

# 2009 年广东省初中毕业生学业考试

## 数 学

说明：全卷共 4 页，考试用时 100 分钟，满分 120 分.

一、选择题（本大题 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）在每小题列出的四个选项中，只有一个是正确的，请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑.

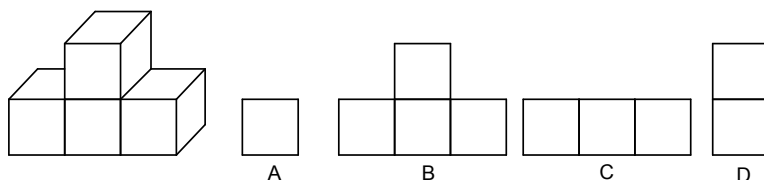
1. 4 的算术平方根是 ( )

- A.  $\pm 2$       B. 2      C.  $\pm \sqrt{2}$       D.  $\sqrt{2}$

2. 计算  $(a^3)^2$  结果是 ( )

- A.  $a^6$       B.  $a^9$       C.  $a^5$       D.  $a^8$

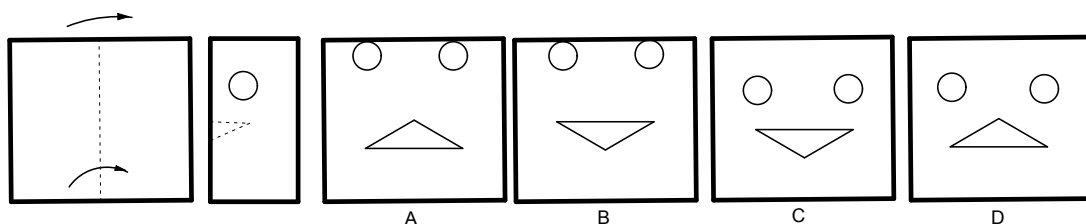
3. 如图所示几何体的主（正）视图是 ( )



4. 《广东省 2009 年重点建设项目计划（草案）》显示，港珠澳大桥工程估算总投资 726 亿元，用科学计数法表示正确的是 ( )

- A.  $7.26 \times 10^{10}$  元    B.  $72.6 \times 10^9$  元    C.  $0.726 \times 10^{11}$  元    D.  $7.26 \times 10^{11}$  元

5. 如图所示的矩形纸片，先沿虚线按箭头方向向右对折，接着将对折后的纸片沿虚线剪下一个小圆和一个小三角形，然后将纸片打开是下列图中的哪一个 ( )



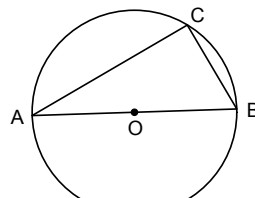
二、填空题（本大题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）请将下列各题的正确答案填在答题卡相应的位置上.

6. 分解因式  $2x^3 - 8x =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知  $\odot O$  的直径  $AB=8\text{cm}$ ,  $C$  为  $\odot O$  上的一点,  $\angle BAC=30^\circ$ , 则  $BC=$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

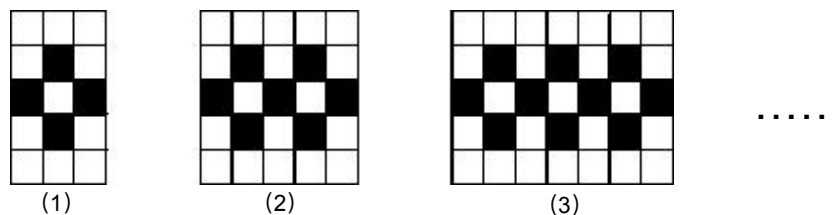
8. 一种商品原价 120 元, 按八折（即原价的 80%）出售, 则现售价应为 \_\_\_\_\_ 元.

9. 在一个不透明的布袋中装有 2 个白球和  $n$  个黄球, 它们除颜色不同外, 其余均相同, 若从中随机摸出一球, 摸到黄球的概率是  $\frac{4}{5}$ , 则  $n=$  \_\_\_\_\_.



