

2015 年广东省初中毕业考试试题

数 学

一、选择题 (本大题 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. $|-2| = (\quad)$

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 据国家统计局网站 2014 年 12 月 4 日发布的消息, 2014 年广东省粮食总产量约为 13 573 000 吨, 将 13 573 000 用科学记数法表示为 ()

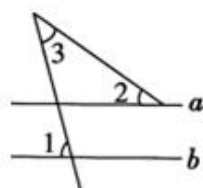
- A. 1.3573×10^6 B. 1.3573×10^7 C. 1.3573×10^8 D. 1.3573×10^9

3. 一组数据 2, 6, 5, 2, 4, 则这组数据的中位数是 ()

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

4. 如题 4 图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数是 ()

- A. 75° B. 55° C. 40° D. 35°



题 4 图

5. 下列所述的图形中, 既是中心对称图形, 又是轴对称图形的是 ()

- A. 矩形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 正三角形

6. $(-4x)^2 = (\quad)$

- A. $-8x^2$ B. $8x^2$ C. $-16x^2$ D. $16x^2$

7. 在 0, 2, $(-3)^0$, -5 这四个数中, 最大的数是 ()

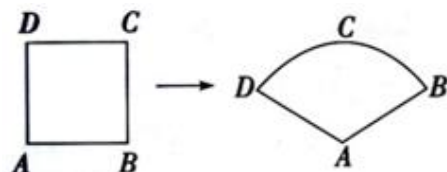
- A. 0 B. 2 C. $(-3)^0$ D. -5

8. 若关于 x 的方程 $x^2 + x - a + \frac{9}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 2$ B. $a \leq 2$ C. $a > 2$ D. $a < 2$

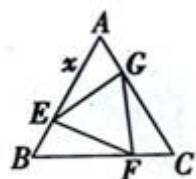
9. 如图 9 题, 某数学兴趣小组将边长为 3 的正方形铁丝框 ABCD 变形为以 A 为圆心, AB 为半径的扇形 (忽略铁丝的粗细), 则所得扇形 DAB 的面积为 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9



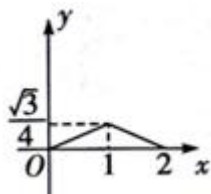
题 9 图

10. 如题 10 图, 已知正 $\triangle ABC$ 的边长为 2, E, F, G 分别是 AB, BC, CA 上的点, 且 $AE = BF = CG$, 设 $\triangle EFG$ 的

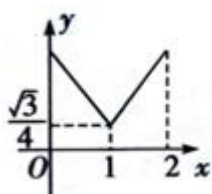


题 10 图

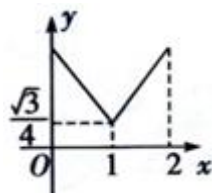
边长为 x , 则 y 关于 x 的函数图像大致是 ()



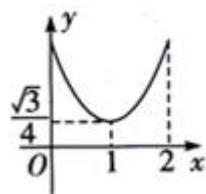
A.



B.



C.



D.

二、填空题 (本大题 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 正五边形的外角和等于_____ (度) .

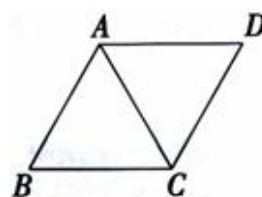
12. 如题 12 图, 菱形 ABCD 的边长为 6, $\angle ABC=60^\circ$, 则对角线 AC 的长为_____.

13. 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{2}{x}$ 的解是_____.

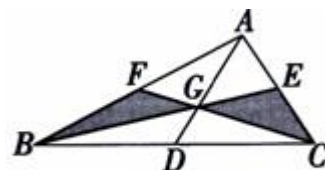
14. 若两个相似三角形的周长比为 2:3, 则它们的面积比是_____.

15. 观察下列一组数: $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \dots$, 根据该组数的排列规律, 可推出第 10 个数是_____.

16. 如题 16 图, $\triangle ABC$ 三边的中线 AD, BE, CF 的公共点为 G, 若 $S_{\triangle ABC}=12$, 则图中阴影部分的面积是_____.



