

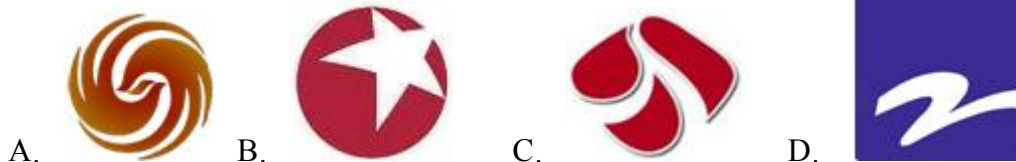
2014 年广东省汕尾市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. (2014 年广东汕尾) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -0.2

2. (2014 年广东汕尾) 下列电视台的台标，是中心对称图形的是 ()



3. (2014 年广东汕尾) 若 $x > y$ ，则下列式子中错误的是 ()

- A. $x - 3 > y - 3$ B. $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ C. $x + 3 > y + 3$ D. $-3x > -3y$

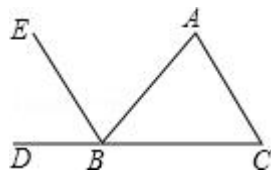
4. (2014 年广东汕尾) 在我国南海某海域探明可燃冰储量约有 194 亿立方米，数字 19400000000 用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 1.94×10^{10} B. 0.194×10^{10} C. 19.4×10^9 D. 1.94×10^9

5. (2014 年广东汕尾) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $a \cdot a^2 = a^3$ C. $a^8 \div a^2 = a^4$ D. $a^2 + a^3 = a^5$

6. (2014 年广东汕尾) 如图，能判定 $EB \parallel AC$ 的条件是 ()

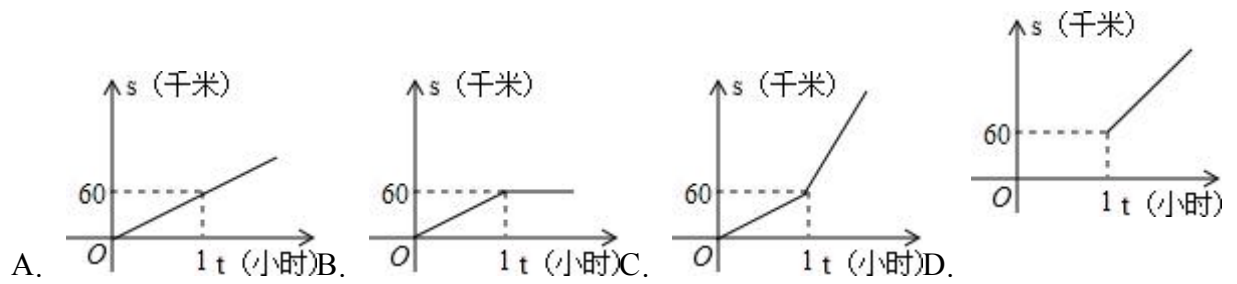


- A. $\angle C = \angle ABE$ B. $\angle A = \angle EBD$ C. $\angle C = \angle ABC$ D. $\angle A = \angle ABE$

7. (2014 年广东汕尾) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则 $\cos B$ 的值是 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

8. (2014 年广东汕尾) 汽车以 60 千米/时的速度在公路上匀速行驶，1 小时后进入高速路，继续以 100 千米/时的速度匀速行驶，则汽车行驶的路程 s (千米) 与行驶的时间 t (时) 的函数关系的大致图象是 ()



9. (2014 年广东汕尾) 如图是一个正方体展开图, 把展开图折叠成正方体后, “你”字一面相对面上的字是 ()



- A. 我 B. 中 C. 国 D. 梦

10. (2014 年广东汕尾) 已知直线 $y=kx+b$, 若 $k+b=-5$, $kb=6$, 那么该直线不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (2014 年广东汕尾) 4 的平方根是_____.

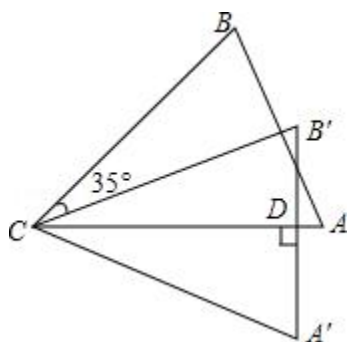
12. (2014 年广东汕尾) 已知 $a+b=4$, $a-b=3$, 则 $a^2-b^2=_____$.

13. (2014 年广东汕尾) 已知 a , b , c 为平面内三条不同直线, 若 $a \perp b$, $c \perp b$, 则 a 与 c 的位置关系是_____.

14. (2014 年广东汕尾) 小明在射击训练中, 五次命中的环数分别为 5、7、6、6、6, 则小明命中环数的众数为_____, 平均数为_____.

15. (2014 年广东汕尾) 写出一个在三视图中俯视图与主视图完全相同的几何体_____.

16. (2014 年广东汕尾) 如图, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 35° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D . 若 $\angle A'DC=90^\circ$, 则 $\angle A=_____$.



