

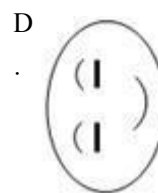
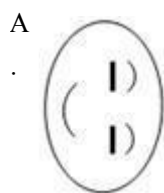
2008 年广东省广州市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

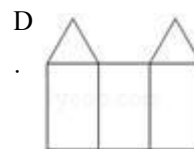
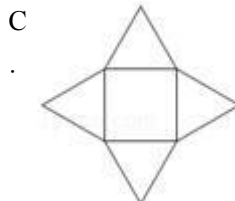
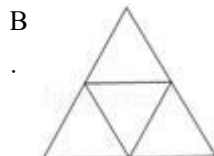
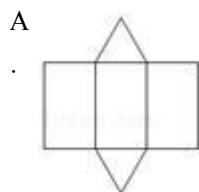
1. (3 分) (2008•广州) 计算 $(-2)^3$ 所得结果是 ()

- A -6 B 6 C -8 D 8

2. (3 分) (2008•广州) 将图按顺时针方向旋转 90° 后得到的是 ()



3. (3 分) (2008•广州) 下面四个图形中, 是三棱柱的平面展开图的是 ()



4. (3 分) (2008•广州) 若 a 与 b 互为相反数, 则下列式子成立的是 ()

- A $a - b = 0$ B $a + b = 1$ C $a + b = 0$ D $ab = 0$

5. (3 分) (2008•广州) 方程 $x(x+2) = 0$ 的根是 ()

- A $x = 2$ B $x = 0$ C $x_1 = 0, x_2 = -2$ D $x_1 = 0, x_2 = 2$

6. (3 分) (2008•广州) 一次函数 $y = 3x - 4$ 的图象不经过 ()

- A 第一象限 B 第二象限 C 第三象限 D 第四象限

7. (3 分) (2008•广州) 下列说法正确的是 ()

- A “明天降雨的概率是 80%”表示明天有 80% 的时间降雨
B “抛一枚硬币正面朝上的概率是 0.5”表示每抛硬币 2 次就有 1 次出现正面朝上
C “彩票中奖的概率是 1%”表示买 100 张彩票一定会中奖
D 抛一枚正方体骰子朝正面的数为奇数的概率是 0.5“表示如果这个骰子抛很多很多次, 那么平均每 2 次就有 1 次出现朝正面的数为奇数

8. (3分) (2008•广州) 把下列每个字母都看成一个图形, 那么中心对称图形有 ()

O L Y M P I C

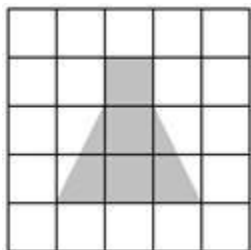
A 1 个

B 2 个

C 3 个

D 4 个

9. (3分) (2008•广州) 如图, 每个小正方形的边长为 1, 把阴影部分剪下来, 用剪下来的阴影部分拼成一个正方形, 那么新正方形的边长是 ()



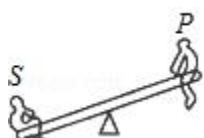
A $\sqrt{3}$

B 2

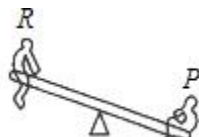
C $\sqrt{5}$

D $\sqrt{6}$

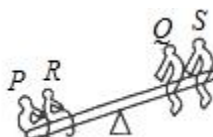
10. (3分) (2008•广州) 四个小朋友玩跷跷板, 他们的体重分别为 P, Q, R, S, 如图所示, 则他们的体重大小关系是 ()



A $P > R > S > Q$



B $Q > S > P > R$



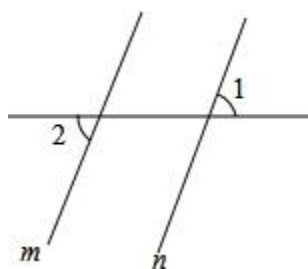
C $S > P > Q > R$

D $S > P > R > Q$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. (3分) (2008•广州) $\sqrt{3}$ 的倒数是_____.

12. (3分) (2008•广州) 如图, $\angle 1 = 70^\circ$, 若 $m \parallel n$, 则 $\angle 2 =$ _____度.



13. (3分) (2008•广州) 函数 $y = \frac{3}{x-1}$ 中的自变量 x 的取值范围是_____.

14. (3分) (2008•广州) 将线段 AB 平移 1cm, 得到线段 A'B', 则点 A 到点 A' 的距离是_____cm.

15. (3分) (2008•广州) 命题“圆的直径所对的圆周角是直角”是_____命题. (填“真”或“假”)

16. (3分) (2008•广州) 对于平面内任意一个凸四边形 ABCD, 现从以下四个关系式① $AB = CD$; ② $AD = BC$; ③ $AB \parallel CD$; ④ $\angle A = \angle C$ 中任取两个作为条件, 能够得出这个四边形 ABCD 是平行四边形的概率是_____.

三、解答题 (共 9 小题, 满分 102 分)

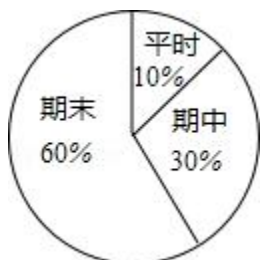
17. (9 分) (2008•广州) 分解因式: $a^3 - ab^2$.

18. (9 分) (2008•广州) 小青在九年级上学期的数学成绩如下表所示:

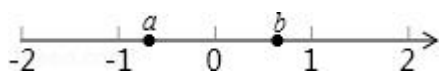
测验类别	平时	期中	期末			
	测验 1	考试	考试	测验 2	测验 3	课题学习
成绩	88	72	98	86	90	85

(1) 计算该学期的平时平均成绩;

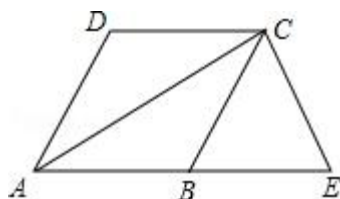
(2) 如果学期的总评成绩是根据图所示的权重计算, 请计算出小青该学期的总评成绩.



