

2011 年广州市初中毕业生学业考试

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 四个数 -5 , -0.1 , $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$ 中为无理数的是 ()

A. -5 B. -0.1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

2. 已知 $\square ABCD$ 的周长为 32, $AB=4$, 则 $BC=$ ()

A. 4 B. 121 C. 24 D. 28

3. 某车间 5 名工人日加工零件数分别为 6, 10, 4, 5, 4, 则这组数据的中位数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 10

4. 将点 $A(2, 1)$ 向左平移 2 个单位长度得到点 A' , 则点 A' 的坐标是 ()

A. $(0, 1)$ B. $(2, -1)$ C. $(4, 1)$ D. $(2, 3)$

5. 下列函数中, 当 $x>0$ 时, y 值随 x 值增大而减小的是 ()

A. $y=x^2$ B. $y=x-1$ C. $y=\frac{3}{4}x$ D. $y=\frac{1}{x}$

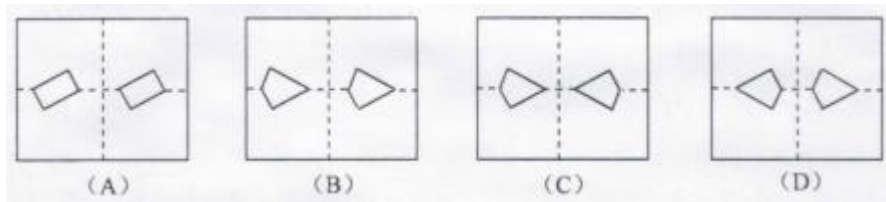
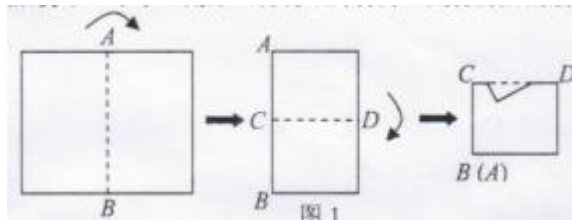
6. 若 $a<c<0<b$, 则 abc 与 0 的大小关系是 ()

A. $abc<0$ B. $abc=0$ C. $abc>0$ D. 无法确定

7. 下面的计算正确的是 ()

A. $3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^2$ B. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$ C. $x^4 \div x = x^3$ D. $(x^5)^2 = x^7$

8. 如图所示, 将矩形纸片先沿虚线 AB 按箭头方向向右对折, 接着对折后的纸片沿虚线 CD 向下对折, 然后剪下一个小三角形, 再将纸片打开, 则打开后的展开图是 ()

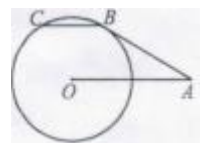


9. 当实数 x 的取值使得 $\sqrt{x-2}$ 有意义时, 函数 $y=4x+1$ 中 y 的取值范围是 ()

A. $y \geq -7$ B. $y \geq 9$ C. $y > 9$ D. $y \leq 9$

10. 如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B , $OA=2\sqrt{3}$, $AB=3$, 弦 $BC \parallel OA$, 则劣弧 $\widehat{BC}$ 的弧长为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ C. π D. $\frac{3}{2}\pi$



二、填空题: (每小题 3 分, 共 18 分)

11. 9 的相反数是_____

12. 已知 $\angle \alpha = 26^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的补角是_____度。

13. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{3}{x+2}$ 的解是_____

14. 如图, 以点 O 为位似中心, 将五边形 $ABCDE$ 放大后得到五边形 $A'B'C'D'E'$, 已知 $OA=10\text{cm}$, $OA'=20\text{cm}$, 则五边形 $ABCDE$ 的周长与五边形 $A'B'C'D'E'$ 的周长的比值是_____

15. 已知三条不同的直线 a 、 b 、 c 在同一平面内, 下列四条命题:

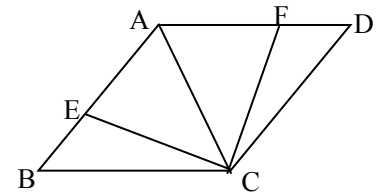
①如果 $a \parallel b$, $a \perp c$, 那么 $b \perp c$; ②如果 $b \parallel a$, $c \parallel a$, 那么 $b \parallel c$;
③如果 $b \perp a$, $c \perp a$, 那么 $b \perp c$; ④如果 $b \perp a$, $c \perp a$, 那么 $b \parallel c$.
其中真命题的是_____。(填写所有真命题的序号)

16. 定义新运算 “ $\otimes$ ”, $a \otimes b = \frac{1}{3}a - 4b$, 则 $12 \otimes (-1) =$ _____。

三、解答题 (本大题共 9 大题, 满分 102 分)

17. (9 分) 解不等式组 $\begin{cases} x-1 < 3 \\ 2x+1 > 0 \end{cases}$

18. (9 分) 如图, AC 是菱形 $ABCD$ 的对角线, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AD 上, 且 $AE=AF$.
求证: $\triangle ACE \cong \triangle ACF$



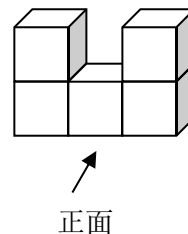
19. (10 分) 分解因式: $8(x^2-2y^2)-x(7x+y)+xy$

20. (10 分) 5 个棱长为 1 的正方体组成如图的几何体。

(1) 该几何体的体积是_____ (立方单位)

表面积是_____ (平方单位)

(2) 画出该几何体的主视图和左视图。

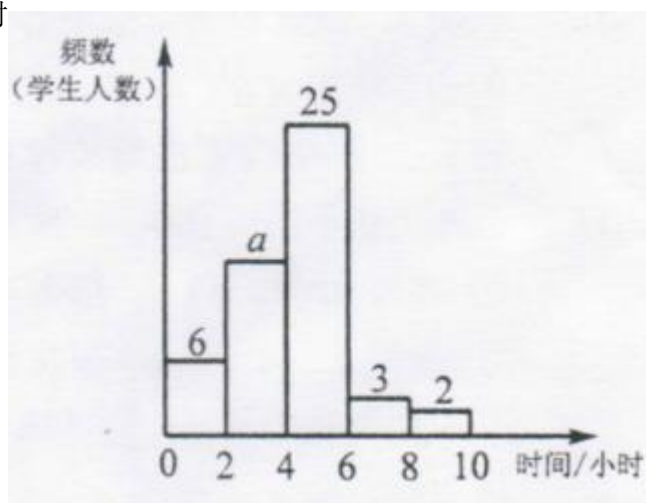


21. (12 分) 某商店 5 月 1 日举行促销优惠活动, 当天到该商店购买商品有两种方案, 方案一: 用 168 元购买会员卡成为会员后, 凭会员卡购买商店内任何商品, 一律按商品价格的 8 折优惠; 方案二: 若不购买会员卡, 则购买商店内任何商品, 一律按商品价格的 9.5 折优惠。已知小敏 5 月 1 日前不是该商店的会员。