三、解答题（一）（共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

17. ((2014 年广东汕尾) 计算: $(\sqrt{2}+\pi)^0 - 2|1 - \sin 30^\circ| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. (2014 年广东汕尾) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M (2, 1)

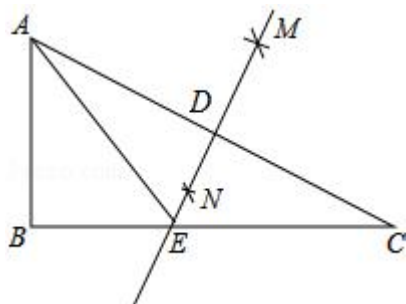
(1) 求该函数的表达式;

(2) 当 $2 < x < 4$ 时, 求 y 的取值范围 (直接写出结果).

19. (2014 年广东汕尾) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 分别以点 A、C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 M、N, 连接 MN, 与 AC、BC 分别交于点 D、E, 连接 AE.

(1) 求 $\angle ADE$; (直接写出结果)

(2) 当 $AB = 3$, $AC = 5$ 时, 求 $\triangle ABE$ 的周长.

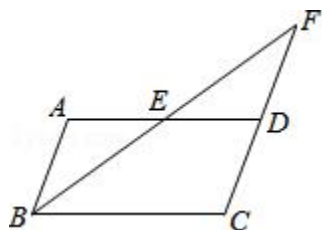


四、解答题（二）（共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分）

20. （2014 年广东汕尾）如图，在平行四边形 ABCD 中，E 是 AD 边上的中点，连接 BE，并延长 BE 交 CD 的延长线于点 F.

（1）证明：FD=AB；

（2）当平行四边形 ABCD 的面积为 8 时，求 $\triangle FED$ 的面积.



21. （2014 年广东汕尾）一个口袋中有 3 个大小相同的小球，球面上分别写有数字 1、2、3，从袋中随机地摸出一个小球，记录下数字后放回，再随机地摸出一个小球.

（1）请用树形图或列表法中的一种，列举出两次摸出的球上数字的所有可能结果；

（2）求两次摸出的球上的数字和为偶数的概率.

22. （2014 年广东汕尾）已知关于 x 的方程 $x^2+ax+a-2=0$

（1）若该方程的一个根为 1，求 a 的值及该方程的另一根；

（2）求证：不论 a 取何实数，该方程都有两个不相等的实数根.

五、解答题（三）（共 3 小题，第 23、24 小题各 11 分，第 25 小题 10 分，共 32 分）

23. (11 分) (2014 年广东汕尾) 某校为美化校园，计划对面积为 1800m^2 的区域进行绿化，安排甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍，并且在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时，甲队比乙队少用 4 天.

(1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少 m^2 ?

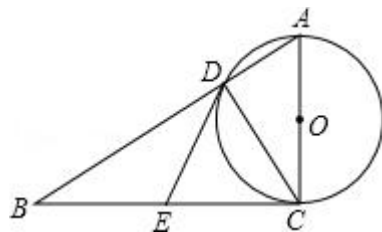
(2) 若学校每天需付给甲队的绿化费用为 0.4 万元，乙队为 0.25 万元，要使这次的绿化总费用不超过 8 万元，至少应安排甲队工作多少天?

24. (2014 年广东汕尾) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，以 AC 为直径的 $\odot O$ 与 AB 边交于点 D ，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，交 BC 于 E .

(1) 求证：点 E 是边 BC 的中点；

(2) 求证： $BC^2=BD\cdot BA$ ；

(3) 当以点 O 、 D 、 E 、 C 为顶点的四边形是正方形时，求证： $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.



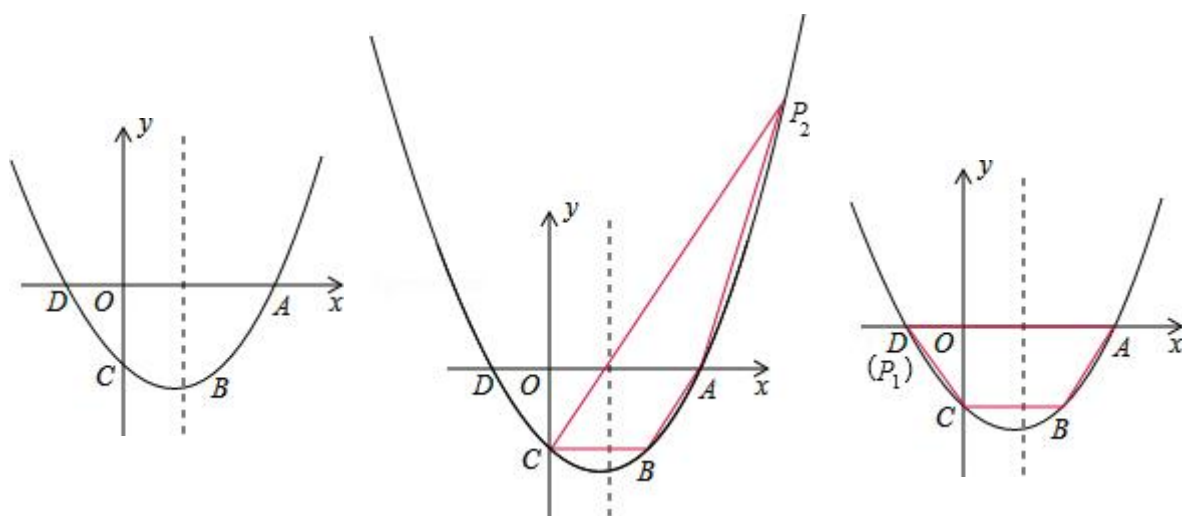
25. (2014 年广东汕尾) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴的交点为 A、D

