，b）在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上，求 A 的值.

【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】（1）利用完全平方公式的展开式将 $(a+b)^2$ 展开，合并同类型、消元即可将 A 进行化解；

（2）由点 P 在反比例函数图象上，即可得出 ab 的值，代入 A 化解后的分式中即可得出结论.

【解答】 解：（1） $A = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a-b)^2}$,

$$= \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 4ab}{ab(a-b)^2},$$

$$= \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)^2},$$

$$= \frac{1}{ab}.$$

（2） $\because$ 点 P（a，b）在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上，

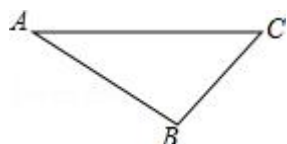
$$\therefore ab = -5,$$

$$\therefore A = \frac{1}{ab} = -\frac{1}{5}.$$

【点评】 本题考查了分式的化解求值以及反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：(1) 将原分式进行化解；(2) 找出 ab 值. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，先将原分式进行化解，再代入 ab 求值即可.

21. (12 分) (2016•广州) 如图，利用尺规，在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上方作

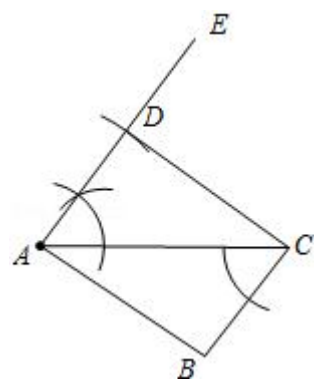
$\angle CAE = \angle ACB$ ，在射线 AE 上截取 $AD = BC$ ，连接 CD ，并证明： $CD \parallel AB$ (尺规作图要求保留作图痕迹，不写作法)



【考点】 作图—尺规作图的定义.

【分析】 利用尺规作 $\angle EAC = \angle ACB$ 即可，先证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，再证明 $CD \parallel AB$ 即可.

【解答】 解：图象如图所示，



$$\because \angle EAC = \angle ACB,$$

$$\therefore AD \parallel CB,$$

$$\because AD = BC,$$

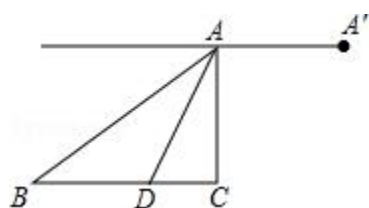
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$.

【点评】 本题考查尺规作图、平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用尺规作一个角等于已知角，属于基础题，中考常考题型.

22. (12分) (2016•广州) 如图，某无人机于空中 A 处探测到目标 B，D，从无人机 A 上看目标 B，D 的俯角分别为 30° ， 60° ，此时无人机的飞行高度 AC 为 60m，随后无人机从 A 处继续飞行 $30\sqrt{3}$ m 到达 A' 处，

- (1) 求 A，B 之间的距离；
- (2) 求从无人机 A' 上看目标 D 的俯角的正切值.



【考点】 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【分析】 (1) 解直角三角形即可得到结论；

(2) 过 A' 作 $A'E \perp BC$ 交 BC 的延长线于 E，连接 A'D，于是得到 $A'E = AC = 60$ ， $CE = AA' = 30\sqrt{3}$ ，在 $Rt\triangle ABC$ 中，求得 $DC = \frac{\sqrt{3}}{3}AC = 20\sqrt{3}$ ，然后根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】 解：(1) 由题意得： $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\angle ADC = 60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC = 60$ m，

$$\therefore AB = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{60}{\frac{1}{2}} = 120 \text{ (m)};$$

(2) 过 A' 作 $A'E \perp BC$ 交 BC 的延长线于 E，连接 A'D，

则 $A'E = AC = 60$ ， $CE = AA' = 30\sqrt{3}$ ，

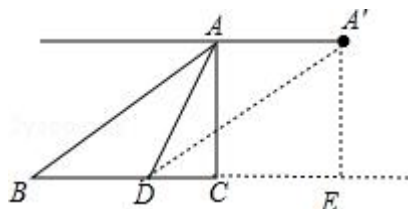
在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC = 60$ m， $\angle ADC = 60^\circ$ ，

$$\therefore DC = \frac{\sqrt{3}}{3}AC = 20\sqrt{3},$$

$$\therefore DE=50\sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle AA'D = \tan \angle A'DC = \frac{A'E}{DE} = \frac{60}{50\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$