第7题图

10. 用同样规格的黑白两种颜色的正方形瓷砖，按下图的方式铺地板，则第 (3) 个图形中有黑色瓷砖\_\_\_\_\_块，第  $n$  个图形中需要黑色瓷砖\_\_\_\_\_块（用含  $n$  的代数式表示）.



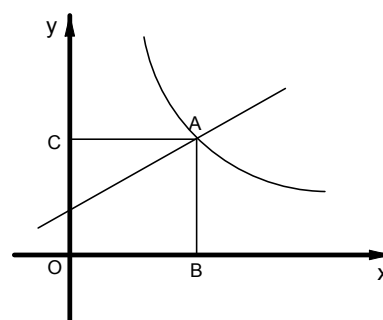
第10题图

### 三、解答题（一）（本大题 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

11. 计算  $\left| -\frac{1}{2} \right| + \sqrt{9} - \sin 30^\circ + (\pi + 3)^0$ .

12. 解方程  $\frac{2}{x^2 - 1} = -\frac{1}{x - 1}$

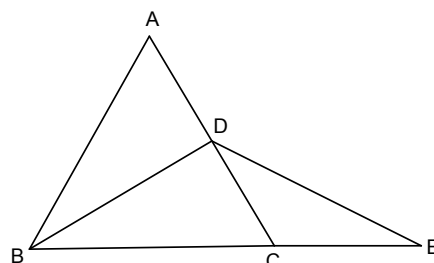
13. 如图所示，在平面直角坐标系中，一次函数  $y = kx + 1$  的图像与反比例函数  $y = \frac{9}{x}$  的图像在第一象限相交于点 A，过点 A 分别作  $x$  轴、 $y$  轴的垂线，垂足为点 B、C. 如果四边形 OBAC 是正方形，求一次函数的关系式.



第13题图

14. 如图所示， $\triangle ABC$  是等边三角形，D 点是 AC 的中点，延长 BC 到 E，使  $CE = CD$ .

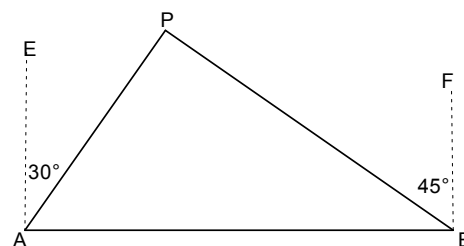
- (1) 用尺规作图的方法，过 D 点作  $DM \perp BE$ ，垂足是 M（不写作法，保留作图痕迹）；  
(2) 求证： $BM = EM$ .



第14题图

15. 如图所示，A、B 两城市相距 100km. 现计划在这两座城市间修筑一条高速公路（即线段 AB），经测量，森林保护中心 P 在 A 城市的北偏东  $30^\circ$  和 B 城市的北偏西  $45^\circ$  的方向上. 已知森林保护区的范围在以 P 点为圆心，50km 为半径的圆形区域内. 请问计划修筑的这条高速公路会不会穿越保护区.

为什么？（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）



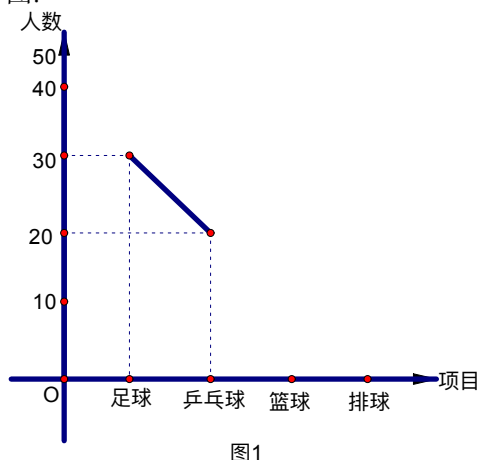
第15题图

#### 四、解答题（二）（本大题 4 小题，每小题 7 分，共 28 分）

16. 某种电脑病毒传播非常快，如果一台电脑被感染，经过两轮被感染后就会有 81 台电脑被感染. 请你用学过的知识分析，每轮感染中平均一台电脑会感染几台电脑？若病毒得不到有效控制，3 轮感染后，被感染的电脑会不会超过 700 台？