- (1) 若小敏不购买会员卡，所购买商品的价格为 120 元时，实际应支付多少元？
- (2) 请帮小敏算一算，所购买商品的价格在什么范围时，采用方案一更合算？

22. (12 分) 某中学九年级 (3) 班 50 名学生参加平均每周上网时间的调查，由调查结果绘制了频数分布直方图，根据图中信息回答下列问题：

- (1) 求 a 的值；
- (2) 用列举法求以下事件的概率：从上网时间在 6~10 小时的 5 名学生中随机选取 2 人，其中至少有 1 人的上网时间在 8~10 小时



23. (12 分) 已知 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 在平面直角坐标系的 x 轴上，点 $C(1,3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，且 $\sin \angle BAC=\frac{3}{5}$ 。

- (1) 求 k 的值和边 AC 的长；
- (2) 求点 B 的坐标。

24. (14 分) 已知关于 x 的二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 的图象经过点 $C(0,1)$ ，且与 x 轴交于不同的两点 A 、 B ，点 A 的坐标是 $(1, 0)$

- (1) 求 c 的值；
- (2) 求 a 的取值范围；
- (3) 该二次函数的图象与直线 $y=1$ 交于 C 、 D 两点，设 A 、 B 、 C 、 D 四点构成的四边形的对角线相交于点 P ，记 $\triangle PCD$ 的面积为 S_1 ， $\triangle PAB$ 的面积为 S_2 ，当 $0<a<1$ 时，求证： S_1-S_2 为常数，并求出该常数。

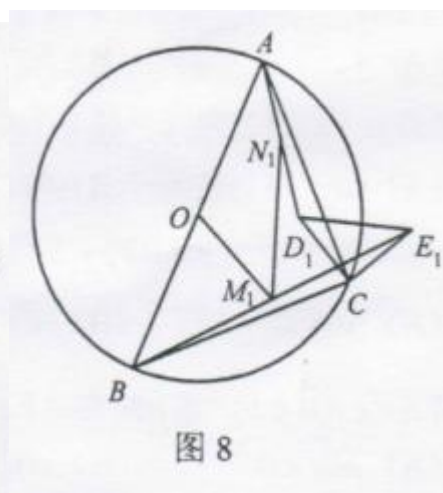
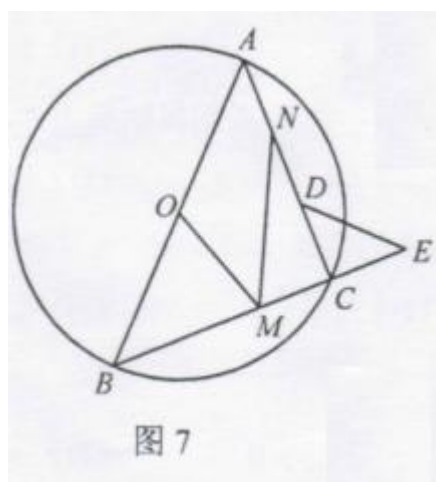
25. (14 分) 如图 7， $\odot O$ 中 AB 是直径， C 是 $\odot O$ 上一点， $\angle ABC=45^\circ$ ，等腰直角三角形

DCE 中 $\angle DCE$ 是直角，点 D 在线段 AC 上。

(1) 证明：B、C、E 三点共线；

(2) 若 M 是线段 BE 的中点，N 是线段 AD 的中点，证明： $MN = \sqrt{2} OM$ ；

(3) 将 $\triangle DCE$ 绕点 C 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 后，记为 $\triangle D_1CE_1$ (图 8)，若 M_1 是线段 BE_1 的中点， N_1 是线段 AD_1 的中点， $M_1N_1 = \sqrt{2} OM_1$ 是否成立？若是，请证明；若不是，说明理由。



2011 年广东省广州市中考数学试卷-解析版

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1、（2011•广州）四个数 -5 ， -0.1 ， $\frac{1}{2}$ ， $\sqrt{3}$ 中为无理数的是（ ）

A、 -5 B、 -0.1 C、 $\frac{1}{2}$ D、 $\sqrt{3}$

考点：无理数。

分析：本题需先把四个数 -5 ， -0.1 ， $\frac{1}{2}$ ， $\sqrt{3}$ 判断出谁是有理数，谁是无理数即可求出结果。

解答：解： $\because -5$ 、 -0.1 、 $\frac{1}{2}$ 是有理数，

$\therefore$ 无限不循环的小数是无理数

$\therefore \sqrt{3}$ 是无理数。

故选 D。

点评：本题主要考查了什么是无理数，在判断的时候知道什么是无理数，什么是有理数这是解题的关键。

2、（2011•广州）已知 $\square ABCD$ 的周长为 32， $AB=4$ ，则 $BC=$ （ ）

A、4 B、12 C、24 D、28

考点：平行四边形的性质。

专题：计算题。

分析：根据平行四边形的性质得到 $AB=CD$ ， $AD=BC$ ，根据 $2(AB+BC)=32$ ，即可求出答案。

解答：解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

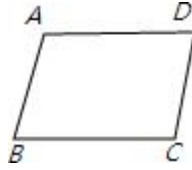
$\therefore AB=CD$ ， $AD=BC$ ，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长是 32，

$\therefore 2(AB+BC)=32$ ，

$\therefore BC=12$.

故选 B.



点评： 本题主要考查对平行四边形的性质的理解和掌握，能利用平行四边形的性质进行计算是解此题的关键.

3、（2011•广州）某车间 5 名工人日加工零件数分别为 6，10，4，5，4，则这组数据的中位数是（ ）

A、4 B、5 C、6 D、10

考点： 中位数。

专题： 应用题。

分析： 中位数是一组数据重新排序后之间的一个数或之间两个数的平均数，由此即可求解.

