

2019 年山西省中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，共 30 分）

1. -3 的绝对值是（ ）

A. -3

B. 3

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $2a + 3a = 5a^2$

B. $(a + 2b)^2 = a^2 + 4b^2$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

D. $(-ab^2)^3 = -a^3b^6$

3. 某正方体的每个面上都有一个汉字，如图是它的一种展开图，那么在原正方体中，与“点”字所在面相对面上的汉字是（ ）



A. 青

B. 春

C. 梦

4. 下列二次根式是最简二次根式的是（ ）

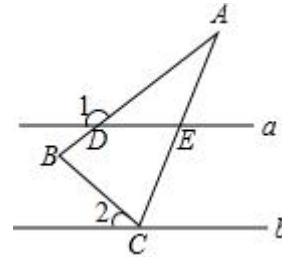
A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B. $\sqrt{\frac{12}{7}}$

C. $\sqrt{8}$

D. $\sqrt{3}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=30^\circ$ ，直线 $a \parallel b$ ，顶点 C 在直线 b 上，直线 a 交 AB 于点 D ，交 AC 与点 E ，若 $\angle 1=145^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



A. 30°

B. 35°

C. 40°

D. 45°

6. 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 3 \\ 2-2x < 4 \end{cases}$ 的解集是（ ）

A. $x > 4$

B. $x > -1$

C. $-1 < x < 4$

D. $x < -1$

7. 五台山景区空气清爽，景色宜人。“五一”小长假期间购票进山游客 12 万人次，再创历史新高。五台山景区门票价格旺季 168 元/人。以此计算，“五一”小长假期间五台山景区进山门票总收入用科学记数法表示（ ）

A. 2.016×10^8 元

B. 0.2016×10^7 元

C. 2.016×10^7 元

D. 2016×10^4 元

8. 一元二次方程 $x^2-4x-1=0$ 配方后可化为（ ）

A. $(x+2)^2=3$

B. $(x+2)^2=5$

C. $(x-2)^2=3$

D. $(x-2)^2=5$

9. 北中环桥是省城太原的一座跨汾河大桥（如图 1），它由五个高度不同，跨径也不不同的抛物线型钢拱通过吊桥，拉索与主梁相连，最高的钢拱如图 2 所示，此钢拱（近似看成二次函数的图象-抛物线）在同一竖直平面内，与拱脚所在的水平面相交于 A, B 两点。拱高为 78 米（即最高点 O 到 AB 的距离为 78 米），跨径为 90 米（即 $AB=90$ 米），以最高点 O 为坐标原点，以平行于 AB 的直线为 x 轴建立平面直角坐标系，则此抛物线钢拱的函数表达式为（ ）



图 1

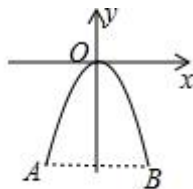


图 2

A. $y = \frac{26}{675}x^2$

B. $y = -\frac{26}{675}x^2$

C. $y = \frac{13}{1350}x^2$

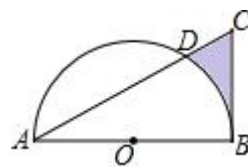
D. $y = -\frac{13}{1350}x^2$

10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2\sqrt{3}$, $BC=2$, 以 AB 的中点 O 为圆心, OA 的长为半径作半圆交 AC 于点 D , 则图中阴影部分的面积为 ()

A. $\frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{2}$

B. $\frac{5\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{2}$

C. $2\sqrt{3} - \pi$

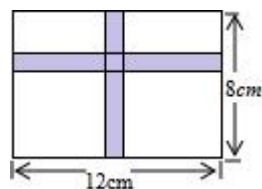


二、填空题 (本大题共 5 小题, 共 15 分)

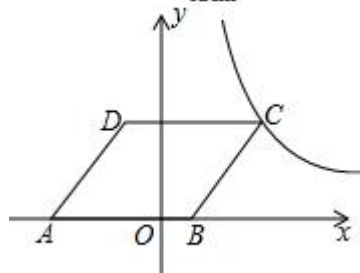
11. 化简 $\frac{2x}{x-1} - \frac{x}{1-x}$ 的结果是_____.

12. 要表示一个家庭一年用于“教育”, “服装”, “食品”, “其他”这四项的支出各占家庭本年总支出的百分比, 从“扇形统计图”, “条形统计图”, “折线统计图”中选择一种统计图, 最适合的统计图是_____.

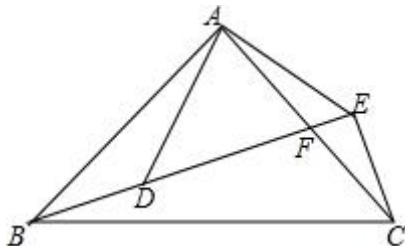
13. 如图, 在一块长 $12m$, 宽 $8m$ 的矩形空地上, 修建同样宽的两条互相垂直的道路 (两条道路各与矩形的一条平行), 剩余部分栽种花草, 且栽种花草的面积 $77m^2$, 设道路的宽为 xm , 则根据题意, 可列方程为_____.