(A 在 D 的右侧), 与 y 轴的交点为 C.

(1) 直接写出 A、D、C 三点的坐标;

(2) 若点 M 在抛物线上, 使得 $\triangle MAD$ 的面积与 $\triangle CAD$ 的面积相等, 求点 M 的坐标;

(3) 设点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 B, 在抛物线上是否存在点 P, 使得以 A、B、C、P 四点为顶点的四边形为梯形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年广东省汕尾市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. （2014 年广东汕尾） -2 的倒数是（ ）

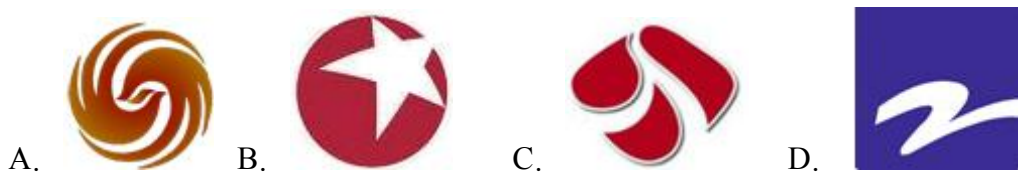
- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -0.2

【分析】根据乘积为 1 的两数互为倒数，即可得出答案.

【解答】 -2 的倒数为 $-\frac{1}{2}$. 故选 C.

【点评】此题考查了倒数的定义，属于基础题，关键是掌握乘积为 1 的两数互为倒数.

2. （2014 年广东汕尾）下列电视台的台标，是中心对称图形的是（ ）



【分析】根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，即可判断得出.

【解答】A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合， $\therefore$ 此图形是中心对称图形，故此选项正确；

B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

C、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，故此选项错误. 故选：A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

3. （2014 年广东汕尾）若 $x > y$ ，则下列式子中错误的是（ ）

A. $x - 3 > y - 3$ B. $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ C. $x + 3 > y + 3$ D. $-3x > -3y$

【分析】根据不等式的基本性质，进行选择即可.

【解答】A、根据不等式的性质 1，可得 $x - 3 > y - 3$ ，故 A 正确；

B、根据不等式的性质 2，可得 $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ ，故 B 正确；

C、根据不等式的性质 1，可得 $x + 3 > y + 3$ ，故 C 正确；

D、根据不等式的性质 3，可得 $-3x < -3y$ ，故 D 错误；故选 D.

【点评】本题考查了不等式的性质：

(1) 不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变.

(2) 不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.

(3) 不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

4. (2014 年广东汕尾) 在我国南海某海域探明可燃冰储量约有 194 亿立方米，数字 19400000000 用科学记数法表示正确的是 ()

A. 1.94×10^{10} B. 0.194×10^{10} C. 19.4×10^9 D. 1.94×10^9

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】将 19400000000 用科学记数法表示为： 1.94×10^{10} . 故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (2014 年广东汕尾) 下列各式计算正确的是 ()

A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $a \cdot a^2 = a^3$ C. $a^8 \div a^2 = a^4$ D. $a^2 + a^3 = a^5$

【分析】A、原式利用完全平方公式展开得到结果，即可做出判断；

B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可做出判断；

C、原式利用同底数幂的除法法则计算得到结果，即可做出判断；

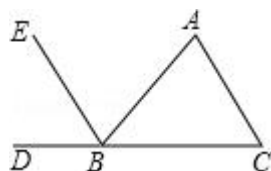
D、原式不能合并，错误.

【解答】A、原式= a^2+b^2+2ab ，错误；B、原式= a^3 ，正确；

C、原式= a^6 ，错误；D、原式不能合并，错误，故选B

【点评】此题考查了同底数幂的乘除法，合并同类项，以及完全平方公式，熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

6. (2014 年广东汕尾) 如图，能判定 $EB \parallel AC$ 的条件是 ()



A. $\angle C = \angle ABE$ B. $\angle A = \angle EBD$ C. $\angle C = \angle ABC$ D. $\angle A = \angle ABE$

【分析】在复杂的图形中具有相等关系的两角首先要判断它们是否是同位角或内错角，被判断平行的两直线是否由“三线八角”而产生的被截直线.

【解答】A 和 B 中的角不是三线八角中的角；

C 中的角是同一三角形中的角，故不能判定两直线平行.