解答： 解： $\because$ 某车间 5 名工人日加工零件数分别为 6，10，4，5，4，

$\therefore$ 重新排序为 4，4，5，6，10，

$\therefore$ 中位数为：5.

故选 B.

点评： 此题为统计题，考查中位数的意义，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错.

4、（2011•广州）将点 A（2，1）向左平移 2 个单位长度得到点 A'，则点 A'的坐标是（ ）

A、（0，1） B、（2，-1） C、（4，1） D、（2，3）

考点： 坐标与图形变化-平移。

专题： 计算题。

分析： 让点 A 的横坐标减 2，纵坐标不变可得 A'的坐标.

解答： 解： 点 A'的横坐标为 $2-2=0$ ，

纵坐标为 1，

$\therefore$ A'的坐标为（0，1）.

故选 A.

点评: 考查坐标的平移变化; 用到的知识点为: 左右平移只改变点的横坐标, 左减右加.

5、(2011•广州) 下列函数中, 当 $x > 0$ 时, y 值随 x 值增大而减小的是 ()

A、 $y=x^2$ B、 $y=x-1$ C、 $y=\frac{3}{4}x$ D、 $y=\frac{1}{x}$

考点: 二次函数的性质; 一次函数的性质; 正比例函数的性质; 反比例函数的性质.

专题: 函数思想.

分析: A、根据二次函数的图象的性质解答; B、由一次函数的图象的性质解答; C、由正比例函数的图象的性质解答;

D、由反比例函数的图象的性质解答;

解答: 解: A、二次函数 $y=x^2$ 的图象, 开口向上, 并向上无限延伸, 在 y 轴右侧 ($x > 0$ 时), y 随 x 的增大而增大; 故本选项错误;

B、一次函数 $y=x-1$ 的图象, y 随 x 的增大而增大; 故本选项错误;

C、正比例函数 $y=\frac{3}{4}x$ 的图象在一、三象限内, y 随 x 的增大而增大; 故本选项错误;

D、反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 中的 $1 > 0$, 所以 y 随 x 的增大而减小; 故本选项正确;

故选 D.

点评: 本题综合考查了二次函数、一次函数、正比例函数及反比例函数的性质. 解答此题时, 应牢记函数图象的单调性.

6、(2011•广州) 若 $a < c < 0 < b$, 则 abc 与 0 的大小关系是 ()

A、 $abc < 0$ B、 $abc=0$ C、 $abc > 0$ D、无法确定

考点: 不等式的性质.

专题: 计算题.

分析: 根据不等式性质: ①不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变. ②不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变, 解答此题.

解答: 解: $\because a < c < 0 < b$,

$\therefore ac > 0$ (不等式两边乘以同一个负数 c , 不等号的方向改变),

$\therefore abc > 0$ (不等式两边乘以同一个正数, 不等号的方向不变) .

故选 C.

点评: 主要考查了不等式的基本性质: (1) 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变. (2) 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变. (3) 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变.

7、(2011•广州) 下面的计算正确的是 ()

A、 $3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^2$ B、 $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$ C、 $x^4 \div x = x^3$ D、 $(x^5)^2 = x^7$

考点: 同底数幂的除法; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方; 单项式乘单项式.

专题: 计算题.

分析: 根据单项式的乘法、同底数幂的乘法和除法、幂的乘方等知识点进行判断.

解答: 解: A、 $3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^4$, 故本选项错误;

B、 $x^3 \cdot x^5 = x^8$, 故本选项错误;

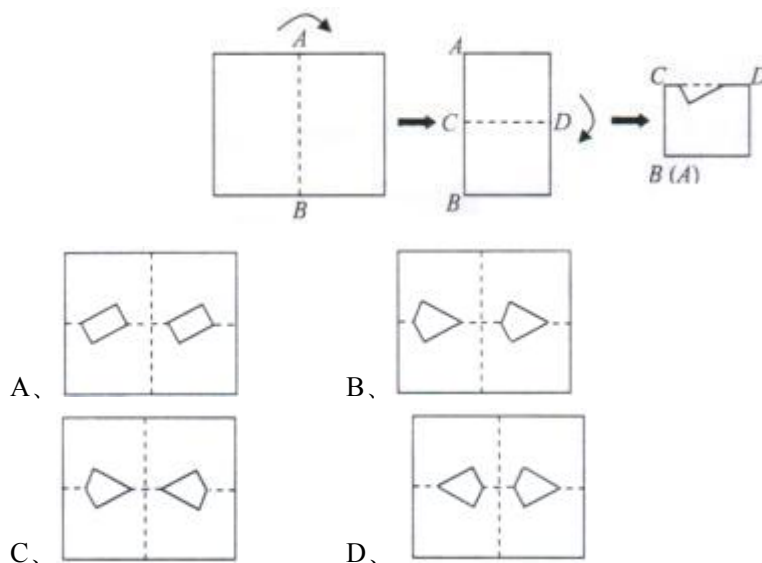
C、正确;

D、 $(x^5)^2 = x^{10}$, 故本选项错误.

故选 C.

点评: 本题考查了单项式的乘法、同底数幂的乘法和除法、幂的乘方等多个运算性质, 需同学们熟练掌握.

8、(2011•广州) 如图所示, 将矩形纸片先沿虚线 AB 按箭头方向向右对折, 接着对折后的纸片沿虚线 CD 向下对折, 然后剪下一个小三角形, 再将纸片打开, 则打开后的展开图是 ()



考点：剪纸问题。

分析：严格按照图中的方法亲自动手操作一下，即可很直观地呈现出来，也可仔细观察图形特点，利用对称性与排除法求解。

解答：解：∵第三个图形是三角形，

∴将第三个图形展开，可得，即可排除答案 A，

∴再展开可知两个短边正对着，

∴选择答案 D，排除 B 与 C.

故选 D.

点评：本题主要考查学生的动手能力及空间想象能力. 对于此类问题，学生只要亲自动手操作，答案就会很直观地呈现.