答：从无人机 A' 上看目标 D 的俯角的正切值是 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

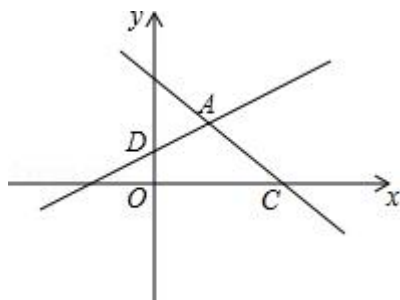


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用——仰角俯角问题，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形．注意方程思想与数形结合思想的应用．

23. (12 分) (2016•广州) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 C ，与直线 AD 交于点 $A (\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ ，点 D 的坐标为 $(0, 1)$

(1) 求直线 AD 的解析式；

(2) 直线 AD 与 x 轴交于点 B ，若点 E 是直线 AD 上一动点（不与点 B 重合），当 $\triangle BOD$ 与 $\triangle BCE$ 相似时，求点 E 的坐标．



【考点】 相似三角形的性质；待定系数法求一次函数解析式．

【分析】 (1) 设直线 AD 的解析式为 $y = kx + b$ ，用待定系数法将 $A (\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ ， $D (0, 1)$

1) 的坐标代入即可；

(2) 由直线 AD 与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ ，得到 $OB = 2$ ，由点 D 的坐标为 $(0, 1)$ ，得到 $OD = 1$ ，求得 $BC = 5$ ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{BD}{BC} = \frac{BO}{BE} = \frac{OD}{CE}$ 或 $\frac{OB}{BC} = \frac{OD}{CE}$ ，代入数据即可得到结论．

【解答】 解：(1) 设直线 AD 的解析式为 $y = kx + b$ ，

将 A $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$, D (0, 1) 代入得: $\begin{cases} \frac{4}{3}k+b=\frac{5}{3}, \\ b=1 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} k=\frac{1}{2}. \\ b=1 \end{cases}$

故直线 AD 的解析式为: $y=\frac{1}{2}x+1$;

(2) $\because$ 直线 AD 与 x 轴的交点为 (-2, 0),

$\therefore OB=2$,

$\because$ 点 D 的坐标为 (0, 1),

$\therefore OD=1$,

$\because y=-x+3$ 与 x 轴交于点 C (3, 0),

$\therefore OC=3$,

$\therefore BC=5$

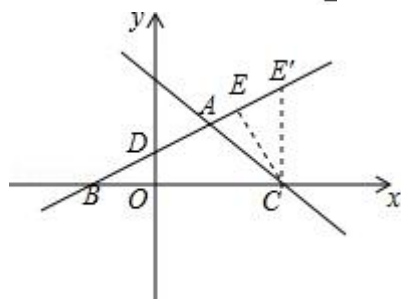
$\because \triangle BOD$ 与 $\triangle BCE$ 相似,

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{BO}{BE} = \frac{OD}{CE} \text{ 或 } \frac{OB}{BC} = \frac{OD}{CE},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{BE} = \frac{1}{CE} \text{ 或 } \frac{2}{5} = \frac{1}{CE},$$

$$\therefore BE=2\sqrt{5}, CE=\sqrt{5}, \text{ 或 } CE=\frac{5}{2},$$

$$\therefore E (2, 2), \text{ 或 } (3, \frac{5}{2}).$$



【点评】 本题考查了相似三角形的性质，待定系数法求函数的解析式，正确的作出图形是解题的关键.

24. (14 分) (2016•广州) 已知抛物线 $y=mx^2+(1-2m)x+1-3m$ 与 x 轴相交于不同的两点 A、B

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 证明该抛物线一定经过非坐标轴上的一点 P, 并求出点 P 的坐标;

(3) 当 $\frac{1}{4} < m \leq 8$ 时, 由 (2) 求出的点 P 和点 A, B 构成的 $\triangle ABP$ 的面积是否有最值? 若有, 求出该最值及相对应的 m 值.

