

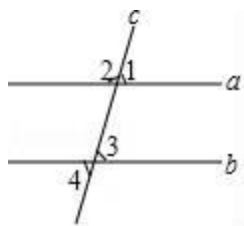
2017 年山西省中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算 $-1+2$ 的结果是（ ）

A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

2. 如图，直线 a , b 被直线 c 所截，下列条件不能判定直线 a 与 b 平行的是（ ）

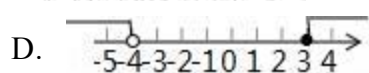
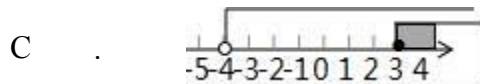
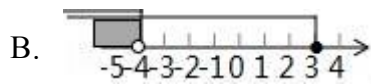
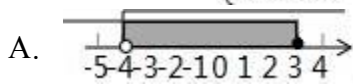


A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ C. $\angle 1 = \angle 4$ D. $\angle 3 = \angle 4$

3. 在体育课上，甲、乙两名同学分别进行了 5 次跳远测试，经计算他们的平均成绩相同. 若要比 较这两名同学的成绩哪一个更为稳定，通常需 要比较他们成绩的（ ）

A. 众数 B. 平均数 C. 中位数 D. 方差

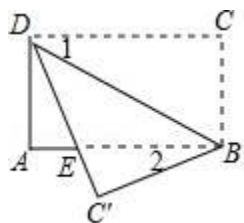
4. 将不等式组 $\begin{cases} 2x-6 \leq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，下面表示正确的是（ ）



5. 下列运算错误的是（ ）

A. $(\sqrt{3}-1)^0 = 1$ B. $(-3)^2 \div \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$ C. $5x^2 - 6x^2 = -x^2$ D. $(2m^3)^2 \div (2m)^2 = m^4$

6. 如图，将矩形纸片 $ABCD$ 沿 BD 折叠，得到 $\triangle BC'D$ ， $C'D$ 与 AB 交于点 E . 若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



A. 20° B. 30° C. 35° D. 55°

7. 化简 $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{x}{x-2}$ 的结果是（ ）

A. $-x^2+2x$ B. $-x^2+6x$ C. $-\frac{x}{x+2}$ D. $\frac{x}{x-2}$

8. 2017 年 5 月 18 日，我国宣布在南海神狐海域成功试采可燃冰，成为世界上首个在海域连续稳定产气的国家。据粗略估计，仅南海北部陆坡的可燃冰资源就达到 186 亿吨油当量，达到我国陆上石油资源总量的 50%。数据 186 亿吨用科学记数法可表示为（ ）



A. 186×10^8 吨 B. 18.6×10^9 吨 C. 1.86×10^{10} 吨 D. 0.186×10^{11} 吨

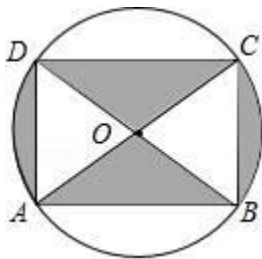
9. 公元前 5 世纪，毕达哥拉斯学派中的一名成员希伯索斯发现了无理数 $\sqrt{2}$ ，导致了第一次数学危机， $\sqrt{2}$ 是无理数的证明如下：

假设 $\sqrt{2}$ 是有理数，那么它可以表示成 $\frac{q}{p}$ （ p 与 q 是互质的两个正整数）。于是 $(\frac{q}{p})^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ ，所以， $q^2 = 2p^2$ 。于是 q^2 是偶数，进而 q 是偶数，从而可设 $q = 2m$ ，所以 $(2m)^2 = 2p^2$ ， $p^2 = 2m^2$ ，于是可得 p 也是偶数。这与“ p 与 q 是互质的两个正整数”矛盾。从而可知“ $\sqrt{2}$ 是有理数”的假设不成立，所以， $\sqrt{2}$ 是无理数。