D 中内错角 $\angle A = \angle ABE$ ，则 $EB \parallel AC$. 故选 D.

【点评】正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键，只有同位角相等、内错角相等、同旁内角互补，才能推出两被截直线平行.

7. (2014 年广东汕尾) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则 $\cos B$ 的值是 ()

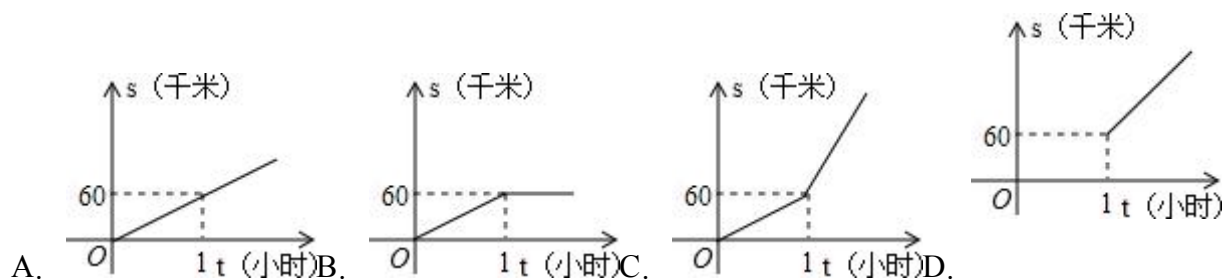
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

【分析】根据互余两角的三角函数关系进行解答.

【解答】 $\because \angle C = 90^\circ$ ， $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$ ， $\therefore \cos B = \sin A$ ， $\because \sin A = \frac{3}{5}$ ， $\therefore \cos B = \frac{3}{5}$. 故选 B.

【点评】本题考查了互余两角的三角函数关系，熟记关系式是解题的关键.

8. (2014 年广东汕尾) 汽车以 60 千米/时的速度在公路上匀速行驶，1 小时后进入高速路，继续以 100 千米/时的速度匀速行驶，则汽车行驶的路程 s (千米) 与行驶的时间 t (时) 的函数关系的大致图象是 ()



【分析】汽车以 60 千米/时的速度在公路上匀速行驶，1 小时后进入高速路，所以前 1 小时路程随时间增大而增大，后来以 100 千米/时的速度匀速行驶，路程增加变快．据此即可选择．

【解答】由题意知，前 1 小时路程随时间增大而增大，1 小时后路程增加变快．故选：C．

【点评】本题主要考查了函数的图象．本题的关键是分析汽车行驶的过程．

9. (2014 年广东汕尾) 如图是一个正方体展开图，把展开图折叠成正方体后，“你”字一面相对面上的字是 ()



- A. 我 B. 中 C. 国 D. 梦

【分析】利用正方体及其表面展开图的特点解题．

【解答】这是一个正方体的平面展开图，共有六个面，其中面“我”与面“中”相对，面“的”与面“国”相对，“你”与面“梦”相对．故选 D．

【点评】本题考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题．

10. (2014 年广东汕尾) 已知直线 $y=kx+b$ ，若 $k+b=-5$ ， $kb=6$ ，那么该直线不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】 首先根据 $k+b=-5$ 、 $kb=6$ 得到 k 、 b 的符号，再根据图象与系数的关系确定直线经过的象限，进而求解即可.

【解答】 $\because k+b=-5$ ， $kb=6$ ， $\therefore k<0$ ， $b<0$ ，

$\therefore$ 直线 $y=kx+b$ 经过二、三、四象限，即不经过第一象限. 故选 A.

【点评】 本题考查了一次函数图象与系数的关系，解题的关键是根据 k 、 b 之间的关系确定其符号.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (2014 年广东汕尾) 4 的平方根是_____.

【分析】 根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题.

【解答】 $\because (\pm 2)^2=4$ ， $\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 . 故答案为: ± 2 .

【点评】 本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

12. (2014 年广东汕尾) 已知 $a+b=4$ ， $a-b=3$ ，则 a^2-b^2 =_____.

【分析】 根据 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ，然后代入求解.

【解答】 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=4\times 3=12$. 故答案是: 12.

【点评】 本题重点考查了用平方差公式. 平方差公式为 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. 本题是一道较简单的题目.

13. (2014 年广东汕尾) 已知 a ， b ， c 为平面内三条不同直线，若 $a\perp b$ ， $c\perp b$ ，则 a 与 c 的位置关系是_____.

【分析】 根据在同一平面内，如果两条直线同时垂直于同一条直线，那么这两条直线平行可得答案.

【解答】 $\because a\perp b$ ， $c\perp b$ ， $\therefore a\parallel c$ ，故答案为: 平行.

【点评】 此题主要考查了平行线的判定，关键是掌握在同一平面内，如果两条直线同时垂直于同一条直线，那么这两条直线平行.

14. (2014 年广东汕尾) 小明在射击训练中, 五次命中的环数分别为 5、7、6、6、6, 则小明命中环数的众数为____, 平均数为____.

