

2011 年广东省中考数学试卷

一、选择题（本大题 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）在每小题列出的四个选项中，只有一个正确的，请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑.

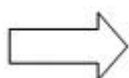
1. (3 分) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 据中新社北京 2010 年 12 月 8 日电，2010 年中国粮食总产量达到 546400000 吨，用科学记数法表示为 ()

- A. 5.464×10^7 吨 B. 5.464×10^8 吨 C. 5.464×10^9 吨 D. 5.464×10^{10} 吨

3. (3 分) 将下图中的箭头缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ ，得到的图形是 ()



- A. B. C. D.

4. (3 分) 在一个不透明的口袋中，装有 5 个红球 3 个白球，它们除颜色外都相同，从中任意摸出一个球，摸到红球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{8}$

5. (3 分) 正八边形的每个内角为 ()

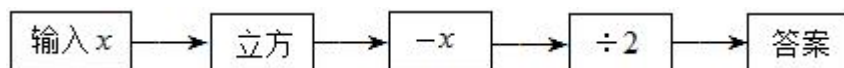
- A. 120° B. 135° C. 140° D. 144°

二、填空题（本大题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）请将下列各题的正确答案填写在答题卡相应的位置上.

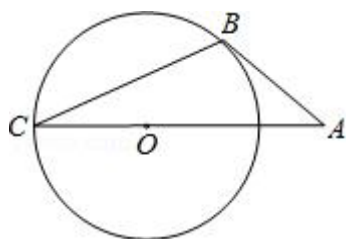
6. (4 分) 已知反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过 $(1, -2)$ ，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. (4 分) 要使 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义， x 应满足的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 按下面程序计算：输入 $x=3$ ，则输出的答案是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



9. (4 分) 如图，AB 与 $\odot O$ 相切于点 B，AO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C，连接 BC，若 $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$.



10. (4分) 如图 (1), 将一个正六边形各边延长, 构成一个正六角星形 $AFBDCE$, 它的面积为 1, 取 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 各边中点, 连接成正六角星形 $A_1F_1B_1D_1C_1E_1$, 如图 (2) 中阴影部分, 取 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle D_1E_1F_1$ 各边中点, 连接成正六角星形 $A_2F_2B_2D_2C_2E_2$, 如图 (3) 中阴影部分, 如此下去..., 则正六角星形 $A_4F_4B_4D_4C_4E_4$ 的面积为_____.

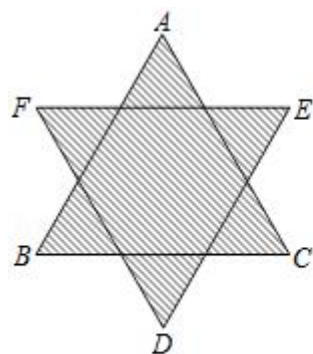


图 (1)

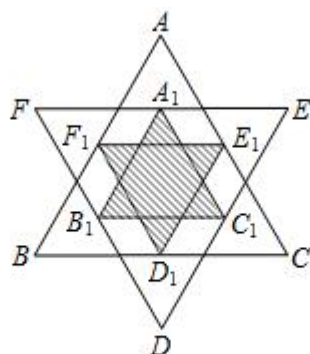


图 (2)

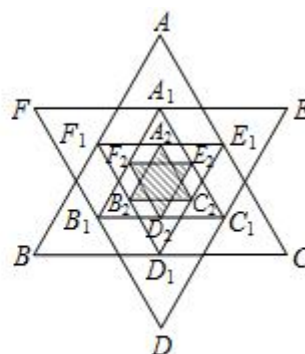


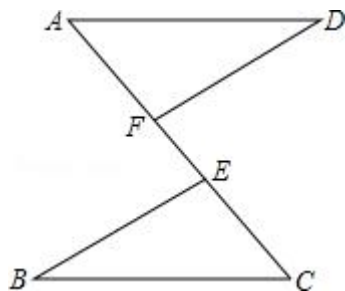
图 (3)

三、解答题 (一) (本大题 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

11. (6分) 计算: $(\sqrt{2011} - 1)^0 + \sqrt{18} \sin 45^\circ - 2^2$.

12. (6分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -3 \\ 8-2x \leq x-1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

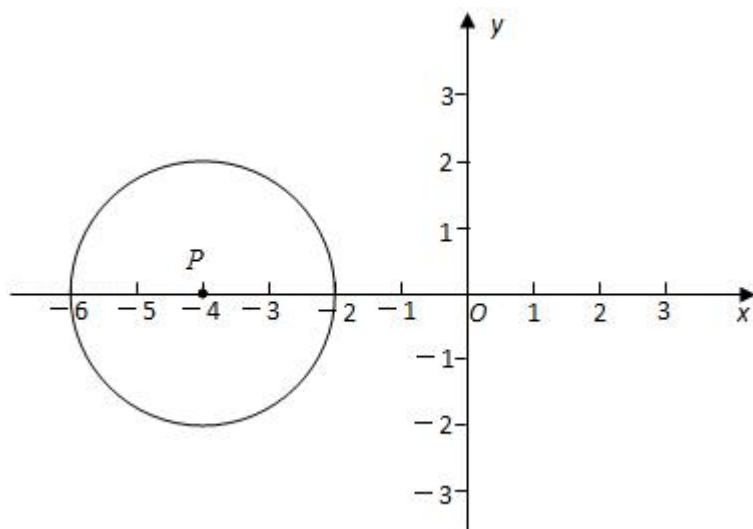
13. (6分) 已知: 如图, E, F 在 AC 上, $AD \parallel CB$ 且 $AD = CB$, $\angle D = \angle B$. 求证: $AE = CF$.



14. (6分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 P 的坐标为 $(-4, 0)$, $\odot P$ 的半径为 2, 将 $\odot P$ 沿 x 轴向右平移 4 个单位长度得 $\odot P_1$

(1) 画出 $\odot P_1$, 并直接判断 $\odot P$ 与 $\odot P_1$ 的位置关系;

(2) 设 $\odot P_1$ 与 x 轴正半轴, y 轴正半轴的交点分别为 A, B . 求劣弧 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 围成的图形的面积 (结果保留 π)



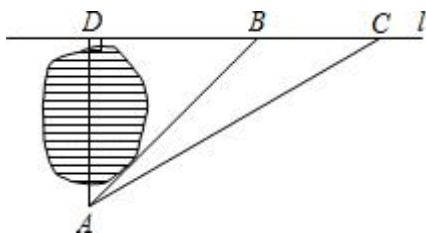
15. (6分) 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + c$ 与 x 轴没有交点.

- (1) 求 c 的取值范围;
- (2) 试确定直线 $y = cx + 1$ 经过的象限, 并说明理由.

四、解答题 (二) (本大题 4 小题, 每小题 7 分, 共 28 分)

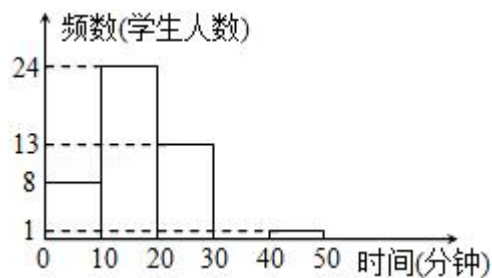
16. (7分) 某品牌瓶装饮料每箱价格 26 元, 某商店对该瓶装饮料进行“买一送三”促销活动, 即整箱购买, 则买一箱送三瓶, 这相当于每瓶比原价便宜了 0.6 元, 问该品牌饮料一箱有多少瓶?