9、（2011•广州）当实数 x 的取值使得 $\sqrt{x-2}$ 有意义时，函数 $y=4x+1$ 中 y 的取值范围是（ ）

A、 $y \geq -7$ B、 $y \geq 9$ C、 $y > 9$ D、 $y \leq 9$

考点：函数值；二次根式有意义的条件。

专题：计算题。

分析：易得 x 的取值范围，代入所给函数可得 y 的取值范围。

解答：解：由题意得 $x-2 \geq 0$ ，

解得 $x \geq 2$ ，

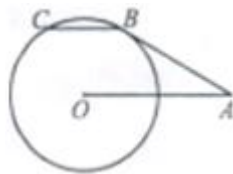
∴ $4x+1 \geq 9$ ，

即 $y \geq 9$ 。

故选 B.

点评：考查函数值的取值的求法；根据二次函数被开方数为非负数得到 x 的取值是解决本题的关键。

10、（2011•广州）如图，AB 切 $\odot O$ 于点 B， $OA=2\sqrt{3}$ ， $AB=3$ ，弦 $BC \parallel OA$ ，则劣弧 BC 的弧长为（ ）

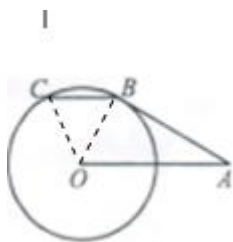


A、 $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B、 $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ C、 π D、 $\frac{3}{2}\pi$

考点：弧长的计算；切线的性质；特殊角的三角函数值。

专题：计算题。

分析：连 OB，OC，由 AB 切 $\odot O$ 于点 B，根据切线的性质得到 $OB \perp AB$ ，在 $\text{Rt}\triangle OBA$ 中， $OA=2\sqrt{3}$ ， $AB=3$ ，利用三角函数求出 $\angle BOA=60^\circ$ ，同时得到 $OB=\frac{1}{2}OA=\sqrt{3}$ ，又根据平行线的性质得到 $\angle BOA=\angle CBO=60^\circ$ ，于是有 $\angle BOC=60^\circ$ ，最后根据弧长公式计算出劣弧 BC 的长。



解答：解：连 OB，OC，如图，

$\because AB$ 切 $\odot O$ 于点 B，

$\therefore OB \perp AB$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OBA$ 中， $OA=2\sqrt{3}$ ， $AB=3$ ，

$$\sin \angle BOA = \frac{AB}{OA} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore \angle BOA=60^\circ$ ，

$$\therefore OB = \frac{1}{2}OA = \sqrt{3},$$

又 $\because$ 弦 $BC \parallel OA$ ，

$\therefore \angle BOA = \angle CBO = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle OBC$ 为等边三角形，即 $\angle BOC=60^\circ$ ，

$\therefore$ 劣弧 BC 的弧长 $= \frac{60 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{180} = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$.

故选 A.

点评: 本题考查了弧长公式: $l = \frac{n \cdot \pi \cdot R}{180}$. 也考查了切线的性质和特殊角的三角函数值.

二、填空题: (每小题 3 分, 共 18 分)

11、(2011•广州) 9 的相反数是 -9.

考点: 相反数.

分析: 求一个数的相反数, 即在这个数的前面加负号.

解答: 解: 根据相反数的概念, 则

9 的相反数是 -9.

点评: 此题考查了相反数的求法.

12、(2011•广州) 已知 $\angle \alpha = 26^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的补角是 154 度.

考点: 余角和补角.

专题: 应用题.

分析: 根据互补两角的和为 180° , 即可得出结果.

解答: 解: $\because \angle \alpha = 26^\circ$,

$\therefore \angle \alpha$ 的补角是: $180^\circ - 26^\circ = 154^\circ$,

故答案为 154.

点评: 本题考查了互补两角的和为 180° , 比较简单.

13、(2011•广州) 方程 $\frac{1}{x} = \frac{3}{x+2}$ 的解是 x=1.

考点: 解分式方程.

专题: 方程思想.

分析: 首先去掉分母, 然后解一元一次方程, 最后检验即可求解.

解答: 解: $\frac{1}{x} = \frac{3}{x+2}$,

$$\therefore x+2=3x,$$

$$\therefore x=1,$$

检验: 当 $x=1$ 时, $x(x+2) \neq 0$,

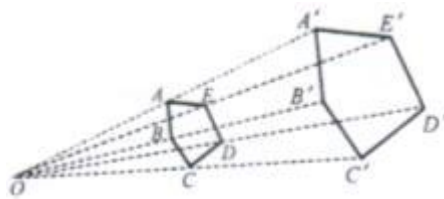
$\therefore$ 原方程的解为 $x=1$.

故答案为: $x=1$.

点评: 此题主要考查了解分式方程, 其中:

- (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解;
- (2) 解分式方程一定要注意要验根.

14、(2011•广州) 如图, 以点 O 为位似中心, 将五边形 $ABCDE$ 放大后得到五边形 $A'B'C'D'E'$, 已知 $OA=10\text{cm}$, $OA'=20\text{cm}$, 则五边形 $ABCDE$ 的周长与五边形 $A'B'C'D'E'$ 的周长的比值是 1: 2.



考点: 位似变换.

分析: 由五边形 $ABCDE$ 与五边形 $A'B'C'D'E'$ 位似, 可得五边形 $ABCDE \sim$ 五边形 $A'B'C'D'E'$, 又由 $OA=10\text{cm}$, $OA'=20\text{cm}$, 即可求得其相似比, 根据相似多边形的周长的比等于其相似比, 即可求得答案.

解答: 解: $\because$ 五边形 $ABCDE$ 与五边形 $A'B'C'D'E'$ 位似, $OA=10\text{cm}$, $OA'=20\text{cm}$,

$\therefore$ 五边形 $ABCDE \sim$ 五边形 $A'B'C'D'E'$, 且相似比为: $OA: OA'=10: 20=1: 2$,

$\therefore$ 五边形 $ABCDE$ 的周长与五边形 $A'B'C'D'E'$ 的周长的比为: $OA: OA'=1: 2$.

故答案为: 1: 2.

点评: 此题考查了多边形位似的知识. 注意位似是相似的特殊形式与相似多边形的周长的比等于其相似比知识的应用.

15、(2011•广州) 已知三条不同的直线 a 、 b 、 c 在同一平面内, 下列四条命题:

- ①如果 $a \parallel b$, $a \perp c$, 那么 $b \perp c$; ②如果 $b \parallel a$, $c \parallel a$, 那么 $b \parallel c$;
- ③如果 $b \perp a$, $c \perp a$, 那么 $b \perp c$; ④如果 $b \perp a$, $c \perp a$, 那么 $b \parallel c$.