【分析】根据众数和平均数的概念求解.

【解答】6 出现的次数最多, 故众数为 6, 平均数为: $\frac{5+7+6+6+6}{5}=6$. 故答案为:

6, 6.

【点评】本题考查了众数和平均数的概念: 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数; 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

15. (2014 年广东汕尾) 写出一个在三视图中俯视图与主视图完全相同的几何体_____.

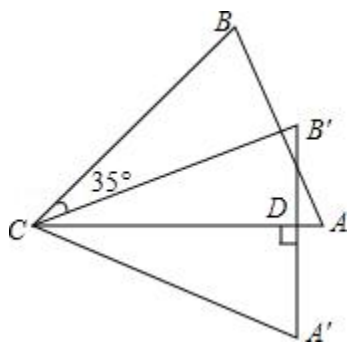
【分析】主视图、俯视图是分别从物体正面和上面看, 所得到的图形.

【解答】球的俯视图与主视图都为圆; 正方体的俯视图与主视图都为正方形.

故答案为: 球或正方体.

【点评】考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

16. (2014 年广东汕尾) 如图, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 35° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D. 若 $\angle A'DC=90^\circ$, 则 $\angle A=$ _____.



【分析】根据题意得出 $\angle ACA'=35^\circ$, 则 $\angle A'=90^\circ - 35^\circ=55^\circ$, 即可得出 $\angle A$ 的度数.

【解答】 $\because$ 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 35° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D, $\angle A'DC=90^\circ$, $\therefore \angle ACA'=35^\circ$, 则 $\angle A'=90^\circ - 35^\circ=55^\circ$, 则 $\angle A=\angle A'=55^\circ$. 故答案为: 55° .

【点评】 此题主要考查了旋转的性质以及三角形内角和定理等知识，得出 $\angle A'$ 的度数是解题关键.

三、解答题 (一) (共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

17. ((2014 年广东汕尾) 计算: $(\sqrt{2}+\pi)^0 - 2|1 - \sin 30^\circ| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

【分析】 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用特殊角的三角函数值及绝对值的代数意义化简, 最后一项利用负指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】 原式 $= 1 - 2 \times \frac{1}{2} + 2 = 1 - 1 + 2 = 2$.

【点评】 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (2014 年广东汕尾) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M (2, 1)

(1) 求该函数的表达式;

(2) 当 $2 < x < 4$ 时, 求 y 的取值范围 (直接写出结果).

【分析】 (1) 利用待定系数法把 (2, 1) 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中可得 k 的值, 进而得到解析式;

(2) 根据 $y = \frac{2}{x}$ 可得 $x = \frac{2}{y}$, 再根据条件 $2 < x < 4$ 可得 $2 < \frac{2}{y} < 4$, 再解不等式即可.

【解答】 (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M (2, 1), $\therefore k = 2 \times 1 = 2$,
 $\therefore$ 该函数的表达式为 $y = \frac{2}{x}$;

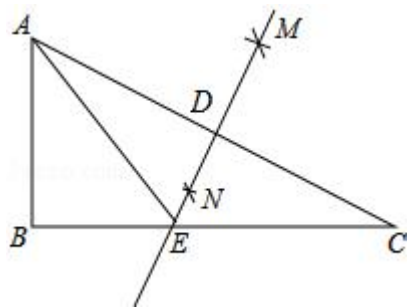
(2) $\because y = \frac{2}{x}$, $\therefore x = \frac{2}{y}$, $\because 2 < x < 4$, $\therefore 2 < \frac{2}{y} < 4$, 解得: $\frac{1}{2} < y < 1$.

【点评】 此题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式, 以及反比例函数的性质, 关键是正确确定函数解析式.

19. (2014 年广东汕尾) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 分别以点 A、C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 M、N, 连接 MN, 与 AC、BC 分别交于点 D、E, 连接 AE.

(1) 求 $\angle ADE$; (直接写出结果)

(2) 当 $AB = 3$, $AC = 5$ 时, 求 $\triangle ABE$ 的周长.



【分析】 (1) 根据题意可知 MN 是线段 AC 的垂直平分线，由此可得出结论；

(2) 先根据勾股定理求出 BC 的长，再根据线段垂直平分线的性质即可得出结论.

【解答】 (1) $\because$ 由题意可知 MN 是线段 AC 的垂直平分线， $\therefore \angle ADE = 90^\circ$ ；

(2) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 5$ ， $\therefore BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

$\because$ MN 是线段 AC 的垂直平分线， $\therefore AE = CE$ ，

$\therefore \triangle ABE$ 的周长 $= AB + (AE + BE) = AB + BC = 3 + 4 = 7$.

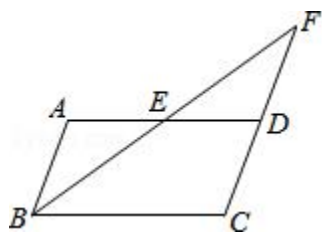
【点评】 本题考查的是作图 - 基本作图，熟知垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等是解答此题的关键.

