

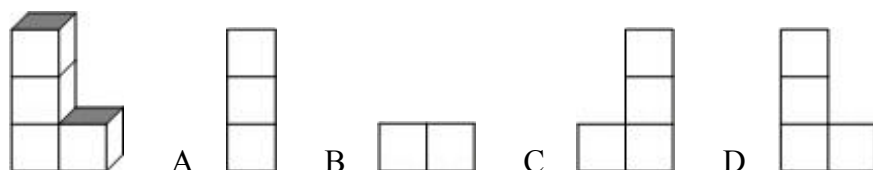
2015 年广东省汕尾市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分，每小题给出的四个答案，其中只有一个是正确的）

1. (4 分) (2015•汕尾) $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (4 分) (2015•汕尾) 如图所示几何体的左视图为 ()



3. (4 分) (2015•汕尾) 下列计算正确的是 ()

- A. $x+x^2=x^3$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $(x^3)^2=x^6$ D. $x^9 \div x^3=x^3$

4. (4 分) (2015•汕尾) 下列说法正确的是 ()

- A. 掷一枚均匀的骰子，骰子停止转动后，6 点朝上是必然事件
B. 甲、乙两人在相同条件下各射击 10 次，他们的成绩平均数相同，方差分别是 $S_{甲}^2=0.4$ ， $S_{乙}^2=0.6$ ，则甲的射击成绩较稳定
C. “明天降雨的概率为 $\frac{1}{2}$ ”，表示明天有半天都在降雨
D. 了解一批电视机的使用寿命，适合用普查的方式

5. (4 分) (2015•汕尾) 今年五月份香港举办“保普选反暴力”大联盟大型签名活动，9 天共收集 121 万个签名，将 121 万用科学记数法表示为 ()

- A. 1.21×10^6 B. 12.1×10^5 C. 0.121×10^7 D. 1.21×10^5

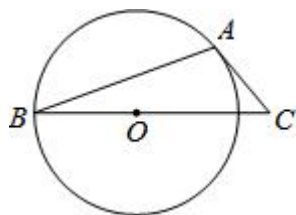
6. (4 分) (2015•汕尾) 下列命题正确的是 ()

- A. 一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形
B. 对角线相互垂直的四边形是菱形
C. 对角线相等的四边形是矩形
D. 对角线相互垂直平分且相等的四边形是正方形

7. (4分) (2015•汕尾) 使不等式 $x - 1 \geq 2$ 与 $3x - 7 < 8$ 同时成立的 x 的整数值是 ()

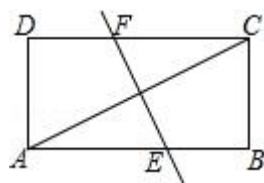
A. 3, 4 B. 4, 5 C. 3, 4, 5 D. 不存在

8. (4分) (2015•汕尾) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, AC 是 $\odot O$ 切线, A 为切点, BC 经过圆心. 若 $\angle B = 20^\circ$, 则 $\angle C$ 的大小等于 ()



A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

9. (4分) (2015•汕尾) 如图, 将矩形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 A 与点 C 重合, 折痕为 EF , 若 $AB = 4$, $BC = 2$, 那么线段 EF 的长为 ()



A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. (4分) (2015•汕尾) 对于二次函数 $y = -x^2 + 2x$, 有下列四个结论: ①它的对称轴是直线 $x = 1$; ②设 $y_1 = -x_1^2 + 2x_1$, $y_2 = -x_2^2 + 2x_2$, 则当 $x_2 > x_1$ 时, 有 $y_2 > y_1$; ③它的图象与 x 轴的两个交点是 $(0, 0)$ 和 $(2, 0)$; ④当 $0 < x < 2$ 时, $y > 0$. 其中正确的结论的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

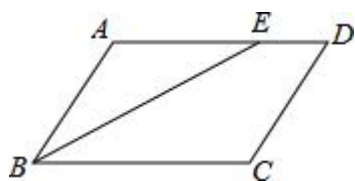
11. (5分) (2015•汕尾) 函数 $y = \sqrt{x} - 1$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

12. (5分) (2015•汕尾) 分解因式: $m^3 - m =$ _____.

13. (5分) (2015•汕尾) 一个学习兴趣小组有4名女生, 6名男生, 现要从这10名学生中选出一人担任组长, 则女生当选组长的概率是_____.

14. (5分) (2015•汕尾) 已知: $\triangle ABC$ 中, 点E是AB边的中点, 点F在AC边上, 若以A, E, F为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 则需要增加的一个条件是_____. (写出一个即可)

15. (5分) (2015•汕尾) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BE平分 $\angle ABC$, $BC=6$, $DE=2$, 则 $\square ABCD$ 的周长等于_____.



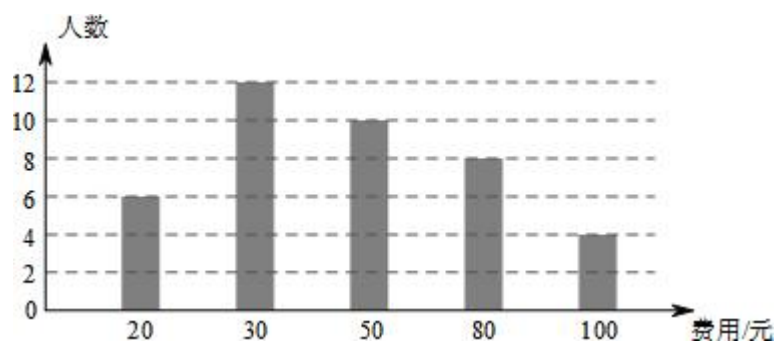
16. (5分) (2015•汕尾) 若 $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$, 对任意自然数n都成立, 则 $a=$ _____, $b=$ _____; 计算:

$$m = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题 (一) (本大题共3小题, 每小题7分, 共21分)

17. (7分) (2015•汕尾) 在“全民读书月”活动中, 小明调查了班级里40名同学本学期计划购买课外书的花费情况, 并将结果绘制成如图所示的统计图, 请根据相关信息, 解答下列问题: (直接填写结果)

- (1) 本次调查获取的样本数据的众数是_____;
- (2) 这次调查获取的样本数据的中位数是_____;
- (3) 若该校共有学生1000人, 根据样本数据, 估计本学期计划购买课外书花费50元的学生有_____人.