17. (7分) 如图, 小明家在 A 处, 门前有一口池塘, 隔着池塘有一条公路 l , AB 是 A 到 l 的小路, 现新修一条路 AC 到公路 l , 小明测量出 $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle ABD = 45^\circ$, $BC = 50\text{m}$, 请你帮小明计算他家到公路 l 的距离 AD 的长度 (精确到 0.1m; 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



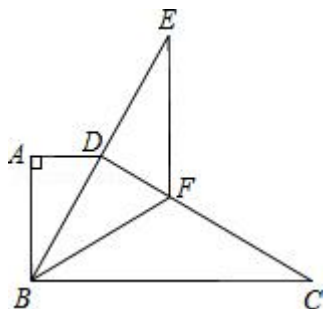
18. (7分) 李老师为了解班里学生的作息时间去调查了班上 50 名学生上学路上花费的时间, 他发现学生所花时间都少于 50 分钟, 然后将调查数据整理, 作出如下频数分布直方图的一部分 (每组数据含最小值不含最大值). 请根据该频数分布直方图, 回答下列问题:

- (1) 此次调查的总体是什么?
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 该班学生上学路上花费时间在 30 分钟以上 (含 30 分钟) 的人数占全班人数的百分比是多少?



19. (7 分) 如图, 直角梯形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, 折叠纸片使 BC 经过点 D , 点 C 落在点 E 处, BF 是折痕, 且 $BF = CF = 8$.

- (1) 求 $\angle BDF$ 的度数;
- (2) 求 AB 的长.



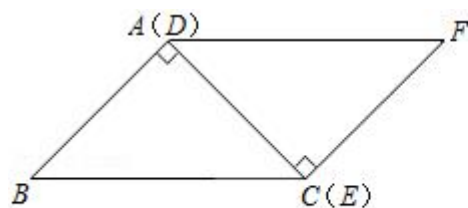
五、解答题 (三) (本大题 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

20. (9 分) 如下数表是由从 1 开始的连续自然数组成, 观察规律并完成各题的解答.

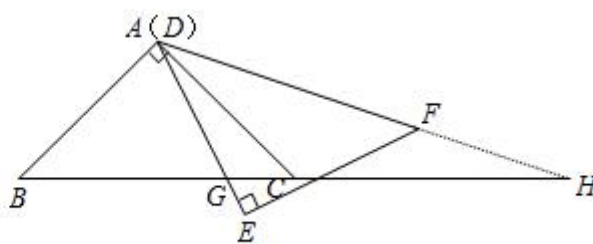
					1					
					2	3	4			
				5	6	7	8	9		
		10	11	12	13	14	15	16		
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
.....										

- (1) 表中第 8 行的最后一个数是____, 它是自然数____的平方, 第 8 行共有____个数;
- (2) 用含 n 的代数式表示: 第 n 行的第一个数是____, 最后一个数是____, 第 n 行共有____个数;
- (3) 求第 n 行各数之和.

21. (9 分) 如图 (1), $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 为等腰直角三角形, AC 与 DE 重合, $AB = AC = EF = 9$, $\angle BAC = \angle DEF = 90^\circ$, 固定 $\triangle ABC$, 将 $\triangle DEF$ 绕点 A 顺时针旋转, 当 DF 边与 AB 边重合时, 旋转中止. 现不考虑旋转开始和结束时重合的情况, 设 DE , DF (或它们的延长线) 分别交 BC (或它们的延长线) 所在的直线于 G , H 点, 如图 (2).



图(1)



图(2)

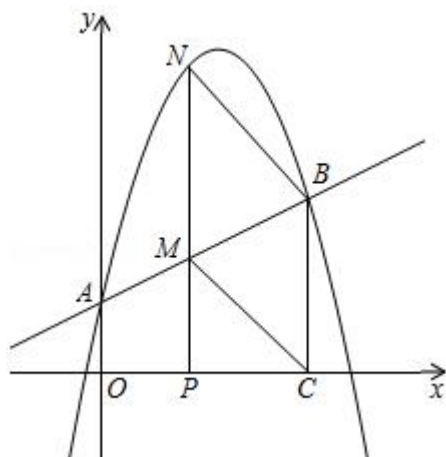
- (1) 问：始终与 $\triangle AGC$ 相似的三角形有____及____；
 (2) 设 $CG=x$ ， $BH=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式（只要求根据图（2）的情形说明理由）；
 (3) 问：当 x 为何值时， $\triangle AGH$ 是等腰三角形.

22. (9分) 如图，抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{17}{4}x + 1$ 与 y 轴交于 A 点，过点 A 的直线与抛物线交于另一点 B ，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴，垂足为点 C (3, 0)

(1) 求直线 AB 的函数关系式；

(2) 动点 P 在线段 OC 上从原点出发以每秒一个单位的速度向 C 移动，过点 P 作 $PN \perp x$ 轴，交直线 AB 于点 M ，交抛物线于点 N . 设点 P 移动的时间为 t 秒， MN 的长度为 s 个单位，求 s 与 t 的函数关系式，并写出 t 的取值范围；

(3) 设在(2)的条件下（不考虑点 P 与点 O ，点 C 重合的情况），连接 CM ， BN ，当 t 为何值时，四边形 $BCMN$ 为平行四边形？问对于所求的 t 值，平行四边形 $BCMN$ 是否菱形？请说明理由.



2011 年广东省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）在每小题列出的四个选项中，只有一个正确的，请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑.

1. (3 分) (2011•东莞) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】倒数.

【分析】根据倒数的定义，若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

【解答】解： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$,

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 D.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数，属于基础题.

2. (3 分) (2011•东莞) 据中新社北京 2010 年 12 月 8 日电，2010 年中国粮食总产量达到 546400000 吨，用科学记数法表示为 ()

- A. 5.464×10^7 吨 B. 5.464×10^8 吨 C. 5.464×10^9 吨 D. 5.464×10^{10} 吨

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【专题】常规题型.

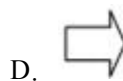
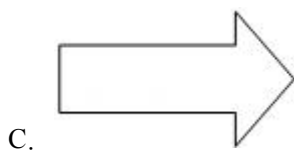
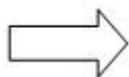
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 546400000 用科学记数法表示为 5.464×10^8 .

故选 B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2011•东莞) 将下图中的箭头缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ ，得到的图形是 ()



【考点】相似图形.

【专题】应用题.

【分析】根据相似图形的定义，结合图形，对选项一一分析，排除错误答案.

【解答】解：∵图中的箭头要缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ ，

∴箭头的长、宽都要缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ ；

选项 B 箭头大小不变；

选项 C 箭头扩大；选项 D 的长缩小、而宽没变．

故选：A．

【点评】本题主要考查了相似形的定义，联系图形，即图形的形状相同，但大小不一定相同的变换是相似变换．

4. (3 分) (2011•东莞) 在一个不透明的口袋中，装有 5 个红球 3 个白球，它们除颜色外都相同，从中任意摸出一个球，摸到红球的概率为 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{8}$

【考点】概率公式．

【分析】先求出球的所有个数与红球的个数，再根据概率公式解答即可．

【解答】解：共 8 球在袋中，其中 5 个红球，

故摸到红球的概率为 $\frac{5}{8}$ ，

故选：C．

【点评】本题考查了概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ，难度适中．

5. (3 分) (2011•东莞) 正八边形的每个内角为 ()

A. 120° B. 135° C. 140° D. 144°

【考点】多边形内角与外角．

【专题】压轴题．

【分析】根据正多边形的内角求法，得出每个内角的表示方法，即可得出答案．

【解答】解：根据正八边形的内角公式得出： $[(n-2) \times 180] \div n = [(8-2) \times 180] \div 8 = 135^\circ$ ．

故选：B．

【点评】此题主要考查了正多边形的内角公式运用，正确的记忆正多边形的内角求法公式是解决问题的关键．

二、填空题 (本大题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分) 请将下列各题的正确答案填写在答题卡相应的位置上．

6. (4 分) (2011•东莞) 已知反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过 (1, -2)，则 $k = \underline{-2}$ ．

【考点】待定系数法求反比例函数解析式．

【专题】计算题．

【分析】将 (1, -2) 代入式 $y = \frac{k}{x}$ 即可得出 k 的值．

【解答】解：∵反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过 (1, -2)，

$$\therefore k=xy=-2,$$

故答案为：-2.