题 12 图



题 16 图

三、解答题 (一) (本大题 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

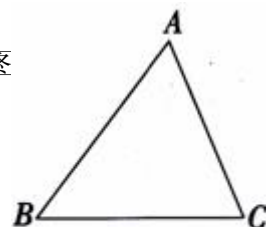
17. 解方程: $x^2 - 3x + 2 = 0$

18. 先化简, 再求值: $\frac{x}{x^2-1} \div \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

19. 如题 19 图, 已知锐角 $\triangle ABC$.

(1) 过点 A 作 BC 边的垂线 MN, 交 BC 于点 D (用尺规作图法, 保留作图痕迹, 不要求做法);

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $BC=5$, $AD=4$, $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$, 求 DC 的长.



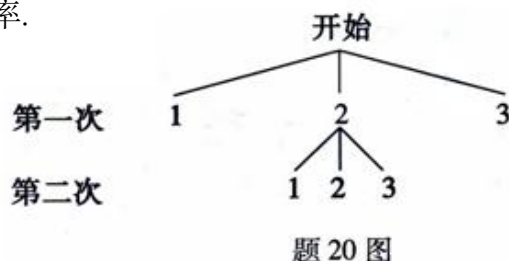
题 19 图

四、解答题 (二) (本大题 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

20. 老师和小明同学玩数学游戏, 老师取出一个不透明的口袋, 口袋中装有三张分别标有数字 1, 2, 3 的卡片, 卡片除数字外其余都相同. 老师要求小明同学两次随机抽取一张卡片, 并计算两次抽到卡片上的数字之积是奇数的概率. 于是小明同学用画树状图的方法寻求他两次抽取卡片的所有可能结果. 题 20 图是小明同学所画的正确树状图的一部分.

(1) 补全小明同学所画的树状图;

(2) 求小明同学两次抽到卡片上的数字之积是奇数的概率.

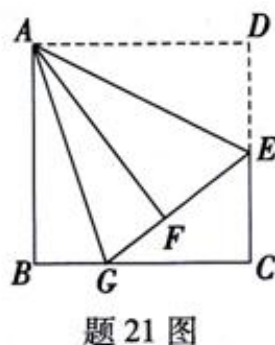


21. 如题 21 图, 在边长为 6 的正方形 ABCD 中, E 是边 CD 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$, 延长

EF 交边 BC 于点 G, 连接 AG.

(1) 求证: $\triangle ABG \cong \triangle AFG$;

(2) 求 BG 的长.



22. 某电器商场销售 A, B 两种型号计算器, 两种计算器的进货价格分别为每台 30 元, 40 元, 商场销售 5 台 A 型号和 1 台 B 型号计算器, 可获利润 76 元; 销售 6 台 A 型号和 3 台 B 型号计算器, 可获利润 120 元.

(1) 求商场销售 A, B 两种型号计算器的销售价格分别是多少元? (利润=销售价格-进货价格)

(2) 商场准备用不多于 2500 元的资金购进 A, B 两种型号计算器共 70 台, 问最少需要购进 A 型号的计算器多少台?

五、解答题（三）（本大题 3 小题，每小题 9 分，共 27 分）

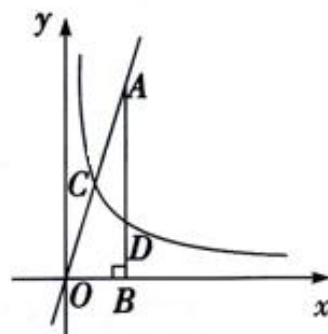
23. 如题 23 图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象与直线 $y = 3x$ 相交于点 C，过直线上点 A (1,3)

作 $AB \perp x$ 轴于点 B，交反比例函数图象于点 D，且 $AB = 3BD$.

(1) 求 k 的值；

(2) 求点 C 的坐标；

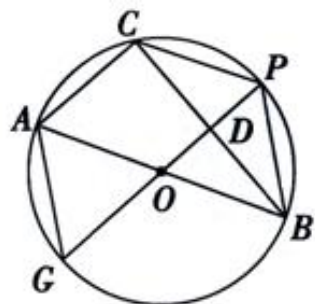
(3) 在 y 轴上确定一点 M，使点 M 到 C，D 两点的距离之和 $d = MC + MD$ 最小，求点 M 的坐标.