18. (7分) (2015•汕尾) 计算: $\sqrt{8} + |2\sqrt{2} - 3| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - (2015 + \sqrt{2})^0$.

19. (7分) (2015•汕尾) 已知 $a+b = -\sqrt{2}$, 求代数式 $(a-1)^2 + b(2a+b) + 2a$ 的值.

四、解答题 (二) (本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

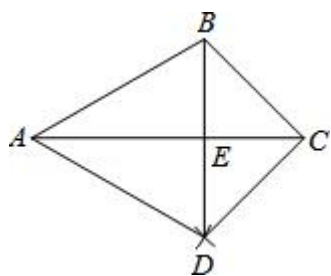
20. (9分) (2015•汕尾) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + a - 2 = 0$.

- (1) 若该方程有两个不相等的实数根, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 当该方程的一个根为 1 时, 求 a 的值及方程的另一根.

21. (9分) (2015•汕尾) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 按如下步骤作图:

- ①以 A 为圆心, AB 长为半径画弧;
- ②以 C 为圆心, CB 长为半径画弧, 两弧相交于点 D ;
- ③连接 BD , 与 AC 交于点 E , 连接 AD , CD .

- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$;
- (2) 若 $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$, $AC = 4$, 求 BE 的长.



22. (9 分) (2015•汕尾) 九年级数学兴趣小组经过市场调查, 得到某种运动服每月的销量与售价的相关信息如下表:

售价 (元/件)	100	110	120	130	...
月销量 (件)	200	180	160	140	...

已知该运动服的进价为每件 60 元, 设售价为 x 元.

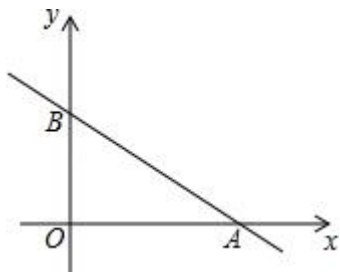
(1) 请用含 x 的式子表示: ①销售该运动服每件的利润是 $x - 60$ 元; ②月销量是 $400 - 2x$ 件; (直接写出结果)

(2) 设销售该运动服的月利润为 y 元, 那么售价为多少时, 当月的利润最大, 最大利润是多少?

五、解答题 (本大题共 3 小题, 第 23、24 小题各 11 分, 第 25 小题 10 分, 共 32 分)

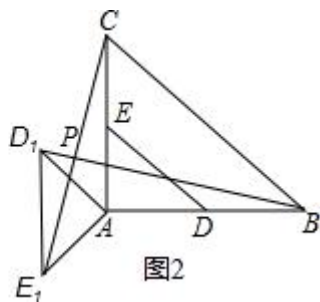
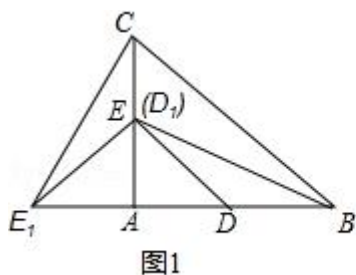
23. (11 分) (2015•汕尾) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别与 x , y 轴交于点 A 和 B.

- (1) 求点 A, B 的坐标;
- (2) 求原点 O 到直线 l 的距离;
- (3) 若圆 M 的半径为 2, 圆心 M 在 y 轴上, 当圆 M 与直线 l 相切时, 求点 M 的坐标.



24. (11 分) (2015•汕尾) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AC=AB=4$, D , E 分别是边 AB , AC 的中点, 若等腰 $\text{Rt}\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到等腰 $\text{Rt}\triangle AD_1E_1$, 设旋转角为 α ($0 < \alpha \leq 180^\circ$), 记直线 BD_1 与 CE_1 的交点为 P .

- (1) 如图 1, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 线段 BD_1 的长等于 $2\sqrt{5}$, 线段 CE_1 的长等于 $2\sqrt{5}$; (直接填写结果)
- (2) 如图 2, 当 $\alpha=135^\circ$ 时, 求证: $BD_1=CE_1$, 且 $BD_1 \perp CE_1$;
- (3) 求点 P 到 AB 所在直线的距离的最大值. (直接写出结果)

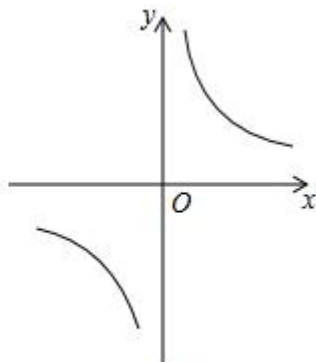
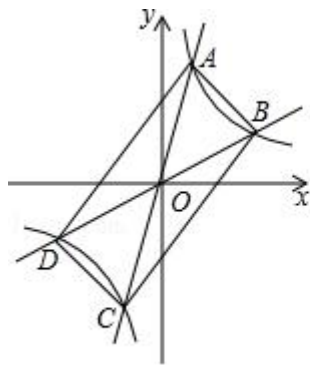


25. (10 分) (2015•汕尾) 如图, 过原点的直线 $y=k_1x$ 和 $y=k_2x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象分别交于两点 A , C 和 B , D , 连接 AB , BC , CD , DA .

- (1) 四边形 $ABCD$ 一定是 平行 四边形; (直接填写结果)
- (2) 四边形 $ABCD$ 可能是矩形吗? 若可能, 试求此时 k_1 , k_2 之间的关系式; 若不能, 说明理由;

(3) 设 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_2 > x_1 > 0$) 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的任意两点,

$a = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $b = \frac{2}{x_1 + x_2}$, 试判断 a, b 的大小关系, 并说明理由.



备用图

2015 年广东省汕尾市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分，每小题给出的四个答案，其中只有一个是正确的）

1. (4 分) (2015•汕尾) $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】相反数.