14. 如图, 在平面直角坐标中, 点 O 为坐标原点, 菱形 $ABCD$ 的顶点 B 在 x 轴的正半轴上, 点 A 坐标为 $(-4, 0)$, 点 D 的坐标为 $(-1, 4)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象恰好经过点 C , 则 k 的值为_____.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=10cm$, 点 D 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle BAD=15^\circ$, $AD=6cm$, 连接 BD , 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转, 使 AB 与 AC 重合, 点 D 的对应点为点 E , 连接 DE , DE 交 AC 于点 F , 则 CF 的长为_____ cm .

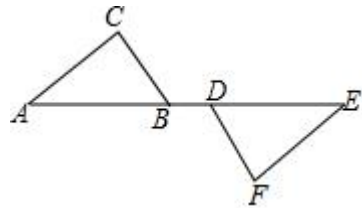


三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 75 分)

16. (1) 计算: $\sqrt{27} + (-\frac{1}{2})^{-2} - 3\tan 60^\circ + (\pi - \sqrt{2})^0$.

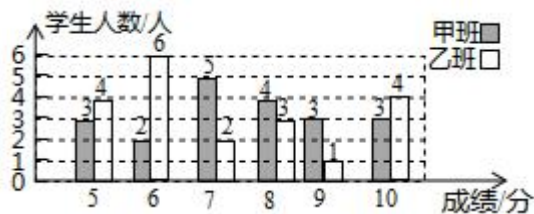
(2) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - 2y = -8, & \text{①} \\ x + 2y = 0, & \text{②} \end{cases}$$

17. 已知: 如图, 点 B, D 在线段 AE 上, $AD=BE$, $AC \parallel EF$, $\angle C = \angle F$. 求证: $BC=DF$.



18. 中华人民共和国第二届青年运动会 (简称二青会) 将于 2019 年 8 月在山西举行. 太原市作为主赛区, 将承担多项赛事, 现正从某高校的甲、乙两班分别招募 10 人作为颁奖礼仪志愿者, 同学们踊跃报名, 甲、乙两班各报了 20 人, 现已对他们进行了基本素质测评, 满分 10 分. 各班按测评成绩从高分到低分顺序各录用 10 人, 对这次基本素质测评中甲、乙两班学生的成绩绘制了如图所示的统计图. 请解答下列问题:

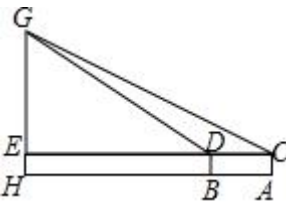
- (1) 甲班的小华和乙班的小丽基本素质测评成绩都为 7 分, 请你分别判断小华, 小丽能否被录用 (只写判断结果, 不必写理由).
- (2) 请你对甲、乙两班各被录用的 10 名志愿者的成绩作出评价 (从 “众数”, “中位数”, 或 “平均数” 中的一个方面评价即可).
- (3) 甲、乙两班被录用的每一位志愿者都将通过抽取卡片的方式决定去以下四个场馆中的两个场馆进行颁奖礼仪服务, 四个场馆分别为: 太原学院足球场, 太原市沙滩排球场, 山西省射击射箭训练基地, 太原水上运动中心, 这四个场馆分别用字母 A, B, C, D 表示. 现把分别印有 A, B, C, D 的四张卡片 (除字母外, 其余都相同) 背面朝上, 洗匀放好. 志愿者小玲从中随机抽取一张 (不放回), 再从中随机抽取一张, 请你用列表或画树状图的方法求小玲抽到的两张卡片恰好是 “ A ” 和 “ B ” 的概率.



19. 某游泳馆推出了两种收费方式.
- 方式一: 顾客先购买会员卡, 每张会员卡 200 元, 仅限本人一年内使用, 凭卡游泳, 每次游泳再付费 30 元.
- 方式二: 顾客不购买会员卡, 每次游泳付费 40 元.
- 设小亮在一年内来此游泳馆的次数为 x 次, 选择方式一的总费用为 y_1 (元), 选择方式二的总费用为 y_2 (元).
- (1) 请分别写出 y_1 , y_2 与 x 之间的函数表达式.
 - (2) 小亮一年内在该游泳馆游泳的次数 x 在什么范围时, 选择方式一比方式二省钱.

20. 某“综合与实践”小组开展了测量本校旗杆高度的实践活动. 他们制订了测量方案, 并利用课余时间完成了实地测量. 他们在该旗杆底部所在的平地上, 选取两个不同测点, 分别测量了该旗杆顶端的仰角以及这两个测点之间的距离. 为了减小测量误差, 小组在测量仰角的度数以及两个测点之间的距离时, 都分别测量了两次并取它们的平均值作为测量结果, 测量数据如下表 (不完整).