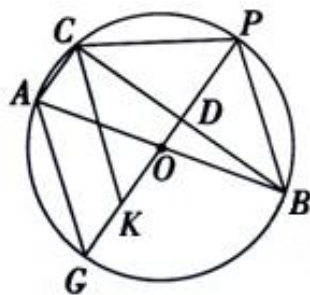
题 23 图

24. $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是直径, 过劣弧 BC 的中点 P 作 $\odot O$ 的直径 PG 交弦 BC 于点 D , 连接 AG , CP , PB .

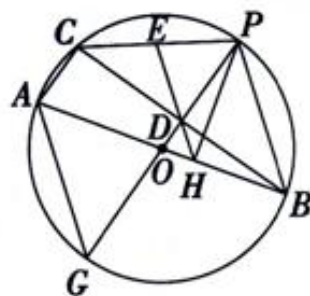
- (1) 如题 24-1 图, 若 D 是线段 OP 的中点, 求 $\angle BAC$ 的度数;
- (2) 如题 24-2 图, 在 DG 上取一点 K , 使 $DK=DP$, 连接 CK , 求证: 四边形 $AGKC$ 是平行四边形;
- (3) 如题 24-3 图, 取 CP 的中点 E , 连接 ED 并延长 ED 交 AB 于点 H , 连接 PH , 求证: $PH \perp AB$.



题 24 - 1 图



题 24 - 2 图



题 24 - 3 图

25.如题 25 图，在同一平面上，两块斜边相等的直角三角板 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle ADC$ 拼在一起，使斜边 AC 完全重合，且顶点 B, D 分别在 AC 的两旁， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $AB = BC = 4\text{cm}$.

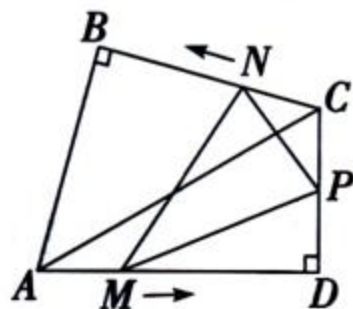
(1) 填空： $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ (cm)， $DC = \underline{\hspace{2cm}}$ (cm)；

(2) 点 M, N 分别从 A 点， C 点同时以每秒 1cm 的速度等速出发，且分别在 AD ， CB 上沿 $A \rightarrow D$ ， $C \rightarrow B$

方向运动，当 N 点运动到 B 点时， M, N 两点同时停止运动，连接 MN ，求当 M, N 点运动了 x 秒时，点 N 到 AD 的距离（用含 x 的式子表示）；

(3) 在 (2) 的条件下，取 DC 中点 P ，连结 MP ， NP ，设 $\triangle PMN$ 的面积为 y (cm^2)，在整个运动过程中， $\triangle PMN$ 的面积 y 存在最大值，请求出 y 的最大值.

(参考数据： $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ， $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$)



题 25 图

2015 年广东省初中毕业生学业考试

参考答案

一、选择题

1. 【答案】A.
2. 【答案】B.
3. 【答案】B.
4. 【答案】C.
5. 【答案】A.
6. 【答案】D.
7. 【答案】B.
8. 【答案】C.
9. 【答案】D. 【略析】显然弧长为 6，半径为 3，则 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$.
10. 【答案】D.

二、填空题

11. 【答案】360.
12. 【答案】6.
13. 【答案】 $x=2$.
14. 【答案】4: 9.
15. 【答案】 $\frac{10}{21}$.
16. 【答案】4.

【略析】由中线性质，可得 $AG=2GD$ ，则 $S_{\triangle BGF} = S_{\triangle CGE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \times 12 = 2$ ， $\therefore$ 阴影部分的面积为 4；其实图中各个单独小三角形面积都相等本题虽然超纲，但学生容易蒙对的。

三、解答题（一）

17. 【答案】解： $(x-1)(x-2)=0$
 $\therefore x-1=0$ 或 $x-2=0$
 $\therefore x_1=1, x_2=2$

18. 【答案】解： 原式 $= \frac{x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x}$
 $= \frac{1}{x+1}$ 当 $x=\sqrt{2}+1$ 时，原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