19. (10 分) (2008•广州) 如图, 实数 a 、 b 在数轴上的位置, 化简: $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.



20. (10 分) (2008•广州) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle DAB=60^\circ$, 过点 C 作 $CE \perp AC$ 且与 AB 的延长线交于点 E . 求证: 四边形 $AECD$ 是等腰梯形.



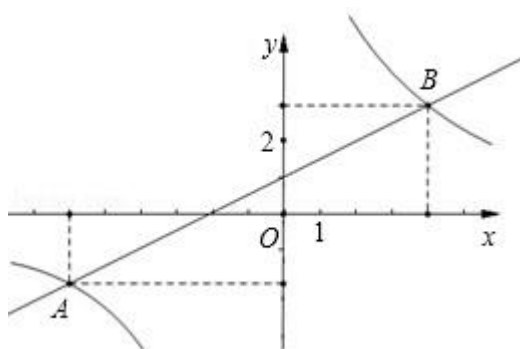
21. (12 分) (2008•广州) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于 A、B 两点

(1) 根据图象, 分别写出 A、B 的坐标;

(2) 求出两函数解析式;

(3) 根据图象回答: 当 x 为何值时,

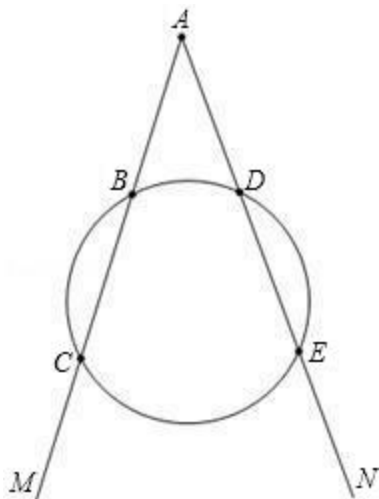
一次函数的函数值大于反比例函数的函数值



22. (12 分) (2008•广州) 2008 年初我国南方发生雪灾, 某地电线被雪压断, 供电局的维修队要到 30 千米远的郊区进行抢修. 维修工骑摩托车先走, 15 分钟后, 抢修车装载所需材料出发, 结果两车同时到达抢修点. 已知抢修车的速度是摩托车速度的 1.5 倍, 求两种车的速度.

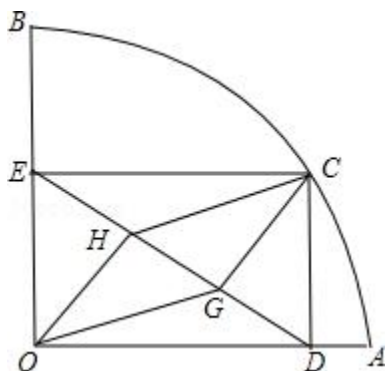
23. (12 分) (2008•广州) 如图, 射线 AM 交一圆于点 B、C, 射线 AN 交该圆于点 D、E, 且 $\widehat{BC} = \widehat{DE}$.

- (1) 求证: $AC = AE$;
- (2) 利用尺规作图, 分别作线段 CE 的垂直平分线与 $\angle MCE$ 的平分线, 两线交于点 F (保留作图痕迹, 不写作法), 求证: EF 平分 $\angle CEN$.



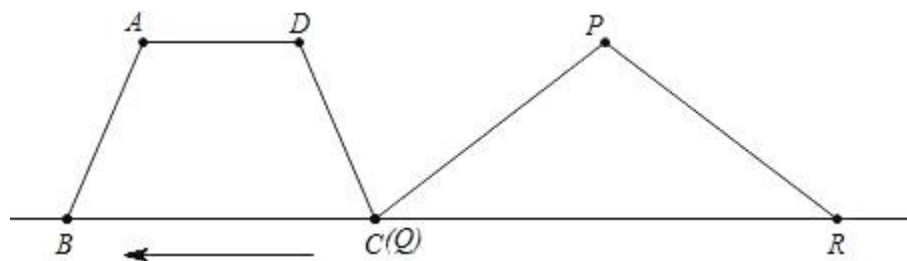
24. (14 分) (2008•广州) 如图, 扇形 OAB 的半径 $OA = 3$, 圆心角 $\angle AOB = 90^\circ$, 点 C 是 $\widehat{AB}$ 上异于 A、B 的动点, 过点 C 作 $CD \perp OA$ 于点 D, 作 $CE \perp OB$ 于点 E, 连接 DE, 点 G、H 在线段 DE 上, 且 $DG = GH = HE$.

- (1) 求证: 四边形 OGCH 是平行四边形;
- (2) 当点 C 在 $\widehat{AB}$ 上运动时, 在 CD、CG、DG 中, 是否存在长度不变的线段? 若存在, 请求出该线段的长度;
- (3) 求证: $CD^2 + 3CH^2$ 是定值.



25. (14 分) (2008•广州) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB = AD = DC = 2\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, 在等腰 $\triangle PQR$ 中, $\angle QPR = 120^\circ$, 底边 $QR = 6\text{cm}$, 点 B、C、Q、R 在同一直线 l 上, 且 C、Q 两点重合, 如果等腰 $\triangle PQR$ 以 1cm/秒 的速度沿直线 l 箭头所示方向匀速运动, t 秒时梯形 ABCD 与等腰 $\triangle PQR$ 重合部分的面积记为 S 平方厘米.

- (1) 当 $t = 4$ 时, 求 S 的值;
- (2) 当 $4 \leq t \leq 10$, 求 S 与 t 的函数关系式, 并求出 S 的最大值.



2008 年广东省广州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2008•广州) 计算 $(-2)^3$ 所得结果是 ()

- A -6 B 6 C -8 D 8

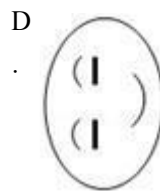
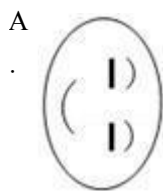
考点：有理数的乘方.