【点评】此题比较简单，考查了用待定系数法求反比例函数的解析式，是中学阶段的重点.

7. (4分) (2013•徐州) 要使 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义， x 应满足的条件是 $x \geq 2$.

【考点】二次根式有意义的条件.

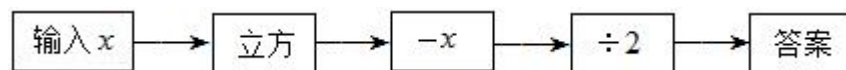
【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于或等于0，列不等式求解.

【解答】解：要使 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，

x 应满足的条件 $x-2 \geq 0$ ，即 $x \geq 2$.

【点评】主要考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

8. (4分) (2011•东莞) 按下面程序计算：输入 $x=3$ ，则输出的答案是12.



【考点】代数式求值.

【专题】图表型.

【分析】根据输入程序，列出代数式，再代入 x 的值输入计算即可.

【解答】解：根据题意得：

$$(x^3 - x) \div 2$$

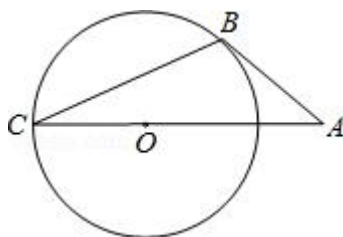
$$\because x=3,$$

$$\therefore \text{原式} = (27 - 3) \div 2 = 24 \div 2 = 12.$$

故答案为：12.

【点评】本题考查了代数式求值，解题关键是弄清题意，根据题意把 x 的值代入，按程序一步一步计算.

9. (4分) (2011•东莞) 如图， AB 与 $\odot O$ 相切于点 B ， AO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C ，连接 BC ，若 $\angle A=40^\circ$ ，则 $\angle C=$ 25° .



【考点】切线的性质；圆周角定理.

【专题】计算题.

【分析】连接 OB ， AB 与 $\odot O$ 相切于点 B ，得到 $\angle OBA=90^\circ$ ，根据三角形内角和得到 $\angle AOB$ 的度数，然后用三角形外角的性质求出 $\angle C$ 的度数.

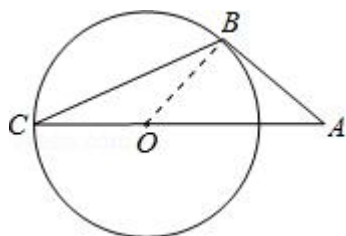
【解答】解：如图：连接 OB ，

$\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 B ，

$$\therefore \angle OBA=90^\circ,$$

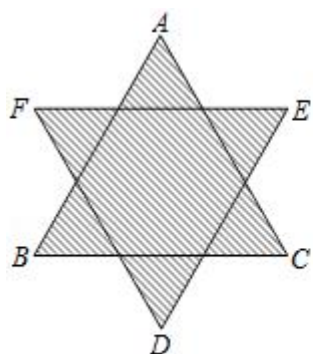
$$\because \angle A=40^\circ,$$

$\therefore \angle AOB = 50^\circ$,
 $\because OB = OC$,
 $\therefore \angle C = \angle OBC$,
 $\because \angle AOB = \angle C + \angle OBC = 2\angle C$,
 $\therefore \angle C = 25^\circ$.
 故答案是: 25° .

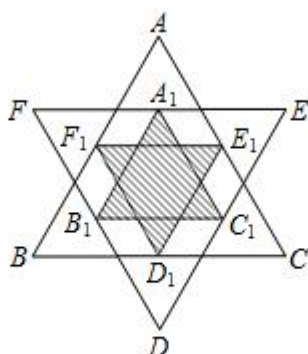


【点评】 本题考查的是切线的性质，根据求出的性质得到 $\angle OBA$ 的度数，然后在三角形中求出 $\angle C$ 的度数.

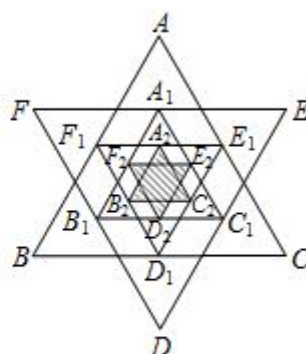
10. (4分) (2011•东莞) 如图(1), 将一个正六边形各边延长, 构成一个正六角星形 AFBDC E, 它的面积为 1, 取 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 各边中点, 连接成正六角星形 $A_1F_1B_1D_1C_1E_1$, 如图(2)中阴影部分, 取 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle D_1E_1F_1$ 各边中点, 连接成正六角星形 $A_2F_2B_2D_2C_2E_2$, 如图(3)中阴影部分, 如此下去..., 则正六角星形 $A_4F_4B_4D_4C_4E_4$ 的面积为 $\frac{1}{256}$.



图(1)



图(2)



图(3)

【考点】 相似多边形的性质; 三角形中位线定理.

【专题】 压轴题; 规律型.

【分析】 先分别求出第一个正六角星形 AFBDC E 与第二个边长之比, 再根据相似多边形面积的比等于相似比的平方, 找出规律即可解答.

【解答】 解: $\because A_1, F_1, B_1, D_1, C_1, E_1$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 各边中点,

$\therefore$ 正六角星形 AFBDC E $\sim$ 正六角星形 $A_1F_1B_1D_1C_1E_1$, 且相似比为 2: 1,

$\therefore$ 正六角星形 AFBDC E 的面积为 1,

$\therefore$ 正六角星形 $A_1F_1B_1D_1C_1E_1$ 的面积为 $\frac{1}{4}$,

同理可得, 第三个六角形的面积为: $\frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$,

第四个六角形的面积为: $\frac{1}{16} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$,

故答案为: $\frac{1}{256}$.

【点评】 本题考查的是相似多边形的性质及三角形中位线定理, 解答此题的关键是熟知相似多边形面积的比等于相似比的平方.

三、解答题 (一) (本大题 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

11. (6 分) (2011·东莞) 计算: $(\sqrt{2011}-1)^0 + \sqrt{18}\sin 45^\circ - 2^2$.

【考点】 特殊角的三角函数值; 零指数幂.

【分析】 本题涉及零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式的化简, 乘方四个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解: 原式 $= 1 + 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 4$,
 $= 1 + 3 - 4$,
 $= 0$.

【点评】 此题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值, 熟练掌握二次根式的化简等考点的运算.

12. (6 分) (2011·东莞) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -3 \\ 8-2x \leq x-1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

【考点】 解一元一次不等式组; 在数轴上表示不等式的解集.

【专题】 数形结合.

【分析】 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集, 在数轴上表示出来即可.