17. 某中学学生会为了解该校学生喜欢球类活动的情况，采取抽样调查方法，从足球、乒乓球、篮球、排球等四个方面调查了若干名学生的兴趣爱好，并将调查的结果绘制成如下的两幅不完整的统计图（如图 1、图 2，要求每位同学只能选择一种自己喜欢的球类；图中用乒乓球、足球、排球、篮球代表喜欢这四种球类中的某一种球类的学生人数），请你根据图中提供的信息解答下列问题：

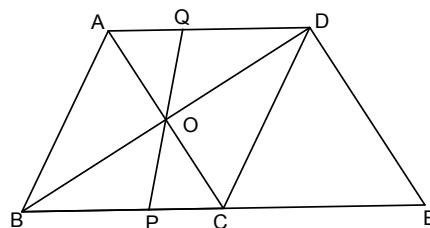
- (1) 在这次研究中，一共调查了多少位学生？
- (2) 喜欢排球的人数在扇形统计图所占的圆心角是多少度？
- (3) 补全频数分布折线统计图.



第17题图

18. 在菱形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ， $AB = 5$ ， $AC = 6$ . 过  $D$  点作  $DE \parallel AC$  交  $BC$  的延长线于点  $E$ .

- (1) 求  $\triangle BDE$  的周长；
- (2) 点  $P$  为线段  $BC$  上的点，连接  $PO$  并延长交  $AD$  于点  $Q$ . 求证： $BP = DQ$ .



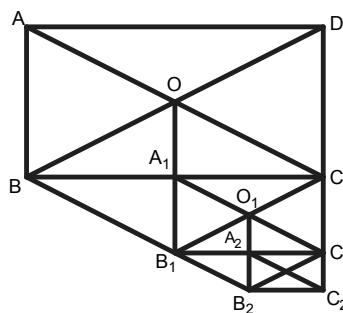
第18题图

19. 如图所示，在矩形  $ABCD$  中， $AB=12$ ， $AC=20$ ，两条对角线相交于点  $O$ . 以  $OB$ 、 $OC$  为邻边作第 1 个平行四边形  $OBB_1C$ ，对角线相交于点  $A_1$ ；再以  $A_1B_1$ 、 $A_1C$  为邻边作第 2 个平行四边形  $A_1B_1C_1C$ ，

对角线相交于点  $O_1$ ；再以  $O_1B_1$ 、 $O_1C_1$  为

邻边作第 3 个平行四边形  $O_1B_1B_2C_1$ ……依此类推.

- (1) 求矩形  $ABCD$  的面积；
- (2) 求第 1 个平行四边形  $OBB_1C$ 、第 2 个平行四边形  $A_1B_1C_1C$  和第 6 个平行四边形的面积.

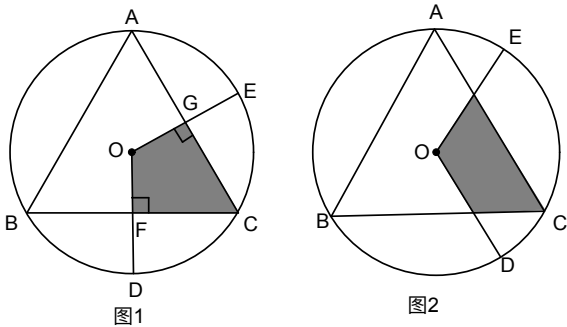


第19题图

五、解答题（三）（本大题 3 小题，每小题 9 分，共 27 分）

20. (1) 如图 1，圆内接△ABC 中，AB=BC=CA，OD、OE 为⊙O 的半径，OD⊥BC 于点 F，OE⊥AC 于点 G，求证：阴影部分四边形 OFCG 的面积是△ABC 的面积的  $\frac{1}{3}$ 。