分析：本题考查有理数的乘方运算， $(-2)^3$ 表示 3 个 (-2) 的乘积.

解答：解： $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$.
故选 C.

点评：本题考查了乘方运算，负数的偶数次幂是正数，负数的奇数次幂仍为负数.

2. (3 分) (2008•广州) 将图按顺时针方向旋转 90° 后得到的是 ()



考点：生活中的旋转现象.

专题：操作型.

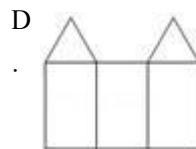
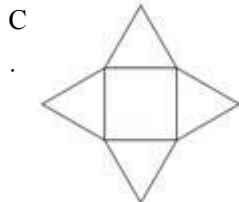
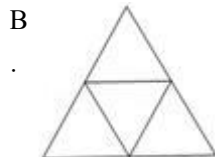
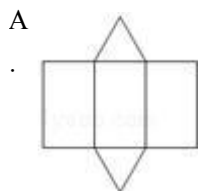
分析：根据旋转的意义，找出图中眼，眉毛，嘴 5 个关键处按顺时针方向旋转 90° 后的形状即可选择答案.

解答：解：根据旋转的意义，图片按顺时针方向旋转 90° 度，即正立状态转为顺时针的横向状态，从而可确定为 A 图.

故选 A.

点评：本题考查了图形的旋转变换，学生主要要看清是顺时针还是逆时针旋转，旋转多少度，难度不大，但易错.

3. (3 分) (2008•广州) 下面四个图形中，是三棱柱的平面展开图的是 ()



考点：几何体的展开图.

分析：根据三棱柱的展开图的特点作答.

解答：解：A、是三棱柱的平面展开图；

B、是三棱锥的展开图，故不是；

C、是四棱锥的展开图，故不是；

D、两底在同一侧，也不符合题意.

故选 A.

点评: 熟练掌握常见立体图形的平面展开图的特征, 是解决此类问题的关键.

4. (3 分) (2008•广州) 若 a 与 b 互为相反数, 则下列式子成立的是 ()

A $a - b = 0$

B $a + b = 1$

C $a + b = 0$

D $ab = 0$

考点: 相反数.

分析: 此题依据相反数的概念及性质求值.

解答: 解: $\because a$ 与 b 互为相反数,
 $\therefore a + b = 0$.

故选 C.

点评: 此题主要考查相反数的概念及性质.

相反数的定义: 只有符号不同的两个数互为相反数, 0 的相反数是 0.

5. (3 分) (2008•广州) 方程 $x(x+2) = 0$ 的根是 ()

A $x = 2$

B $x = 0$

C $x_1 = 0, x_2 = -2$

D $x_1 = 0, x_2 = 2$

考点: 解一元二次方程-因式分解法.

专题: 压轴题; 因式分解.

分析: 本题可根据“两式相乘值为 0, 这两式中至少有一式值为 0”来解题.

解答: 解: $x(x+2) = 0$,
 $\Rightarrow x = 0$ 或 $x + 2 = 0$,
解得 $x_1 = 0, x_2 = -2$.
故选 C.

点评: 本题考查了一元二次方程的解法, 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法, 配方法, 公式法, 因式分解法, 要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

6. (3 分) (2008•广州) 一次函数 $y = 3x - 4$ 的图象不经过 ()

A 第一象限

B 第二象限

C 第三象限

D 第四象限

考点: 一次函数的性质.

分析: 根据 k 、 b 的值确定一次函数 $y = 3x - 4$ 的图象经过的象限.

解答: 解: $k = 3 > 0$, 图象过一三象限; $b = -4 < 0$, 图象过第四象限,
 $\therefore$ 一次函数 $y = 3x - 4$ 的图象不经过第二象限.
故选 B.

点评: 本题考查一次函数的 $k > 0, b < 0$ 的图象性质.

7. (3 分) (2008•广州) 下列说法正确的是 ()

A “明天降雨的概率是 80%”表示明天有 80% 的时间降雨

B “抛一枚硬币正面朝上的概率是 0.5”表示每抛硬币 2 次就有 1 次出现正面朝上

C “彩票中奖的概率是 1%”表示买 100 张彩票一定会中奖

D 抛一枚正方体骰子朝正面的数为奇数的概率是 0.5“表示如果这个骰子抛很多很多次, 那么平均每 2 次就有 1 次出

． 现朝正面的数为奇数

考点： 概率的意义．

分析： 根据概率的意义作答．

解答： 解： A、应该是降雨的可能性有 80%，而不是有 80%的时间降雨， 错误；

B、每次试验都有随机性， 2 次就有 1 次出现正面朝上， 不一定发生， 错误；

C、当购买彩票的次数不断增多时， 中奖的频率逐渐稳定 1%附近， 错误；

D、正确．

故选 D．

点评： 本题考查了概率的意义， 概率只是反映事件发生的可能性的大小．

8. (3 分) (2008•广州) 把下列每个字母都看成一个图形， 那么中心对称图形有 ()

O L Y M P I C

A 1 个

B 2 个

C 3 个

D 4 个

考点： 中心对称图形．

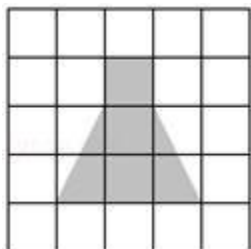
分析： 根据中心对称图形的定义和各字母的特点即可求解．

解答： 解： 由中心对称的定义知， 绕一个点旋转 180° 后能与原图重合， 则有字母 O、I 是中心对称图形． 故选 B．

点评： 本题考查了中心对称图形的概念：

如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合， 那么这个图形就叫做中心对称图形， 这个点叫做对称中心．

9. (3 分) (2008•广州) 如图， 每个小正方形的边长为 1， 把阴影部分剪下来， 用剪下来的阴影部分拼成一个正方形， 那么新正方形的边长是 ()