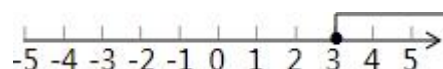
【解答】 解: $\begin{cases} 2x+1 > -3 \text{ ①} \\ 8-2x \leq x-1 \text{ ②} \end{cases}$

由①得, $x > -2$,

由②得, $x \geq 3$,

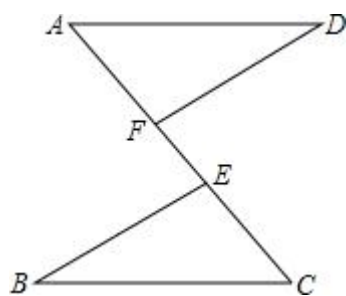
故原不等式组的解集为: $x \geq 3$,

在数轴上表示为:



【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组及在数轴上表示一元一次不等式组的解集, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 要注意 x 是否取得到, 若取得到则 x 在该点是实心的. 反之 x 在该点是空心的.

13. (6 分) (2011·东莞) 已知: 如图, E 、 F 在 AC 上, $AD \parallel CB$ 且 $AD = CB$, $\angle D = \angle B$. 求证: $AE = CF$.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】根据两直线平行内错角相等即可得出 $\angle A = \angle C$ ，再根据全等三角形的判定即可判断出 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ ，得出 $AF = CE$ ，进而得出 $AE = CF$.

【解答】证明： $\because AD \parallel CB$,

$\therefore \angle A = \angle C$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ AD = CB \\ \angle D = \angle B \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$ (ASA),

$\therefore AF = CE$,

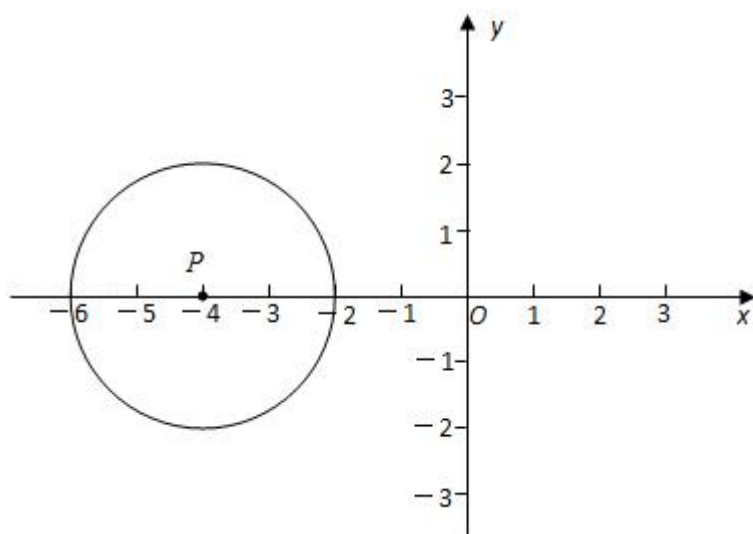
$\therefore AF + EF = CE + EF$, 即 $AE = CF$.

【点评】本题考查了平行线的性质以及全等三角形的判定及性质，难度适中.

14. (6分) (2011•东莞) 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为 $(-4, 0)$ ， $\odot P$ 的半径为 2，将 $\odot P$ 沿 x 轴向右平移 4 个单位长度得 $\odot P_1$

(1) 画出 $\odot P_1$ ，并直接判断 $\odot P$ 与 $\odot P_1$ 的位置关系；

(2) 设 $\odot P_1$ 与 x 轴正半轴， y 轴正半轴的交点分别为 A 、 B 。求劣弧 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 围成的图形的面积 (结果保留 π)



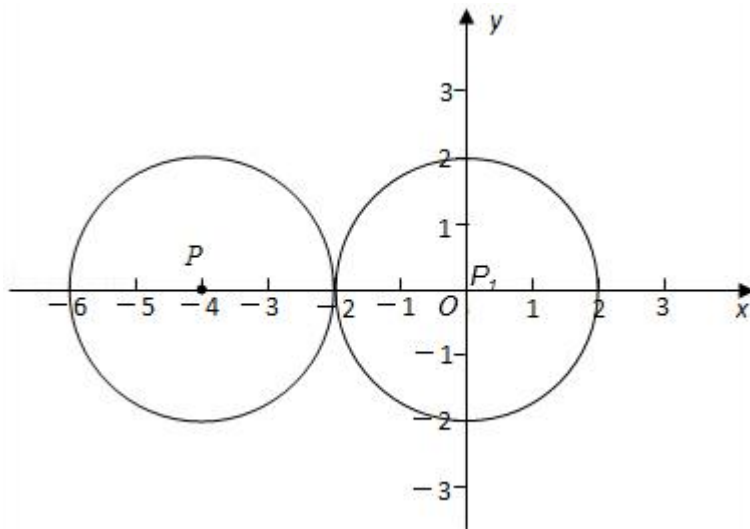
【考点】圆与圆的位置关系；坐标与图形性质；扇形面积的计算.

【分析】(1) 根据题意作图即可求得答案，注意圆的半径为 2；

(2) 首先根据题意求得扇形 BP_1A 与 $\triangle BP_1A$ 的面积，再作差即可求得劣弧 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 围成的图形的面积。

【解答】解：(1) 如图：

$\therefore \odot P$ 与 $\odot P_1$ 的位置关系是外切；



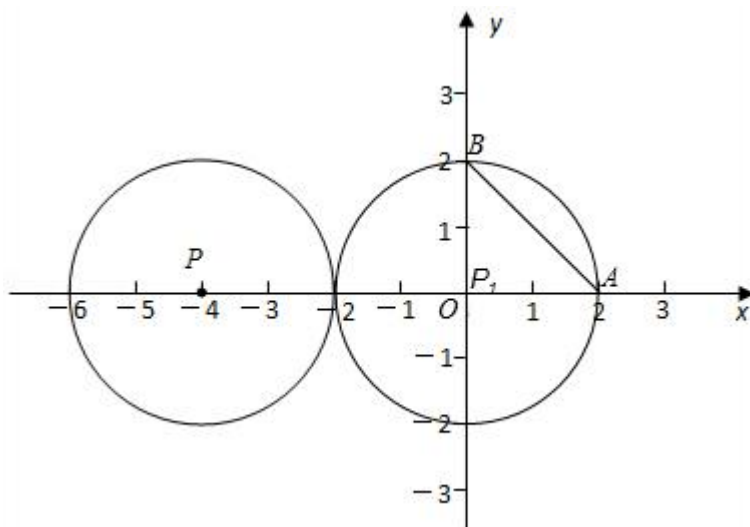
(2) 如图： $\angle BP_1A = 90^\circ$ ， $P_1A = P_1B = 2$ ，

$$\therefore S_{\text{扇形 } BP_1A} = \frac{90 \times \pi \times 2^2}{360},$$

$$= \pi,$$

$$S_{\triangle AP_1B} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

$\therefore$ 劣弧 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 围成的图形的面积为： $\pi - 2$ 。



【点评】此题考查了圆与圆的位置关系以及扇形面积的求解方法．题目难度不大，解题的关键是注意数形结合思想的应用．

15. (6分) (2011•东莞) 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + c$ 与 x 轴没有交点.

(1) 求 c 的取值范围;

(2) 试确定直线 $y = cx + 1$ 经过的象限, 并说明理由.

【考点】抛物线与 x 轴的交点; 一次函数的性质.

【专题】代数综合题.

【分析】(1) 根据题意的判别式小于 0, 从而得出 c 的取值范围即可;

(2) 根据 c 的值, 判断直线所经过的象限即可.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + c$ 与 x 轴没有交点.

$$\therefore \Delta = 1 - 4 \times \frac{1}{2}c = 1 - 2c < 0,$$

$$\text{解得 } c > \frac{1}{2};$$

$$(2) \because c > \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 直线过一、三象限,

$$\because b = 1 > 0,$$

$\therefore$ 直线与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴,

$\therefore$ 直线 $y = cx + 1$ 经过第一、二、三象限.