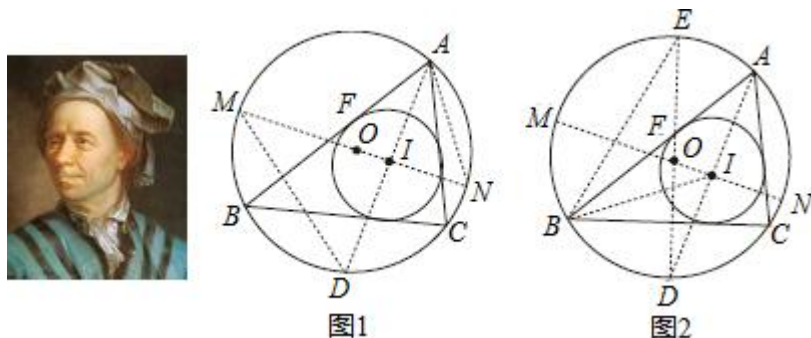


课题	测量旗杆的高度			
成员	组长: xxx 组员: xxx, xxx, xxx			
测量工具	测量角度的仪器, 皮尺等			
测量示意图	 说明: 线段 GH 表示学校旗杆, 测量角度的仪器的高度 $AC=BD=1.5m$, 测点 A, B 与 H 在同一条水平直线上, A, B 之间的距离可以直接测得, 且点 G, H, A, B, C, D 都在同一竖直平面内, 点 C, D, E 在同一条直线上, 点 E 在 GH 上.			
测量数据	测量项目	第一次	第二次	平均值
	$\angle GCE$ 的度数	25.6°	25.8°	25.7°
	$\angle GDE$ 的度数	31.2°	30.8°	31°
	A, B 之间的距离	$5.4m$	$5.6m$	
...	...			

- 任务一: 两次测量 A, B 之间的距离的平均值是_____ m .
- 任务二: 根据以上测量结果, 请你帮助该“综合与实践”小组求出学校旗杆 GH 的高度.
- (参考数据: $\sin 25.7^\circ \approx 0.43$, $\cos 25.7^\circ \approx 0.90$, $\tan 25.7^\circ \approx 0.48$, $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)
- 任务三: 该“综合与实践”小组在制定方案时, 讨论过“利用物体在阳光下的影子测量旗杆的高度”的方案, 但未被采纳. 你认为其原因可能是什么? (写出一条即可)

21. 阅读以下材料，并按要求完成相应的任务：

莱昂哈德·欧拉 (Leonhard Euler) 是瑞士数学家，在数学上经常见到以他的名字命名的重要常数，公式和定理，下面就是欧拉发现的一个定理：在 $\triangle ABC$ 中， R 和 r 分别为外接圆和内切圆的半径， O 和 I 分别为其中外心和内心，则 $OI^2 = R^2 - 2Rr$.



如图 1， $\odot O$ 和 $\odot I$ 分别是 $\triangle ABC$ 的外接圆和内切圆， $\odot I$ 与 AB 相切于点 F ，设 $\odot O$ 的半径为 R ， $\odot I$ 的半径为 r ，外心 O (三角形三边垂直平分线的交点) 与内心 I (三角形三条角平分线的交点) 之间的距离 $OI=d$ ，则有 $d^2 = R^2 - 2Rr$.

下面是该定理的证明过程 (部分)：

延长 AI 交 $\odot O$ 于点 D ，过点 I 作 $\odot O$ 的直径 MN ，连接 DM ， AN .

$\therefore \angle D = \angle N$ ， $\angle DMI = \angle NAI$ (同弧所对的圆周角相等) .

$$\therefore \triangle MDI \sim \triangle ANI. \therefore \frac{IM}{IA} = \frac{ID}{IN}, \therefore IA \cdot ID = IM \cdot IN, \text{ ①}$$

如图 2，在图 1 (隐去 MD ， AN) 的基础上作 $\odot O$ 的直径 DE ，连接 BE ， BD ， BI ， IF .

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的直径，所以 $\angle DBE = 90^\circ$.

$\therefore \odot I$ 与 AB 相切于点 F ，所以 $\angle AFI = 90^\circ$,

$\therefore \angle DBE = \angle IFA$.

$\therefore \angle BAD = \angle E$ (同弧所对的圆周角相等) ,

$\therefore \triangle AIF \sim \triangle EDB$,

$$\therefore \frac{IA}{DE} = \frac{IF}{BD}.$$

$$\therefore IA \cdot BD = DE \cdot IF \text{ ②}$$

任务：(1) 观察发现： $IM = R + d$ ， $IN =$ _____ (用含 R ， d 的代数式表示)；

(2) 请判断 BD 和 ID 的数量关系，并说明理由.

(3) 请观察式子①和式子②，并利用任务 (1)，(2) 的结论，按照上面的证明思路，完成该定理证明的剩余部分；

(4) 应用：若 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 5cm ，内切圆的半径为 2cm ，则 $\triangle ABC$ 的外心与内心之间的距离为_____ cm .

22. 综合与实践

动手操作:

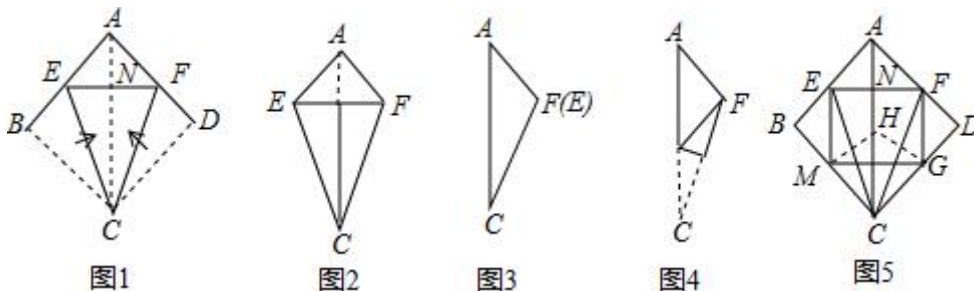
第一步: 如图 1, 正方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 所在的直线折叠, 展开铺平. 在沿过点 C 的直线折叠, 使点 B , 点 D 都落在对角线 AC 上. 此时, 点 B 与点 D 重合, 记为点 N , 且点 E , 点 N , 点 F 三点在同一条直线上, 折痕分别为 CE , CF . 如图 2.
 第二步: 再沿 AC 所在的直线折叠, $\triangle ACE$ 与 $\triangle ACF$ 重合, 得到图 3.
 第三步: 在图 3 的基础上继续折叠, 使点 C 与点 F 重合, 如图 4, 展开铺平, 连接 EF , FG , GM , ME . 如图 5, 图中的虚线为折痕.