(2) 如图 2，若∠DOE 保持 120° 角度不变，求证：当∠DOE 绕着 O 点旋转时，由两条半径和△ABC 的两条边围成的图形（图中阴影部分）面积始终是△ABC 的面积  $\frac{1}{3}$ 。



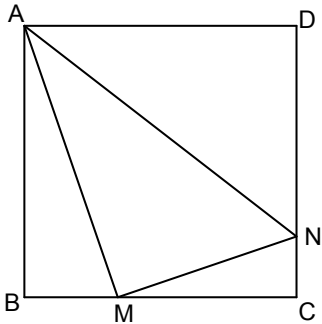
第20题图

21. 小明用下面的方法求出方程  $2\sqrt{x} - 3 = 0$  的解，请你仿照他的方法求出下面另外两个方程的解，并把你的解答过程填写在下面的表格中。

| 方程                         | 换元法解方程<br>令 $\sqrt{x} = t$ ,<br>则 $2t - 3 = 0$ | 解新方程<br>$t = \frac{3}{2}$ | 检验<br>$t = \frac{3}{2} > 0$ | 求原方程的解<br>$\sqrt{x} = \frac{3}{2}$ ,<br>所以 $x = \frac{9}{4}$ |
|----------------------------|------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------------------------------------------------------|
| $2\sqrt{x} - 3 = 0$        |                                                |                           |                             |                                                              |
| $x + 2\sqrt{x} - 3 = 0$    |                                                |                           |                             |                                                              |
| $x + \sqrt{x - 2} - 4 = 0$ |                                                |                           |                             |                                                              |

22. 正方形 ABCD 边长为 4，M、N 分别是 BC、CD 上的两个动点，当 M 点在 BC 上运动时，保持 AM 和 MN 垂直，

- (1) 证明：Rt△ABM ∽ Rt△MCN；
- (2) 设 BM=x，梯形 ABCN 的面积为 y，求 y 与 x 之间的函数关系式；当 M 点运动到什么位置时，四边形 ABCN 的面积最大，并求出最大面积；
- (3) 当 M 点运动到什么位置时 Rt△ABM ∽ Rt△AMN，求此时 x 的值。



第22题图

# 2009 年广东省初中毕业生学业考试

## 数 学

### 参考答案

#### 一、选择题

1. B 2. A 3. B 4. A 5. C

#### 二、填空题

6.  $2x(x+2)(x-2)$ ; 7. 4; 8. 96; 9. 8; 10. 10,  $3n+1$ .

#### 三、解答题 (一)

11. 解: 原式  $= \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{2} + 1 = 4$

12. 解: 去分母得:  $2 = -(x+1)$  解得:  $x = -3$

检验: 当  $x = -3$  时, 分母  $x^2 - 1 = 9 - 1 = 8 \neq 0$

所以原方程的解是:  $x = -3$ .

13. 解:  $\because S_{\text{正方形OBAC}} = OB^2 = 9$ ,  $\therefore OB = AB = 3$ ,  $\therefore$  点 A 的坐标为  $(3, 3)$

$\because$  点 A 在一次函数  $y = kx + 1$  的图像上,  $\therefore 3k + 1 = 3$ , 解得:  $k = \frac{2}{3}$

$\therefore$  一次函数的关系式是:  $y = \frac{2}{3}x + 1$ .

14. (1) 作图 (略)

(2) 证明:

$\because \triangle ABC$  是等边三角形,  $\therefore AB = BC$ ,  $\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$

$\because AD = CD$ ,  $\therefore \angle CBD = \angle ABD = 30^\circ$

$\because CD = CE$ ,  $\angle ACB = \angle E + \angle CDE = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle E = 30^\circ$

$\therefore \angle E = \angle CBD$ ,  $\therefore BD = DE$

$\because DM \perp BE$ ,  $\therefore BM = EM$ .

15. 解: 过点 P 作  $PQ \perp AB$  于 Q, 则有  $\angle APQ = 30^\circ$ ,  $\angle BPQ = 45^\circ$

设  $PQ = x$ , 则  $PQ = BQ = x$ ,  $AP = 2AQ = 2(100 - x)$ .