其中真命题的是 ①②④. (填写所有真命题的序号)

考点: 命题与定理; 平行线的判定与性质.

专题: 推理填空题.

分析: 分析是否为真命题, 需要分别分析各题设是否能推出结论, 从而利用排除法得出答案.

解答：解：①如果 $a \parallel b$, $a \perp c$, 那么 $b \perp c$ 是真命题, 故本选项正确,

②如果 $b \parallel a$, $c \parallel a$, 那么 $b \parallel c$ 是真命题, 故本选项正确,

③如果 $b \perp a$, $c \perp a$, 那么 $b \perp c$ 是假命题, 故本选项错误,

④如果 $b \perp a$, $c \perp a$, 那么 $b \parallel c$ 是真命题, 故本选项正确,

故答案为①②④.

点评：本题主要考查了命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题, 难度适中.

16、(2011•广州) 定义新运算“ $\otimes$ ”, $a \otimes b = \frac{1}{3}a - 4b$, 则 $12 \otimes (-1) =$ 8.

考点：代数式求值.

专题：新定义.

分析：根据已知可将 $12 \otimes (-1)$ 转换成 $\frac{1}{3}a - 4b$ 的形式, 然后将 a 、 b 的值代入计算即可.

解答：解: $12 \otimes (-1) = \frac{1}{3} \times 12 - 4 \times (-1) = 8$

故答案为: 8.

点评：本题主要考查代数式求值的方法: 直接将已知代入代数式求值.

三、解答题 (本大题共 9 大题, 满分 102 分)

17、(2011•广州) 解不等式组
$$\begin{cases} x - 1 < 3 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases}$$
.

考点：解一元一次不等式组.

专题：计算题.

分析：先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再利用口诀求出这些解集的公共部分.

解答：解:
$$\begin{cases} x - 1 < 3 \text{ ①} \\ 2x + 1 > 0 \text{ ②} \end{cases}$$
,

解不等式①, 得 $x < 4$,

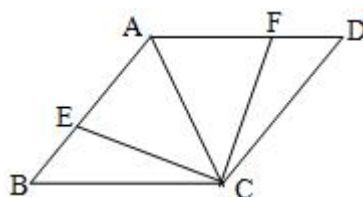
解不等式②, 得 $x > -\frac{1}{2}$,

∴ 原不等式组的解集为 $-\frac{1}{2} < x < 4$.

点评： 本题考查了一元一次不等式组的解法. 求一元一次不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）.

18、（2011•广州）如图，AC 是菱形 ABCD 的对角线，点 E、F 分别在边 AB、AD 上，且 AE=AF.

求证： $\triangle ACE \cong \triangle ACF$.



考点： 菱形的性质；全等三角形的判定。

专题： 证明题。

分析： 根据菱形对角线的性质，可知一条对角线平分一组对角，即 $\angle FAC = \angle EAC$ ，再根据边角边即可证明 $\triangle ACE \cong \triangle ACF$.

解答： 解：证明：∵ AC 是菱形 ABCD 的对角线，

∴ $\angle FAC = \angle EAC$,

∵ $AC = AC$, $AE = AF$,

∴ $\triangle ACE \cong \triangle ACF$.

点评： 本题考查了菱形对角线的性质即一条对角线平分一组对角，以及全等三角形的判定方法，难度适中.

19、（2011•广州）分解因式： $8(x^2 - 2y^2) - x(7x + y) + xy$.

考点： 因式分解-运用公式法；整式的混合运算。

专题： 计算题。

分析： 首先利用多项式乘以多项式法则进行计算，然后移项，合并同类项，正好符合平方差公式，再运用公式法分解因式即可解答.

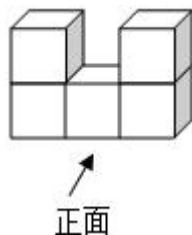
解答： 解：原式 $= 8x^2 - 16y^2 - 7x^2 - xy + xy = x^2 - 16y^2 = (x + 4y)(x - 4y)$.

点评： 本题考查了多项式的乘法，公式法分解因式，熟练掌握运算法则和平方差公式的结构特点是解题的关键.

20、（2011•广州）5 个棱长为 1 的正方体组成如图的几何体.

(1) 该几何体的体积是 5 (立方单位)，表面积是 22 (平方单位)

(2) 画出该几何体的主视图和左视图.



考点：作图-三视图。

专题：作图题。

分析： (1) 几何体的体积为 5 个正方体的体积和，表面积为 22 个正方形的面积；

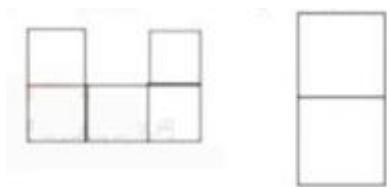
(2) 主视图从左往右看 3 列正方形的个数依次为 2，1，2；左视图 1 列正方形的个数为 2.

解答： 解： (1) 每个正方体的体积为 1， $\therefore$ 组合几何体的体积为 $5 \times 1 = 5$ ；

$\therefore$ 组合几何体的前面和后面共有 $5 \times 2 = 10$ 个正方形，上下共有 6 个正方形，左右共 6 个正方形，每个正方形的面积为 1，

$\therefore$ 组合几何体的表面积为 22.

故答案为：5，22



点评： 考查组合几何体的计算和三视图的画法；用到的知识点为：主视图，左视图分别是 从物体的正面和左面看到的平面图形.

21、(2011•广州) 某商店 5 月 1 日举行促销优惠活动，当天到该商店购买商品有两种方案，方案一：用 168 元购买会员卡成为会员后，凭会员卡购买商店内任何商品，一律按商品价格的 8 折优惠；方案二：若不购买会员卡，则购买商店内任何商品，一律按商品价格的 9.5 折优惠. 已知小敏 5 月 1 日前不是该商店的会员.

(1) 若小敏不购买会员卡，所购买商品的价格为 120 元时，实际应支付多少元？

(2) 请帮小敏算一算，所购买商品的价格在什么范围时，采用方案一更合算？

考点：一次函数的应用。

分析： (1) 根据所购买商品的价格和折扣直接计算出实际应付的钱；

(2) 根据两种不同方案分别求出商品的原价与实际所付价钱的一次函数关系式，比较实际价钱，看哪一个合算再确定一个不等式，解此不等式可得所购买商品的价格范围.

