

2014 年广东省梅州市中考数学试卷

一、选择题：每小题 3 分，共 15 分，每小题给出四个答案，其中只有一个是正确的.

1. (3 分) 下列各数中，最大的是 ()

- A. 0 B. 2 C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•梅州) 下列事件中是必然事件的是 ()

- A. 明天太阳从西边升起
B. 篮球队员在罚球线上投篮一次，未投中
C. 实心铁球投入水中会沉入水底
D. 抛出一枚硬币，落地后正面朝上

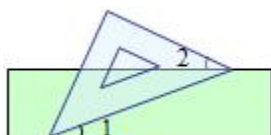
3. (3 分) (2014•梅州) 下列电视台的台标，是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2014•梅州) 若 $x > y$ ，则下列式子中错误的是 ()

- A. $x - 3 > y - 3$ B. $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ C. $x + 3 > y + 3$ D. $-3x > -3y$

5. (3 分) (2014•梅州) 如图，把一块含有 45° 的直角三角形的两个顶点放在直尺的对边上. 如果 $\angle 1 = 20^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

二、填空题：每小题 3 分，共 24 分.

6. (3 分) (2014•梅州) 4 的平方根是_____.

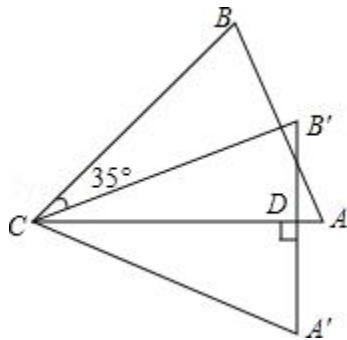
7. (3 分) (2014•梅州) 已知 $a + b = 4$ ， $a - b = 3$ ，则 $a^2 - b^2 =$ _____.

8. (3 分) (2014•梅州) 内角和与外角和相等的多边形的边数为_____.

9. (3 分) (2014•梅州) 梅陇高速公路是广东梅州至福建龙岩的高速公路，总投资 59.57 亿元. 那么数据 5957000000 用科学记数法表示为_____.

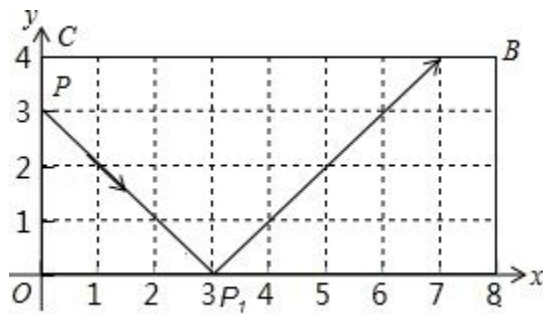
10. (3 分) (2014•梅州) 写出一个在三视图中俯视图与主视图完全相同的几何体_____.

11. (3 分) (2014•梅州) 如图, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 35° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D . 若 $\angle A'DC=90^\circ$, 则 $\angle A=$ _____.



12. (3 分) (2014•梅州) 已知直线 $y=kx+b$, 若 $k+b=-5$, $kb=6$, 那么该直线不经过第_____象限.

13. (3 分) (2014•梅州) 如图, 弹性小球从点 $P(0, 3)$ 出发, 沿所示方向运动, 每当小球碰到矩形 $OABC$ 的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当小球第 1 次碰到矩形的边时的点为 P_1 , 第 2 次碰到矩形的边时的点为 P_2 , ..., 第 n 次碰到矩形的边时的点为 P_n , 则点 P_3 的坐标是_____; 点 P_{2014} 的坐标是_____.



三、解答下列各题: 本题有 10 小题, 共 81 分, 解答应写文字说明、推理过程或演算步骤.

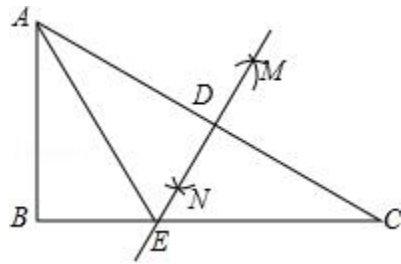
14. (7 分) (2014•梅州) 计算: $(\pi-1)^0 + |2-\sqrt{2}| - (\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{8}$.

15. (7 分) (2014•梅州) 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $M(2, 1)$

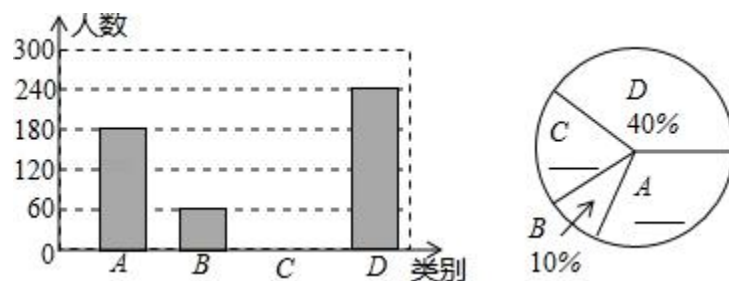
- (1) 求该函数的表达式;
- (2) 当 $2 < x < 4$ 时, 求 y 的取值范围 (直接写出结果).