A $\sqrt{3}$

B 2

C $\sqrt{5}$

D $\sqrt{6}$

考点： 正方形的性质； 算术平方根．

专题： 几何综合题； 压轴题．

分析： 本题中阴影部分可分割成一个小正方形和一个等腰梯形， $S_{\text{阴}} = 1^2 + \frac{1+3}{2} \cdot 2 = 5$ ， 即重新拼成的正方形的面积为 5， 则此正方形的边长为 $\sqrt{5}$ ， 答案选 C．

解答： 解： $\because$ 阴影部分由一个小正方形和一个等腰梯形组成

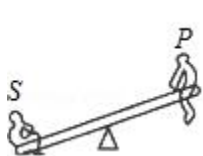
$$\therefore S_{\text{阴影}} = 1 \times 1 + \frac{1}{2} (1+3) \times 2 = 5$$

$$\because \text{新正方形的边长}^2 = S_{\text{阴影}} \therefore \text{新正方形的边长} = \sqrt{5}$$

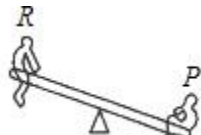
故选 C．

点评： 本题考查了不规则图形的面积的求解方法： 割补法． 本题中阴影部分可分割成一个小正方形和一个等腰梯形．

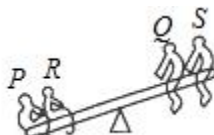
10. (3 分) (2008•广州) 四个小朋友玩跷跷板, 他们的体重分别为 P , Q , R , S , 如图所示, 则他们的体重大小关系是 ()



A $P > R > S > Q$



B $Q > S > P > R$



C $S > P > Q > R$

D $S > P > R > Q$

考点: 一元一次不等式组的应用.

专题: 压轴题; 图表型.

分析:

由三个图分别可以得到 $\begin{cases} S > P \\ P > R \\ P + R > Q + S \end{cases}$, 而 $Q + S > Q + P$, 代入第三个式子得到 $P + R > Q + P$, 所以 $R > Q$. 所以

它们的大小关系为 $S > P > R > Q$.

解答: 解: 观察前两幅图易发现 $S > P > R$, 再观察第一幅和第三幅图可以发现 $R > Q$.

故选 D.

点评: 本题考查了不等式的相关知识, 利用“跷跷板”的不平衡来判断四个数的大小关系, 体现了“数形结合”的数学思想.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. (3 分) (2008•广州) $\sqrt{3}$ 的倒数是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

考点: 实数的性质.

专题: 计算题.

分析: 由于互为倒数的两个数的乘积为 1, 由此即可求解.

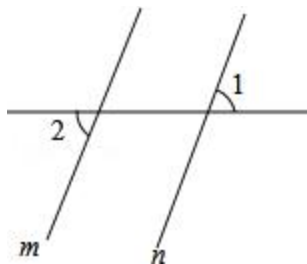
解答: 解: $\because$ 乘积为 1 的数互为倒数,

$$\therefore \sqrt{3} \text{ 得倒数为 } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故本题的答案是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

点评: 本题考查了倒数的概念和分母有理化, 比较简单.

12. (3 分) (2008•广州) 如图, $\angle 1 = 70^\circ$, 若 $m \parallel n$, 则 $\angle 2 = 70$ 度.



考点: 平行线的性质; 对顶角、邻补角.

专题: 计算题.

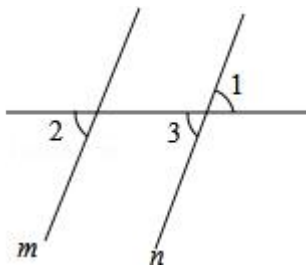
分析: 由两直线平行, 同位角相等可知, $\angle 2$ 的对顶角等于 $\angle 1$, 所以 $\angle 2$ 的大小也与 $\angle 1$ 相等, 为 70 度.

解答: 解: $\because m \parallel n$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 70^\circ.$$

故填 70.



点评： 本题主要考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等；对顶角相等.

13. (3 分) (2008•广州) 函数 $y = \frac{3}{x-1}$ 中的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 1$.

考点： 函数自变量的取值范围；分式的定义；分式有意义的条件.

分析： 该函数是分式，分式有意义的条件是分母不等于 0，故分母 $x-1 \neq 0$ ，解得 x 的范围.

解答： 解：根据题意得： $x-1 \neq 0$

解得： $x \neq 1$.

点评： 本题考查了函数自变量取值范围的求法. 要使得本题函数式子有意义，必须满足分母不等于 0.

14. (3 分) (2008•广州) 将线段 AB 平移 1cm，得到线段 A'B'，则点 A 到点 A'的距离是 1 cm.

考点： 平移的性质.

专题： 压轴题.

分析： 根据题意，画出图形，由平移的性质直接求得结果.

解答： 

解：在平移的过程中各点的运动状态是一样的，现在将线段平移 1cm，则每一点都平移 1cm，即 $AA' = 1\text{cm}$ ，
 $\therefore$ 点 A 到点 A' 的距离是 1cm.

点评： 本题考查了平移的性质：由平移知识可得对应点间线段即为平移距离. 学生在学习中应该借助图形，理解掌握平移的性质.

15. (3 分) (2008•广州) 命题“圆的直径所对的圆周角是直角”是 真 命题. (填“真”或“假”)

考点： 圆周角定理.

专题： 压轴题.

分析： 根据半圆对的圆心角是 180° ，同弧所对的圆周角等于圆心角的一半得到圆周角是 90° ，所以命题是正确的.

解答： 解：在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角是圆心角的一半，因此，直径所对的圆周角是直角.

$\therefore$ 是真命题.

点评： 本题考查了圆周角的相关知识，在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角是圆心角的一半，因此，直径所对的圆周角是直角.

16. (3 分) (2008•广州) 对于平面内任意一个凸四边形 ABCD，现从以下四个关系式① $AB = CD$ ；② $AD = BC$ ；

③ $AB \parallel CD$ ；④ $\angle A = \angle C$ 中任取两个作为条件，能够得出这个四边形 ABCD 是平行四边形的概率是 $\frac{1}{2}$.