解答：解： (1) $120 \times 0.95 = 114$ (元) ,

若小敏不购买会员卡，所购买商品的价格为 120 元时，实际应支付 114 元；

(2) 设所付钱为 y 元，购买商品价格为 x 元，则按方案一可得到一次函数的关系式：

$$y = 0.8x + 168,$$

则按方案二可得到一次函数的关系式：

$$y = 0.95x,$$

如果方案一更合算，那么可得到：

$$0.8x + 168 < 0.95x,$$

解得， $x > 1120$,

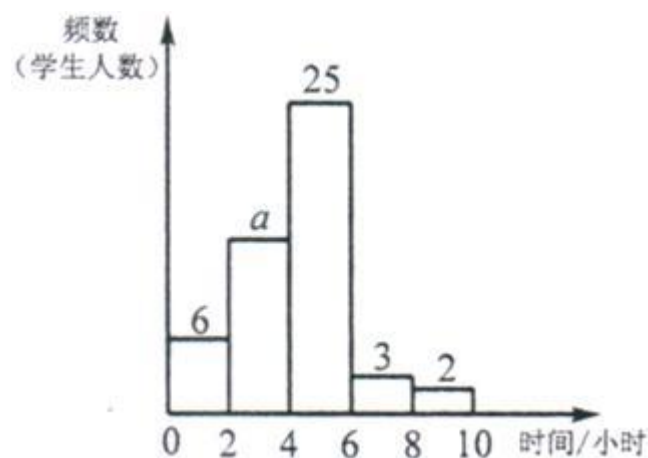
$\therefore$ 所购买商品的价格在 1120 元以上时，采用方案一更合算.

点评： 本题考查的是用一次函数解决实际问题，此类题是近年中考中的热点问题. 注意利用一次函数求最值时，关键是应用一次函数的性质；即由函数 y 随 x 的变化，结合自变量的取值范围确定最值.

22、(2011•广州) 某中学九年级 (3) 班 50 名学生参加平均每周上网时间的调查，由调查结果绘制了频数分布直方图，根据图中信息回答下列问题：

(1) 求 a 的值；

(2) 用列举法求以下事件的概率：从上网时间在 6~10 小时的 5 名学生中随机选取 2 人，其中至少有 1 人的上网时间在 8~10 小时.



考点： 频数 (率) 分布直方图；列表法与树状图法。

专题： 应用题；图表型。

分析：（1）由于九年级（3）班有 50 名学生参加平均每周上网时间的调查，然后利用图中数据即可求解；

（2）根据图中数据可以知道上网时间在 6~8 小时的人数有 3 人，上网时间在 8~10 小时有 2 人，从上网时间在 6~10 小时的 5 名学生中随机选取 2 人共有 10 可能，其中至少有 1 人的上网时间在 8~10 小时有 7 中可能，由此即可求解.

解答：解：（1）依题意 $a=50-6-25-3-2=14$,

$\therefore a$ 的值为 14;

（2） $\because$ 根据图中数据可以知道上网时间在 6~8 小时的人数有 3 人，上网时间在 8~10 小时有 2 人,

$\therefore$ 从上网时间在 6~10 小时的 5 名学生中随机选取 2 人共有 10 可能,

其中至少有 1 人的上网时间在 8~10 小时有 $3 \times 2 + 1 = 7$ 中可能,

$\therefore P$ （至少有 1 人的上网时间在 8~10 小时） $= 7 \div 10 = 0.7$.

点评： 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题. 也考查了利用列举法求概率.

23、（2011•广州）已知 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 在平面直角坐标系的 x 轴上，点 C （1，3）

在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，且 $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$.

（1）求 k 的值和边 AC 的长；

（2）求点 B 的坐标.

考点： 解直角三角形；待定系数法求反比例函数解析式。

专题： 计算题。

分析：（1）本题需先根据 C 点的坐标在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，从而得出 k 的值，

再根据且 $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$ ，得出 AC 的长.

（2）本题需先根据已知条件，得出 $\angle DAC = \angle DCB$ ，从而得出 CD 的长，根据点 B 的位置即可求出正确答案.

解答：解：（1） $\because$ 点 C （1，3）在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上

∴把 C (1, 3) 代入上式得;

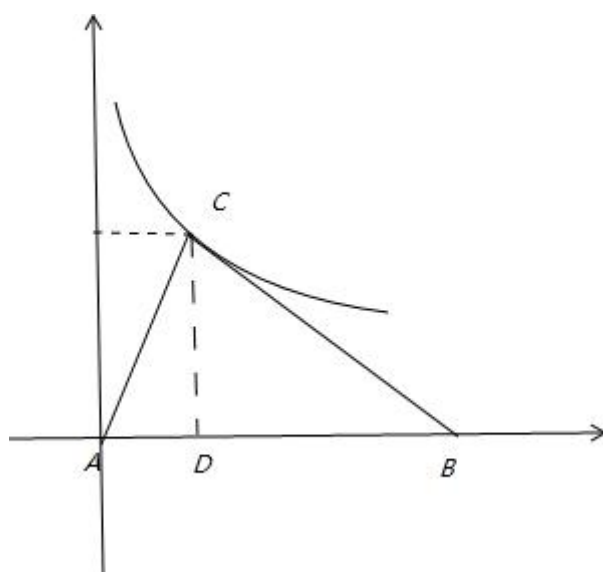
$$3=\frac{K}{1}$$

$$\therefore k=3$$

$$\because \sin \angle BAC = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin \angle BAC = \frac{3}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore AC=5;$$



(2)

∵ △ABC 是 Rt△,

$$\therefore \angle DAC = \angle DCB$$

$$\text{又} \because \sin \angle BAC = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{3}{4}$$