16. (7分) (2014•梅州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 分别以 A 、 C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 M 、 N , 连接 MN , 与 AC 、 BC 分别交于点 D 、 E , 连接 AE , 则:

- (1) $\angle ADE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;
- (2) $AE \underline{\hspace{2cm}} EC$; (填“=”“>”或“<”)
- (3) 当 $AB=3$, $AC=5$ 时, $\triangle ABE$ 的周长 = $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (7分) (2014•梅州) 某县为了解七年级学生对篮球、羽毛球、乒乓球、足球 (以下分别用 A 、 B 、 C 、 D 表示) 这四种球类运动的喜爱情况 (每人只能选一种), 对全县七年级学生进行了抽样调查, 并将调查情况绘制成如图两幅统计图 (尚不完整).



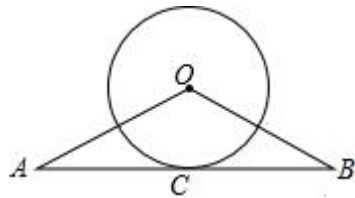
请根据以上信息回答:

- (1) 本次参加抽样调查的学生有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人;
- (2) 若全县七年级学生有 4000 人, 估计喜爱足球 (D) 运动的人数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人;
- (3) 在全县七年级学生中随机抽查一位, 那么该学生喜爱乒乓球 (C) 运动的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. (8 分) (2014•梅州) 如图, 在 $\triangle ABO$ 中, $OA=OB$, C 是边 AB 的中点, 以 O 为圆心的圆过点 C .

(1) 求证: AB 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $\angle AOB=120^\circ$, $AB=4\sqrt{3}$, 求 $\odot O$ 的面积.



19. (8 分) (2014•梅州) 已知关于 x 的方程 $x^2+ax+a-2=0$

(1) 若该方程的一个根为 1, 求 a 的值及该方程的另一根;

(2) 求证: 不论 a 取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

20. (8 分) (2014•梅州) 某校为美化校园, 计划对面积为 1800m^2 的区域进行绿化, 安排甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍, 并且在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天.

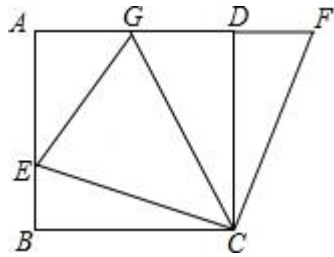
(1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少 m^2 ?

(2) 若学校每天需付给甲队的绿化费用为 0.4 万元, 乙队为 0.25 万元, 要使这次的绿化总费用不超过 8 万元, 至少应安排甲队工作多少天?

21. (8 分) (2014•梅州) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, F 是 AD 延长线上一点, 且 $DF=BE$.

(1) 求证: $CE=CF$;

(2) 若点 G 在 AD 上, 且 $\angle GCE=45^\circ$, 则 $GE=BE+GD$ 成立吗? 为什么?

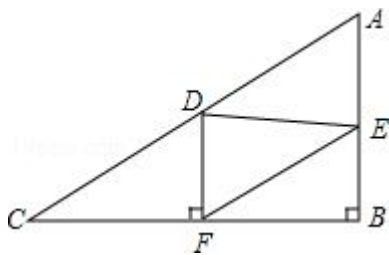


22. (10 分) (2014•梅州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AC=60$, $AB=30$. D 是 AC 上的动点, 过 D 作 $DF \perp BC$ 于 F , 过 F 作 $FE \parallel AC$, 交 AB 于 E . 设 $CD=x$, $DF=y$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 当四边形 $AEFD$ 为菱形时, 求 x 的值;

(3) 当 $\triangle DEF$ 是直角三角形时, 求 x 的值.

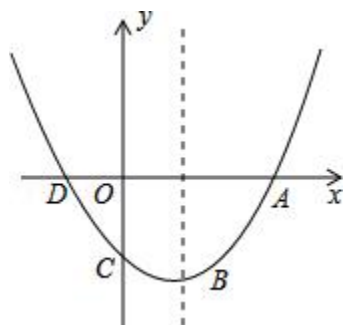


23. (11 分) (2014•梅州) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴的交点为 A 、 D (A 在 D 的右侧), 与 y 轴的交点为 C .

(1) 直接写出 A 、 D 、 C 三点的坐标;

(2) 若点 M 在抛物线上, 使得 $\triangle MAD$ 的面积与 $\triangle CAD$ 的面积相等, 求点 M 的坐标;

(3) 设点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 B , 在抛物线上是否存在点 P , 使得以 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点的四边形为梯形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年广东省梅州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：每小题 3 分，共 15 分，每小题给出四个答案，其中只有一个是正确的.

1. (3 分) 下列各数中，最大的是 ()

- A. 0 B. 2 C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

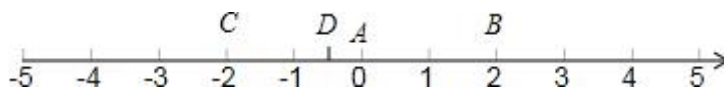
考点：有理数大小比较.

专题：常规题型.

分析：用数轴法，将各选项数字标于数轴之上即可解本题.

解答：解：画一个数轴，将 $A=0$ 、 $B=2$ 、 $C=-2$ 、 $D=-\frac{1}{2}$ 标于数轴之上，

可得：



$\therefore$ D 点位于数轴最右侧，

$\therefore$ B 选项数字最大.

故选 B.