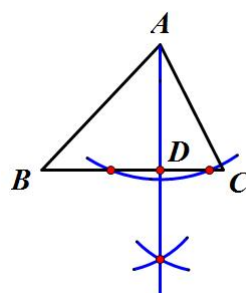
19. 【答案】(1) 如图所示， MN 为所作；

(2) 在 $Rt\triangle ABD$ 中， $\tan \angle BAD = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{4}$,

$$\therefore \frac{BD}{4} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BD=3,$$

$$\therefore DC=AD-BD=5-3=2.$$



四、解答题（二）

20. 【答案】(1) 如图，补全树状图；

- (2) 从树状图可知, 共有 9 种可能结果, 其中两次抽取卡片上的数字之积为奇数的有 4 种结果,

$$\therefore P(\text{积为奇数}) = \frac{4}{9}$$

21. 【答案】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ, AD = AB,$$

由折叠的性质可知

$$AD = AF, \angle AFE = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = 90^\circ, AB = AF,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle B,$$

$$\text{又 } AG = AG,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle AFG;$$

- (2) $\because \triangle ABG \cong \triangle AFG,$

$$\therefore BG = FG,$$

$$\text{设 } BG = FG = x, \text{ 则 } GC = 6 - x,$$

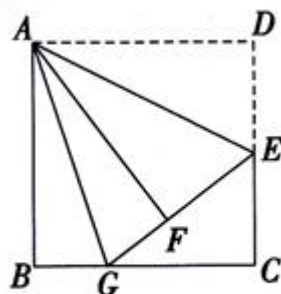
$$\because E \text{ 为 } CD \text{ 的中点},$$

$$\therefore CF = EF = DE = 3,$$

$$\therefore EG = x + 3,$$

$$\therefore 3^2 + (6 - x)^2 = (x + 3)^2,$$

$$\text{解得 } x = 2, \therefore BG = 2.$$



题 21 图

22. 【答案】(1) 设 A, B 型号的计算器的销售价格分别是 x 元, y 元, 得:

$$\begin{cases} 5(x - 30) + (y - 40) = 76 \\ 6(x - 30) + 3(y - 40) = 120 \end{cases}, \text{ 解得 } x = 42, y = 56,$$

答: A, B 两种型号计算器的销售价格分别为 42 元, 56 元;

- (2) 设最少需要购进 A 型号的计算 a 台, 得

$$30a + 40(70 - a) \geq 2500$$

$$\text{解得 } x \geq 30$$

答: 最少需要购进 A 型号的计算器 30 台.

五、解答题 (三)

23. 【答案】(1) $\because A(1, 3),$

$$\therefore OB = 1, AB = 3,$$

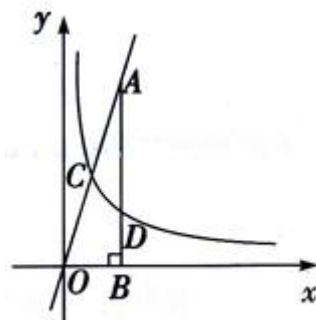
$$\text{又 } AB = 3BD,$$

$$\therefore BD = 1,$$

$$\therefore B(1, 1), \therefore k = 1 \times 1 = 1;$$

- (2) 由(1)知反比例函数的解析式为 $y = \frac{1}{x},$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = 3x \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \text{ (舍去)}, \therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3});$$



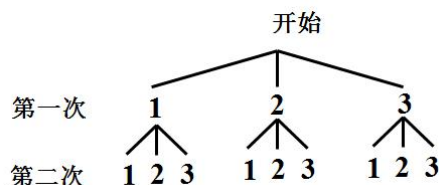
题 23 图

- (3) 如图, 作点 D 关于 y 轴对称点 E , 则 $E(-1, 1)$, 连接 CE 交 y 轴于点 M , 即为所求.

设直线 CE 的解析式为 $y = kx + b$, 则

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{3}k + b = \sqrt{3} \\ -k + b = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } k = 2\sqrt{3} - 3, b = 2\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore \text{直线 } CE \text{ 的解析式为 } y = (2\sqrt{3} - 3)x + 2\sqrt{3} - 2,$$



当 $x=0$ 时, $y=2\sqrt{3}-2$, $\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0, 2\sqrt{3}-2)$.