【点评】本题考查了抛物线和 x 轴的交点问题以及一次函数的性质, 是基础知识要熟练掌握.

四、解答题 (二) (本大题 4 小题, 每小题 7 分, 共 28 分)

16. (7分) (2011•东莞) 某品牌瓶装饮料每箱价格 26 元, 某商店对该瓶装饮料进行“买一送三”促销活动, 即整箱购买, 则买一箱送三瓶, 这相当于每瓶比原价便宜了 0.6 元, 问该品牌饮料一箱有多少瓶?

【考点】分式方程的应用.

【专题】应用题.

【分析】根据等量关系: 不赠送时每瓶的价格 - 赠送 3 瓶时每瓶的平均价格 = 0.6, 依此列出方程求解即可.

【解答】解: 设该品牌饮料一箱有 x 瓶, 依题意, 得

$$\frac{26}{x} - \frac{26}{x+3} = 0.6,$$

化简, 得 $x^2 + 3x - 130 = 0$,

解得 $x_1 = -13$ (不合题意, 舍去), $x_2 = 10$,

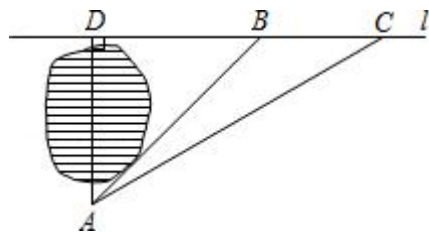
经检验: $x = 10$ 符合题意,

答: 该品牌饮料一箱有 10 瓶.

【点评】本题考查了分式方程的应用, 解决问题的关键是读懂题意, 找到所求的量的等量关系. 注意“买一送三”的含义.

17. (7分) (2011•东莞) 如图, 小明家在 A 处, 门前有一口池塘, 隔着池塘有一条公路 l , AB 是 A 到 l 的小路, 现新修一条路 AC 到公路 l , 小明测量出 $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle ABD = 45^\circ$,

BC=50m, 请你帮小明计算他家到公路 l 的距离 AD 的长度 (精确到 0.1m; 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



【考点】解直角三角形的应用.

【分析】根据 $AD=xm$, 得出 $BD=xm$, 进而利用解直角三角形的知识解决, 注意运算的正确性.

【解答】解: 假设 $AD=xm$,

$$\therefore AD=xm,$$

$$\therefore BD=xm,$$

$$\therefore \angle ACD=30^\circ, \angle ABD=45^\circ, BC=50m,$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AD}{BD+BC} = \frac{x}{x+50},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{x+50},$$

$$\therefore AD=25(\sqrt{3}+1) \approx 68.3m.$$

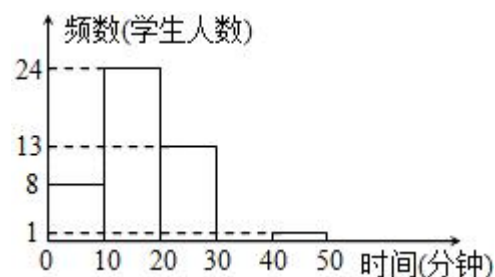
【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用, 根据已知假设出 AD 的长度, 进而表示出 $\tan 30^\circ = \frac{AD}{BD+BC}$ 是解决问题的关键.

18. (7 分) (2011•东莞) 李老师为了解班里学生的作息时间去调查了班上 50 名学生上学路上花费的时间, 他发现学生所花时间都少于 50 分钟, 然后将调查数据整理, 作出如下频数分布直方图的一部分 (每组数据含最小值不含最大值). 请根据该频数分布直方图, 回答下列问题:

(1) 此次调查的总体是什么?

(2) 补全频数分布直方图;

(3) 该班学生上学路上花费时间在 30 分钟以上 (含 30 分钟) 的人数占全班人数的百分比是多少?



【考点】频数 (率) 分布直方图.

【专题】图表型; 数形结合.

【分析】(1) 总体所调查对象的全体, 由此确定调查的总体;

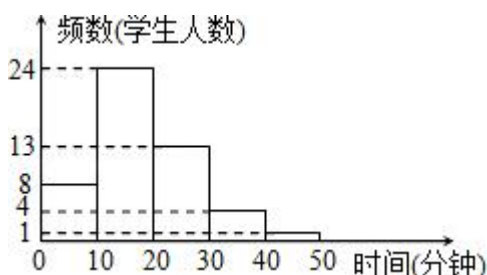
(2) 由于已知总人数, 利用总人数减去其他四个小组的人数即可得到 30-40 分钟小组的人数, 然后即可补全频数分布直方图;

(3) 用 30 分钟以上的人数除以总人数 50 即可得到在 30 分钟以上（含 30 分钟）的人数占全班人数的百分比.

【解答】解：(1) $\because$ 总体所调查对象的全体，
 $\therefore$ “班上 50 名学生上学路上花费的时间”是总体；

(2) 如图所示：

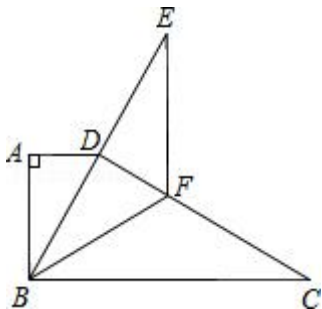
(3) 依题意得在 30 分钟以上（含 30 分钟）的人数为 5 人，
 $\therefore (4+1) \div 50 = 10\%$ ，
 $\therefore$ 该班学生上学路上花费时间在 30 分钟以上（含 30 分钟）的人数占全班人数的百分比是 10%.



【点评】 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

19. (7 分) (2011•东莞) 如图，直角梯形纸片 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，折叠纸片使 BC 经过点 D，点 C 落在点 E 处，BF 是折痕，且 $BF = CF = 8$.

- (1) 求 $\angle BDF$ 的度数；
- (2) 求 AB 的长.



【考点】 直角梯形；翻折变换（折叠问题）；解直角三角形.

【专题】 几何综合题.

【分析】 (1) 利用等边对等角可以得到 $\angle FBC = \angle C = 30^\circ$ ，再利用折叠的性质可以得到 $\angle EBF = \angle CBF = 30^\circ$ ，从而可以求得所求角的度数.

(2) 利用上题得到的结论可以求得线段 BD，然后在直角三角形 ABD 中求得 AB 即可.

【解答】解：(1) $\because BF = CF = 8$ ，
 $\therefore \angle FBC = \angle C = 30^\circ$ ，
 $\because$ 折叠纸片使 BC 经过点 D，点 C 落在点 E 处，BF 是折痕，
 $\therefore \angle EBF = \angle CBF = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle EBC = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BDF = 90^\circ$ ；

(2) $\because \angle EBC=60^\circ$
 $\therefore \angle ADB=60^\circ$,
 $\therefore BF=CF=8$.
 $\therefore BD=BF \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$
 $\therefore$ 在 $Rt\triangle BAD$ 中,
 $AB=BD \times \sin 60^\circ = 6$.

【点评】 本题考查梯形, 直角三角形的相关知识. 解决此类题要懂得用梯形的常用辅助线, 把梯形分割为矩形和直角三角形, 从而由矩形和直角三角形的性质来求解.

五、解答题 (三) (本大题 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

20. (9 分) (2011·东莞) 如下数表是由从 1 开始的连续自然数组成, 观察规律并完成各题的解答.