【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据题意得出 $\Delta = (1-2m)^2 - 4 \times m \times (1-3m) = (1-4m)^2 > 0$, 得出 $1-4m \neq 0$, 解不等式即可;

(2) $y = m(x^2 - 2x - 3) + x + 1$, 故只要 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 那么 y 的值便与 m 无关, 解得 $x=3$ 或 $x=-1$ (舍去, 此时 $y=0$, 在坐标轴上), 故定点为 $(3, 4)$;

(3) 由 $|AB| = |x_A - x_B|$ 得出 $|AB| = |\frac{1}{m} - 4|$, 由已知条件得出 $\frac{1}{8} \leq \frac{1}{m} < 4$, 得出 $0 < |\frac{1}{m} - 4| \leq \frac{31}{8}$, 因此 $|AB|$ 最大时, $|\frac{1}{m} - 4| = \frac{31}{8}$, 解方程得出 $m=8$, 或 $m=-\frac{8}{63}$ (舍去), 即可得出结果.

【解答】 (1) 解: 当 $m=0$ 时, 函数为一次函数, 不符合题意, 舍去;
当 $m \neq 0$ 时,

$\because$ 抛物线 $y=mx^2+(1-2m)x+1-3m$ 与 x 轴相交于不同的两点 A、B,

$$\therefore \Delta = (1-2m)^2 - 4 \times m \times (1-3m) = (1-4m)^2 > 0,$$

$$\therefore 1-4m \neq 0,$$

$$\therefore m \neq \frac{1}{4};$$

(2) 证明: $\because$ 抛物线 $y=mx^2+(1-2m)x+1-3m$,

$$\therefore y = m(x^2 - 2x - 3) + x + 1,$$

抛物线过定点说明在这一点 y 与 m 无关,

显然当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时, y 与 m 无关,

解得: $x=3$ 或 $x=-1$,

当 $x=3$ 时, $y=4$, 定点坐标为 $(3, 4)$;

当 $x=-1$ 时, $y=0$, 定点坐标为 $(-1, 0)$,

$\therefore P$ 不在坐标轴上,

$\therefore P(3, 4)$;

(3) 解: $|AB|=|x_A -$

$$x_B| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(1-2m)^2 - 4m(1-3m)}}{|m|} = \sqrt{\frac{1-4m+4m^2-4m+12m^2}{m^2}} = \sqrt{\frac{(1-4m)^2}{m^2}} =$$

$$\frac{1-4m}{m} = \left| \frac{1}{m} - 4 \right|,$$

$$\therefore \frac{1}{4} < m \leq 8,$$

$$\therefore \frac{1}{8} \leq \frac{1}{m} < 4,$$

$$\therefore -\frac{31}{8} \leq \frac{1}{m} - 4 < 0,$$

$$\therefore 0 < \left| \frac{1}{m} - 4 \right| \leq \frac{31}{8},$$

$$\therefore |AB| \text{ 最大时, } \left| \frac{1}{m} - 4 \right| = \frac{31}{8},$$

解得: $m=8$, 或 $m=\frac{8}{63}$ (舍去),

$\therefore$ 当 $m=8$ 时, $|AB|$ 有最大值 $\frac{31}{8}$,

此时 $\triangle ABP$ 的面积最大, 没有最小值,

则面积最大为: $\frac{1}{2}|AB|y_P = \frac{1}{2} \times \frac{31}{8} \times 4 = \frac{31}{4}$.

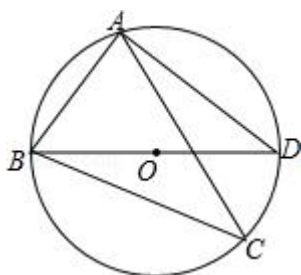
【点评】 本题是二次函数综合题目, 考查了二次函数与一元二次方程的关系, 根的判别式以及最值问题等知识; 本题难度较大, 根据题意得出点 P 的坐标是解决问题的关键.