四、解答题 (二) (共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分)

20. (2014 年广东汕尾) 如图，在平行四边形 ABCD 中，E 是 AD 边上的中点，连接 BE，并延长 BE 交 CD 的延长线于点 F.

(1) 证明：FD = AB；

(2) 当平行四边形 ABCD 的面积为 8 时，求 $\triangle FED$ 的面积.



【分析】 (1) 利用已知得出 $\triangle ABE \cong \triangle DFE$ (AAS)，进而求出即可；

(2) 首先得出 $\triangle FED \sim \triangle FBC$, 进而得出 $\frac{S_{\triangle FED}}{S_{\triangle FBC}} = \frac{1}{4}$, 进而求出即可.

(1) 证明: $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 AD 边上的中点, $\therefore AE=ED$,

$\angle ABE = \angle F$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DFE$ 中 $\begin{cases} \angle ABE = \angle F \\ \angle BEA = \angle FED, \\ AE = ED \end{cases} \therefore \triangle ABE \cong \triangle DFE \text{ (AAS)}, \therefore FD = AB;$

(2) 【解答】 $\because DE \parallel BC$, $\therefore \triangle FED \sim \triangle FBC$, $\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFE$,

$\therefore BE = EF$, $S_{\triangle FDE} = S_{\text{平行四边形 } ABCD}$, $\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{S_{\triangle FED}}{S_{\triangle FBC}} = \frac{1}{4}$, $\therefore \frac{S_{\triangle FED}}{8} = \frac{1}{4}$,

$\therefore \triangle FED$ 的面积为: 2.

【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及平行四边形的性质以及相似三角形的判定与性质等知识, 得出 $S_{\triangle FDE} = S_{\text{平行四边形 } ABCD}$ 是解题关键.

21. (2014 年广东汕尾) 一个口袋中有 3 个大小相同的小球, 球面上分别写有数字 1、2、3, 从袋中随机地摸出一个小球, 记录下数字后放回, 再随机地摸出一个小球.

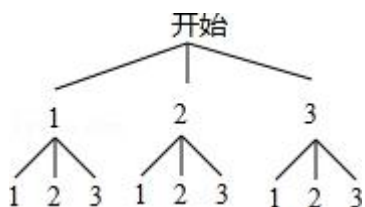
(1) 请用树形图或列表法中的一种, 列举出两次摸出的球上数字的所有可能结果;

(2) 求两次摸出的球上的数字和为偶数的概率.

【分析】 (1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果;

(2) 由 (1) 可求得两次摸出的球上的数字和为偶数的有 5 种情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 (1) 画树状图得:



则共有 9 种等可能的结果;

(2) 由 (1) 得: 两次摸出的球上的数字和为偶数的有 5 种情况,

∴ 两次摸出的球上的数字和为偶数的概率为: $\frac{5}{9}$.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (2014 年广东汕尾) 已知关于 x 的方程 $x^2+ax+a-2=0$

(1) 若该方程的一个根为 1, 求 a 的值及该方程的另一根;

(2) 求证: 不论 a 取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

【分析】 (1) 将 $x=1$ 代入方程 $x^2+ax+a-2=0$ 得到 a 的值, 再根据根与系数的关系求出另一根;

(2) 写出根的判别式, 配方后得到完全平方式, 进行解答.

【解答】 (1) 将 $x=1$ 代入方程 $x^2+ax+a-2=0$ 得, $1+a+a-2=0$, 解得, $a=\frac{1}{2}$;

方程为 $x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$, 即 $2x^2+x-3=0$, 设另一根为 x_1 , 则 $1x_1=-\frac{3}{2}$, $x_1=-\frac{3}{2}$.

(2) $\because \Delta=a^2-4(a-2)=a^2-4a+8=a^2-4a+4+4=(a-2)^2+4\geq 0$,

∴ 不论 a 取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

【点评】 本题考查了根的判别式和根与系数的关系, 要记牢公式, 灵活运用.

五、解答题 (三) (共 3 小题, 第 23、24 小题各 11 分, 第 25 小题 10 分, 共 32 分)

23. (11 分) (2014 年广东汕尾) 某校为美化校园, 计划对面积为 1800m^2 的区域进行绿化, 安排甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍, 并且在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天.

(1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少 m^2 ?

(2) 若学校每天需付给甲队的绿化费用为 0.4 万元, 乙队为 0.25 万元, 要使这次的绿化总费用不超过 8 万元, 至少应安排甲队工作多少天?

【分析】 (1) 设乙工程队每天能完成绿化的面积是 $x\text{m}^2$, 根据在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天, 列出方程, 求解即可;

(2) 设至少应安排甲队工作 x 天, 根据这次的绿化总费用不超过 8 万元, 列出不等式, 求解即可.