				1					
				2	3	4			
			5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16		
17	18	19	20	21	22	23	24	25	
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45

- (1) 表中第 8 行的最后一个数是 64, 它是自然数 8 的平方, 第 8 行共有 15 个数;
 (2) 用含 n 的代数式表示: 第 n 行的第一个数是 $n^2 - 2n + 2$, 最后一个数是 n^2 , 第 n 行共有 $2n - 1$ 个数;
 (3) 求第 n 行各数之和.

【考点】 整式的混合运算; 规律型: 数字的变化类.

【分析】 (1) 数为自然数, 每行数的个数为 1, 3, 5, ... 的奇数列, 很容易得到所求之数;

(2) 知第 n 行最后一数为 n^2 , 则第一个数为 $n^2 - 2n + 2$, 每行数由题意知每行数的个数为 1, 3, 5, ... 的奇数列, 故个数为 $2n - 1$;

(3) 通过以上两步列公式从而解得.

【解答】 解: (1) 每行数的个数为 1, 3, 5, ... 的奇数列, 由题意最后一个数是该行数的平方即得 64,

其他也随之解得: 8, 15;

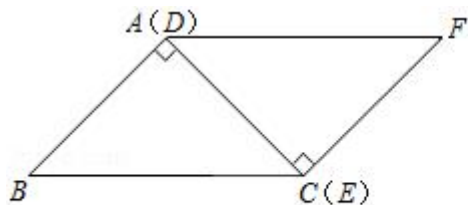
(2) 由 (1) 知第 n 行最后一数为 n^2 , 且每行个数为 $(2n - 1)$, 则第一个数为 $n^2 - (2n - 1) + 1 = n^2 - 2n + 2$,

每行数由题意知每行数的个数为 1, 3, 5, ... 的奇数列,
 故个数为 $2n - 1$;

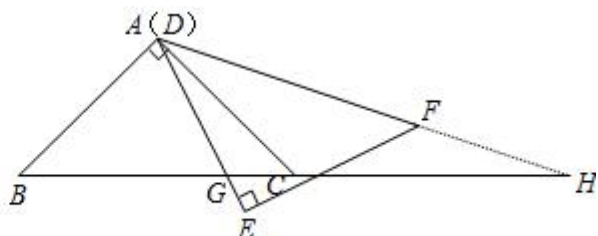
(3) 第 n 行各数之和: $\frac{n^2 - 2n + 2 + n^2}{2} \times (2n - 1) = (n^2 - n + 1)(2n - 1)$.

【点评】 本题考查了整式的混合运算, (1) 看数的规律, 自然数的排列, 每排个数 1, 3, 5, ... 从而求得; (2) 最后一数是行数的平方, 则第一个数即求得; (3) 通过以上两步列公式从而解得. 本题看规律为关键, 横看, 纵看.

21. (9分) (2011•东莞) 如图 (1), $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 为等腰直角三角形, AC 与 DE 重合, $AB=AC=EF=9$, $\angle BAC=\angle DEF=90^\circ$, 固定 $\triangle ABC$, 将 $\triangle DEF$ 绕点 A 顺时针旋转, 当 DF 边与 AB 边重合时, 旋转中止. 现不考虑旋转开始和结束时重合的情况, 设 DE , DF (或它们的延长线) 分别交 BC (或它们的延长线) 所在的直线于 G , H 点, 如图 (2).



图(1)



图(2)

- (1) 问: 始终与 $\triangle AGC$ 相似的三角形有 $\triangle HAB$ 及 $\triangle HGA$;
 (2) 设 $CG=x$, $BH=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式 (只要求根据图 (2) 的情形说明理由);
 (3) 问: 当 x 为何值时, $\triangle AGH$ 是等腰三角形.

【考点】 相似三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 等腰直角三角形; 旋转的性质.

【专题】 代数几何综合题; 压轴题.

【分析】 (1) 根据 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 为等腰直角三角形, AC 与 DE 重合, 利用相似三角形的判定定理即可得出结论.

(2) 由 $\triangle AGC \sim \triangle HAB$, 利用其对应边成比例列出关于 x , y 的关系式: $9: y = x: 9$ 即可.

(3) 此题要采用分类讨论的思想, 当 $CG < \frac{1}{2}BC$ 时, 当 $CG = \frac{1}{2}BC$ 时, 当 $CG > \frac{1}{2}BC$ 时分别得出即可.

【解答】 解: (1) $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 为等腰直角三角形, AC 与 DE 重合,
 $\therefore \angle H + \angle HAC = 45^\circ$, $\angle HAC + \angle CAG = 45^\circ$,
 $\therefore \angle H = \angle CAG$,
 $\because \angle ACG = \angle B = 45^\circ$,
 $\therefore \triangle AGC \sim \triangle HAB$,
 $\therefore$ 同理可得出: 始终与 $\triangle AGC$ 相似的三角形有 $\triangle HAB$ 和 $\triangle HGA$;
 故答案为: $\triangle HAB$ 和 $\triangle HGA$.

(2) $\because \triangle AGC \sim \triangle HAB$,
 $\therefore AC: HB = GC: AB$, 即 $9: y = x: 9$,
 $\therefore y = \frac{81}{x}$,
 $\because AB = AC = 9$, $\angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$.

答: y 关于 x 的函数关系式为 $y = \frac{81}{x}$ ($0 < x < 9\sqrt{2}$).

(3) ①当 $CG < \frac{1}{2}BC$ 时, $\angle GAC = \angle H < \angle HAG$,
 $\therefore AG < GH$,

$$\therefore AG < CH < GH,$$

此时, $\triangle AGH$ 不可能是等腰三角形,

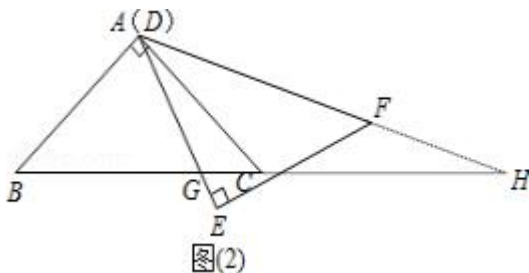
此时, $GC = \frac{9}{2}\sqrt{2}$, 即 $x = \frac{9}{2}\sqrt{2}$,

所以, 若 $\triangle AGH$ 必是等腰三角形, 只可能存在 $GH=AH$,

如图 (3), 当 $CG=BC$ 时,

此时 B, E, G 重合, $\angle AGH = \angle GAH = 45^\circ$,

所以 $\triangle AGH$ 为等腰三角形, 所以 $CG=9\sqrt{2}$.



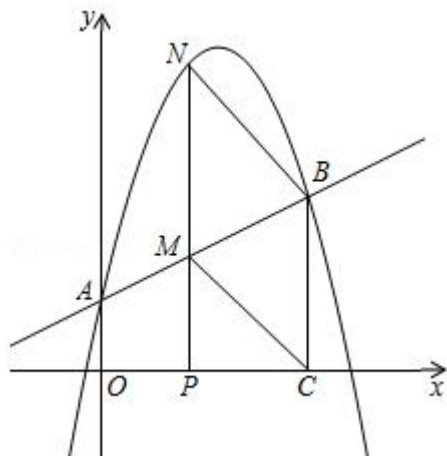
22. (9分) (2011·东莞) 如图, 抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{17}{4}x + 1$ 与 y 轴交于 A 点, 过点 A 的直线

与抛物线交于另一点 B, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C (3, 0)

(1) 求直线 AB 的函数关系式;

(2) 动点 P 在线段 OC 上从原点出发以每秒一个单位的速度向 C 移动，过点 P 作 $PN \perp x$ 轴，交直线 AB 于点 M，交抛物线于点 N。设点 P 移动的时间为 t 秒，MN 的长度为 s 个单位，求 s 与 t 的函数关系式，并写出 t 的取值范围；

(3) 设在 (2) 的条件下 (不考虑点 P 与点 O，点 C 重合的情况)，连接 CM，BN，当 t 为何值时，四边形 BCMN 为平行四边形？问对于所求的 t 值，平行四边形 BCMN 是否菱形？请说明理由。



【考点】二次函数综合题.