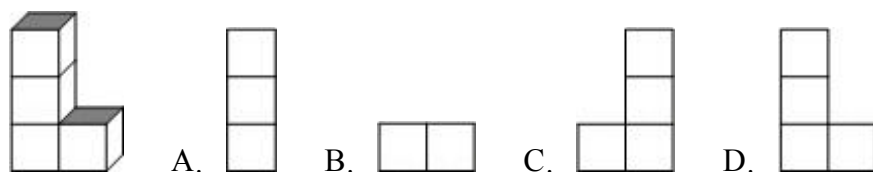
【分析】根据只有符号不同的两个数叫做互为相反数解答.

【解答】解： $\frac{1}{2}$ 的相反数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 D.

【点评】本题考查了相反数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. (4 分) (2015•汕尾) 如图所示几何体的左视图为 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：从左边看第一层一个小正方形，第二层一个小正方形，第三层一个小正方形，

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从左边看看得到的图形是左视图.

3. (4 分) (2015•汕尾) 下列计算正确的是 ()

- A. $x+x^2=x^3$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $(x^3)^2=x^6$ D. $x^9 \div x^3=x^3$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

【专题】 计算题.

【分析】 A、原式不能合并，错误；

B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可做出判断；

C、原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

D、原式利用同底数幂的除法法则计算得到结果，即可做出判断.

【解答】 解：A、原式不能合并，错误；

B、原式= x^5 ，错误；

C、原式= x^6 ，正确；

D、原式= x^6 ，错误.

故选 C.

【点评】 此题考查了同底数幂的除法，合并同类项，同底数幂的乘法，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键

4. (4 分) (2015•汕尾) 下列说法正确的是 ()

A. 掷一枚均匀的骰子，骰子停止转动后，6 点朝上是必然事件

B. 甲、乙两人在相同条件下各射击 10 次，他们的成绩平均数相同，方差分别是 $S_{甲}^2=0.4$ ， $S_{乙}^2=0.6$ ，则甲的射击成绩较稳定

C. “明天降雨的概率为 $\frac{1}{2}$ ”，表示明天有半天都在降雨

D. 了解一批电视机的使用寿命，适合用普查的方式

【考点】 方差；全面调查与抽样调查；随机事件；概率的意义.

【分析】 利用事件的分类、普查和抽样调查的特点、概率的意义以及方差的性质即可作出判断.

【解答】 解：A、掷一枚均匀的骰子，骰子停止转动后，6 点朝上是可能事件，此选项错误；

B、甲、乙两人在相同条件下各射击 10 次，他们的成绩平均数相同，方差分别是 $S_{甲}^2=0.4$ ， $S_{乙}^2=0.6$ ，则甲的射击成绩较稳定，此选项正确；

C、“明天降雨的概率为 $\frac{1}{2}$ ”，表示明天有可能降雨，此选项错误；

D、解一批电视机的使用寿命，适合用抽查的方式，此选项错误；

故选 B.

【点评】 本题主要考查了方差、全面调查与抽样调查、随机事件以及概率的意义等知识，解答本题的关键是熟练掌握方差性质、概率的意义以及抽样调查与普查的特点，此题难度不大

5. (4 分) (2015•汕尾) 今年五月份香港举办“保普选反暴力”大联盟大型签名活动，9 天共收集 121 万个签名，将 121 万用科学记数法表示为 ()

A. 1.21×10^6 B. 12.1×10^5 C. 0.121×10^7 D. 1.21×10^5

【考点】 科学记数法—表示较大的数. .

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 121 万用科学记数法表示为： 1.21×10^6 .

故选：A.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值

6. (4 分) (2015•汕尾) 下列命题正确的是 ()

- A. 一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形
- B. 对角线相互垂直的四边形是菱形
- C. 对角线相等的四边形是矩形
- D. 对角线相互垂直平分且相等的四边形是正方形

【考点】 命题与定理. .

【分析】 根据矩形、菱形、平行四边形的知识可判断出各选项，从而得出答案.

【解答】 解：A、一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形也可能是等腰梯形，此选项错误；

B、对角线相互垂直的四边形是菱形也可能是梯形，此选项错误；

C、对角线相等的四边形是矩形也可能是等腰梯形，此选项错误；

D、对角线相互垂直平分且相等的四边形是正方形，此选项正确；

故选 D.

【点评】 本题主要考查了命题与定理的知识，解答本题的关键是熟练掌握平行四边形、菱形以及矩形的性质，此题难度不大.

7. (4 分) (2015•汕尾) 使不等式 $x - 1 \geq 2$ 与 $3x - 7 < 8$ 同时成立的 x 的整数值是 ()

A. 3, 4 B. 4, 5 C. 3, 4, 5 D. 不存在

【考点】 一元一次不等式组的整数解.

【分析】 先分别解出两个一元一次不等式，再确定 x 的取值范围，最后根据 x 的取值范围找出 x 的整数解即可.

【解答】 解：根据题意得：

$$\begin{cases} x - 1 \geq 2 \\ 3x - 7 < 8 \end{cases},$$

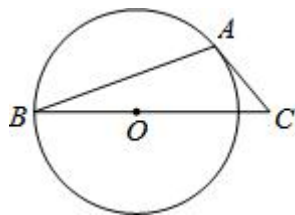
解得： $3 \leq x < 5$,

则 x 的整数值是 3, 4;

故选 A.