在  $\text{Rt}\triangle APQ$  中,

$$\because \tan \angle APQ = \tan 30^\circ = \frac{AQ}{PQ}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{100 - x}{x}.$$

$$\therefore x = 50(3 - \sqrt{3})$$

又  $\because 50(3 - \sqrt{3}) \approx 63.4 > 50$ ,  $\therefore$  计划修筑的这条高速公路会穿越保护区。

#### 四、解答题 (二)

16. 解: 设每轮感染中平均一台电脑会感染  $x$  台电脑, 依题意得:

$$x^2 = 81 \quad \text{解得: } x = 9 \text{ 或 } -9 \text{ (负值不合题意, 舍去)}$$

$\because 9^3 = 729 > 700$ ,  $\therefore$  若病毒得不到有效控制, 3 轮感染后, 被感染的电脑会超过 700 台.

17. 解: (1)  $20 \div 20\% = 100$  (名)

(2)  $\therefore$  喜欢排球的人数是:  $100 - 20 - 30 - 100 \times 40\% = 10$  (人)

$\therefore$  喜欢排球的人数在扇形统计图所占的圆心角度数为:  $360^\circ \times 10\% = 36^\circ$

(3) 图略

18. (1) 解:  $\therefore$  四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AB = BC = CD = AD = 5$ ,  $AC \perp BD$ ,  $OB = OD$ ,  $OA = OC = 3$

$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = 4$ ,  $BD = 2OB = 8$

$\therefore AD \parallel CE$ ,  $AC \parallel DE$ ,  $\therefore$  四边形 ACED 是平行四边形

$\therefore CE = AD = BC = 5$ ,  $DE = AC = 6$

$\therefore \triangle BDE$  的周长是:  $BD + BC + CE + DE = 8 + 5 + 6 = 19$ .

(2) 证明:  $\therefore AD \parallel BC$ ,  $\therefore \angle OBP = \angle ODQ$ ,  $\angle OPD = \angle OQD$

$\therefore OB = OD$ ,  $\therefore \triangle BOP \cong \triangle DOQ$ ,  $\therefore BP = DQ$ .

19. (1) 解:  $\therefore$  四边形 ABCD 是矩形,  $AC = 20$ ,  $AB = 12$

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ,  $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$

$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = 12 \times 16 = 192$ .

(2) 解:  $\therefore OB \parallel B_1C$ ,  $OC \parallel BB_1$ ,  $\therefore$  四边形  $OB B_1 C$  是平行四边形。

$\therefore$  四边形 ABCD 是矩形,  $\therefore OB = OC$ ,  $\therefore$  四边形  $OB B_1 C$  是菱形。

$\therefore OB_1 \perp BC$ ,  $A_1B = \frac{1}{2}BC = 8$ ,  $OA_1 = \frac{1}{2}OB_1 = \sqrt{OB^2 - A_1B^2} = 6$

$\therefore OB_1 = 2OA_1 = 12$ ,  $\therefore S_{\text{菱形}OBB_1C} = \frac{1}{2}BC \cdot OB_1 = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$

同理: 四边形  $A_1B_1C_1C$  是矩形,  $\therefore S_{\text{矩形}A_1B_1C_1C} = A_1B_1 \cdot B_1C_1 = 6 \times 8 = 48$

...

第  $n$  个平行四边形的面积是:  $S_n = \frac{192}{2^n}$

$\therefore S_6 = \frac{192}{2^6} = 12$ .

五, 解答题 (三)

20. (1) 证明: 过点 O 作  $OH \perp AB$  于点 H.