考点： 概率公式；平行四边形的判定.

专题： 压轴题.

分析： 本题是一道列举法求概率的问题，属于基础题，可以直接应用求概率的公式.

解答：解：从四个条件中选两个共有六种可能：①②、①③、①④、②③、②④、③④，

其中只有①②、①③和③④可以判断 ABCD 是平行四边形，所以其概率为 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 。

点评：用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形。

三、解答题 (共 9 小题, 满分 102 分)

17. (9 分) (2008•广州) 分解因式： $a^3 - ab^2$ 。

考点：提公因式法与公式法的综合运用。

专题：计算题；压轴题。

分析：先提取公因式 a，再根据平方差公式进行两次分解。平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

解答：解： $a^3 - ab^2$ ，
 $=a(a^2 - b^2)$ ，
 $=a(a+b)(a-b)$ 。

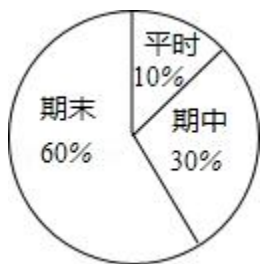
点评：本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，提取公因式后还能运用平方差公式继续分解因式。

18. (9 分) (2008•广州) 小青在九年级上学期的数学成绩如下表所示：

测验类别	平时	期中	期末			
	测验 1	考试	考试	测验 2	测验 3	课题学习
成绩	88	72	98	86	90	85

(1) 计算该学期的平时平均成绩；

(2) 如果学期的总评成绩是根据图所示的权重计算，请计算出小青该学期的总评成绩。



考点：加权平均数；统计表；扇形统计图。

专题：图表型。

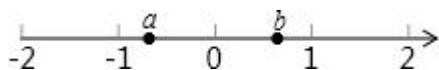
分析：根据平均数和加权平均数的概念求解。

解答：解：(1) 平时平均成绩 $=\frac{88+72+98+86}{4}=86$ ；

(2) 小青该学期的总评成绩 $=86 \times 10\% + 90 \times 30\% + 85 \times 60\% = 86.6$ 。

点评：本小题主要考查平均数、权重、加权平均数等基本的统计概念，考查从统计表和统计图中读取有效信息的能力。

19. (10 分) (2008•广州) 如图，实数 a、b 在数轴上的位置，化简： $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$ 。



考点：二次根式的性质与化简；实数与数轴。

专题：压轴题。

分析： 本题综合性较强，不仅要结合图形，还需要熟悉算术平方根的定义.

解答： 解： 由数轴知， $a < 0$ ， 且 $b > 0$ ，

$$\therefore a - b < 0,$$

$$\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2},$$

$$= |a| - |b| - [-(a-b)],$$

$$= (-a) - b + a - b,$$

$$= -2b.$$

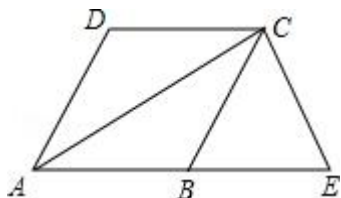
点评： 本小题主要考查利用数轴表示实数取值范围、二次根式的化简、代数式的恒等变形等基础知识，考查基本的代数运算能力.

观察数轴确定 a 、 b 及 $a - b$ 的符号是解答本题的关键，本题巧用数轴给出了每个数的符号，渗透了数形结合的思想，这也是中考时常考的知识点.

本题考查算术平方根的化简，应先确定 a 、 b 及 $a - b$ 的符号，再分别化简 $\sqrt{a^2}$ 、 $\sqrt{b^2}$ 、 $\sqrt{(a-b)^2}$ ，

最后计算 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.

20. (10 分) (2008•广州) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ，过点 C 作 $CE \perp AC$ 且与 AB 的延长线交于点 E . 求证：四边形 $AECD$ 是等腰梯形.



考点： 等腰梯形的判定.

专题： 证明题.

分析： 先证四边形 $AECO$ 是梯形，再说明是等腰梯形. 由题意知 $\angle CAE = \frac{1}{2} \angle DAB = 30^\circ$ ，

得 $\angle E = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ = \angle DAB$ ，又由菱形中 $DC \parallel AB$ ， AD 不平行 CE 得证.

解答： 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore DC \parallel AB, \text{ 即 } DC \parallel AE,$$

又 $\because AD$ 不平行 EC ,

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是梯形，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BAD = 30^\circ$$

又 $\because CE \perp AC$

$$\therefore \angle E = \angle BAD = 60^\circ$$

则梯形 $AECD$ 是等腰梯形.

点评： 命题意图：

①检验学生对等腰梯形判定方法的掌握情况.

②将等腰梯形问题与菱形相结合，在考核学生梯形知识的同时又考查了菱形有关性质.

③学生在证明四边形为等腰梯形时，常直接找所需条件：同一底上的两底角相等或两条腰相等，而常忽略一关键要素：已经证明该四边形为梯形了吗？

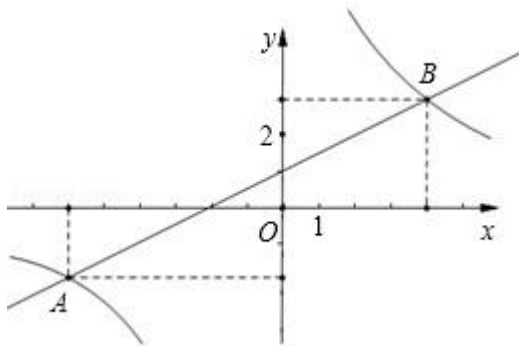
21. (12 分) (2008•广州) 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于 A 、 B 两点

(1) 根据图象, 分别写出 A、B 的坐标;

(2) 求出两函数解析式;

(3) 根据图象回答: 当 x 为何值时,

一次函数的函数值大于反比例函数的函数值



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 压轴题; 数形结合; 待定系数法.