【点评】 此题考查了一元一次不等式组的整数解，求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了

8. (4 分) (2015•汕尾) 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，AC 是 $\odot O$ 切线，A 为切点，BC 经过圆心. 若 $\angle B = 20^\circ$ ，则 $\angle C$ 的大小等于 ()

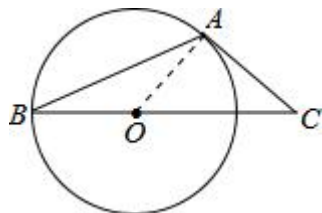


A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

【考点】切线的性质．

【分析】连接 OA ，根据切线的性质，即可求得 $\angle C$ 的度数．

【解答】解：如图，连接 OA ，



$\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OAC = 90^\circ$ ，

$\because OA = OB$ ，

$\therefore \angle B = \angle OAB = 20^\circ$ ，

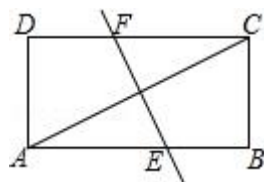
$\therefore \angle AOC = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 50^\circ$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了圆的切线性质，以及等腰三角形的性质，掌握已知切线时常用的辅助线是连接圆心与切点是解题的关键．

9. (4分) (2015•汕尾) 如图，将矩形纸片 $ABCD$ 折叠，使点 A 与点 C 重合，折痕为 EF ，若 $AB=4$ ， $BC=2$ ，那么线段 EF 的长为 ()



- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【考点】翻折变换（折叠问题）．

【分析】 首先利用勾股定理计算出 AC 的长，进而得到 CO 的长，然后证明 $\triangle DAC \sim \triangle OFC$ ，根据相似三角形的性质可得 $\frac{CO}{CD} = \frac{FO}{AD}$ ，然后代入具体数值可得 FO 的长，进而得到答案.

【解答】 解： $\because$ 将矩形纸片 ABCD 折叠，使点 C 与点 A 重合，

$$\therefore AC \perp EF, AO = CO,$$

在矩形 ABCD， $\angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACD$ 是 Rt $\triangle$ ，由勾股定理得

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore CO = \sqrt{5},$$

$$\because \angle EOC = \angle D = 90^\circ, \angle ECO = \angle DCA,$$

$$\therefore \triangle DAC \sim \triangle OFC,$$

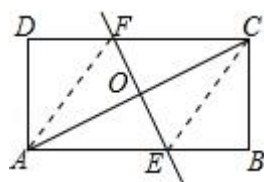
$$\therefore \frac{CO}{CD} = \frac{FO}{AD},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{FO}{2},$$

$$\therefore EO = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore EF = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}.$$

故选：B.



【点评】 此题主要考查了图形的翻折变换和相似三角形的判定与性质，关键是掌握折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

10. (4分) (2015•汕尾) 对于二次函数 $y = -x^2 + 2x$ ，有下列四个结论：①它的对称轴是直线 $x=1$ ；②设 $y_1 = -x_1^2 + 2x_1$ ， $y_2 = -x_2^2 + 2x_2$ ，则当 $x_2 > x_1$ 时，有 $y_2 > y_1$ ；③它的图象与 x 轴的两个交点是 $(0, 0)$ 和 $(2, 0)$ ；④当 $0 < x < 2$ 时， $y > 0$ 。其中正确的结论的个数为 ()
- A、1 B、2 C、3 D、4

【考点】 二次函数的性质.

【分析】 利用配方法求出二次函数对称轴，再求出图象与 x 轴交点坐标，进而结合二次函数性质得出答案.

【解答】 解： $y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$ ，故①它的对称轴是直线 $x=1$ ，正确；

② $\because$ 直线 $x=1$ 两旁部分增减性不一样， $\therefore$ 设 $y_1 = -x_1^2 + 2x_1$ ， $y_2 = -x_2^2 + 2x_2$ ，则当 $x_2 > x_1$ 时，有 $y_2 > y_1$ ，错误；

③ 当 $y=0$ ，则 $x(-x+2)=0$ ，解得： $x_1=0$ ， $x_2=2$ ，
故它的图象与 x 轴的两个交点是 $(0, 0)$ 和 $(2, 0)$ ，正确；

④ $\because a = -1 < 0$ ，

$\therefore$ 抛物线开口向下，

$\therefore$ 它的图象与 x 轴的两个交点是 $(0, 0)$ 和 $(2, 0)$ ，

$\therefore$ 当 $0 < x < 2$ 时， $y > 0$ ，正确.

故选：C.

【点评】 此题主要考查了二次函数的性质以及一元二次方程的解法，得出抛物线的对称轴和其交点坐标是解题关键.

二、填空题 (每小题 5 分，共 30 分)

11. (5分) (2015•汕尾) 函数 $y = \sqrt{x} - 1$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq 0$.

【考点】 函数自变量的取值范围；二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式的意义，被开方数不能为负数，据此求解.

【解答】解：根据题意，得 $x \geq 0$.

故答案为： $x \geq 0$.

【点评】函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

12. (5 分) (2015•汕尾) 分解因式： $m^3 - m = \underline{m(m+1)(m-1)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用. .

【专题】压轴题.

【分析】先提取公因式 m ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解： $m^3 - m$ ，
 $= m(m^2 - 1)$ ，
 $= m(m+1)(m-1)$.

【点评】本题考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，关键在于需要进行二次分解因式.

13. (5 分) (2015•汕尾) 一个学习兴趣小组有 4 名女生，6 名男生，现要从这 10 名学生中选出一人担任组长，则女生当选组长的概率是 $\underline{\frac{2}{5}}$.

【考点】概率公式. .

【分析】随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$ ，据此用女生的人数除以这个学习兴趣小组的总人数，求出女生当选组长的概率是多少即可.

【解答】解：女生当选组长的概率是：

$4 \div 10 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.
故答案为： $\frac{2}{5}$.

【点评】此题主要考查了概率公式的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：（1）随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ 。（2） $P(\text{必然事件}) = 1$ 。（3） $P(\text{不可能事件}) = 0$ 。

14. (5 分) (2015•汕尾) 已知：△ABC 中，点 E 是 AB 边的中点，点 F 在 AC 边上，若以 A, E, F 为顶点的三角形与△ABC 相似，则需要增加的一个条件是 $AF = \frac{1}{2}AC$ 或 $\angle AFE = \angle ABC$ 。（写出一个即可）

【考点】相似三角形的判定．

【专题】开放型．

【分析】根据相似三角形对应边成比例或相似三角形的对应角相等进行解答；由于没有确定三角形相似的对应角，故应分类讨论．

【解答】解：分两种情况：

$$\textcircled{1} \because \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore AE: AB = AF: AC,$$

$$\text{即 } 1: 2 = AF: AC,$$

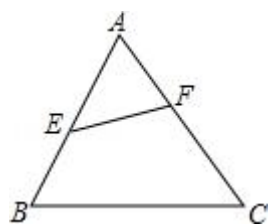
$$\therefore AF = \frac{1}{2}AC;$$

$$\textcircled{2} \because \triangle AFE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle ABC.$$