问题解决:

(1) 在图 5 中, $\angle BEC$ 的度数是_____, $\frac{AE}{BE}$ 的值是_____.

(2) 在图 5 中, 请判断四边形 $EMGF$ 的形状, 并说明理由;

(3) 在不增加字母的条件下, 请你以图中 5 中的字母表示的点为顶点, 动手画出一个菱形 (正方形除外), 并写出这个菱形: _____.



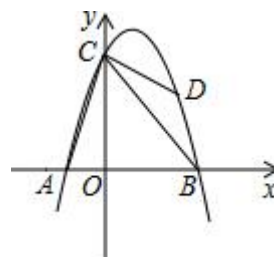
23. 综合与探究

如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+6$ 经过点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 D 是抛物线上一个动点, 设点 D 的横坐标为 m ($1 < m < 4$). 连接 AC , BC , DB , DC .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) $\triangle BCD$ 的面积等于 $\triangle AOC$ 的面积的 $\frac{3}{4}$ 时, 求 m 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 若点 M 是 x 轴上一动点, 点 N 是抛物线上动点, 试判断是否存在这样的点 M , 使得以点 B , D , M , N 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



答案和解析

1. 【答案】B

【解析】

解： $|-3|=3$.

故-3的绝对值是3.

故选：B.

根据绝对值的定义，-3的绝对值是指在数轴上表示-3的点到原点的距离，即可得到正确答案.

本题考查的是绝对值的定义，抓住定义及相关知识点即可解决问题.

2. 【答案】D

【解析】

解：A、 $2a+3a=5a$ ，故此选项错误；

B、 $(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$ ，故此选项错误；

C、 $a^2 \cdot a^3=a^5$ ，故此选项错误；

D、 $(-ab^2)^3=-a^3b^6$ ，正确.

故选：D.

直接利用合并同类项法则以及完全平方公式、积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

此题主要考查了合并同类项以及完全平方公式、积的乘方运算、同底数幂的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

3. 【答案】B

【解析】

解：展开图中“点”与“春”是对面，“亮”与“想”是对面，“青”与“梦”是对面；

故选：B.

根据正方体展开z字型和L型找对面的方法即可求解；

本题考查正方体的展开图；熟练掌握正方体展开图找对面的方法是解题的关键.

4. 【答案】D

【解析】

解：解：A、 $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故A不符合题意；

B、 $\sqrt{\frac{12}{7}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$ ，故B不符合题意；

C、 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ，故C不符合题意；

D、 $\sqrt{3}$ 是最简二次根式，故D符合题意.

故选：D.

检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

5. 【答案】C

【解析】

解： $\because AB=AC$ ，且 $\angle A=30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB=75^\circ$ ，

在 $\triangle ADE$ 中， $\therefore \angle 1=\angle A+\angle AED=145^\circ$ ，

$\therefore \angle AED=145^\circ-30^\circ=115^\circ$ ，

$\because a \parallel b$ ，

$\therefore \angle AED=\angle 2+\angle ACB$ ，

$\therefore \angle 2=115^\circ-75^\circ=40^\circ$ ，

故选: C.

先根据等腰三角形的性质和三角形的内角和可得 $\angle ACB=75^\circ$, 由三角形外角的性质可得 $\angle AED$ 的度数, 由平行线的性质可得同位角相等, 可得结论.

本题主要考查了等腰三角形的性质, 平行线的性质, 题目比较基础, 熟练掌握性质是解题的关键.

6. 【答案】 A

【解析】

$$\text{解: } \begin{cases} x-1 > 3 \text{ ①} \\ 2-2x < 4 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得: $x > 4$,

由②得: $x > -1$,

不等式组的解集为: $x > 4$,

故选: A.

首先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出其公共解集.

此题主要考查了解一元一次不等式组, 关键是掌握解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

7. 【答案】 C

【解析】

解: $120000 \times 168 = 20160000 = 2.016 \times 10^7$,

故选: C.

科学记数法就是将一个数字表示成 $(a \times 10$ 的 n 次幂的形式), 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 表示整数, 即从左边第一位开始, 在首位非零的后面加上小数点, 再乘以 10 的 n 次幂.

此题考查了对科学记数法的理解和运用和单位的换算. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

8. 【答案】 D

【解析】

解: $x^2 - 4x - 1 = 0$,

$x^2 - 4x = 1$,

$x^2 - 4x + 4 = 1 + 4$,

$(x-2)^2 = 5$,

故选: D.

移项, 配方, 即可得出选项.

本题考查了解一元二次方程的应用, 能正确配方是解此题的关键.