这种证明“ $\sqrt{2}$ 是无理数”的方法是（ ）

A. 综合法 B. 反证法 C. 举反例法 D. 数学归纳法

10. 如图是某商品的标志图案，AC 与 BD 是 $\odot O$ 的两条直径，首尾顺次连接点 A，B，C，D，得到四边形 ABCD。若 $AC = 10\text{cm}$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为（ ）



A. $5\pi\text{cm}^2$ B. $10\pi\text{cm}^2$ C. $15\pi\text{cm}^2$ D. $20\pi\text{cm}^2$

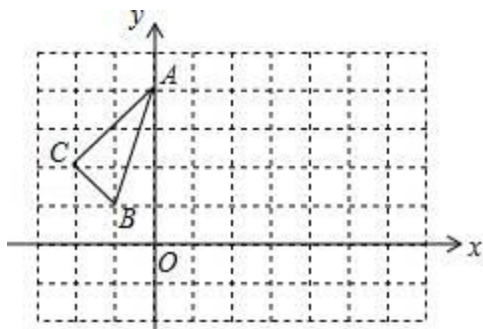
二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 3 分）

11. 计算： $4\sqrt{18} - 9\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

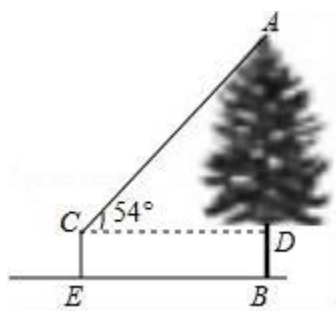
12. 某商店经销一种品牌的洗衣机，其中某一型号的洗衣机每台进价为 a 元，商店将进价提高 20% 后作为零售价进行销售，一段时间后，商店又以 9 折优惠价促销，这时该型号洗衣机的零售价为_____元.



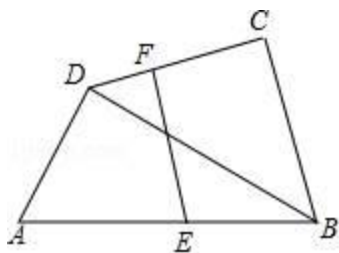
13. 如图，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(0, 4)$ ， $B(-1, 1)$ ， $C(-2, 2)$ ，将 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位，得到 $\triangle A'B'C'$ ，点 A ， B ， C 的对应点分别为 A' 、 B' 、 C' ，再将 $\triangle A'B'C'$ 绕点 B' 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A''B''C''$ ，点 A' 、 B' 、 C' 的对应点分别为 A'' 、 B'' 、 C'' ，则点 A'' 的坐标为_____.



14. 如图，创新小组要测量公园内一棵树的高度 AB ，其中一名小组成员站在距离树 10 米的点 E 处，测得树顶 A 的仰角为 54° 。已知测角仪的架高 $CE=1.5$ 米，则这棵树的高度为_____米。（结果保留一位小数。参考数据： $\sin 54^\circ=0.8090$ ， $\cos 54^\circ=0.5878$ ， $\tan 54^\circ=1.3764$ ）



15. 一副三角板按如图方式摆放，得到 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ ，其中 $\angle ADB = \angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 45^\circ$ ， E 为 AB 的中点，过点 E 作 $EF \perp CD$ 于点 F 。若 $AD=4\text{cm}$ ，则 EF 的长为_____cm.



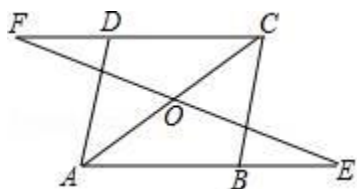
三、解答题（本大题共 8 个小题，共 75 分）

16. (1) 计算: $(-2)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{8} \cdot \sin 45^\circ$

(2) 分解因式: $(y+2x)^2 - (x+2y)^2$.

17. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 延长 AB 至点 E , 延长 CD 至点 F , 使得 $BE=DF$. 连接 EF , 与对角线 AC 交于点 O .