点评：本题考查了数轴法比较有理数大小的方法，牢记数轴法是解题的关键.

2. (3 分) (2014•梅州) 下列事件中是必然事件的是 ()

- A. 明天太阳从西边升起
B. 篮球队员在罚球线上投篮一次，未投中
C. 实心铁球投入水中会沉入水底
D. 抛出一枚硬币，落地后正面朝上

考点：随机事件.

分析：必然事件就是一定会事件，依据定义即可判断.

解答：解：A. 是不可能事件，故不符合题意；

B. 是随机事件，故不符合题意；

C. 是必然事件，故符合题意；

D. 是随机事件，故不符合题意.

故选：C.

点评：该题考查的是对必然事件，随机事件，不可能事件的概念的理解. 用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件；不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

3. (3 分) (2014•梅州) 下列电视台的台标，是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点：中心对称图形.

分析：根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，即可判断得出.

解答：解：A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合， $\therefore$ 此图形是中心对称图形，故此选项正确；
B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，故此选项错误；
C、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，此图形不是中心对称图形，故此选项错误；
D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，故此选项错误.
故选：A.

点评：此题主要考查了中心对称图形的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

4. (3 分) (2014•梅州) 若 $x > y$ ，则下列式子中错误的是 ()

- A. $x - 3 > y - 3$ B. $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ C. $x + 3 > y + 3$ D. $-3x > -3y$

考点：不等式的性质.

分析：根据不等式的基本性质，进行选择即可.

解答：解：A、根据不等式的性质 1，可得 $x - 3 > y - 3$ ，故 A 正确；

B、根据不等式的性质 2，可得 $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ ，故 B 正确；

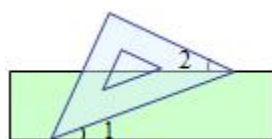
C、根据不等式的性质 1，可得 $x + 3 > y + 3$ ，故 C 正确；

D、根据不等式的性质 3，可得 $-3x < -3y$ ，故 D 错误；
故选 D.

点评：本题考查了不等式的性质：

- (1) 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子)，不等号的方向不变.
- (2) 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数，不等号的方向不变.
- (3) 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数，不等号的方向改变.

5. (3 分) (2014•梅州) 如图，把一块含有 45° 的直角三角形的两个顶点放在直尺的对边上. 如果 $\angle 1 = 20^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

考点：平行线的性质.

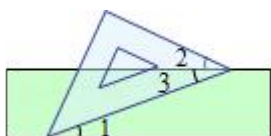
分析：根据两直线平行，内错角相等求出 $\angle 3$ ，再求解即可.

解答：解： $\because$ 直尺的两边平行， $\angle 1 = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ.$$

故选 C.



点评： 本题考查了两直线平行，内错角相等的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键.

二、填空题：每小题 3 分，共 24 分.

6. (3 分) (2014•梅州) 4 的平方根是 ± 2 .

考点： 平方根.

专题： 计算题.

分析： 根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题.

解答： 解： $\because (\pm 2)^2=4$ ，
 $\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 .
故答案为： ± 2 .

点评： 本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

7. (3 分) (2014•梅州) 已知 $a+b=4$ ， $a-b=3$ ，则 $a^2-b^2=$ 12.

考点： 平方差公式.

分析： 根据 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ，然后代入求解.

解答： 解： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=4\times 3=12$.
故答案是： 12.

点评： 本题重点考查了用平方差公式. 平方差公式为 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. 本题是一道较简单的题目.

8. (3 分) (2014•梅州) 内角和与外角和相等的多边形的边数为 四.

考点： 多边形内角与外角.

分析： 根据多边形的内角和公式与外角和定理列式进行计算即可求解.

解答： 解： 设这个多边形是 n 边形，
则 $(n-2)\cdot 180^\circ=360^\circ$ ，
解得 $n=4$.
故答案为： 四.

点评： 本题考查了多边形的内角和公式与外角和定理，熟记内角和公式，外角和与多边形的边数无关，任何多边形的外角和都是 360° 是解题的关键.

9. (3 分) (2014•梅州) 梅陇高速公路是广东梅州至福建龙岩的高速公路，总投资 59.57 亿元. 那么数据 5957000000 用科学记数法表示为 5.957×10^9 .

考点： 科学记数法—表示较大的数.

分析： 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由

于 5957000000 有 10 位, 所以可以确定 $n=10-1=9$.

解答: 解: $5\,957\,000\,000=5.957\times 10^9$.

故答案为: 5.957×10^9 .

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

10. (3 分) (2014•梅州) 写出一个在三视图中俯视图与主视图完全相同的几何体 球或正方体.

考点: 简单几何体的三视图.

专题: 开放型.

分析: 主视图、俯视图是分别从物体正面和上面看, 所得到的图形.

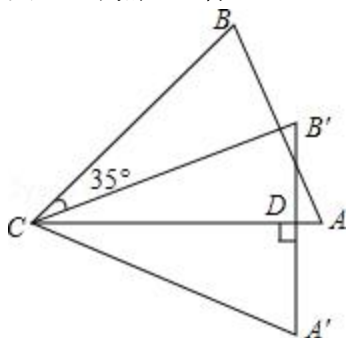
解答: 解: 球的俯视图与主视图都为圆;

正方体的俯视图与主视图都为正方形.

故答案为: 球或正方体 (答案不唯一).