【解答】 (1) 设乙工程队每天能完成绿化的面积是 $x\text{m}^2$, 根据题意得: $\frac{400}{x} - \frac{400}{2x} = 4$,
解得: $x=50$ 经检验 $x=50$ 是原方程的解,

则甲工程队每天能完成绿化的面积是 $50 \times 2 = 100 (\text{m}^2)$,

答: 甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是 100m^2 、 50m^2 ;

(2) 设至少应安排甲队工作 x 天, 根据题意得:

$$0.4x + \frac{1800 - 100x}{50} \times 0.25 \leq 8, \text{ 解得: } x \geq 10,$$

答: 至少应安排甲队工作 10 天.

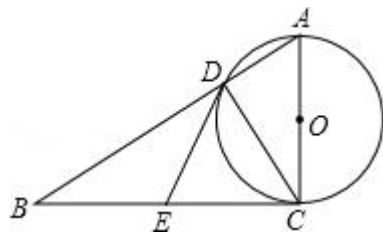
【点评】 此题考查了分式方程的应用, 关键是分析题意, 找到合适的数量关系列出方程和不等式, 解分式方程时要注意检验.

24. (2014 年广东汕尾) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 与 AB 边交于点 D , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 交 BC 于 E .

(1) 求证: 点 E 是边 BC 的中点;

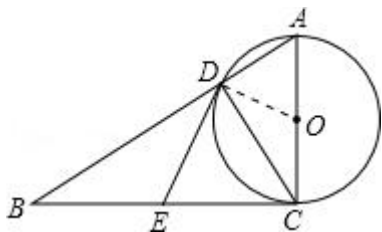
(2) 求证: $BC^2 = BD \cdot BA$;

(3) 当以点 O 、 D 、 E 、 C 为顶点的四边形是正方形时, 求证: $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.



【分析】 (1) 利用切线的性质及圆周角定理证明; (2) 利用相似三角形证明;
(3) 利用正方形的性质证明.

证明: (1) 如图, 连接 OD . $\because DE$ 为切线, $\therefore \angle EDC + \angle ODC = 90^\circ$;



$\because \angle ACB=90^\circ$, $\therefore \angle ECD+\angle OCD=90^\circ$. 又 $\because OD=OC$, $\therefore \angle ODC=\angle OCD$,

$\therefore \angle EDC=\angle ECD$, $\therefore ED=EC$; $\because AC$ 为直径, $\therefore \angle ADC=90^\circ$,

$\therefore \angle BDE+\angle EDC=90^\circ$, $\angle B+\angle ECD=90^\circ$, $\therefore \angle B=\angle BDE$, $\therefore ED=DB$.

$\therefore EB=EC$, 即点 E 为边 BC 的中点;

(2) $\because AC$ 为直径, $\therefore \angle ADC=\angle ACB=90^\circ$, 又 $\because \angle B=\angle B$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDB$, $\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD}$, $\therefore BC^2=BD \cdot BA$;

(3) 当四边形 ODEC 为正方形时, $\angle OCD=45^\circ$; $\because AC$ 为直径,

$\therefore \angle ADC=90^\circ$, $\therefore \angle CAD=\angle ADC-\angle OCD=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC$ 为等腰直角三角形.

【点评】 本题是几何证明题, 综合考查了切线性质、圆周角定理、相似三角形、正方形、等腰直角三角形等知识点. 试题着重对基础知识的考查, 难度不大.

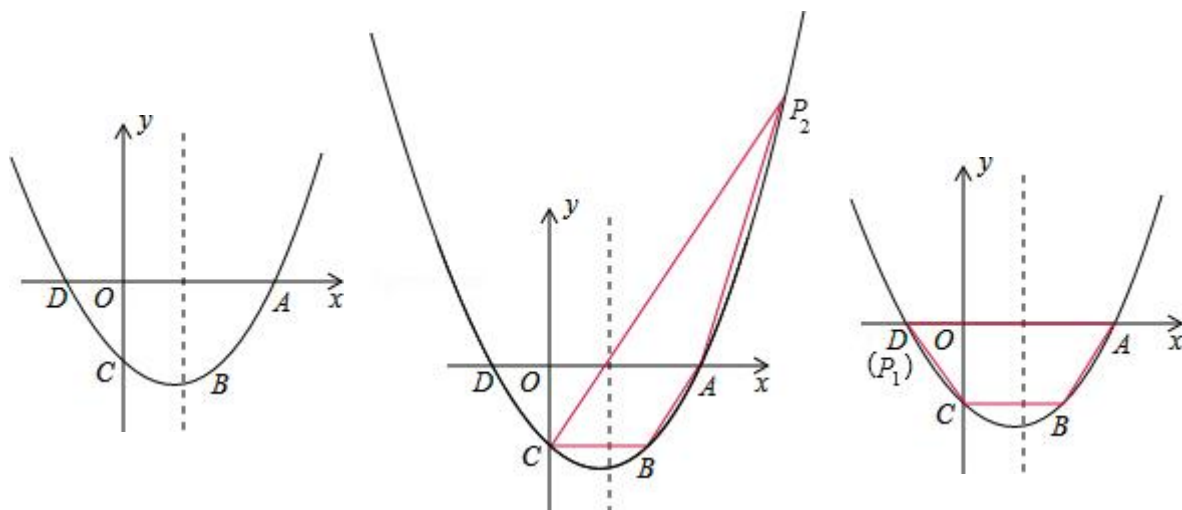
25. (2014 年广东汕尾) 如图, 已知抛物线 $y=\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{4}x-3$ 与 x 轴的交点为 A、D

(A 在 D 的右侧), 与 y 轴的交点为 C.