9. 【答案】 B

【解析】

解: 设抛物线的解析式为: $y = ax^2$,

将 B (45, -78) 代入得: $-78 = a \times 45^2$,

解得: $a = -\frac{26}{675}$,

故此抛物线钢拱的函数表达式为: $y = -\frac{26}{675}x^2$.

故选: B.

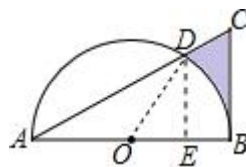
直接利用图象假设出抛物线解析式, 进而得出答案.

此题主要考查了根据实际问题列二次函数解析式, 正确假设出抛物线解析式是解题关键.

10. 【答案】 A

【解析】

解: $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2$,



$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB = 60^\circ,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3},$$

$$\therefore DE = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积是: } \frac{2\sqrt{3} \times 2}{2} - \frac{\sqrt{3} \times \frac{3}{2}}{2} - \frac{60 \times \pi \times (\sqrt{3})^2}{360} = \frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{2},$$

故选: A.

根据题意, 作出合适的辅助线, 即可求得 DE 的长、 $\angle DOB$ 的度数, 然后根据图形可知阴影部分的面积是 $\triangle ABC$ 的面积减去 $\triangle AOD$ 的面积和扇形 BOD 的面积, 从而可以解答本题.

本题考查扇形面积的计算、勾股定理, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

11. 【答案】 $\frac{3x}{x-1}$

【解析】

$$\text{解: 原式} = \frac{2x}{x-1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2x+x}{x-1} = \frac{3x}{x-1}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3x}{x-1}$$

先把异分母转化成同分母, 再把分子相减即可.

此题考查了分式的加减运算, 在分式的加减运算中, 如果是同分母分式, 那么分母不变, 把分子直接相加减即可; 如果是异分母分式, 则必须先通分, 把异分母分式化为同分母分式, 然后再相加减.

12. 【答案】 扇形统计图

【解析】

解: 要表示一个家庭一年用于“教育”, “服装”, “食品”, “其他”这四项的支出各占家庭本年总支出的百分比, 最适合的统计图是扇形统计图.

故答案为: 扇形统计图

条形统计图能很容易看出数量的多少; 折线统计图不仅容易看出数量的多少, 而且能反映数量的增减变化情况; 扇形统计图能反映部分与整体的关系; 由此根据情况选择即可. 此题应根据条形统计图、折线统计图、扇形统计图各自的特点进行解答.

13. 【答案】 $(12-x)(8-x)=77$

【解析】

解: $\therefore$ 道路的宽应为 x 米,

$$\therefore \text{由题意得, } (12-x)(8-x)=77,$$

$$\text{故答案为: } (12-x)(8-x)=77.$$

把所修的两条道路分别平移到矩形的最上边和最左边, 则剩下的草坪是一个长方形, 根据长方形的面积公式列方程.

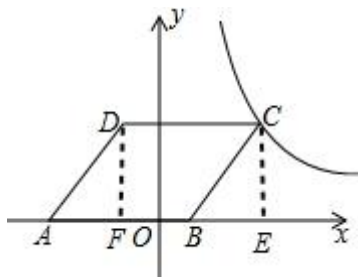
此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 把中间修建的两条道路分别平移到矩形地面的最上边和最左边是做本题的关键.

14. 【答案】 16

【解析】

解: 过点 C、D 作 $CE \perp x$ 轴, $DF \perp x$ 轴, 垂足为 E、F,

$\therefore ABCD$ 是菱形,



$\therefore AB=BC=CD=DA$,
 易证 $\triangle ADF \cong \triangle BCE$,
 $\therefore$ 点 A (-4, 0), D (-1, 4),
 $\therefore DF=CE=4$, $OF=1$, $AF=OA-OF=3$,

在 $Rt\triangle ADF$ 中, $AD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\therefore OE=EF-OF=5-1=4$,

$\therefore C(4, 4)$

$\therefore k=4 \times 4=16$

故答案为: 16.

要求 k 的值, 求出点 C 坐标即可, 由菱形的性质, 再构造直角三角形, 利用勾股定理, 可以求出相应的线段的长, 转化为点的坐标, 进而求出 k 的值.

本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征, 综合利用菱形的性质、全等三角形、直角三角形勾股定理, 以及反比例函数图象的性质; 把点的坐标与线段的长度相互转化也是解决问题重要方法.

15. 【答案】 $(10-2\sqrt{6})$

【解析】

解: 过点 A 作 $AG \perp DE$ 于点 G ,

由旋转知: $AD=AE$, $\angle DAE=90^\circ$,

$\angle CAE=\angle BAD=15^\circ$,

$\therefore \angle AED=\angle ADG=45^\circ$,

在 $\triangle AEF$ 中, $\angle AFD=\angle AED+\angle CAE=60^\circ$,

在 $Rt\triangle ADG$ 中, $AG=DG=\frac{AD}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$,

在 $Rt\triangle AFG$ 中, $GF=\frac{AG}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$, $AF=2FG=2\sqrt{6}$,

$\therefore CF=AC-AF=10-2\sqrt{6}$,

故答案为: $10-2\sqrt{6}$.