点评: 考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

11. (3 分) (2014•梅州) 如图, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 35° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D . 若 $\angle A'DC=90^\circ$, 则 $\angle A=$ 55° .



考点: 旋转的性质.

分析: 根据题意得出 $\angle ACA'=35^\circ$, 则 $\angle A'=90^\circ-35^\circ=55^\circ$, 即可得出 $\angle A$ 的度数.

解答: 解: $\because$ 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 35° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D , $\angle A'DC=90^\circ$,

$\therefore \angle ACA'=35^\circ$, 则 $\angle A'=90^\circ-35^\circ=55^\circ$,

则 $\angle A=\angle A'=55^\circ$.

故答案为: 55° .

点评: 此题主要考查了旋转的性质以及三角形内角和定理等知识, 得出 $\angle A'$ 的度数是解题关键.

12. (3 分) (2014•梅州) 已知直线 $y=kx+b$, 若 $k+b=-5$, $kb=6$, 那么该直线不经过第 一 象限.

考点: 一次函数图象与系数的关系.

分析: 首先根据 $k+b=-5$ 、 $kb=6$ 得到 k 、 b 的符号, 再根据图象与系数的关系确定直线经过的象限, 进而求解即可.

解答: 解: $\because k+b=-5$, $kb=6$,

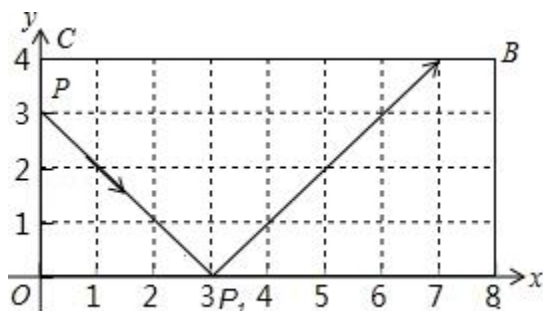
$\therefore k<0$, $b<0$,

$\therefore$ 直线 $y=kx+b$ 经过二、三、四象限, 即不经过第一象限.

故答案为一.

点评: 本题考查了一次函数图象与系数的关系, 解题的关键是根据 k 、 b 之间的关系确定其符号.

13. (3 分) (2014•梅州) 如图, 弹性小球从点 $P(0, 3)$ 出发, 沿所示方向运动, 每当小球碰到矩形 $OABC$ 的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当小球第 1 次碰到矩形的边时的点为 P_1 , 第 2 次碰到矩形的边时的点为 P_2 , ..., 第 n 次碰到矩形的边时的点为 P_n , 则点 P_3 的坐标是 $(8, 3)$; 点 P_{2014} 的坐标是 $(5, 0)$.



考点: 规律型: 点的坐标.

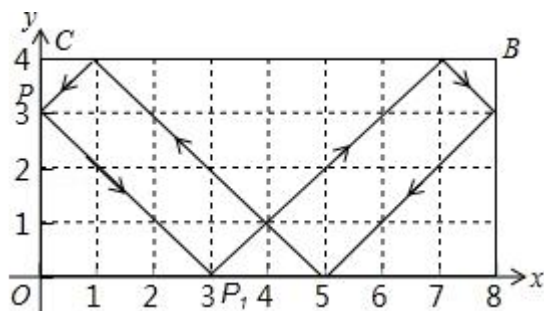
分析: 根据反射角与入射角的定义作出图形, 可知每 6 次反弹为一个循环组依次循环, 用 2014 除以 6, 根据商和余数的情况确定所对应的点的坐标即可.

解答: 解: 如图, 经过 6 次反弹后动点回到出发点 $(0, 3)$,
当点 P 第 3 次碰到矩形的边时, 点 P 的坐标为: $(8, 3)$;

$\therefore 2014 \div 6 = 335 \dots 4$,

$\therefore$ 当点 P 第 2014 次碰到矩形的边时为第 336 个循环组的第 4 次反弹,
点 P 的坐标为 $(5, 0)$.

故答案为: $(8, 3)$, $(5, 0)$.



点评: 此题主要考查了点的坐标的规律, 作出图形, 观察出每 6 次反弹为一个循环组依次循环是解题的关键.

三、解答下列各题: 本题有 10 小题, 共 81 分, 解答应写文字说明、推理过程或演算步骤.

14. (7 分) (2014•梅州) 计算: $(\pi - 1)^0 + |2 - \sqrt{2}| - (\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{8}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 第三项利用负指数幂

法则计算，最后一项化为最简二次根式，计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $=1+2-\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

点评: 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

15. (7分) (2014•梅州) 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 M (2, 1)

(1) 求该函数的表达式;

(2) 当 $2 < x < 4$ 时, 求 y 的取值范围 (直接写出结果).

考点: 待定系数法求反比例函数解析式; 反比例函数的性质.

分析: (1) 利用待定系数法把 (2, 1) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中可得 k 的值, 进而得到解析式;

(2) 根据 $y=\frac{2}{x}$ 可得 $x=\frac{2}{y}$, 再根据条件 $2 < x < 4$ 可得 $2 < \frac{2}{y} < 4$, 再解不等式即可.