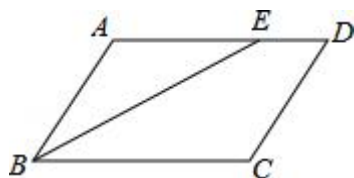
$$\therefore \text{要使以 A、E、F 为顶点的三角形与 } \triangle ABC \text{ 相似, 则 } AF = \frac{1}{2}AC \text{ 或 } \angle AFE = \angle ABC.$$

故答案为： $AF = \frac{1}{2}AC$ 或 $\angle AFE = \angle ABC$ 。



【点评】本题很简单，考查了相似三角形的性质，在解答此类题目时要找出对应的角和边

15. (5 分) (2015•汕尾) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BE 平分 $\angle ABC$, $BC=6$, $DE=2$, 则 $\square ABCD$ 的周长等于 20.



【考点】 平行四边形的性质. .

【分析】 根据四边形 $ABCD$ 为平行四边形可得 $AE \parallel BC$, 根据平行线的性质和角平分线的性质可得出 $\angle ABE = \angle AEB$, 继而可得 $AB = AE$, 然后根据已知可求得结果.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AE \parallel BC, AD = BC, AD = BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EBC,$$

$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle EBC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE,$$

$$\therefore AE + DE = AD = BC = 6,$$

$$\therefore AE + 2 = 6,$$

$$\therefore AE = 4,$$

$$\therefore AB = CD = 4,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长} = 4 + 4 + 6 + 6 = 20,$$

故答案为: 20.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质，解答本题的关键是根据平行线的性质和角平分线的性质得出 $\angle ABE = \angle AEB$.

16. (5 分) (2015•汕尾) 若 $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$, 对任意自然数 n 都成立, 则 $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$; 计算: $m = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} = \frac{10}{21}$.

【考点】 分式的加减法.

【专题】 计算题.

【分析】 已知等式右边通分并利用同分母分式的加法法则计算, 根据题意确定出 a 与 b 的值即可; 原式利用拆项法变形, 计算即可确定出 m 的值.

【解答】 解: $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1} = \frac{a(2n+1) + b(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}$,
可得 $2n(a+b) + a - b = 1$, 即 $\begin{cases} a+b=0 \\ a-b=1 \end{cases}$,

解得: $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$;

$m = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21}) = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{21}) = \frac{10}{21}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{10}{21}$.

【点评】 此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

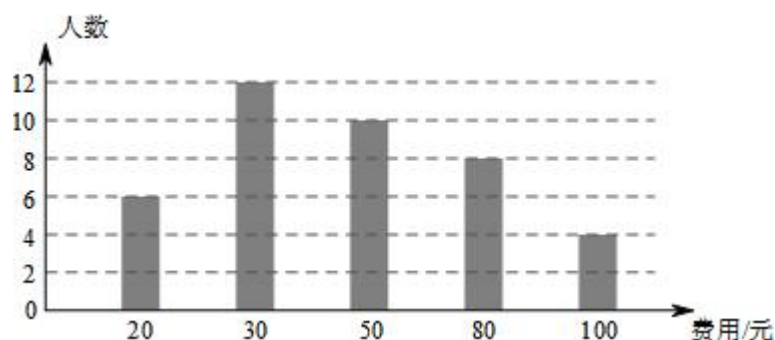
三、解答题 (一) (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

17. (7 分) (2015•汕尾) 在“全民读书月”活动中, 小明调查了班级里 40 名同学本学期计划购买课外书的花费情况, 并将结果绘制成如图所示的统计图, 请根据相关信息, 解答下列问题: (直接填写结果)

(1) 本次调查获取的样本数据的众数是 30 元;

(2) 这次调查获取的样本数据的中位数是 50 元;

(3) 若该校共有学生 1000 人, 根据样本数据, 估计本学期计划购买课外书花费 50 元的学生有 250 人.



【考点】 条形统计图；用样本估计总体；中位数；众数．

【分析】 (1) 众数就是出现次数最多的数，据此即可判断；

(2) 中位数就是大小处于中间位置的数，根据定义判断；

(3) 求得调查的总人数，然后利用 1000 乘以本学期计划购买课外书花费 50 元的学生所占的比例即可求解．

【解答】 解：(1) 众数是：30 元，故答案是：30 元；

(2) 中位数是：50 元，故答案是：50 元；

(3) 调查的总人数是：6+12+10+8+4=40（人），

则估计本学期计划购买课外书花费 50 元的学生有： $1000 \times \frac{10}{40} = 250$ （人）．

故答案是：250．

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

18. (7 分) (2015•汕尾) 计算： $\sqrt{8} + |2\sqrt{2} - 3| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - (2015 + \sqrt{2})^0$ ．

【考点】 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂．

【专题】 计算题．

【分析】 原式第一项化为最简二次根式，第二项利用绝对值的代数意义化简，第三项利用负整数指数幂法则计算，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果．

【解答】 解：原式= $2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} - 3 - 1 = -1$ ．

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键

19. (7分) (2015•汕尾) 已知 $a+b=-\sqrt{2}$, 求代数式 $(a-1)^2+b(2a+b)+2a$ 的值.

【考点】整式的混合运算—化简求值.

【专题】计算题.

【分析】原式利用完全平方公式及单项式乘以多项式法则计算, 将已知等式代入计算即可求出值.

【解答】解: 原式 $=a^2-2a+1+2ab+b^2+2a=(a+b)^2+1$,

把 $a+b=-\sqrt{2}$ 代入得: 原式 $=2+1=3$.

【点评】此题考查了整式的混合运算—化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键

四、解答题 (二) (本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

20. (9分) (2015•汕尾) 已知关于 x 的方程 $x^2+2x+a-2=0$.

(1) 若该方程有两个不相等的实数根, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当该方程的一个根为 1 时, 求 a 的值及方程的另一根.

【考点】根的判别式; 一元二次方程的解; 根与系数的关系.