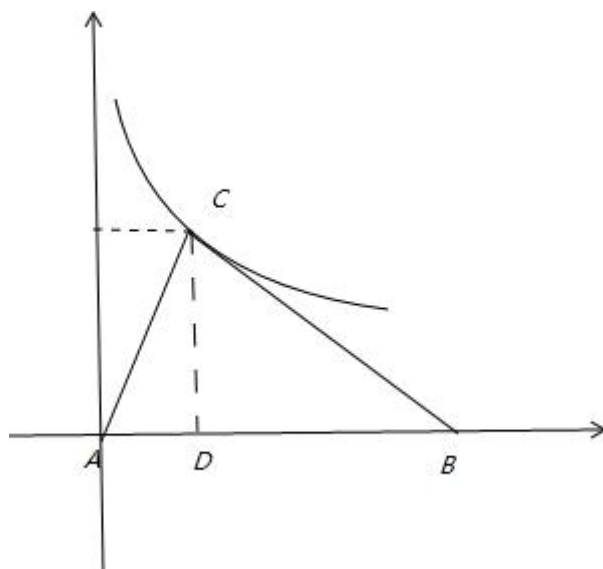
$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{3}{4}$$

$$\text{又} \because CD=3$$

$$\therefore BD = \frac{9}{4}$$

$$\therefore AB=1+\frac{9}{4}=\frac{13}{4}$$

$$\therefore B\left(\frac{13}{4}, 0\right)$$



(2)

$\because \triangle ABC$ 是 $Rt\triangle$,

$$\therefore \angle DAC = \angle DCB$$

$$\text{又} \because \sin \angle BAC = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{3}{4}$$

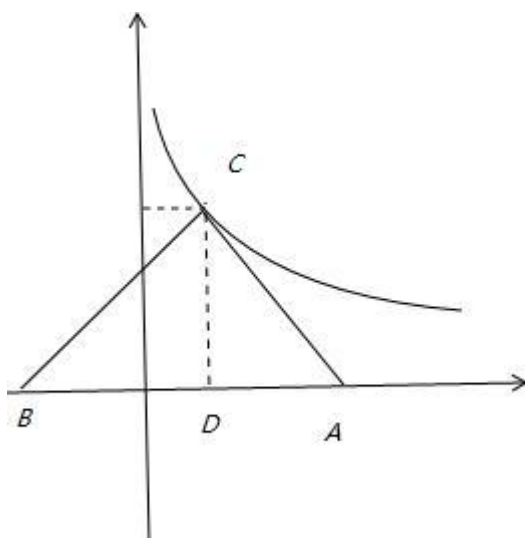
$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{3}{4}$$

$$\text{又} \because CD=3$$

$$\therefore BD=\frac{9}{4}$$

$$\therefore AB=1+\frac{9}{4}=\frac{13}{4}$$

$$\therefore B\left(\frac{13}{4}, 0\right)$$



$\because \triangle ABC$ 是 $Rt\triangle$,

$\therefore \angle DAC = \angle DCB$

又 $\because \sin \angle BAC = \frac{3}{5}$

$\therefore \tan \angle DAC = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{3}{4}$

又 $\because CD = 3$

$\therefore BD = \frac{9}{4}$

$\therefore B \left(-\frac{5}{4}, 0 \right)$

$\therefore B \left(-\frac{5}{4}, 0 \right), \left(\frac{13}{4}, 0 \right)$

点评: 本题考查了解直角三角形中三角函数的应用, 要熟练掌握好边角之间的关系是本题的关键.

24、(2011•广州) 已知关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象经过点 $C(0, 1)$, 且与 x 轴交于不同的两点 A 、 B , 点 A 的坐标是 $(1, 0)$

(1) 求 c 的值;

(2) 求 a 的取值范围;

(3) 该二次函数的图象与直线 $y=1$ 交于 C、D 两点，设 A、B、C、D 四点构成的四边形的对角线相交于点 P，记 $\triangle PCD$ 的面积为 S_1 ， $\triangle PAB$ 的面积为 S_2 ，当 $0 < a < 1$ 时，求证： $S_1 - S_2$ 为常数，并求出该常数。

考点：二次函数综合题；解一元一次方程；解二元一次方程组；根的判别式；根与系数的关系；待定系数法求一次函数解析式；二次函数图象上点的坐标特征；待定系数法求二次函数解析式；抛物线与 x 轴的交点；相似三角形的判定与性质。

专题：计算题。

分析： (1) 把 C (0, 1) 代入抛物线即可求出 c；

(2) 把 A (1, 0) 代入得到 $0=a+b+1$ ，推出 $b=-1-a$ ，求出方程 $ax^2+bx+1=0$ ，的 b^2-4ac 的值即可；

(3) 设 A (a, 0)，B (b, 0)，由根与系数的关系得： $a+b=\frac{1+a}{a}$ ， $ab=\frac{1}{a}$ ，求出 $AB=\frac{1-a}{a}$ ，把 $y=1$ 代入抛物线得到方程 $ax^2+(-1-a)x+1=1$ ，求出方程的解，进一步求出 CD 过 P 作 $MN \perp CD$ 于 M，交 X 轴于 N，根据 $\triangle CPD \sim \triangle BPA$ ，得出 $\frac{PM}{PN}=\frac{CD}{AB}$ ，求出 PN、PM 的长，根据三角形的面积公式即可求出 $S_1 - S_2$ 的值即可。

解答： (1) 解：把 C (0, 1) 代入抛物线得： $0=0+0+c$ ，

解得： $c=1$ ，

答：c 的值是 1。

(2) 解：把 A (1, 0) 代入得： $0=a+b+1$ ，

$\therefore b=-1-a$ ，

$ax^2+bx+1=0$ ，

$b^2-4ac=(-1-a)^2-4a=a^2-2a+1>0$ ，

$\therefore a \neq 1$ 且 $a > 0$ ，

答：a 的取值范围是 $a \neq 1$ 且 $a > 0$ ；

(3) 证明： $\because 0 < a < 1$ ，

$\therefore B$ 在 A 的右边，

设 A (a, 0)，B (b, 0)，

$\therefore ax^2+(-1-a)x+1=0$ ，

由根与系数的关系得: $a+b=\frac{1+a}{a}$, $ab=\frac{1}{a}$,

$$\therefore AB=b-a=\sqrt{(b+a)^2-4ab}=\frac{1-a}{a},$$

把 $y=1$ 代入抛物线得: $ax^2+(-1-a)x+1=1$,

$$\text{解得: } x_1=0, x_2=\frac{1+a}{a},$$

$$\therefore CD=\frac{1+a}{a},$$

过 P 作 $MN \perp CD$ 于 M, 交 X 轴于 N,

则 $MN \perp X$ 轴,

$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore \triangle CPD \sim \triangle BPA$,

$$\therefore \frac{PM}{PN} = \frac{CD}{AB},$$

$$\therefore \frac{PN}{1-PN} = \frac{\frac{1+a}{a}}{\frac{1-a}{a}},$$

$$\therefore PN = \frac{1-a}{2}, PM = \frac{1+a}{2},$$

$$\therefore S_1 - S_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+a}{a} \cdot \frac{1+a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1-a}{a} \cdot \frac{1-a}{2} = 1,$$

即不论 a 为何只,

$S_1 - S_2$ 的值都是常数.