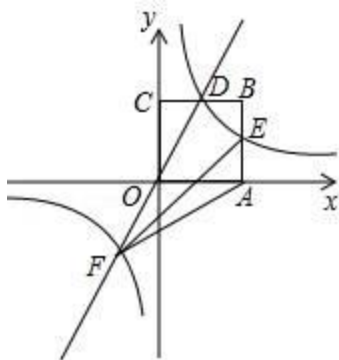
求证: $OE=OF$.



18. 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重合, 其边长为 2, 点 A , 点 C 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上, 函数 $y=2x$ 的图象与 CB 交于点 D , 函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 D , 与 AB 交于点 E , 与函数 $y=2x$ 的图象在第三象限内交于点 F , 连接 AF 、 EF .

(1) 求函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式, 并直接写出 E 、 F 两点的坐标;

(2) 求 $\triangle AEF$ 的面积.



19. “春种一粒粟, 秋收万颗子”, 唐代诗人李绅这句诗中的“粟”即谷子 (去皮后则称为“小米”), 被誉为中华民族的哺育作物. 我省有着“小杂粮王国”的美誉, 谷子作为我省杂粮谷

物中的大类，其种植面积已连续三年全国第一。2016 年全国谷子种植面积为 2000 万亩，年总产量为 150 万吨，我省谷子平均亩产量为 160kg，国内其他地区谷子的平均亩产量为 60kg，请解答下列问题：

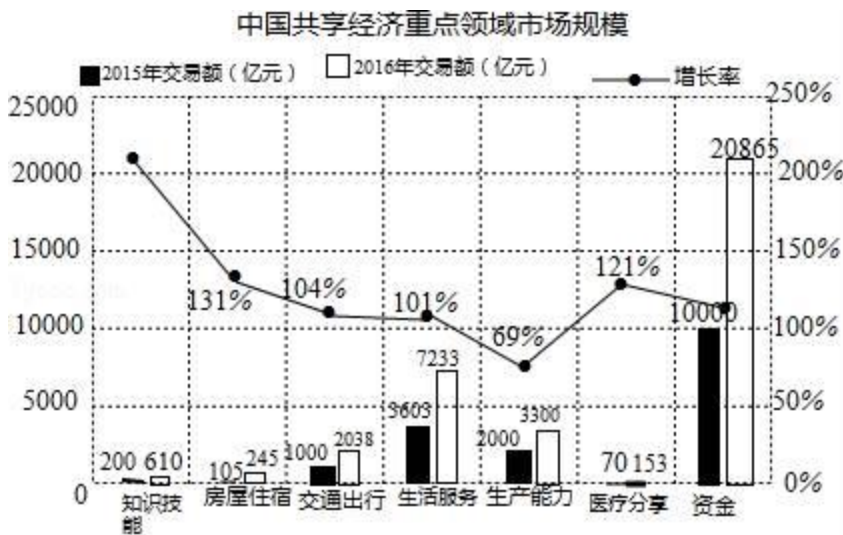
(1) 求我省 2016 年谷子的种植面积是多少万亩。

(2) 2017 年，若我省谷子的平均亩产量仍保持 160kg 不变，要使我省谷子的年总产量不低于 52 万吨，那么，今年我省至少应再多种植多少万亩的谷子？



20. 从共享单车，共享汽车等共享出行到共享充电宝，共享雨伞等共享物品，各式各样的共享经济模式在各个领域迅速普及应用，越来越多的企业与个人成为参与者与受益者。根据国家信息中心发布的《中国分享经济发展报告 2017》显示，2016 年我国共享经济市场交易额约为 34520 亿元，比上年增长 103%；超 6 亿人参与共享经济活动，比上年增加约 1 亿人。

如图是源于该报告中的中国共享经济重点领域市场规模统计图：



(1) 请根据统计图解答下列问题：

①图中涉及的七个重点领域中，2016 年交易额的中位数是_____亿元。

②请分别计算图中的“知识技能”和“资金”两个重点领域从 2015 年到 2016 年交易额的增长率（精确到 1%），并就这两个重点领域中的一个分别从交易额和增长率两个方面，谈谈你的

认识.