过点 A 作 $AG \perp DE$ 于点 G , 由旋转的性质推出 $\angle AED=\angle ADG=45^\circ$, $\angle AFD=60^\circ$, 利用锐角三角函数分别求出 AG , GF , AF 的长, 即可求出 $CF=AC-AF=10-2\sqrt{6}$.

本题考查了旋转的性质, 等腰直角三角形的性质, 解直角三角形等, 解题的关键是通过作适当的辅助线构造特殊的直角三角形, 通过解直角三角形来解决问题.

16. 【答案】 解: (1) 原式 $=3\sqrt{3}+4-3\sqrt{3}+1$

$=5$;

(2) ①+②得,

$4x=-8$,

$\therefore x=-2$,

把 $x=-2$ 代入①得,

$-6-2y=-8$,

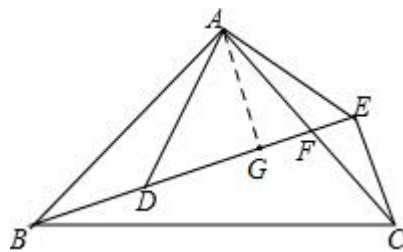
$\therefore y=1$,

$\therefore \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$.

【解析】

(1) 先根据二次根式的性质, 特殊角的三角函数, 0 次幂进行计算, 再合并同类二次根式;

(2) 用加减法进行解答便可.



本题是解答题的基本计算题，主要考查了实数的计算，解二元一次方程组，是基础题，要求 100%得分，不能有失误.

17. 【答案】证明： $\because AD=BE$,

$$\therefore AD-BD=BE-BD,$$

$$\therefore AB=ED,$$

$$\because AC \parallel EF,$$

$$\therefore \angle A = \angle E,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle EDF \text{ 中, } \begin{cases} \angle C = \angle F \\ \angle A = \angle E \\ AB = ED \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BC=DF.$$

【解析】

由已知得出 $AB=ED$ ，由平行线的性质得出 $\angle A=\angle E$ ，由 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ ，即可得出结论.

本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质；熟练掌握平行线的性质，证明三角形全等是解题的关键.

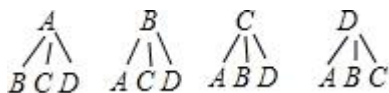
18. 【答案】解：（1）小华在甲班是第 11 名，不能录用；小丽在乙班是第 10 名，可以录用；

（2）从众数来看，甲乙两班各被录用的 10 名志愿者的众数分别为 8 分、10 分，说明甲班被录用的 10 名志愿者中 8 分最多，乙班被录用的 10 名志愿者中 10 分最多；

从中位数来看，甲乙两班被录用的 10 名志愿者成绩的中位数分别为 9 分、8.5 分，说明甲班被录用的 10 名志愿者成绩的中位数大于乙班被录用的 10 名志愿者成绩的中位数；

从平均数看，甲乙两班被录用的 10 名志愿者成绩的平均数分别为 8.9 分、8.7 分，说明甲班被录用的 10 名志愿者成绩的平均数大于乙班被录用的 10 名志愿者成绩的平均数.

（3）画树状图如下：



由树状图知，共有 12 种等可能结果，其中抽到的两张卡片恰好是“A”和“B”的有 2 种结果，

所以抽到的两张卡片恰好是“A”和“B”的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【解析】

（1）判断小华和小丽在各自班级的名次即可得出答案；

（2）分别得出甲乙两班的众数、中位数和平均数，再判断大小即可得；

（3）画树状图列出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式计算可得.

本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

19. 【答案】解：（1）当游泳次数为 x 时，方式一费用为： $y_1=30x+200$ ，方式二的费用为： $y_2=40x$ ；

（2）由 $y_1 < y_2$ 得： $30x+200 < 40x$ ，
解得 $x > 20$ 时，

当 $x > 20$ 时, 选择方式一比方式二省钱.

【解析】

(1) 根据题意列出函数关系式即可;

(2) 根据 (1) 中的函数关系式列不等式即可得到结论.

本题考查一次函数的应用、一元一次不等式的应用, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

20. **【答案】** 5.5

【解析】

解: 任务一: 由题意可得, 四边形 ACDB, 四边形 ADEH 是矩形,

$$\therefore EH=AC=1.5, CD=AB=5.5,$$

故答案为: 5.5;

任务二: 设 $EC=xm$,

在 $Rt\triangle DEG$ 中, $\angle DEC=90^\circ$, $\angle GDE=31^\circ$,

$$\therefore \tan 31^\circ = \frac{EG}{DE},$$

$$\therefore DE = \frac{x}{\tan 31^\circ},$$

在 $Rt\triangle CEG$ 中, $\angle CEG=90^\circ$, $\angle GCE=25.7^\circ$,

$$\therefore \tan 25.7^\circ = \frac{EG}{CE}, CE = \frac{x}{\tan 25.7^\circ},$$

$$\therefore CD=CE-DE,$$

$$\therefore \frac{x}{\tan 25.7^\circ} - \frac{x}{\tan 31^\circ} = 5.5,$$

$$\therefore x=13.2,$$

$$\therefore GH=CE+EH=13.2+1.5=14.7,$$

答: 旗杆 GH 的高度为 14.7 米;

任务三: 没有太阳光, 或旗杆底部不可能达到.