解答: 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 M (2, 1),

$$\therefore k=2 \times 1=2,$$

$$\therefore \text{该函数的表达式为 } y=\frac{2}{x};$$

$$(2) \because y=\frac{2}{x},$$

$$\therefore x=\frac{2}{y},$$

$$\because 2 < x < 4,$$

$$\therefore 2 < \frac{2}{y} < 4,$$

$$\text{解得: } \frac{1}{2} < y < 1.$$

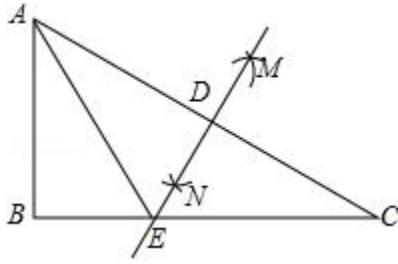
点评: 此题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式, 以及反比例函数的性质, 关键是正确确定函数解析式.

16. (7分) (2014•梅州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 分别以 A、C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 M、N, 连接 MN, 与 AC、BC 分别交于点 D、E, 连接 AE, 则:

(1) $\angle ADE=$ 90 $^\circ$;

(2) AE = EC ; (填“=”“>”或“<”)

(3) 当 $AB=3$, $AC=5$ 时, $\triangle ABE$ 的周长=7.



考点：作图—基本作图；线段垂直平分线的性质.

分析： (1) 由作图可知，MN 是线段 AC 的垂直平分线，故可得出结论；

(2) 根据线段垂直平分线的性质即可得出结论；

(3) 先根据勾股定理求出 BC 的长，进而可得出结论.

解答： 解：(1) $\because$ 由作图可知，MN 是线段 AC 的垂直平分线，

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$.

故答案为： 90° ；

(2) $\because$ MN 是线段 AC 的垂直平分线，

$\therefore AE = EC$.

故答案为：=；

(3) $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 5$ ，

$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

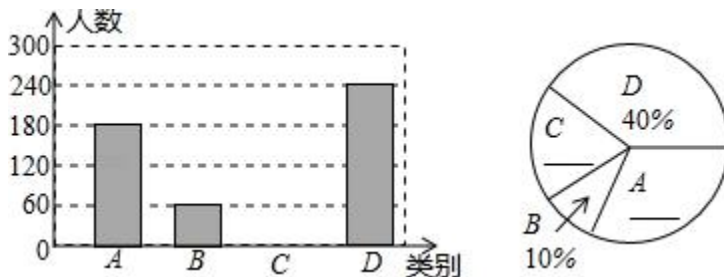
$\because AE = CE$ ，

$\therefore \triangle ABE$ 的周长 $= AB + BC = 3 + 4 = 7$.

故答案为：7.

点评： 本题考查的是作图—基本作图，熟知线段垂直平分线的性质是解答此题的关键.

17. (7 分) (2014•梅州) 某县为了解七年级学生对篮球、羽毛球、乒乓球、足球（以下分别用 A、B、C、D 表示）这四种球类运动的喜爱情况（每人只能选一种），对全县七年级学生进行了抽样调查，并将调查情况绘制成如图两幅统计图（尚不完整）.



请根据以上信息回答：

(1) 本次参加抽样调查的学生有 600 人；

(2) 若全县七年级学生有 4000 人，估计喜爱足球（D）运动的人数是 1600 人；

(3) 在全县七年级学生中随机抽查一位，那么该学生喜爱乒乓球（C）运动的概率是 0.2.

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；概率公式.

分析： (1) 利用喜欢羽毛球的人数以及所占百分比，即可得出样本容量；
(2) 利用喜爱足球 (D) 运动占样本总数的百分比，即可估计出喜爱足球 (D) 运动的人数；
(3) 利用样本中喜爱乒乓球 (C) 运动占样本总数的百分比，即可求出喜爱乒乓球 (C) 运动的概率.

解答： 解：(1) 本次参加抽样调查的学生有： $60 \div 10\% = 600$ (人)；
故答案为：600；

(2) 若全县七年级学生有 4000 人，估计喜爱足球 (D) 运动的人数是： $4000 \times 40\% = 1600$ (人)，
故答案为：1600；

(3) 样本中喜爱乒乓球 (C) 运动的人数为： $600 - 180 - 60 - 240 = 120$ (人)，

$\therefore$ 喜爱乒乓球 (C) 运动所占百分比为： $\frac{120}{600} \times 100\% = 20\%$ ，

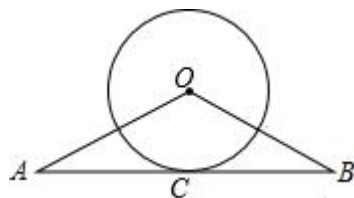
$\therefore$ 在全县七年级学生中随机抽查一位，那么该学生喜爱乒乓球 (C) 运动的概率是： $20\% = 0.2$.
故答案为：0.2.

点评： 此题主要考查了条形统计图的应用利用样本估计总体等知识，利用图形得出正确信息求出样本容量是解题关键.

18. (8 分) (2014·梅州) 如图，在 $\triangle ABO$ 中， $OA = OB$ ，C 是边 AB 的中点，以 O 为圆心的圆过点 C.

(1) 求证：AB 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $\angle AOB = 120^\circ$ ， $AB = 4\sqrt{3}$ ，求 $\odot O$ 的面积.



考点：切线的判定.