25. (14 分) (2016•广州) 如图, 点 C 为 $\triangle ABD$ 的外接圆上的一动点 (点 C 不在 $\widehat{ABC}$ 上, 且不与点 B, D 重合), $\angle ACB = \angle ABD = 45^\circ$

(1) 求证: BD 是该外接圆的直径;

(2) 连结 CD , 求证: $\sqrt{2}AC = BC + CD$;

(3) 若 $\triangle ABC$ 关于直线 AB 的对称图形为 $\triangle ABM$, 连接 DM , 试探究 DM^2 , AM^2 , BM^2 三者之间满足的等量关系, 并证明你的结论.



【考点】圆的综合题.

【分析】 (1) 要证明 BD 是该外接圆的直径, 只需要证明 $\angle BAD$ 是直角即可, 又因为 $\angle ABD=45^\circ$, 所以需要证明 $\angle ADB=45^\circ$;

(2) 在 CD 延长线上截取 $DE=BC$, 连接 EA , 只需要证明 $\triangle EAF$ 是等腰直角三角形即可得出结论;

(3) 过点 M 作 $MF \perp MB$ 于点 M , 过点 A 作 $AF \perp MA$ 于点 A , MF 与 AF 交于点 F , 证明 $\triangle AMF$ 是等腰三角形后, 可得出 $AM=AF$, $MF=\sqrt{2}AM$, 然后再证明 $\triangle ABF \cong \triangle ADM$ 可得出 $BF=DM$, 最后根据勾股定理即可得出 DM^2 , AM^2 , BM^2 三者之间的数量关系.

【解答】 解: (1) $\because \widehat{AB} = \widehat{AB}$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ,$$

$$\because \angle ABD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore BD$ 是 $\triangle ABD$ 外接圆的直径;

(2) 在 CD 的延长线上截取 $DE=BC$, 连接 EA ,

$$\because \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AB=AD,$$

$$\because \angle ADE + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADE,$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABC=\angle ADE, \\ BC=DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\because \widehat{AD} = \widehat{AD}$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ABD = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle CAE$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \sqrt{2}AC = CE,$$

$$\therefore \sqrt{2}AC = CD + DE = CD + BC;$$

(3) 过点M作 $MF \perp MB$ 于点M, 过点A作 $AF \perp MA$ 于点A, MF与AF交于点F, 连接BF,

由对称性可知: $\angle AMB = \angle ACB = 45^\circ$,

$$\therefore \angle FMA = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle AMF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AM = AF, MF = \sqrt{2}AM,$$

【点评】 本题考查圆的综合问题，涉及圆周角定理，等腰三角形的性质，全等三角形的性质与判定，勾股定理等知识，综合程度较高，解决本题的关键就是构造等腰直角三角形.

参与本试卷答题和审题的老师有：nhx600；王学峰；gbl210；HJJ；弯弯的小河；sd2011；张其铎；曹先生；HLing；1286697702；zgm666；fangcao；三界无我；wdzymsy@126.com；神龙杉（排名不分先后）

菁优网

2016 年 6 月 23 日

考点卡片

1. 正数和负数

- 1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数，在正数前面加负号“-”，叫做负数，一个数前面的“+”“-”号叫做它的符号.
- 2、0 既不是正数也不是负数. 0 是正负数的分界点，正数是大于 0 的数，负数是小于 0 的数.
- 3、用正负数表示两种具有相反意义的量. 具有相反意义的量都是互相依存的两个量，它包含两个要素，一是它们的意义相反，二是它们都是数量.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】

(2) 规律方法总结：

- ①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .
- ②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

3. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

$(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数)

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果.

4. 因式分解-提公因式法

1、提公因式法：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

2、具体方法：

(1) 当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的.

(2) 如果多项式的第一项是负的，一般要提出“-”号，使括号内的第一项的系数成为正数.

提出“-”号时，多项式的各项都要变号.

3、口诀：找准公因式，一次要提净；全家都搬走，留1把家守；提负要变号，变形看奇偶.

4、提公因式法基本步骤：

(1) 找出公因式；

(2) 提公因式并确定另一个因式：

①第一步找公因式可按照确定公因式的方法先确定系数再确定字母；

②第二步提公因式并确定另一个因式，注意要确定另一个因式，可用原多项式除以公因式，所得的商即是提公因式后剩下的一个因式，也可用公因式分别除去原多项式的每一项，求的剩下的另一个因式；

③提完公因式后，另一因式的项数与原多项式的项数相同.