【分析】(1) 关于 x 的方程 $x^2-2x+a-2=0$ 有两个不相等的实数根, 即判别式 $\Delta=b^2-4ac>0$. 即可得到关于 a 的不等式, 从而求得 a 的范围.

(2) 设方程的另一根为 x_1 , 根据根与系数的关系列出方程组, 求出 a 的值和方程的另一根.

【解答】解: (1) $\because b^2-4ac=(-2)^2-4\times 1\times (a-2)=12-4a>0$,

解得: $a<3$.

$\therefore a$ 的取值范围是 $a<3$;

(2) 设方程的另一根为 x_1 , 由根与系数的关系得:

$$\begin{cases} 1+x_1=-2 \\ 1\cdot x_1=a-2 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} a = -1 \\ x_1 = -3 \end{cases}$$

则 a 的值是 -1 , 该方程的另一根为 -3 .

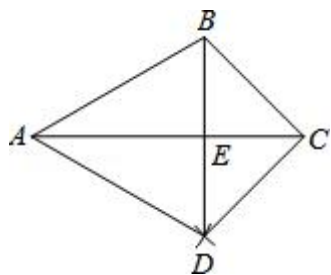
【点评】 本题考查了一元二次方程根的判别式, 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

- (1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;
- (2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;
- (3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

21. (9 分) (2015•汕尾) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 按如下步骤作图:

- ①以 A 为圆心, AB 长为半径画弧;
- ②以 C 为圆心, CB 长为半径画弧, 两弧相交于点 D ;
- ③连接 BD , 与 AC 交于点 E , 连接 AD , CD .

- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$;
- (2) 若 $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$, $AC = 4$, 求 BE 的长.



【考点】 全等三角形的判定与性质; 作图—复杂作图.

【分析】 (1) 利用 SSS 定理证得结论;

(2) 设 $BE = x$, 利用特殊角的三角函数易得 AE 的长, 由 $\angle BCA = 45^\circ$ 易得 $CE = BE = x$, 解得 x , 得 CE 的长.

【解答】 (1) 证明: 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AB=AD \\ BC=CD, \\ AC=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS);

(2) 解: 设 $BE=x$,

$\therefore \angle BAC=30^\circ$,

$\therefore \angle ABE=60^\circ$,

$\therefore AE=\tan 60^\circ \cdot x=\sqrt{3}x$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$,

$\therefore CB=CD$, $\angle BCA=\angle DCA$,

$\therefore \angle BCA=45^\circ$,

$\therefore \angle BCA=\angle DCA=90^\circ$,

$\therefore \angle CBD=\angle CDB=45^\circ$,

$\therefore CE=BE=x$,

$\therefore \sqrt{3}x+x=4$,

$\therefore x=2\sqrt{3}-2$,

$\therefore BE=2\sqrt{3}-2$.

【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定及性质, 特殊角的三角函数, 利用方程思想, 综合运用全等三角形的性质和判定定理是解答此题的关键.

22. (9 分) (2015•汕尾) 九年级数学兴趣小组经过市场调查, 得到某种运动服每月的销量与售价的相关信息如下表:

售价 (元/件)	100	110	120	130	...
月销量 (件)	200	180	160	140	...

已知该运动服的进价为每件 60 元, 设售价为 x 元.

(1) 请用含 x 的式子表示：①销售该运动服每件的利润是 $x - 60$ 元；②月销量是 $400 - 2x$ 件；（直接写出结果）

(2) 设销售该运动服的月利润为 y 元，那么售价为多少时，当月的利润最大，最大利润是多少？

【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 根据利润=售价-进价求出利润，运用待定系数法求出月销量；

(2) 根据月利润=每件的利润 $\times$ 月销量列出函数关系式，根据二次函数的性质求出最大利润.

【解答】 解：(1) ①销售该运动服每件的利润是 $(x - 60)$ 元；

②设月销量 W 与 x 的关系式为 $w=kx+b$,

由题意得,
$$\begin{cases} 100k+b=200 \\ 110k+b=180 \end{cases},$$

解得,
$$\begin{cases} k=-2 \\ b=400 \end{cases},$$

$\therefore W = -2x + 400$;

(2) 由题意得, $y = (x - 60)(-2x + 400)$

$= -2x^2 + 520x - 24000$

$= -2(x - 130)^2 + 9800$,

$\therefore$ 售价为 130 元时，当月的利润最大，最大利润是 9800 元.

【点评】 本题考查的是二次函数的应用，掌握待定系数法求函数解析式和二次函数的性质以及最值的求法是解题的关键.

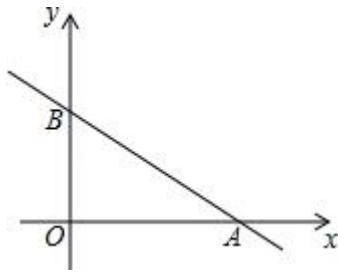
五、解答题（本大题共 3 小题，第 23、24 小题各 11 分，第 25 小题 10 分，共 32 分）

23. (11 分) (2015•汕尾) 如图，已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别与 x , y 轴交于点 A 和 B.

(1) 求点 A, B 的坐标;

(2) 求原点 O 到直线 l 的距离;

(3) 若圆 M 的半径为 2, 圆心 M 在 y 轴上, 当圆 M 与直线 l 相切时, 求点 M 的坐标.



【考点】一次函数综合题.

【专题】综合题.

【分析】(1) 对于直线解析式, 分别令 x 与 y 为 0, 求出 y 与 x 的值, 即可确定出 A 与 B 的坐标;

(2) 利用点到直线的距离公式求出原点 O 到直线 l 的距离即可;

(3) 设 M 坐标为 (0, m), 确定出 OM, 分两种情况考虑: 若 M 在 B 点下边时, $BM=3-m$; 若 M 在 B 点上边时, $BM=m-3$, 利用相似三角形对应边成比例求出 m 的值, 即可确定出 M 的坐标.