分析： (1) 首先连接 OC，然后由 $OA = OB$ ，C 是边 AB 的中点，根据三线合一的性质，可证得 AB 与 $\odot O$ 相切；

(2) 首先求得 OC 的长，继而可求得 $\odot O$ 的面积.

解答： (1) 证明：连接 OC，

$\because$ 在 $\triangle ABO$ 中， $OA = OB$ ，C 是边 AB 的中点，

$\therefore OC \perp AB$ ，

$\because$ 以 O 为圆心的圆过点 C，

$\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切；

(2) 解： $\because OA = OB$ ， $\angle AOB = 120^\circ$ ，

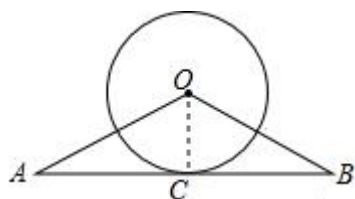
$\therefore \angle A = \angle B = 30^\circ$ ，

$\because AB = 4\sqrt{3}$ ，C 是边 AB 的中点，

$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore OC = AC \cdot \tan \angle A = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2,$$

$\therefore \odot O$ 的面积为: $\pi \times 2^2 = 4\pi$.



点评: 此题考查了切线的判定、等腰三角形的性质以及三角函数的性质. 此题难度不大, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

19. (8分) (2014•梅州) 已知关于 x 的方程 $x^2 + ax + a - 2 = 0$

(1) 若该方程的一个根为 1, 求 a 的值及该方程的另一根;

(2) 求证: 不论 a 取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

考点: 根的判别式; 一元二次方程的解; 根与系数的关系.

分析: (1) 将 $x=1$ 代入方程 $x^2 + ax + a - 2 = 0$ 得到 a 的值, 再根据根与系数的关系求出另一根;

(2) 写出根的判别式, 配方后得到完全平方式, 进行解答.

解答: 解: (1) 将 $x=1$ 代入方程 $x^2 + ax + a - 2 = 0$ 得, $1 + a + a - 2 = 0$, 解得, $a = \frac{1}{2}$;

$$\text{方程为 } x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0, \text{ 即 } 2x^2 + x - 3 = 0, \text{ 设另一根为 } x_1, \text{ 则 } 1 \cdot x_1 = -\frac{3}{2}, x_1 = -\frac{3}{2}.$$

$$(2) \because \Delta = a^2 - 4(a - 2) = a^2 - 4a + 8 = a^2 - 4a + 4 + 4 = (a - 2)^2 + 4 > 0,$$

$\therefore$ 不论 a 取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

点评: 本题考查了根的判别式和根与系数的关系, 要记牢公式, 灵活运用.

20. (8分) (2014•梅州) 某校为美化校园, 计划对面积为 1800m^2 的区域进行绿化, 安排甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍, 并且在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天.

(1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少 m^2 ?

(2) 若学校每天需付给甲队的绿化费用为 0.4 万元, 乙队为 0.25 万元, 要使这次的绿化总费用不超过 8 万元, 至少应安排甲队工作多少天?

考点: 分式方程的应用; 一元一次不等式的应用.

分析: (1) 设乙工程队每天能完成绿化的面积是 $x\text{m}^2$, 根据在独立完成面积为 400m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天, 列出方程, 求解即可;

(2) 设至少应安排甲队工作 x 天, 根据这次的绿化总费用不超过 8 万元, 列出不等式, 求解即可.

解答: 解: (1) 设乙工程队每天能完成绿化的面积是 $x\text{m}^2$, 根据题意得:

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{2x} = 4,$$

$$\text{解得: } x = 50$$

经检验 $x = 50$ 是原方程的解,

则甲工程队每天能完成绿化的面积是 $50 \times 2 = 100 \text{ (m}^2\text{)}$,

答: 甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是 100m^2 、 50m^2 ;

(2) 设至少应安排甲队工作 y 天, 根据题意得:

$$0.4y + \frac{1800 - 100y}{50} \times 0.25 \leq 8,$$

解得: $y \geq 10$,

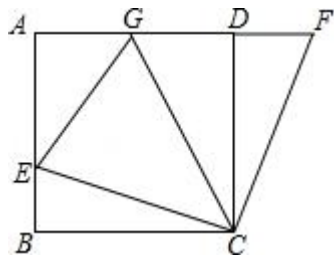
答: 至少应安排甲队工作 10 天.

点评: 此题考查了分式方程的应用, 关键是分析题意, 找到合适的数量关系列出方程和不等式, 解分式方程时要注意检验.

21. (8 分) (2014•梅州) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, F 是 AD 延长线上一点, 且 $DF=BE$.

(1) 求证: $CE=CF$;

(2) 若点 G 在 AD 上, 且 $\angle GCE=45^\circ$, 则 $GE=BE+GD$ 成立吗? 为什么?



考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题; 压轴题; 探究型.

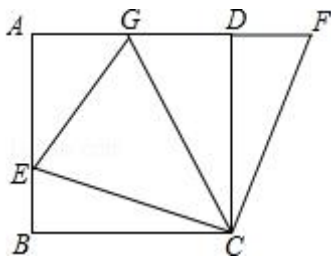
分析: (1) 由 $DF=BE$, 四边形 $ABCD$ 为正方形可证 $\triangle CEB \cong \triangle CFD$, 从而证出 $CE=CF$.