$\therefore$  等边  $\triangle ABC$  是  $\odot O$  的内接三角形,  $OD \perp BC$ ,  $OH \perp AB$ ,  $OE \perp AC$

$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ$ ,  $\angle BHO = \angle BFO = \angle CFO = \angle CGO = 90^\circ$ ,  $BH = BF = CF = CG$ ,  $OH = OF = OG$

$\therefore \angle FOH = \angle FOG = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ,  $\therefore$  四边形  $BDOH \cong$  四边形  $CFOG$

同理: 四边形  $BDOH \cong$  四边形  $AHOG$

$\therefore$  四边形  $BDOH \cong$  四边形  $CFOG \cong$  四边形  $AHOG$

$\therefore S_{\text{四边形}AHOG} = S_{\text{四边形}BDOH} = S_{\text{四边形}CFOG}$ ,

又  $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}AHOG} + S_{\text{四边形}BDOH} + S_{\text{四边形}CFOG} = 3S_{\text{四边形}CFOG}$

$$\therefore S_{\text{四边形CFOG}} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}.$$

(2) 证明: 过圆心O分别作OM⊥BC, ON⊥AC, 垂足为M、N.

则有∠OMF=∠ONG=90°, OM=ON, ∠MON=∠FOG=120°

∴ ∠MON-∠FON=∠FOG-∠FON, 即∠MOF=∠NOG

$$\therefore \triangle MOF \cong \triangle NOG, \therefore S_{\text{四边形CFOG}} = S_{\text{四边形CMON}} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

∴ 若∠DOE 保持 120° 角度不变, 当∠DOE 绕着 O 点旋转时, 由两条半径和△ABC 的两条边围成的图形 (图中阴影部分) 面积始终是△ABC 的面积的  $\frac{1}{3}$ .

21.

| 方程                       | 换元法得新方程                                   | 解新方程                    | 检验                                   | 求原方程的解                         |
|--------------------------|-------------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| $x + 2\sqrt{x} - 3 = 0$  | 令 $\sqrt{x} = t$<br>则 $t^2 + 2t - 3 = 0$  | $t_1 = 1$<br>$t_2 = -3$ | $t_1 = 1 > 0$<br>$t_2 = -3 < 0$ (舍去) | $\sqrt{x} = 1$<br>所以 $x = 1$   |
| $x + \sqrt{x-2} - 4 = 0$ | 令 $\sqrt{x-2} = t$<br>则 $t^2 + t - 2 = 0$ | $t_1 = 1$<br>$t_2 = -2$ | $t_1 = 1 > 0$<br>$t_2 = -2 < 0$ (舍去) | $\sqrt{x-2} = 1$<br>所以 $x = 3$ |

22. (1) 证明: ∵ 四边形 ABCD 是正方形, ∴ ∠B=∠C=90°, ∠ABM+∠BAM=90°

∴ ∠ABM+∠CMN+∠AMN=180°, ∠AMN=90° ∴ ∠AMB+∠CMN=90° ∴ ∠BAM=∠CMN

∴ Rt△ABM ∽ Rt△MCN

$$(2) \because \text{Rt}\triangle ABM \sim \text{Rt}\triangle MCN, \therefore \frac{AB}{MC} = \frac{BM}{CN}, \text{即} \frac{4}{4-x} = \frac{x}{CN} \text{解得: } CN = \frac{x(4-x)}{4}$$

$$\therefore S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2} (CN+AB) BC \quad \therefore y = \frac{1}{2} \left[ \frac{x(4-x)}{4} + 4 \right] \times 4,$$

$$\text{即: } y = -\frac{1}{2}x + 2x + 8$$

$$\text{又} \because y = -\frac{1}{2}x + 2x + 8 = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + 8 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 10$$

∴ 当 x=2 时, y 有最大值 10.

∴ 当 M 点运动到 BC 的中点时, 四边形 ABCN 的面积最大, 最大面积是 10.

$$(3) \because \text{Rt}\triangle ABM \sim \text{Rt}\triangle MCN, \therefore \frac{AB}{AM} = \frac{BM}{MN}, \text{即} \frac{4}{\sqrt{x^2+16}} = \frac{x}{\sqrt{(4-x)^2 + \left[\frac{x(4-x)}{4}\right]^2}}$$

$$\text{化简得: } (x^2 + 16)(x-2) = 0, \text{解得: } x=2$$

∴ 当 M 点运动到 BC 的中点时 Rt△ABM ∽ Rt△AMN, 此时 x 的值为 2.