5. 分式的乘除法

(1) 分式的乘法法则：分式乘分式，用分子的积作积的分子，分母的积作积的分母.

(2) 分式的除法法则：分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘.

(3) 分式的乘方法则：把分子、分母分别乘方.

(4) 分式的乘、除、乘方混合运算. 运算顺序应先把各个分式进行乘方运算，再进行分式的乘除运算，即“先乘方，再乘除”.

(5) 规律方法总结：

①分式乘除法的运算，归根到底是乘法的运算，当分子和分母是多项式时，一般应先进行因式分解，再约分.

②整式和分式进行运算时，可以把整式看成分母为 1 的分式.

③做分式乘除混合运算时，要注意运算顺序，乘除法是同级运算，要严格按照由左到右的顺序进行运算，切不可打乱这个运算顺序.

6. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件：

(1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.

(2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.

(3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求：

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围，并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式，那么它们有意义的条件是：各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.

2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数为非负数外, 还必须保证分母不为零.

7. 二次根式的加减法

(1) 法则: 二次根式相加减, 先把各个二次根式化成最简二次根式, 再把被开方数相同的二次根式进行合并, 合并方法为系数相加减, 根式不变.

(2) 步骤:

①如果有括号, 根据去括号法则去掉括号.

②把不是最简二次根式的二次根式进行化简.

③合并被开方数相同的二次根式.

(3) 合并被开方数相同的二次根式的方法:

二次根式化成最简二次根式, 如果被开方数相同则可以进行合并. 合并时, 只合并根式外的因式, 即系数相加减, 被开方数和根指数不变.

8. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两根时, $x_1+x_2=-p$, $x_1x_2=q$, 反过来可得 $p=-(x_1+x_2)$, $q=x_1x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$, 反过来也成立, 即 $\frac{b}{a}=-(x_1+x_2)$, $\frac{c}{a}=x_1x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

①不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根. ②已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数. ③不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2+x_2^2$ 等等. ④判断两根的符号. ⑤求作新方程. ⑥由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0$, $\Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

9. 分式方程的解

求出使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值, 这个值叫方程的解.

注意: 在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中, 扩大了未知数的取值范围, 可能产生增根, 增根是令分母等于 0 的值, 不是原分式方程的解.

10. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时, 要注意“两定”:

一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点;

二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”.

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$, 其验证方法可以先将 a 代入原不等式, 则两边相等, 其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式, 则原不等式成立.

11. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

12. 待定系数法求一次函数解析式

待定系数法求一次函数解析式一般步骤是:

(1) 先设出函数的一般形式, 如求一次函数的解析式时, 先设 $y=kx+b$;

(2) 将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式, 得到关于待定系数的方程或方程组;

(3) 解方程或方程组, 求出待定系数的值, 进而写出函数解析式.

注意: 求正比例函数, 只要一对 x, y 的值就可以, 因为它只有一个待定系数; 而求一次函数 $y=kx+b$, 则需要两组 x, y 的值.

13. 一次函数与一元一次不等式

(1) 一次函数与一元一次不等式的关系

从函数的角度看, 就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于 (或小于) 0 的自变量 x 的取值范围;

从函数图象的角度看, 就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上 (或下) 方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

(2) 用画函数图象的方法解不等式 $kx+b > 0$ (或 < 0)

对应一次函数 $y=kx+b$, 它与 x 轴交点为 $(-\frac{b}{k}, 0)$.

当 $k > 0$ 时, 不等式 $kx+b > 0$ 的解为: $x > -\frac{b}{k}$, 不等式 $kx+b < 0$ 的解为: $x < -\frac{b}{k}$;

当 $k < 0$, 不等式 $kx+b > 0$ 的解为: $x < -\frac{b}{k}$, 不等式 $kx+b < 0$ 的解为: $x > -\frac{b}{k}$.

14. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;

② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;

③ 在 $\frac{k}{x}$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

15. 根据实际问题列反比例函数关系式

根据实际问题列反比例函数关系式, 注意分析问题中变量之间的联系, 建立反比例函数的数学模型, 在实际问题中, 往往要结合题目的实际意义去分析. 首先弄清题意, 找出等量关系, 再进行等式变形即可得到反比例函数关系式.

根据图象去求反比例函数的解析式或是知道一组自变量与函数值去求解析式, 都是利用待定系数法去完成的.

注意: 要根据实际意义确定自变量的取值范围.

16. 二次函数的图象

(1) 二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象的画法:

①列表: 先取原点 $(0, 0)$, 然后以原点为中心对称地选取 x 值, 求出函数值, 列表.

②描点: 在平面直角坐标系中描出表中的各点.

③连线: 用平滑的曲线按顺序连接各点.

④在画抛物线时, 取的点越密集, 描出的图象就越精确, 但取点多计算量就大, 故一般在顶点的两侧各取三四个点即可. 连线成图象时, 要按自变量从小到大(或从大到小)的顺序用平滑的曲线连接起来. 画抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象时, 还可以根据它的对称性, 先用描点法描出抛物线的一侧, 再利用对称性画另一侧.

(2) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象看作由二次函数 $y=ax^2$ 的图象向右或向左平

移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 再向上或向下平移 $|\frac{4ac-b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

17. 二次函数的性质

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴直线 $x=$

$-\frac{b}{2a}$, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质:

①当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向上, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增

大而减小; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最小值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$,

即顶点是抛物线的最低点.

②当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增

大而增大; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最大值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$,

即顶点是抛物线的最高点.

③抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象可由抛物线 $y = ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$

个单位, 再向上或向下平移 $|\frac{4ac - b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

18. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

19. 全等三角形的判定

(1) 判定定理 1: SSS – 三条边分别对应相等的两个三角形全等.

- (2) 判定定理 2: SAS – 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等.
- (3) 判定定理 3: ASA – 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.
- (4) 判定定理 4: AAS – 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.
- (5) 判定定理 5: HL – 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等.

方法指引: 全等三角形的 5 种判定方法中, 选用哪一种方法, 取决于题目中的已知条件, 若已知两边对应相等, 则找它们的夹角或第三边; 若已知两角对应相等, 则必须再找一组对边对应相等, 且要是两角的夹边, 若已知一边一角, 则找另一组角, 或找这个角的另一组对应邻边.

20. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 (中垂线) 垂直平分线, 简称“中垂线”.

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. _____ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. _____ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

21. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: $a=c^2-b^2$, $b=c^2-a^2$ 及 $c=a^2+b^2$.

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2 > a^2$, 所以 $c > a$, 同理 $c > b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

22. 勾股定理的逆定理

(1) 勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a , b , c 满足 $a^2+b^2=c^2$, 那么这个三角形就是直角三角形.

说明：

①勾股定理的逆定理验证利用了三角形的全等.

②勾股定理的逆定理将数转化为形，作用是判断一个三角形是不是直角三角形. 必须满足较小两边平方的和等于最大边的平方才能做出判断.

(2) 运用勾股定理的逆定理解决问题的实质就是判断一个角是不是直角. 然后进一步结合其他已知条件来解决问题.

注意：要判断一个角是不是直角，先要构造出三角形，然后知道三条边的大小，用较小的两条边的平方和与最大的边的平方比较，如果相等，则三角形为直角三角形；否则不是.

23. 三角形中位线定理

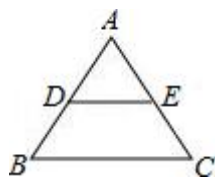
(1) 三角形中位线定理：

三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

(2) 几何语言：

如图， $\because$ 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC.$$



24. 菱形的判定

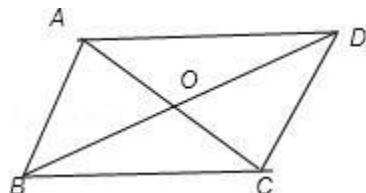
①菱形定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形（平行四边形+一组邻边相等=菱形）；

②四条边都相等的四边形是菱形.