答: 这个常数是 1.

点评: 本题主要考查对用待定系数法求一次函数、二次函数的解析式, 解二元一次方程组, 解一元一次方程, 相似三角形的性质和判定, 根的判别式, 根与系数的关系, 二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数与 X 轴的交点等知识点的理解和掌握, 综合运用这些性质进行计算是解此题的关键, 此题是一个综合性比较强的题目, 题型较好, 难度适中.

25、(2011•广州) 如图 1, $\odot O$ 中 AB 是直径, C 是 $\odot O$ 上一点, $\angle ABC=45^\circ$, 等腰直角三角形 DCE 中 $\angle DCE$ 是直角, 点 D 在线段 AC 上.

(1) 证明：B、C、E 三点共线；

(2) 若 M 是线段 BE 的中点，N 是线段 AD 的中点，证明：MN = $\sqrt{2}$ OM；

(3) 将 $\triangle DCE$ 绕点 C 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 后，记为 $\triangle D_1CE_1$ (图 2)，若 M_1 是线段 BE_1 的中点， N_1 是线段 AD_1 的中点， $M_1N_1 = \sqrt{2}OM_1$ 是否成立？若是，请证明；若不是，说明理由。

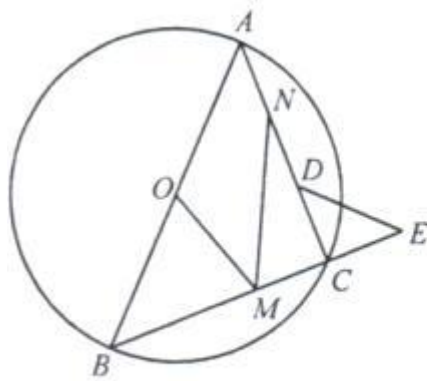


图 1

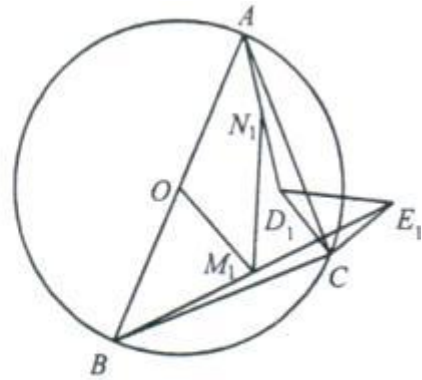


图 2

考点：圆周角定理；全等三角形的判定与性质；等腰直角三角形；三角形中位线定理；旋转的性质。

专题：证明题。

分析： (1) 根据直径所对的圆周角为直角得到 $\angle BCA = 90^\circ$ ， $\angle DCE$ 是直角，即可得到 $\angle BCA + \angle DCE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ ；

(2) 连接 BD，AE，ON，延长 BD 交 AE 于 F，先证明 $\text{Rt}\triangle BCD \cong \text{Rt}\triangle ACE$ ，得到 $BD = AE$ ， $\angle EBD = \angle CAE$ ，则 $\angle CAE + \angle ADF = \angle CBD + \angle BDC = 90^\circ$ ，即 $BD \perp AE$ ，再利用三角形的中位线的性质得到 $ON = \frac{1}{2}BD$ ， $OM = \frac{1}{2}AE$ ， $ON \parallel BD$ ， $AE \parallel OM$ ，于是有 $ON = OM$ ， $ON \perp OM$ ，即 $\triangle ONM$ 为等腰直角三角形，即可得到结论；

(3) 证明的方法和 (2) 一样。

解答： (1) 证明： $\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle BCA = 90^\circ$ ，

而等腰直角三角形 DCE 中 $\angle DCE$ 是直角，

$\therefore \angle BCA + \angle DCE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ ，

∴ B、C、E 三点共线；

(2) 连接 BD, AE, ON, 延长 BD 交 AE 于 F, 如图,

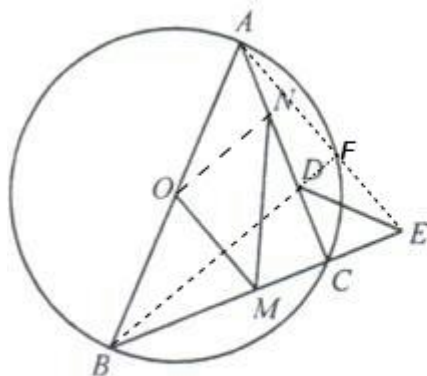


图 1

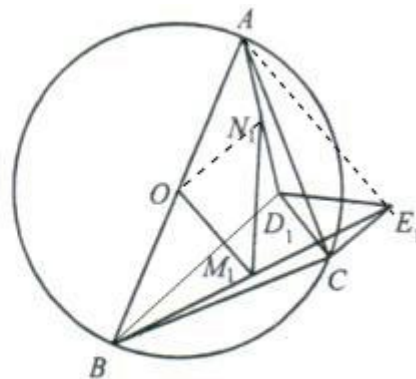


图 2

∵ CB=CA, CD=CE,

∴ Rt△BCD ≅ Rt△ACE,

∴ BD=AE, ∠EBD=∠CAE,

∴ ∠CAE+∠ADF=∠CBD+∠BDC=90°, 即 BD ⊥ AE,

又∵ M 是线段 BE 的中点, N 是线段 AD 的中点, 而 O 为 AB 的中点,

∴ ON=1/2BD, OM=1/2AE, ON // BD, AE // OM;

∴ ON=OM, ON ⊥ OM, 即△ONM 为等腰直角三角形,

∴ MN=√2OM;

(3) 成立. 理由如下:

和 (2) 一样, 易证得 Rt△BCD1 ≅ Rt△ACE1, 同理可证 BD1 ⊥ AE1, △ON1M1 为等腰直角三角形,

从而有 M1N1=√2OM1.

点评: 本题考查了直径所对的圆周角为直角和三角形中位线的性质; 也考查了三角形全等的判定与性质、等腰直角三角形的性质以及旋转的性质.