(2) 由 (1) 得, $CE=CF$, $\angle BCE + \angle ECD = \angle DCF + \angle ECD$ 即 $\angle ECF = \angle BCD = 90^\circ$ 又 $\angle GCE = 45^\circ$ 所以可得 $\angle GCE = \angle GCF$, 故可证得 $\triangle ECG \cong \triangle FCG$, 即 $EG = FG = GD + DF$. 又因为 $DF = BE$, 所以可证出 $GE = BE + GD$ 成立.

解答: (1) 证明: 在正方形 $ABCD$ 中,
 $\therefore BC = CD$, $\angle B = \angle CDF$, $BE = DF$,
 $\therefore \triangle CBE \cong \triangle CDF$ (SAS).
 $\therefore CE = CF$.

(2) 解: $GE = BE + GD$ 成立.

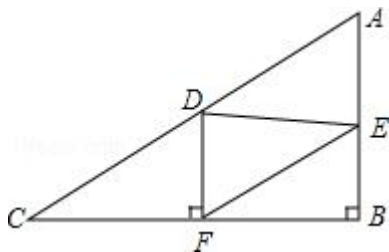
理由是: $\because$ 由 (1) 得: $\triangle CBE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore \angle BCE = \angle DCF$,
 $\therefore \angle BCE + \angle ECD = \angle DCF + \angle ECD$, 即 $\angle ECF = \angle BCD = 90^\circ$,
又 $\because \angle GCE = 45^\circ$, $\therefore \angle GCF = \angle GCE = 45^\circ$.
 $\therefore CE = CF$, $\angle GCE = \angle GCF$, $GC = GC$,
 $\therefore \triangle ECG \cong \triangle FCG$ (SAS).
 $\therefore GE = GF$.
 $\therefore GE = DF + GD = BE + GD$.



点评： 本题主要考查证两条线段相等往往转化为证明这两条线段所在三角形全等的思想，在第二问中也是考查了通过全等找出和 GE 相等的线段，从而证出关系是不是成立.

22. (10 分) (2014•梅州) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=60$ ， $AB=30$. D 是 AC 上的动点，过 D 作 $DF \perp BC$ 于 F，过 F 作 $FE \parallel AC$ ，交 AB 于 E. 设 $CD=x$ ， $DF=y$.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式；
- (2) 当四边形 AEFD 为菱形时，求 x 的值；
- (3) 当 $\triangle DEF$ 是直角三角形时，求 x 的值.



考点： 相似三角形的判定与性质；含 30° 度角的直角三角形；勾股定理；菱形的性质.

分析： (1) 由已知求出 $\angle C=30^\circ$ ，列出 y 与 x 的函数关系式；

(2) 由四边形 AEFD 为菱形，列出方程 $y=60-x$ 与 $y=\frac{1}{2}x$ 组成方程组求 x 的值，

(3) 由 $\triangle DEF$ 是直角三角形，列出方程 $60-x=2y$ ，与 $y=\frac{1}{2}x$ 组成方程组求 x 的值，

解答： 解：(1) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=60$ ， $AB=30$ ，

$$\therefore \angle C=30^\circ,$$

$$\because CD=x, DF=y.$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}x;$$

(2) $\because$ 四边形 AEFD 为菱形，

$$\therefore AD=DF,$$

$$\therefore y=60-x$$

$$\therefore \text{方程组} \begin{cases} y=\frac{1}{2}x \\ y=60-x \end{cases},$$

解得 $x=40$ ，

$\therefore$ 当 $x=40$ 时，四边形 AEFD 为菱形；

(3) $\because \triangle DEF$ 是直角三角形，

$$\therefore \angle FDE=90^\circ,$$

$\because FE \parallel AC$,
 $\therefore \angle EFB = \angle C = 30^\circ$,
 $\because DF \perp BC$,
 $\therefore \angle DEF + \angle DFE = \angle EFB + \angle DFE$,
 $\therefore \angle DEF = \angle EFB = 30^\circ$,
 $\therefore EF = 2DF$,
 $\therefore 60 - x = 2y$,

与 $y = \frac{1}{2}x$, 组成方程组, 得

$$\begin{cases} 2y = 60 - x \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

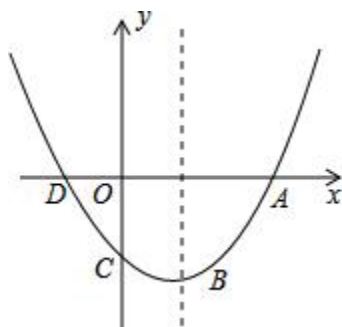
解得 $x = 30$,

$\therefore$ 当 $\triangle DEF$ 是直角三角形时, $x = 30$.

点评: 本题主要考查了含 30° 角的直角三角形与菱形的知识, 解本题的关键是找出 x 与 y 的关系列方程组.

23. (11 分) (2014•梅州) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴的交点为 A 、 D (A 在 D 的右侧), 与 y 轴的交点为 C .