分析: (1) 直接由图象就可得到 A $(-6, -2)$ 、B $(4, 3)$;

(2) 把点 A、B 的坐标代入两函数的解析式, 利用方程组求出 k 、 b 、 m 的值, 即可得到两函数解析式;

(3) 结合图象, 分别在第一、二象限求出一一次函数的函数值 $>$ 反比例函数的函数值的 x 的取值范围.

解答: 解: (1) 由图象得 A $(-6, -2)$, B $(4, 3)$. (4 分)

(2) 设一次函数的解析式为 $y=kx+b$,

把 A、B 点的坐标代入得
$$\begin{cases} -2 = -6k + b \\ 3 = 4k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2}, \\ b = 1 \end{cases}$$

所以一次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

设反比例函数的解析式为 $y = \frac{a}{x}$, 把 A 点坐标代入得 $-2 = \frac{a}{-6}$, 解得 $a = 12$,

所以反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$. (4 分)

(3) 当 $-6 < x < 0$ 或 $x > 4$ 时一次函数的值 $>$ 反比例函数的值. (2 分)

点评: 本类题目主要考查一次函数、反比例函数的图象和性质, 考查待定系数法求函数解析式的基本方法, 以及从平面直角坐标系中读图获取有效信息的能力, 考查数形结合的数学思想, 另外, 还需灵活运用方程组解决相关问题.

22. (12 分) (2008•广州) 2008 年初我国南方发生雪灾, 某地电线被雪压断, 供电局的维修队要到 30 千米远的郊区进行抢修. 维修工骑摩托车先走, 15 分钟后, 抢修车装载所需材料出发, 结果两车同时到达抢修点. 已知抢修车的速度是摩托车速度的 1.5 倍, 求两种车的速度.

考点: 分式方程的应用.

专题: 行程问题.

分析： 设摩托车速度是 x 千米/时，则抢修车的速度是 $1.5x$ 千米/时；路程都是 30 千米；由时间 = $\frac{\text{路程}}{\text{速度}}$ ，两车同时

到达抢修点，所用时间相等，利用这个条件建立等量关系，列方程.

解答： 解法 1：设摩托车的速度为 x 千米/时，则抢修车的速度为 $1.5x$ 千米/时.

根据题意得： $\frac{30}{x} - \frac{30}{1.5x} = \frac{15}{60}$

即 $\frac{30}{x} - \frac{20}{x} = \frac{1}{4}$

即 $\frac{10}{x} = \frac{1}{4}$

$\therefore x = 40$

经检验， $x = 40$ 是原分式方程的根.

$\therefore 1.5x = 1.5 \times 40 = 60$

答：摩托车的速度为 40 千米/时，抢修车的速度为 60 千米/时.

解法 2：设摩托车的速度为 x 千米/时，则抢修车的速度为 $1.5x$ 千米/时.

根据题意得： $\frac{30}{x} = \frac{30}{1.5x} + \frac{15}{60}$

两边同乘以 $6x$ 去分母，得 $180 = 120 + 1.5x$

即 $1.5x = 60$

$\therefore x = 40$

经检验， $x = 40$ 是原分式方程的根，

$\therefore 1.5x = 1.5 \times 40 = 60$,

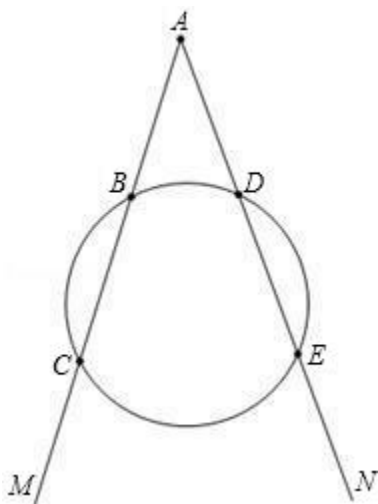
答：摩托车的速度为 40 千米/时，抢修车的速度为 60 千米/时.

点评： 本小题主要考查建立分式方程模型解决简单实际问题的能力，考查基本的代数式计算推理能力. 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

23. (12 分) (2008•广州) 如图，射线 AM 交一圆于点 B 、 C ，射线 AN 交该圆于点 D 、 E ，且 $\widehat{BC} = \widehat{DE}$.

(1) 求证： $AC = AE$;

(2) 利用尺规作图，分别作线段 CE 的垂直平分线与 $\angle MCE$ 的平分线，两线交于点 F (保留作图痕迹，不写作法)，求证： EF 平分 $\angle CEN$.



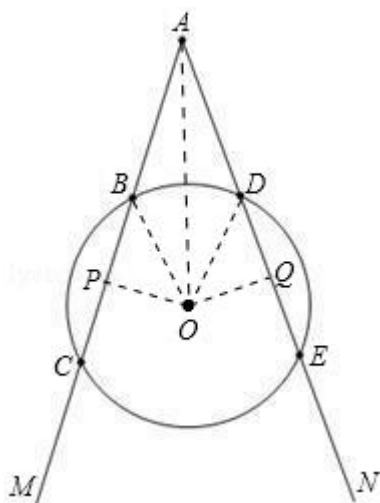
考点： 圆心角、弧、弦的关系；全等三角形的判定与性质；线段垂直平分线的性质；等腰三角形的性质.

专题： 作图题；证明题.

分析： (1) 作 $OP \perp AM$ ， $OQ \perp AN$ 于 Q ，连接 AO ， BO ， DO . 证 $\triangle APO \cong \triangle AQO$ ，由 $BC = DE$ ，得 $CP = EQ$ 后得证；

(2) 同 $AC=AE$ 得 $\angle ECM=\angle CEN$, 由 $CE=EF$ 得 $\angle FCE=\angle FEC=\frac{1}{2}\angle MCE=\frac{1}{2}\angle CEN$ 得证.