24. 【答案】(1) $\because AB$ 为 $\odot O$ 直径, $\widehat{BP}=\widehat{PC}$,

$\therefore PG \perp BC$, 即 $\angle ODB=90^\circ$,

$\therefore D$ 为 OP 的中点,

$\therefore OD=\frac{1}{2}OP=\frac{1}{2}OB$,

$\therefore \cos \angle BOD=\frac{OD}{OB}=\frac{1}{2}$,

$\therefore \angle BOD=60^\circ$,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径,

$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle ACB=\angle ODB$,

$\therefore AC \parallel PG$,

$\therefore \angle BAC=\angle BOD=60^\circ$;

(2) 由 (1) 知, $CD=BD$,

$\therefore \angle BDP=\angle CDK$, $DK=DP$,

$\therefore \triangle PDB \cong \triangle CDK$,

$\therefore CK=BP$, $\angle OPB=\angle CKD$,

$\therefore \angle AOG=\angle BOP$,

$\therefore AG=BP$,

$\therefore AG=CK$

$\because OP=OB$,

$\therefore \angle OPB=\angle OBP$,

又 $\angle G=\angle OBP$,

$\therefore AG \parallel CK$,

$\therefore$ 四边形 $AGCK$ 是平行四边形;

(3) $\because CE=PE$, $CD=BD$,

$\therefore DE \parallel PB$, 即 $DH \parallel PB$

$\because \angle G=\angle OPB$,

$\therefore PB \parallel AG$,

$\therefore DH \parallel AG$,

$\therefore \angle OAG=\angle OHD$,

$\because OA=OG$,

$\therefore \angle OAG=\angle G$,

$\therefore \angle ODH=\angle OHD$,

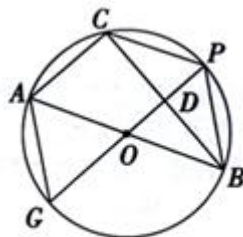
$\therefore OD=OH$,

又 $\angle ODB=\angle HOP$, $OB=OP$,

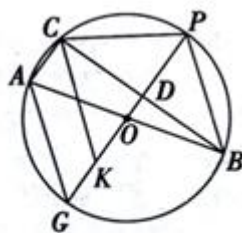
$\therefore \triangle OBD \cong \triangle HOP$,

$\therefore \angle OHP=\angle ODB=90^\circ$,

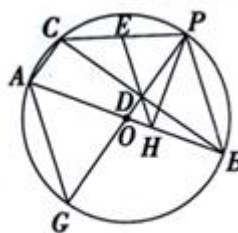
$\therefore PH \perp AB$.



题 24 - 1 图



题 24 - 2 图



题 24 - 3 图

25. 【答案】(1) $2\sqrt{6}$; $2\sqrt{2}$;

(2) 如图, 过点 N 作 $NE \perp AD$ 于 E , 作 $NF \perp DC$ 延长线于 F , 则 $NE=DF$.

$$\because \angle ACD=60^\circ, \angle ACB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle NCF=75^\circ, \angle FNC=15^\circ,$$

$$\therefore \sin 15^\circ = \frac{FC}{NC}, \text{ 又 } NC=x,$$

$$\therefore FC = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x,$$

$$\therefore NE=DF = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x + 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 到 } AD \text{ 的距离为 } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x + 2\sqrt{2} \text{ cm};$$

$$(3) \because \sin 75^\circ = \frac{FN}{NC}, \therefore FN = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x,$$

$$\because PD=CP=\sqrt{2},$$

$$\therefore PF = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x + 2\sqrt{2} - x \right) \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x + 2\sqrt{2} \right) - \frac{1}{2} (2\sqrt{2} - x) \times \sqrt{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x \right)$$

$$\text{即 } y = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}x^2 + \frac{7-\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{4}x + 2\sqrt{3},$$

$$\text{当 } x = -\frac{7-\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{2 \times \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} = \frac{7-\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \text{ 时, } y \text{ 有最大值为 } \frac{6\sqrt{6}+7\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$$

$$\text{即 } \frac{23\sqrt{6}+8\sqrt{3}+9\sqrt{2}-16}{16}$$