任务一: 根据矩形的性质得到 $EH=AC=1.5$, $CD=AB=5.5$;

任务二: 设 $EC=xm$, 解直角三角形即可得到结论;

任务三: 根据题意得到没有太阳光, 或旗杆底部不可能达到等 (答案不唯一).

本题考查的是解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

21. **【答案】** $R-d \sqrt{5}$

【解析】

解: (1) $\because O, I, N$ 三点共线,

$$\therefore OI+IN=ON$$

$$\therefore IN=ON-OI=R-d$$

故答案为: $R-d$;

(2) $BD=ID$

理由如下:

如图 3, 过点 I 作 $\odot O$ 直径 MN, 连接 AI 交 $\odot O$ 于 D, 连接 MD, BI, BD,

$\because$ 点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心

$$\therefore \angle BAD=\angle CAD, \angle CBI=\angle ABI$$

$$\therefore \angle DBC=\angle CAD, \angle BID=\angle BAD+\angle ABI,$$

$$\angle DBI=\angle DBC+\angle CBI$$

$$\therefore \angle BID=\angle DBI$$

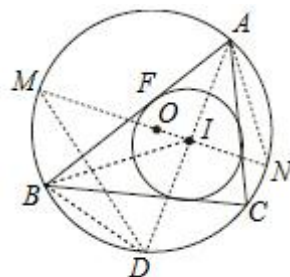


图3

$$\therefore BD=ID$$

(3) 由 (2) 知: $BD=ID$

$$\therefore IA \cdot ID = DE \cdot IF$$

$$\therefore DE \cdot IF = IM \cdot IN$$

$$\therefore 2R \cdot r = (R+d)(R-d)$$

$$\therefore R^2 - d^2 = 2Rr$$

$$\therefore d^2 = R^2 - 2Rr$$

(4) 由 (3) 知: $d^2 = R^2 - 2Rr$; 将 $R=5$, $r=2$ 代入得:

$$d^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 2 = 5,$$

$$\therefore d > 0$$

$$\therefore d = \sqrt{5}$$

故答案为: $\sqrt{5}$.

(1) 直接观察可得;

(2) $BD=ID$, 只要证明 $\angle BID = \angle DBI$, 由三角形内心性质和圆周角性质即可得证;

(3) 应用 (1) (2) 结论即可;

(4) 直接代入计算.

本题是圆综合题, 主要考查了三角形外接圆、外心和内切圆、内心, 圆周角性质, 角平分线定义, 三角形外角性质等.

22. 【答案】 67.5° $\sqrt{2}$ 菱形 $EMCH$ 或菱形 $FGCH$

【解析】

解: (1) 由折叠的性质得: $BE=EN$, $AE=AF$, $\angle CEB = \angle CEN$, $\angle BAC = \angle CAD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BEN = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle CAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle AEN$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AE = \sqrt{2} EN,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{2} EN}{EN} = \sqrt{2};$$

故答案为: 67.5° , $\sqrt{2}$;

(2) 四边形 $EMGF$ 是矩形; 理由如下:

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = \angle BCD = \angle D = 90^\circ,$$

由折叠的性质得: $\angle BCE = \angle ECA = \angle ACF = \angle FCD$, $CM = CG$,

$$\angle BEC = \angle NEC = \angle NFC = \angle DFC,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle ECA = \angle ACF = \angle FCD = \frac{90^\circ}{4} = 22.5^\circ, \angle BEC = \angle NEC = \angle NFC = \angle DFC = 67.5^\circ,$$

由折叠可知: MH 、 GH 分别垂直平分 EC 、 FC ,

$$\therefore MC = ME = CG = GF,$$

$$\therefore \angle MEC = \angle BCE = 22.5^\circ, \angle GFC = \angle FCD = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle MEF = 90^\circ, \angle GFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MCG = 90^\circ, CM = CG,$$

$$\therefore \angle CMG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BME = \angle BCE + \angle MEC = 22.5^\circ + 22.5^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EMG = 180^\circ - \angle CMG - \angle BME = 90^\circ,$$

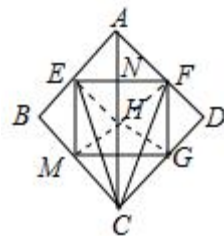
∴ 四边形 EMGF 是矩形;

(3) 连接 EH、FH, 如图所示:

∵ 由折叠可知: MH、GH 分别垂直平分 EC、FC, 同时 EC、FC 也分别垂直平分 MH、GH,

∴ 四边形 EMCH 与四边形 FGCH 是菱形,

故答案为: 菱形 EMCH 或菱形 FGCH.



(1) 由折叠的性质得 $BE=EN$, $AE=AF$, $\angle CEB=\angle CEN$,

$\angle BAC=\angle CAD$, 由正方形性质得 $\angle EAF=90^\circ$, 推出 $\angle AEF=\angle AFE=45^\circ$, 得出 $\angle BEN=135^\circ$, $\angle BEC=67.5^\circ$, 证得 $\triangle AEN$ 是等腰直角三角形, 得出 $AE=\sqrt{2}EN$, 即可得出结果;