【专题】压轴题.

【分析】(1) 由题意易求得 A 与 B 的坐标，然后有待定系数法，即可求得直线 AB 的函数关系式；

(2) 由 $s=MN=NP-MP$ ，即可得 $s=-\frac{5}{4}t^2+\frac{17}{4}t+1-(\frac{1}{2}t+1)$ ，化简即可求得答案；

(3) 若四边形 BCMN 为平行四边形，则有 $MN=BC$ ，即可得方程： $-\frac{5}{4}t^2+\frac{15}{4}t=\frac{5}{2}$ ，解方程即可求得 t 的值，再分别分析 t 取何值时四边形 BCMN 为菱形即可。

【解答】解：(1) $\because$ 当 $x=0$ 时， $y=1$ ，

$\therefore A(0, 1)$ ，

当 $x=3$ 时， $y=-\frac{5}{4} \times 3^2 + \frac{17}{4} \times 3 + 1 = 2.5$ ，

$\therefore B(3, 2.5)$ ，

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，

则：
$$\begin{cases} b=1 \\ 3k+b=2.5 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} b=1 \\ k=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+1$ ；

(2) 根据题意得： $s=MN=NP-MP=-\frac{5}{4}t^2+\frac{17}{4}t+1-(\frac{1}{2}t+1)=-\frac{5}{4}t^2+\frac{15}{4}t$ ($0 \leq t \leq 3$)；

(3) 若四边形 BCMN 为平行四边形, 则有 $MN=BC$, 此时, 有 $-\frac{5}{4}t^2+\frac{15}{4}t=\frac{5}{2}$,

解得 $t_1=1$, $t_2=2$,

$\therefore$ 当 $t=1$ 或 2 时, 四边形 BCMN 为平行四边形.

①当 $t=1$ 时, $MP=\frac{3}{2}$, $NP=4$, 故 $MN=NP-MP=\frac{5}{2}$,

又在 $Rt\triangle MPC$ 中, $MC=\sqrt{MP^2+PC^2}=\frac{5}{2}$, 故 $MN=MC$, 此时四边形 BCMN 为菱形,

②当 $t=2$ 时, $MP=2$, $NP=\frac{9}{2}$, 故 $MN=NP-MP=\frac{5}{2}$,

又在 $Rt\triangle MPC$ 中, $MC=\sqrt{MP^2+PC^2}=\sqrt{5}$, 故 $MN \neq MC$, 此时四边形 BCMN 不是菱形.

【点评】 此题考查了待定系数法求函数的解析式, 线段的长与函数关系式之间的关系, 平行四边形以及菱形的性质与判定等知识. 此题综合性很强, 难度较大, 解题的关键是数形结合思想的应用.

参与本试卷答题和审题的老师有：leikun；张其铎；wangjc3；冯延鹏；gbl210；zhjh；CJX；bjy；WWF；ZJX；sd2011；zcx；HLing；Liuzhx；sjzx；孙廷茂；fxx（排名不分先后）

菁优网

2016年12月20日

考点卡片

1. 倒数

(1) 倒数：乘积是 1 的两数互为倒数.

一般地， $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ ($a \neq 0$)，就说 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(2) 方法指引：

①倒数是除法运算与乘法运算转化的“桥梁”和“渡船”. 正像减法转化为加法及相反数一样，非常重要. 倒数是伴随着除法运算而产生的.

②正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，而 0 没有倒数，这与相反数不同.

【规律方法】求相反数、倒数的方法

求一个数的相反数	求一个数的相反数时，只需在这个数前面加上“-”即可
求一个数的倒数	求一个整数的倒数，就是写成这个整数分之一
	求一个分数的倒数，就是调换分子和分母的位置

注意：0 没有倒数.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】

(2) 规律方法总结：

①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .

②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

3. 代数式求值

(1) 代数式的：用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果叫做代数式的值.

(2) 代数式的求值：求代数式的值可以直接代入、计算. 如果给出的代数式可以化简，要先化简再求值.

题型简单总结以下三种：

- ①已知条件不化简，所给代数式化简；
- ②已知条件化简，所给代数式不化简；
- ③已知条件和所给代数式都要化简.

4. 规律型：数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点，尤其是与数列有关的命题更是层出不穷，形式多样，它要求在已有知识的基础上去探究，观察思考发现规律.

(1) 探寻数列规律：认真观察、仔细思考，善用联想是解决这类问题的方法.

(2) 利用方程解决问题. 当问题中有多个未知数时，可先设出其中一个为 x ，再利用它们之间的关系，设出其他未知数，然后列方程.

5. 整式的混合运算

(1) 有乘方、乘除的混合运算中，要按照先乘方后乘除的顺序运算，其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.

(2) “整体”思想在整式运算中较为常见，适时采用整体思想可使问题简单化，并且迅速地解决相关问题，此时应注意被看做整体的代数式通常要用括号括起来.

6. 零指数幂

零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m=1$ ， $a^m \div a^m=a^{m-m}=a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意： $0^0 \neq 1$.

7. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件：

- (1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.
- (2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.
- (3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求：

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围，并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式，那么它们有意义的条件是：各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母，则除了保证被开方数为非负数外，还必须保证分母不为零.

8. 分式方程的应用

1、列分式方程解应用题的一般步骤：设、列、解、验、答.

必须严格按照这 5 步进行做题，规范解题步骤，另外还要注意完整性：如设和答叙述要完整，要写出单位等.

2、要掌握常见问题中的基本关系，如行程问题：速度=路程时间；工作量问题：工作效率=工作量工作时间
等等.

列分式方程解应用题一定要审清题意，找相等关系是着眼点，要学会分析题意，提高理解能力.

9. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时，要注意“两定”：

一是定界点，一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意，点是实心还是空心，若边界点含于解集为实心点，不含于解集即为空心点；

二是定方向，定方向的原则是：“小于向左，大于向右”.

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$ ，其验证方法可以先将 a 代入原不等式，则两边相等，其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式，则原不等式成立.

10. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集：几个一元一次不等式的解集的公共部分，叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组：求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤：①求不等式组中每个不等式的解集；②利用数轴求公共部分.

解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

11. 坐标与图形性质

1、点到坐标轴的距离与这个点的坐标是有区别的，表现在两个方面：①到 x 轴的距离与纵坐标有关，到 y 轴的距离与横坐标有关；②距离都是非负数，而坐标可以是负数，在由距离求坐标时，需要加上恰当的符号.

2、有图形中一些点的坐标求面积时，过已知点向坐标轴作垂线，然后求出相关的线段长，是解决这类问题的基本方法和规律.

3、若坐标系内的四边形是非规则四边形，通常用平行于坐标轴的辅助线用“割、补”法去解决问题.

12. 一次函数的性质

一次函数的性质：

$k > 0$ ， y 随 x 的增大而增大，函数从左到右上升； $k < 0$ ， y 随 x 的增大而减小，函数从左到右下降.

由于 $y=kx+b$ 与 y 轴交于 $(0, b)$ ，当 $b > 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的正半轴上，直线与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的负半轴，直线与 y 轴交于负半轴.