(1) 直接写出 A、D、C 三点的坐标;

(2) 若点 M 在抛物线上, 使得 $\triangle MAD$ 的面积与 $\triangle CAD$ 的面积相等, 求点 M 的坐标;

(3) 设点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 B, 在抛物线上是否存在点 P, 使得以 A、B、C、P 四点为顶点的四边形为梯形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 令 $y=0$, 解方程 $\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3=0$ 可得到 A 点和 D 点坐标; 令 $x=0$, 求出 $y=-3$, 可确定 C 点坐标;

(2) 根据抛物线的对称性, 可知在在 x 轴下方对称轴右侧也存在这样的点; 再根据三角形的等面积法, 在 x 轴上方, 存在两个点, 这两个点分别到 x 轴的距离等于点 C 到 x 轴的距离;

(3) 根据梯形定义确定点 P, 如图所示: ①若 $BC \parallel AP_1$, 确定梯形 $ABCP_1$. 此时 P_1 与 D 点重合, 即可求得点 P_1 的坐标; ②若 $AB \parallel CP_2$, 确定梯形 $ABCP_2$. 先求出直线 CP_2 的解析式, 再联立抛物线与直线解析式求出点 P_2 的坐标.

【解答】 (1) $\because y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$, $\therefore$ 当 $y=0$ 时, $\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3=0$,
解得 $x_1=-2$, $x_2=4$. 当 $x=0$, $y=-3$.

$\therefore$ A 点坐标为 $(4, 0)$, D 点坐标为 $(-2, 0)$, C 点坐标为 $(0, -3)$;

(2) $\because y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$, $\therefore$ 对称轴为直线 $x = -\frac{\frac{3}{4}}{2 \times \frac{3}{8}} = 1$.

$\because$ AD 在 x 轴上, 点 M 在抛物线上,

$\therefore$ 当 $\triangle MAD$ 的面积与 $\triangle CAD$ 的面积相等时, 分两种情况:

①点 M 在 x 轴下方时, 根据抛物线的对称性, 可知点 M 与点 C 关于直线 $x=1$ 对称,

$\therefore C$ 点坐标为 $(0, -3)$, $\therefore M$ 点坐标为 $(2, -3)$;

②点 M 在 x 轴上方时, 根据三角形的等面积法, 可知 M 点到 x 轴的距离等于点

C 到 x 轴的距离 3. 当 $y=4$ 时, $\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3 = 3$, 解得 $x_1 = 1 + \sqrt{17}$, $x_2 = 1 - \sqrt{17}$,

$\therefore M$ 点坐标为 $(1 + \sqrt{17}, 3)$ 或 $(1 - \sqrt{17}, 3)$.

综上所述, 所求 M 点坐标为 $(2, -3)$ 或 $(1 + \sqrt{17}, 3)$ 或 $(1 - \sqrt{17}, 3)$;

(3) 结论: 存在.

如图所示, 在抛物线上有两个点 P 满足题意:

①若 $BC \parallel AP_1$, 此时梯形为 $ABCP_1$.

由点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 B , 可知 $BC \parallel x$ 轴, 则 P_1 与 D 点重合,

$\therefore P_1(-2, 0)$. $\therefore P_1A=6$, $BC=2$, $\therefore P_1A \neq BC$, $\therefore$ 四边形 $ABCP_1$ 为梯形;

②若 $AB \parallel CP_2$, 此时梯形为 $ABCP_2$.

$\therefore A$ 点坐标为 $(4, 0)$, B 点坐标为 $(2, -3)$, $\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 6$,

$\therefore$ 可设直线 CP_2 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x + n$, 将 C 点坐标 $(0, -3)$ 代入, 得 $b = -3$,

$\therefore$ 直线 CP_2 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 3$. $\therefore$ 点 P_2 在抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 上,

$\therefore \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3 = \frac{3}{2}x - 3$, 化简得: $x^2 - 6x = 0$, 解得 $x_1 = 0$ (舍去), $x_2 = 6$,

$\therefore$ 点 P_2 横坐标为 6, 代入直线 CP_2 解析式求得纵坐标为 6, $\therefore P_2(6, 6)$.

$\therefore AB \parallel CP_2$, $AB \neq CP_2$, $\therefore$ 四边形 $ABCP_2$ 为梯形.

综上所述, 在抛物线上存在一点 P , 使得以点 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点所构成的四边形为梯形; 点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(6, 6)$.

【点评】 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有抛物线与坐标轴的交点坐标求法, 三角形的面积, 梯形的判定. 综合性较强, 有一定难度. 运用数形结合、分类讨论及方程思想是解题的关键.