(2) 由正方形性质得 $\angle B=\angle BCD=\angle D=90^\circ$, 由折叠的性质得 $\angle BCE=\angle ECA=\angle ACF=\angle FCD$, $CM=CG$, $\angle BEC=\angle NEC=\angle NFC=\angle DFC$, 得出 $\angle BCE=\angle ECA=\angle ACF=\angle FCD=22.5^\circ$, $\angle BEC=\angle NEC=\angle NFC=\angle DFC=67.5^\circ$, 由折叠可知 MH、GH 分别垂直平分 EC、FC, 得出 $MC=ME=CG=GF$, 推出 $\angle MEC=\angle BCE=22.5^\circ$, $\angle GFC=\angle FCD=22.5^\circ$, $\angle MEF=90^\circ$, $\angle GFE=90^\circ$, 推出 $\angle CMG=45^\circ$, $\angle BME=45^\circ$, 得出 $\angle EMG=90^\circ$, 即可得出结论;

(3) 连接 EH、FH, 由折叠可知 MH、GH 分别垂直平分 EC、FC, 同时 EC、FC 也分别垂直平分 MH、GH, 则四边形 EMCH 与四边形 FGCH 是菱形.

本题是几何变换综合题, 考查了正方形的性质、折叠的性质、等腰直角三角形的判定与性质、矩形的判定、菱形的判定、等腰三角形的判定与性质等知识, 熟练掌握折叠的性质、矩形与菱形的判定是解题的关键.

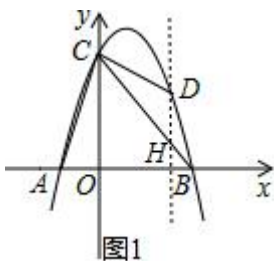
23.【答案】解: (1) 由抛物线交点式表达式得: $y=a(x+2)(x-4)=a(x^2-2x-8)=ax^2-2ax-8a$, 即 $-8a=6$, 解得: $a=-\frac{3}{4}$,

故抛物线的表达式为: $y=-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+6$;

(2) 点 $C(0, 6)$, 将点 B 、 C 的坐标代入一次函数表达式并解得:

直线 BC 的表达式为: $y=-\frac{3}{2}x+6$,

如图所示, 过点 D 作 y 轴的平行线交直线 BC 与点 H ,



设点 $D(m, -\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}m+6)$, 则点 $H(m, -\frac{3}{2}m+6)$

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}HB \times OB = 2(-\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}m+6+\frac{3}{2}m-6) = -\frac{3}{4}m^2+3m,$$

$$\frac{3}{4}S_{\triangle ACO} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = \frac{9}{2},$$

$$\text{即: } -\frac{3}{4}m^2+3m = \frac{9}{2},$$

解得: $m=1$ 或 3 (舍去 1),

故 $m=3$;

(3) 当 $m=3$ 时, 点 $D(3, \frac{15}{4})$,

①当 BD 是平行四边形的一条边时,
如图所示: M 、 N 分别有三个点,

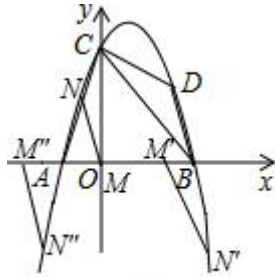


图 2

设点 $N(n, -\frac{3}{4}n^2 + \frac{3}{2}n + 6)$

则点 N 的纵坐标为绝对值为 $\frac{15}{4}$,

$$\text{即 } |-\frac{3}{4}n^2 + \frac{3}{2}n + 6| = \frac{15}{4},$$

解得: $n = -1$ 或 3 (舍去) 或 $1 \pm \sqrt{14}$,

故点 $N(N', N'')$ 的坐标为 $(-1, \frac{15}{4})$ 或 $(1 + \sqrt{14}, -\frac{15}{4})$ 或 $(1 - \sqrt{14}, -\frac{15}{4})$,

当点 $N(-1, \frac{15}{4})$ 时, 由图象可得: 点 $M(0, 0)$,

当 N' 的坐标为 $(1 + \sqrt{14}, -\frac{15}{4})$, 由中点坐标公式得: 点 $M'(\sqrt{14}, 0)$,

同理可得: 点 M'' 坐标为 $(-\sqrt{14}, 0)$,

故点 M 坐标为: $(0, 0)$ 或 $(\sqrt{14}, 0)$ 或 $(-\sqrt{14}, 0)$;

②当 BD 是平行四边形的对角线时,

点 B 、 D 的坐标分别为 $(4, 0)$ 、 $(3, \frac{15}{4})$

设点 $M(m, 0)$, 点 $N(s, t)$,

$$\text{由中点坐标公式得: } \begin{cases} 4 + 3 = m + s \\ \frac{15}{4} + 0 = t + 0 \end{cases}, \text{ 而 } t = -\frac{3}{4}s^2 + \frac{3}{2}s + 6,$$

解得: $t = \frac{15}{4}$, $s = -1$, $m = 8$,

故点 M 坐标为 $(8, 0)$;

故点 M 的坐标为: $(0, 0)$ 或 $(\sqrt{14}, 0)$ 或 $(-\sqrt{14}, 0)$ 或 $(8, 0)$.

【解析】

(1) 由抛物线交点式表达, 即可求解;

(2) 利用 $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} HB \times OB$, 即可求解;

(3) 分 BD 是平行四边形的一条边、 BD 是平行四边形的对角线两种情况, 分别求解即可.

本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、平行四边形性质、图象的面积计算等, 其中 (3), 要主要分类求解, 避免遗漏.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....