- (1) 直接写出 A 、 D 、 C 三点的坐标;
- (2) 若点 M 在抛物线上, 使得 $\triangle MAD$ 的面积与 $\triangle CAD$ 的面积相等, 求点 M 的坐标;
- (3) 设点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 B , 在抛物线上是否存在点 P , 使得以 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点的四边形为梯形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 令 $y = 0$, 解方程 $\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3 = 0$ 可得到 A 点和 D 点坐标; 令 $x = 0$, 求出 $y = -3$, 可确定 C 点坐标;

(2) 根据抛物线的对称性, 可知在在 x 轴下方对称轴右侧也存在这样的点; 再根据三角形的等面积法, 在 x 轴上方, 存在两个点, 这两个点分别到 x 轴的距离等于点 C 到 x 轴的距离;

(3) 根据梯形定义确定点 P , 如图所示: ①若 $BC \parallel AP_1$, 确定梯形 $ABCP_1$. 此时 P_1 与 D 点重合, 即可求得点 P_1 的坐标; ②若 $AB \parallel CP_2$, 确定梯形 $ABCP_2$. 先求出直线 CP_2 的解析式, 再联立抛物线与直线解析式求出点 P_2 的坐标.

解答:

解: (1) $\because y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$,

$\therefore$ 当 $y=0$ 时, $\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = -2$, $x_2 = 4$.

当 $x=0$, $y = -3$.

$\therefore$ A 点坐标为 $(4, 0)$, D 点坐标为 $(-2, 0)$, C 点坐标为 $(0, -3)$;

(2) $\because y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = \frac{\frac{3}{4}}{2 \times \frac{3}{8}} = 1$.

$\because$ AD 在 x 轴上, 点 M 在抛物线上,

$\therefore$ 当 $\triangle MAD$ 的面积与 $\triangle CAD$ 的面积相等时, 分两种情况:

① 点 M 在 x 轴下方时, 根据抛物线的对称性, 可知点 M 与点 C 关于直线 $x=1$ 对称,

$\therefore$ C 点坐标为 $(0, -3)$,

$\therefore$ M 点坐标为 $(2, -3)$;

② 点 M 在 x 轴上方时, 根据三角形的等面积法, 可知 M 点到 x 轴的距离等于点 C 到 x 轴的距离 3.

当 $y=3$ 时, $\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3 = 3$,

解得 $x_1 = 1 + \sqrt{17}$, $x_2 = 1 - \sqrt{17}$,

$\therefore$ M 点坐标为 $(1 + \sqrt{17}, 3)$ 或 $(1 - \sqrt{17}, 3)$.

综上所述, 所求 M 点坐标为 $(2, -3)$ 或 $(1 + \sqrt{17}, 3)$ 或 $(1 - \sqrt{17}, 3)$;

(3) 结论: 存在.

如图所示, 在抛物线上有两个点 P 满足题意:

① 若 $BC \parallel AP_1$, 此时梯形为 $ABCP_1$.

由点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 B, 可知 $BC \parallel x$ 轴, 则 P_1 与 D 点重合,

$\therefore P_1(-2, 0)$.

$\therefore P_1A = 6$, $BC = 2$,

$\therefore P_1A \neq BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCP_1$ 为梯形;

② 若 $AB \parallel CP_2$, 此时梯形为 $ABCP_2$.

$\therefore$ A 点坐标为 $(4, 0)$, B 点坐标为 $(2, -3)$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 6$,

$\therefore$ 可设直线 CP_2 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x + n$,

将 C 点坐标 $(0, -3)$ 代入, 得 $n = -3$,

$\therefore$ 直线 CP_2 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 3$.

$\therefore$ 点 P_2 在抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 上,

$$\therefore \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3 = \frac{3}{2}x - 3,$$

化简得: $x^2 - 6x = 0$,

解得 $x_1 = 0$ (舍去), $x_2 = 6$,

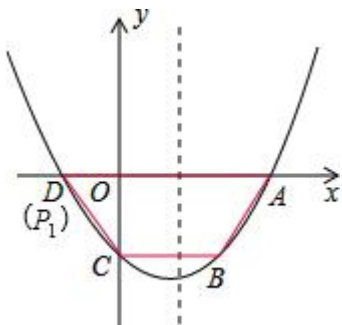
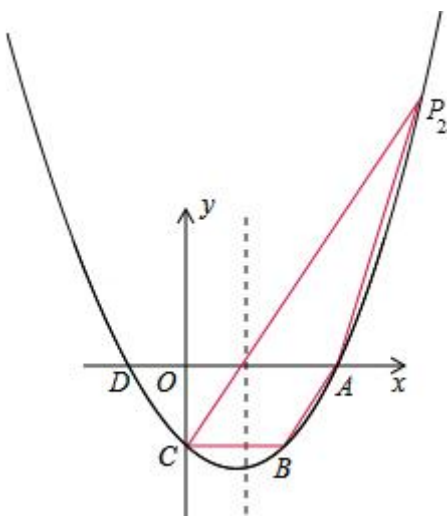
$\therefore$ 点 P_2 横坐标为 6, 代入直线 CP_2 解析式求得纵坐标为 6,

$\therefore P_2(6, 6)$.

$\therefore AB \parallel CP_2$, $AB \neq CP_2$,

$\therefore$ 四边形 $ABCP_2$ 为梯形.

综上所述, 在抛物线上存在一点 P , 使得以点 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点所构成的四边形为梯形;
点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(6, 6)$.



点评: 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有抛物线与坐标轴的交点坐标求法, 三角形的面积, 梯形的判定. 综合性较强, 有一定难度. 运用数形结合、分类讨论及方程思想是解题的关键.