解答: 证明: (1) 作 $OP\perp AM$ 于 P , $OQ\perp AN$ 于 Q , 连接 AO , BO , DO .



$$\because \widehat{BC}=\widehat{DE},$$

$$\therefore BC=DE,$$

$$\therefore BP=DQ,$$

$$\text{又} \because OB=OD,$$

$$\therefore \triangle OBP \cong \triangle ODQ,$$

$$\therefore OP=OQ.$$

$$\therefore BP=DQ=CP=EQ.$$

直角三角形 APO 和 AQO 中,

$$AO=AO, \quad OP=OQ,$$

$$\therefore \triangle APO \cong \triangle AQO.$$

$$\therefore AP=AQ.$$

$$\because CP=EQ,$$

$$\therefore AC=AE.$$

$$(2) \because AC=AE,$$

$$\therefore \angle ACE=\angle AEC.$$

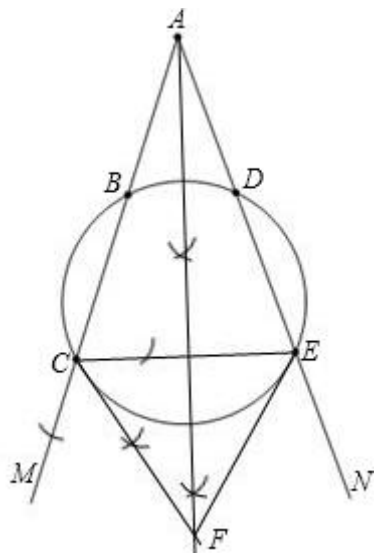
$$\therefore \angle ECM=\angle CEN.$$

由于 AF 是 CE 的垂直平分线,

$$\therefore CF=EF.$$

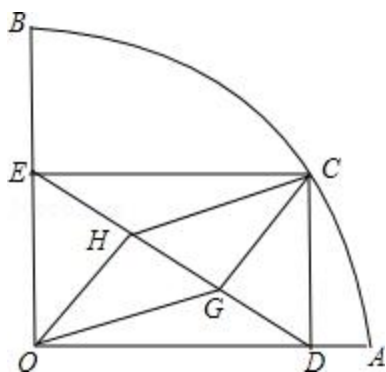
$$\therefore \angle FCE=\angle FEC=\frac{1}{2}\angle MCE=\frac{1}{2}\angle CEN.$$

因此 EF 平分 $\angle CEN$.



点评: 本题主要考查圆、等腰三角形、线段的垂直平分线、角平分线、尺规作图等基础知识，考查几何推理能力和空间观念.

24. (14 分) (2008•广州) 如图，扇形 OAB 的半径 $OA=3$ ，圆心角 $\angle AOB=90^\circ$ ，点 C 是 $\widehat{AB}$ 上异于 A 、 B 的动点，过点 C 作 $CD \perp OA$ 于点 D ，作 $CE \perp OB$ 于点 E ，连接 DE ，点 G 、 H 在线段 DE 上，且 $DG=GH=HE$
- (1) 求证：四边形 $OGCH$ 是平行四边形；
 - (2) 当点 C 在 $\widehat{AB}$ 上运动时，在 CD 、 CG 、 DG 中，是否存在长度不变的线段？若存在，请求出该线段的长度；
 - (3) 求证： CD^2+3CH^2 是定值.



考点: 矩形的性质；勾股定理；平行四边形的判定；圆的认识.

专题: 几何综合题；压轴题.

分析: (1) 连接 OC ，容易根据已知条件证明四边形 $ODCE$ 是矩形，然后利用其对角线互相平分和 $DG=GH=HE$ 可以知道四边形 $CHOG$ 的对角线互相平分，从而判定其是平行四边形；

(2) 由于四边形 $ODCE$ 是矩形，而矩形的对角线相等，所以 $DE=OC$ ，而 CO 是圆的半径，这样 DE 的长度不变，也就 DG 的长度不变；

(3) 过 C 作 $CN \perp DE$ 于 N ，设 $CD=x$ ，然后利用三角形的面积公式和勾股定理用 x 表示 CN ， DN ， HN ，再利用勾股定理就可以求出 CD^2+3CH^2 的值了.

解答: (1) 证明：连接 OC 交 DE 于 M .

由矩形得 $OM=CM$ ， $EM=DM$.

$\therefore DG=HE$.

$\therefore EM - EH = DM - DG$.

$\therefore HM=GM$.

$\therefore$ 四边形 $OGCH$ 是平行四边形.

(2) 解: DG 不变.

在矩形 ODCE 中, $\therefore DE=OC=3$.

$\therefore DG=1$.

(3) 证明: 设 $CD=x$, 则 $CE=\sqrt{9-x^2}$. 过 C 作 $CN \perp DE$ 于 N.

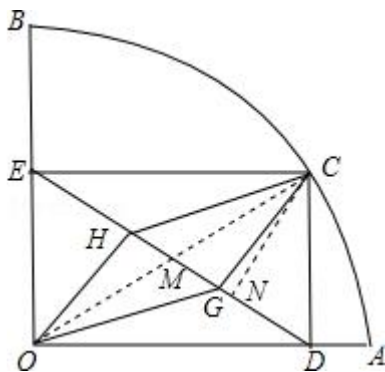
由 $DE \cdot CN = CD \cdot EC$ 得 $CN = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{3}$.

$\therefore DN = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x\sqrt{9-x^2}}{3}\right)^2} = \frac{x^2}{3}$.

$\therefore HN = 3 - 1 - \frac{x^2}{3} = \frac{6-x^2}{3}$.

$\therefore 3CH^2 = 3\left[\left(\frac{6-x^2}{3}\right)^2 + \left(\frac{x\sqrt{9-x^2}}{3}\right)^2\right] = 12 - x^2$.

$\therefore CD^2 + 3CH^2 = x^2 + 12 - x^2 = 12$.