【解答】解: (1) 对于直线 $y=-\frac{3}{4}x+3$,

令 $x=0$, 得到 $y=3$; 令 $y=0$, 得到 $x=4$,

$\therefore A(4, 0)$, $B(0, 3)$;

(2) 直线整理得: $3x+4y-12=0$,

$\therefore$ 原点 O 到直线 l 的距离 $d=\frac{|-12|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{12}{5}$;

(3) 设 M 坐标为 (0, m) ($m>0$), 即 $OM=m$,

若 M 在 B 点下边时, $BM=3-m$,

$\therefore \angle MBN'=\angle ABO$, $\angle MN'B=\angle BOA=90^\circ$,

$\therefore \triangle MBN' \sim \triangle ABO$,

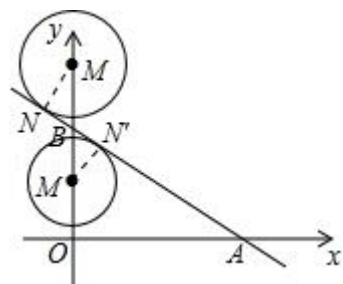
$\therefore \frac{MN'}{OA}=\frac{BM}{AB}$, 即 $\frac{2}{4}=\frac{3-m}{5}$,

解得: $m=\frac{1}{2}$, 此时 $M(0, \frac{1}{2})$;

若 M 在 B 点上边时, $BM=m-3$,

同理 $\triangle BMN \sim \triangle BAO$ ，则有 $\frac{MN}{OA} = \frac{BM}{AB}$ ，即 $\frac{2-m-3}{4} = \frac{m-3}{5}$ ，

解得： $m = \frac{11}{2}$ 。此时 $M(0, \frac{11}{2})$ 。



【点评】此题属于一次函数综合题，涉及的知识有：坐标与图形性质，一次函数与坐标轴的交点，相似三角形的判定与性质，以及点到直线的距离公式，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键。

24. (11 分) (2015•汕尾) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AC = AB = 4$ ， D ， E 分别是边 AB ， AC 的中点，若等腰 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转，得到等腰 $Rt\triangle AD_1E_1$ ，设旋转角为 α ($0 < \alpha \leq 180^\circ$)，记直线 BD_1 与 CE_1 的交点为 P 。

(1) 如图 1，当 $\alpha = 90^\circ$ 时，线段 BD_1 的长等于 $2\sqrt{5}$ ，线段 CE_1 的长等于 $2\sqrt{5}$ ；

(直接填写结果)

(2) 如图 2，当 $\alpha = 135^\circ$ 时，求证： $BD_1 = CE_1$ ，且 $BD_1 \perp CE_1$ ；

(3) 求点 P 到 AB 所在直线的距离的最大值。(直接写出结果)

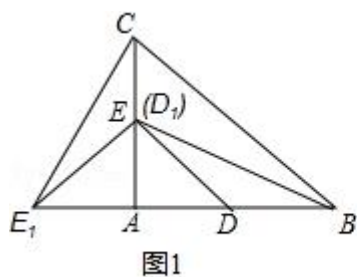


图1

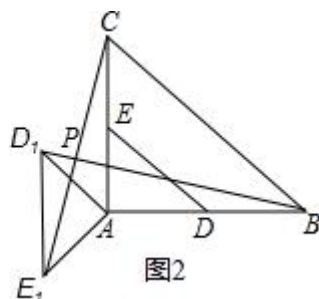


图2

【考点】几何变换综合题．

【分析】(1) 利用等腰直角三角形的性质结合勾股定理分别得出 BD_1 的长和 CE_1 的长；

(2) 根据旋转的性质得出, $\angle D_1AB = \angle E_1AC = 135^\circ$, 进而求出 $\triangle D_1AB \cong \triangle E_1AC$ (SAS), 即可得出答案;

(3) 首先作 $PG \perp AB$, 交 AB 所在直线于点 G , 则 D_1, E_1 在以 A 为圆心, AD 为半径的圆上, 当 BD_1 所在直线与 $\odot A$ 相切时, 直线 BD_1 与 CE_1 的交点 P 到直线 AB 的距离最大, 此时四边形 AD_1PE_1 是正方形, 进而求出 PG 的长.

【解答】 (1) 解: $\because \angle A = 90^\circ$, $AC = AB = 4$, D, E 分别是边 AB, AC 的中点, $\therefore AE = AD = 2$, $\because$ 等腰 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到等腰 $Rt\triangle AD_1E_1$, 设旋转角为 α ($0 < \alpha \leq 180^\circ$), $\therefore$ 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, $AE_1 = 2$, $\angle E_1AE = 90^\circ$, $\therefore BD_1 = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, $E_1C = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$; 故答案为: $2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}$;

(2) 证明: 当 $\alpha = 135^\circ$ 时, 如图 2,

$\because Rt\triangle AD_1E_1$ 是由 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转 135° 得到,

$\therefore AD_1 = AE_1$, $\angle D_1AB = \angle E_1AC = 135^\circ$,

在 $\triangle D_1AB$ 和 $\triangle E_1AC$ 中

$$\therefore \begin{cases} AD_1 = AE_1 \\ \angle D_1AB = \angle E_1AC, \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle D_1AB \cong \triangle E_1AC$ (SAS),

$\therefore BD_1 = CE_1$, 且 $\angle D_1BA = \angle E_1CA$,

记直线 BD_1 与 AC 交于点 F ,

$\therefore \angle BFA = \angle CFP$,

$$\therefore \angle CPF = \angle FAB = 90^\circ,$$

$$\therefore BD_1 \perp CE_1;$$

(3) 解: 如图 3, 作 $PG \perp AB$, 交 AB 所在直线于点 G ,

$\because D_1, E_1$ 在以 A 为圆心, AD 为半径的圆上,

当 BD_1 所在直线与 $\odot A$ 相切时, 直线 BD_1 与 CE_1 的交点 P 到直线 AB 的距离最大,

$$\text{此时四边形 } AD_1PE_1 \text{ 是正方形, } PD_1 = 2, \text{ 则 } BD_1 = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{故 } \angle ABP = 30^\circ,$$