几何语言： $\because AB=BC=CD=DA \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形；

③对角线互相垂直的平行四边形是菱形（或“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”）.

几何语言： $\because AC \perp BD$ ，四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形



25. 矩形的性质

(1) 矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有；

②角：矩形的四个角都是直角；

③边：邻边垂直；

④对角线：矩形的对角线相等；

⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质，可以得到直角三角形的重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

26. 正方形的性质

(1) 正方形的定义：有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

①正方形的四条边都相等，四个角都是直角；

②正方形的两条对角线相等，互相垂直平分，并且每条对角线平分一组对角；

③正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.

④两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形，同时，正方形又是轴对称图形，有四条对称轴.

27. 切线的性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径.

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下：

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个，那么它一定满足第三个条件，这三个条件是：①直线过圆心；②直线过切点；③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知，若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系. 简记作：见切点，连半径，见垂直.

28. 弧长的计算

(1) 圆周长公式： $C=2\pi R$

(2) 弧长公式： $l=\frac{n\pi R}{180}$ (弧长为 l ，圆心角度数为 n ，圆的半径为 R)

①在弧长的计算公式中， n 是表示 1° 的圆心角的倍数， n 和 180 都不要带单位.

②若圆心角的单位不全是度，则需要先化为度后再计算弧长.

③题设未标明精确度的，可以将弧长用 π 表示.

④正确区分弧、弧的度数、弧长三个概念，度数相等的弧，弧长不一定相等，弧长相等的弧不一定是等弧，只有在同圆或等圆中，才有等弧的概念，才是三者的统一.

29. 圆的综合题

圆的综合题.

30. 作图—尺规作图的定义

(1) 尺规作图是指用没有刻度的直尺和圆规作图. 只使用圆规和直尺, 并且只准许使用有限次, 来解决不同的平面几何作图题.

(2) 基本要求

它使用的直尺和圆规带有想像性质, 跟现实中的并非完全相同.

直尺必须没有刻度, 无限长, 且只能使用直尺的固定一侧. 只可以用它来将两个点连在一起, 不可在上画刻度.

圆规可以开至无限宽, 但上面亦不能有刻度. 它只可以拉开成你之前构造过的长度.

31. 平移的性质

(1) 平移的条件

平移的方向、平移的距离

(2) 平移的性质

①把一个图形整体沿某一直线方向移动, 会得到一个新的图形, 新图形与原图形的形状和大小完全相同. ____②新图形中的每一点, 都是由原图形中的某一点移动后得到的, 这两个点是对应点. 连接各组对应点的线段平行且相等.

32. 旋转的性质

(1) 旋转的性质:

____ ①对应点到旋转中心的距离相等. ____ ②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. ____ ③旋转前、后的图形全等. ____ (2) 旋转三要素: ①旋转中心; ②旋转方向; ③旋转角度. ____ 注意: 三要素中只要任意改变一个, 图形就会不一样.

33. 相似三角形的性质

相似三角形的定义: 如果两个三角形的对应边的比相等, 对应角相等, 那么这两个三角形相似.

(1) 相似三角形的对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 相似三角形 (多边形) 的周长的比等于相似比;

相似三角形的对应线段 (对应中线、对应角平分线、对应边上的高) 的比也等于相似比.

(3) 相似三角形的面积的比等于相似比的平方.

由三角形的面积公式和相似三角形对应线段的比等于相似比可以推出相似三角形面积的比等于相似比的平方.

34. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

(1) 概念: 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

35. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面，而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为：

主、俯：长对正；

主、左：高平齐；

俯、左：宽相等.

36. 统计表

统计表可以将大量数据的分类结果清晰，一目了然地表达出来.

统计调查所得的原始资料，经过整理，得到说明社会现象及其发展过程的数据，把这些数据按一定的顺序排列在表格中，就形成“统计表”. 统计表是表现数字资料整理结果的最常用的一种表格. 统计表是由纵横交叉线条所绘制的表格来表现统计资料的一种形式.

37. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 算术平均数：对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况，加权平均数包含算术平均数，当加权平均数中的权相等时，就是算术平均数.

38. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A)$ = 事件 A 可能出现的结果数 / 所有可能出现的结果数.

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$.

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.