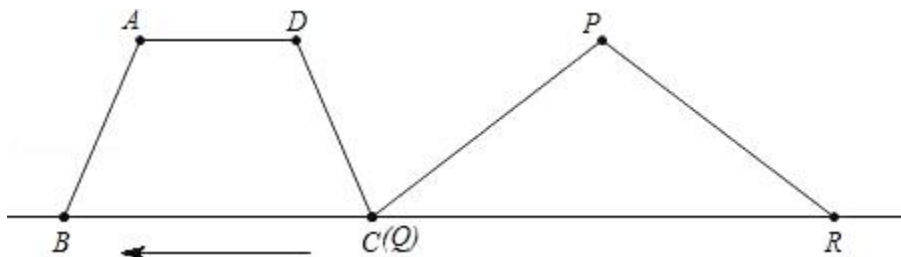


点评: 本小题主要考查圆、矩形、平行四边形、直角三角形等基础图形的性质与判定, 考查计算能力、推理能力和空间观念.

25. (14 分) (2008•广州) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=AD=DC=2\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, 在等腰 $\triangle PQR$ 中, $\angle QPR=120^\circ$, 底边 $QR=6\text{cm}$, 点 B、C、Q、R 在同一直线 l 上, 且 C、Q 两点重合, 如果等腰 $\triangle PQR$ 以 1cm/秒 的速度沿直线 l 箭头所示方向匀速运动, t 秒时梯形 ABCD 与等腰 $\triangle PQR$ 重合部分的面积记为 S 平方厘米.

(1) 当 $t=4$ 时, 求 S 的值;

(2) 当 $4 \leq t \leq 10$, 求 S 与 t 的函数关系式, 并求出 S 的最大值.



考点: 等腰梯形的性质; 二次函数综合题; 等腰三角形的性质; 相似三角形的判定与性质; 解直角三角形.

专题: 代数几何综合题; 压轴题.

分析: (1) 首先判定当 $t=4$ 时, 点 B 与点 Q 重合, 点 P 与点 D 重合, 则求 $\triangle BDC$ 的面积即可.

(2) 分别从 $4 \leq t < 6$ 与 $6 \leq t \leq 10$ 去分析, 求得各自的函数解析式, 再分析各种情况下的最大值即可求得答案.

解答: 解: (1) 当 $t=4$ 时, $CQ=4\text{cm}$,

过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E, 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于 F,

$$\because AE=DF=\sqrt{3}\text{cm}, \angle AEB=\angle DFC=90^\circ, AB=CD,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFC,$$

$$\therefore BE=CF,$$

$$\because EF=AD=2\text{cm}, BC=4\text{cm},$$

$$\therefore BE=CF=1\text{cm},$$

$\therefore$ 点 D 与点 P 重合,

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}BC \cdot DF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)};$$

(2) 当 $4 \leq t < 6$ 时, P 在线段 AD 上, 作 $KH \perp QH$, 过点 M 作 $MN \perp BC$ 于 N,

$$\because \angle Q=30^\circ, \angle 1=60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 - \angle Q = 30^\circ,$$

$$\angle 3 = \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\therefore QB=BM=QC-BC=t-4,$$

$$\because \angle R = \angle Q = 30^\circ, \angle DCB = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CKR = \angle DCB - \angle R = 30^\circ = \angle R,$$

$$\therefore KC=CR=6-t,$$

$$\therefore HK = KC \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} (6-t)$$

$$\therefore \text{同理: } MN = \frac{\sqrt{3}}{2} (t-4),$$

$$\therefore S = S_{\triangle PQR} - S_{\triangle BQM} - S_{\triangle CRK} = \frac{1}{2}QR \cdot PG - \frac{1}{2}BQ \cdot MN - \frac{1}{2}CR \cdot KH$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} (t-4)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} (6-t)^2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} t^2 + 5\sqrt{3}t - 10\sqrt{3},$$

$$\because a = -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0, \text{ 开口向下,}$$

$\therefore S$ 有最大值,

$$\text{当 } t = -\frac{5\sqrt{3}}{2 \times (-\frac{\sqrt{3}}{2})} = 5 \text{ 时, } S \text{ 最大值为 } \frac{5\sqrt{3}}{2};$$

当 $6 \leq t \leq 10$ 时, P 在线段 DA 的延长线上,

$$\because \angle 1=60^\circ, \angle 2=30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3=90^\circ$$

$$\therefore RC=t-6, BR=4-RC=4-(t-6)=10-t,$$

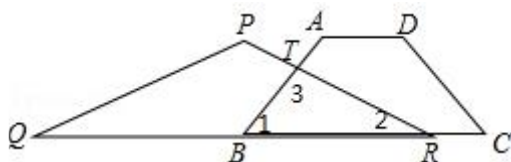
$$\therefore TB = \frac{1}{2}BR = \frac{10-t}{2}, TR = \frac{\sqrt{3}}{2}BR = \frac{\sqrt{3}}{2}(10-t),$$

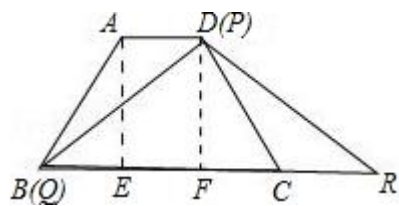
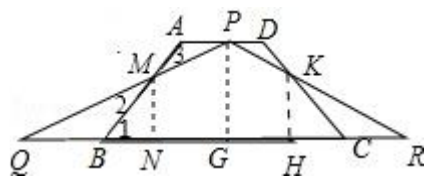
$$\therefore S = \frac{1}{2}TB \cdot TR = \frac{1}{2} \times \frac{10-t}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}(10-t) = \frac{\sqrt{3}}{8}t^2 - \frac{5\sqrt{3}}{2}t + \frac{25\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{当 } a > 0 \text{ 时, 开口向上, } -\frac{b}{2a} = 10,$$

$$\therefore t=6 \text{ 时, } S \text{ 最大值为 } 2\sqrt{3};$$

$$\text{综上, } t=5 \text{ 时, } S \text{ 最大值为 } \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$





点评: 本小题主要考查等腰三角形、等腰梯形、解直角三角形、二次函数等基础知识, 考查运算能力、推理能力和空间观念.