$$\text{则 } PB = 2 + 2\sqrt{3},$$

$$\text{故点 } P \text{ 到 } AB \text{ 所在直线的距离的最大值为: } PG = 1 + \sqrt{3}.$$

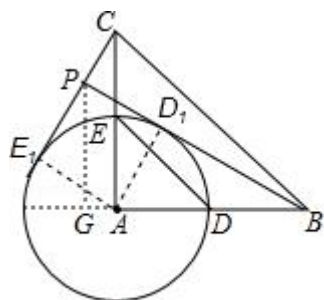


图3

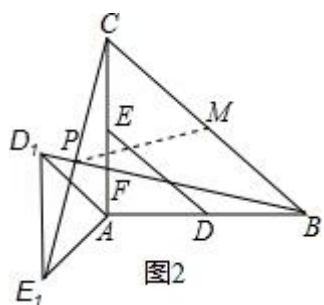
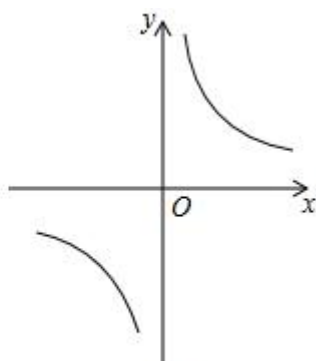
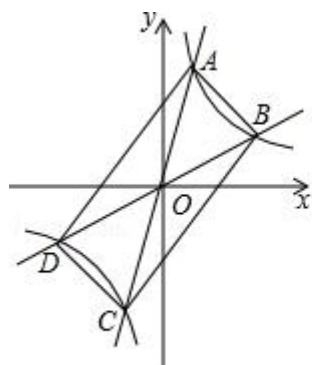


图2

【点评】此题主要考查了几何变换以及等腰腰直角三角形的性质和勾股定理以及切线的性质等知识, 根据题意得出 PG 的最长时 P 点的位置是解题关键.

25. (10 分) (2015•汕尾) 如图, 过原点的直线 $y=k_1x$ 和 $y=k_2x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象分别交于两点 A, C 和 B, D , 连接 AB, BC, CD, DA .

- (1) 四边形 ABCD 一定是 平行 四边形；(直接填写结果)
- (2) 四边形 ABCD 可能是矩形吗？若可能，试求此时 k_1 , k_2 之间的关系式；若不能，说明理由；
- (3) 设 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_2 > x_1 > 0$) 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的任意两点， $a = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $b = \frac{2}{x_1 + x_2}$ ，试判断 a , b 的大小关系，并说明理由.



备用图

【考点】反比例函数综合题.

【分析】(1) 由直线 $y = k_1x$ 和 $y = k_2x$ 与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象关于原点对称，即可得到结论.

(2) 联立方程求得 A、B 点的坐标，然后根据 $OA = OB$ ，依据勾股定理得出

$$\sqrt{\frac{1}{k_1} + k_1} = \sqrt{\frac{1}{k_2} + k_2}, \text{ 两边平方得 } \frac{1}{k_1} + k_1 = \frac{1}{k_2} + k_2, \text{ 整理后得 } (k_1 - k_2)(k_1k_2 - 1) = 0,$$

根据 $k_1 \neq k_2$ ，则 $k_1k_2 - 1 = 0$ ，即可求得；

(3) 由 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_2 > x_1 > 0$) 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的任意两点，

$$\text{得到 } y_1 = \frac{1}{x_1}, y_2 = \frac{1}{x_2}, \text{ 求出 } a = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2x_1x_2}, \text{ 得到 } a - b = \frac{x_1 + x_2}{2x_1x_2} -$$

$$\frac{2}{x_1 + x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}{2x_1x_2(x_1 + x_2)} = \frac{(x_1 - x_2)^2}{2x_1x_2(x_1 + x_2)} > 0, \text{ 即可得到结果.}$$

【解答】解：(1) $\because$ 直线 $y = k_1x$ 和 $y = k_2x$ 与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象关于原点对称，

$\therefore OA = OC$, $OB = OD$,

∴ 四边形 ABCD 是平行四边形;

故答案为: 平行;

(2) 解: ∵ 正比例函数 $y=k_1x$ ($k_1 > 0$) 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象在第一象限相交于 A,

∴ $k_1x=\frac{1}{x}$, 解得 $x=\sqrt{\frac{1}{k_1}}$ (因为交于第一象限, 所以负根舍去, 只保留正根)

将 $x=\sqrt{\frac{1}{k_1}}$ 代入 $y=k_1x$ 得 $y=\sqrt{k_1}$,

故 A 点的坐标为 $(\sqrt{\frac{1}{k_1}}, \sqrt{k_1})$ 同理则 B 点坐标为 $(\sqrt{\frac{1}{k_2}}, \sqrt{k_2})$,

又 ∵ $OA=OB$,

∴ $\sqrt{\frac{1}{k_1}+k_1}=\sqrt{\frac{1}{k_2}+k_2}$, 两边平方得 $\frac{1}{k_1}+k_1=\frac{1}{k_2}+k_2$,

整理后得 $(k_1 - k_2)(k_1k_2 - 1) = 0$,

∵ $k_1 \neq k_2$,

所以 $k_1k_2 - 1 = 0$, 即 $k_1k_2 = 1$;

(3) ∵ P (x_1, y_1), Q (x_2, y_2) ($x_2 > x_1 > 0$) 是函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上的任意两点,

∴ $y_1=\frac{1}{x_1}$, $y_2=\frac{1}{x_2}$,

∴ $a=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}}{2}=\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}$,

∴ $a-b=\frac{x_1+x_2}{2x_1x_2}-\frac{2}{x_1+x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}{2x_1x_2(x_1+x_2)}=\frac{(x_1-x_2)^2}{2x_1x_2(x_1+x_2)}$,

∵ $x_2 > x_1 > 0$,

∴ $(x_1 - x_2)^2 > 0$, $x_1x_2 > 0$, $(x_1+x_2) > 0$,

$$\therefore \frac{(x_1 - x_2)^2}{2x_1 x_2 (x_1 + x_2)} > 0,$$

$$\therefore a - b > 0,$$

$$\therefore a > b.$$

【点评】 本题考查了反比例函数的性质，平行四边形的判定，矩形的判定和性质，比较代数式的大小，掌握反比例函数图形上点的坐标的特征是解题的关键.