13. 待定系数法求反比例函数解析式

用待定系数法求反比例函数的解析式要注意：

(1) 设出含有待定系数的反比例函数解析式 $y=xk$ (k 为常数， $k \neq 0$)；

(2) 把已知条件（自变量与函数的对应值）带入解析式，得到待定系数的方程；

(3) 解方程，求出待定系数；

(4) 写出解析式.

14. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标，令 $y=0$ ，即 $ax^2+bx+c=0$ ，解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根之间的关系.

$\Delta=b^2-4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta=b^2-4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；

$\Delta=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；

$\Delta=b^2-4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式： $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$)，可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0)$ ， $(x_2, 0)$.

15. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时，先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号，然后判断新的函数关系式中系数的符号，再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征，则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

16. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

17. 等腰三角形的性质

(1) 等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.

(2) 等腰三角形的性质

①等腰三角形的两腰相等

②等腰三角形的两个底角相等. 【简称: 等边对等角】

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. 【三线合一】

(3) 在①等腰; ②底边上的高; ③底边上的中线; ④顶角平分线. 以上四个元素中, 从中任意取出两个元素当成条件, 就可以得到另外两个元素为结论.

18. 等腰直角三角形

(1) 两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形.

(2) 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质. 即: 两个锐角都是 45° , 斜边上中线、角平分线、斜边上的高, 三线合一, 等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径 R , 而高又为内切圆的直径 (因为等腰直角三角形的两个小角均为 45° , 高又垂直于斜边, 所以两个小三角形均为等腰直角三角形, 则两腰相等);

(3) 若设等腰直角三角形内切圆的半径 $r=1$, 则外接圆的半径 $R=\sqrt{2}+1$, 所以 $r: R=1: \sqrt{2}+1$.

19. 三角形中位线定理

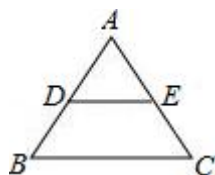
(1) 三角形中位线定理:

三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

(2) 几何语言:

如图, $\because$ 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC.$$



20. 多边形内角与外角

(1) 多边形内角和定理: $(n-2) \cdot 180$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数)

此公式推导的基本方法是从 n 边形的一个顶点出发引出 $(n-3)$ 条对角线, 将 n 边形分割为 $(n-2)$ 个三角形, 这 $(n-2)$ 个三角形的所有内角之和正好是 n 边形的内角和. 除此方法之和还有其他几种方法, 但这些方法的基本思想是一样的. 即将多边形转化为三角形, 这也是研究多边形问题常用的方法.

(2) 多边形的外角和等于 360 度.

①多边形的外角和指每个顶点处取一个外角, 则 n 边形取 n 个外角, 无论边数是几, 其外角和永远为 360° .

②借助内角和和邻补角概念共同推出以上结论: 外角和 $= 180^\circ n - (n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$.

21. 直角梯形

直角梯形: 有一个角是直角的梯形叫做直角梯形.



边: 有一条腰与底边垂直, 另一条腰不垂直.

角: 有两个内角是直角.

过不是直角的一个顶点作梯形的高, 则把直角梯形分割成一个矩形和直角三角形. 这是常用的一种作辅助线的方法.

22. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ①定点在圆上. ②角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

23. 切线的性质

(1) 切线的性质

- ①圆的切线垂直于经过切点的半径.
- ②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.
- ③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个,那么它一定满足第三个条件,这三个条件是:

- ①直线过圆心; ②直线过切点; ③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知,若出现圆的切线,必连过切点的半径,构造定理图,得出垂直关系.简记作:见切点,连半径,见垂直.

24. 圆与圆的位置关系

(1) 圆与圆的五种位置关系: ①外离; ②外切; ③相交; ④内切; ⑤内含.

如果两个圆没有公共点,叫两圆相离.当每个圆上的点在另一个圆的外部时,叫两个圆外离,当一个圆上的点都在另一圆的内部时,叫两个圆内含,两圆同心是内含的一个特例;如果两个圆有一个公共点,叫两个圆相切,相切分为内切、外切两种;如果两个圆有两个公共点叫两个圆相交.

(2) 圆和圆的位置与两圆的圆心距、半径的数量之间的关系: ①两圆外离 $\Leftrightarrow d > R+r$;

②两圆外切 $\Leftrightarrow d=R+r$;

③两圆相交 $\Leftrightarrow R-r < d < R+r$ ($R \geq r$);

④两圆内切 $\Leftrightarrow d=R-r$ ($R > r$);

⑤两圆内含 $\Leftrightarrow d < R-r$ ($R > r$).

25. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式: $S=\pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是 n° , 圆的半径为 R 的扇形面积为 S , 则

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2 \text{ 或 } S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l R \text{ (其中 } l \text{ 为扇形的弧长)}$$

(4) 求阴影面积常用的方法:

①直接用公式法;

②和差法;

③割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

26. 翻折变换 (折叠问题)

1、翻折变换 (折叠问题) 实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题, 设出正确的未知数.

27. 旋转的性质

(1) 旋转的性质:

_____ ①对应点到旋转中心的距离相等. _____ ②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. _____ ③旋转前、后的图形全等. _____ (2) 旋转三要素: ①旋转中心; ②旋转方向; ③旋转角度. _____ 注意: 三要素中只要任意改变一个, 图形就会不一样.

28. 相似图形

(1) 相似图形

我们把形状相同的图形称为相似形.

(2) 相似图形在现实生活中应用非常广泛, 对于相似图形, 应注意:

- ①相似图形的形状必须完全相同;
- ②相似图形的大小不一定相同;
- ③两个物体形状相同、大小相同时它们是全等的, 全等是相似的一种特殊情况.

(3) 相似三角形

对应角相等, 对应边成比例的三角形, 叫做相似三角形.

29. 相似多边形的性质

(1) 如果两个多边形的对应角相等, 对应边的比相等, 则这两个多边形是相似多边形.

(2) 相似多边形对应边的比叫做相似比.

(3) 全等多边形的相似比为 1 的相似多边形是全等形.

(4) 相似多边形的性质为:

- ①对应角相等;
- ②对应边的比相等.

30. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用, 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

31. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

32. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

①锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

②三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a, b, c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边)

33. 解直角三角形的应用

(1) 通过解直角三角形能实际问题中的很多有关测量问.

如: 测不易直接测量的物体的高度、测河宽等, 关键在于构造出直角三角形, 通过测量角的度数和测量边的长度, 计算出所要求的物体的高度或长度.

(2) 解直角三角形的一般过程是:

①将实际问题抽象为数学问题 (画出平面图形, 构造出直角三角形转化为解直角三角形问题).

②根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形, 得到数学问题的答案, 再转化得到实际问题的答案.

34. 频数 (率) 分布直方图

画频率分布直方图的步骤:

(1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差. (2) 决定组距与组数 (组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5 ~ 12 组). (3) 确定分点, 将数据分组. (4) 列频率分布表. (5) 绘制频率分布直方图.

注: ①频率分布表列出的是在各个不同区间内取值的频率, 频率分布直方图是用小长方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率. 直角坐标系中的纵轴表示频率与组距的比值, 即小长方形面积 $=$ 组距 $\times$ 频数组距 $=$ 频率. ②各组频率的和等于 1, 即所有长方形面积的和等于 1. ③频率分布表在数量表示上比较确切, 但不够直观、形象, 不利于分析数据分布的总体态势. ④从频率分布直方图可以清楚地看出数据分布的总体态势, 但是从直方图本身得不出原始的数据内容.

35. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$.

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.