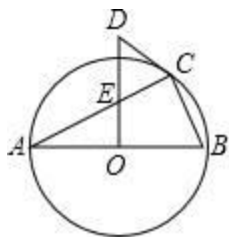
(2) 小宇和小强分别对共享经济中的“共享出行”和“共享知识”最感兴趣，他们上网查阅了相关资料，顺便收集到四个共享经济领域的图标，并将其制成编号为 A, B, C, D 的四张卡片（除编号和内容外，其余完全相同）他们将这四张卡片背面朝上，洗匀放好，从中随机抽取一张（不放回），再从中随机抽取一张，请用列表或画树状图的方法求抽到的两张卡片恰好是“共享出行”和“共享知识”的概率（这四张卡片分别用它们的编号 A, B, C, D 表示）



21. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，且 AB 为 $\odot O$ 的直径， $OD \perp AB$ ，与 AC 交于点 E ，与过点 C 的 $\odot O$ 的切线交于点 D 。

(1) 若 $AC=4$, $BC=2$ ，求 OE 的长。

(2) 试判断 $\angle A$ 与 $\angle CDE$ 的数量关系，并说明理由。



22. 综合与实践

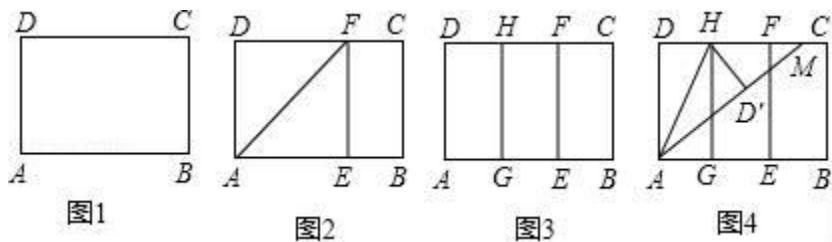
背景阅读 早在三千多年前，我国周朝数学家商高就提出：将一根直尺折成一个直角，如果勾等于三，股等于四，那么弦就等于五，即“勾三、股四、弦五”。它被记载于我国古代著名数学著作《周髀算经》中，为了方便，在本题中，我们把三边的比为 3: 4: 5 的三角形称为 (3, 4, 5) 型三角形，例如：三边长分别为 9, 12, 15 或 $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$ 的三角形就是 (3, 4, 5) 型三角形，用矩形纸片按下面的操作方法可以折出这种类型的三角形。

实践操作 如图 1，在矩形纸片 ABCD 中， $AD=8\text{cm}$ ， $AB=12\text{cm}$ 。

第一步：如图 2，将图 1 中的矩形纸片 ABCD 沿过点 A 的直线折叠，使点 D 落在 AB 上的点 E 处，折痕为 AF，再沿 EF 折叠，然后把纸片展平。

第二步：如图 3，将图 2 中的矩形纸片再次折叠，使点 D 与点 F 重合，折痕为 GH，然后展平，隐去 AF。

第三步：如图 4，将图 3 中的矩形纸片沿 AH 折叠，得到 $\triangle AD'H$ ，再沿 AD' 折叠，折痕为 AM，AM 与折痕 EF 交于点 N，然后展平.



问题解决

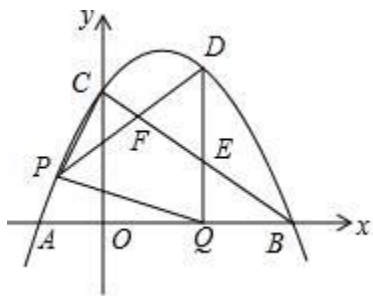
- (1) 请在图 2 中证明四边形 AEFD 是正方形.
- (2) 请在图 4 中判断 NF 与 ND' 的数量关系，并加以证明；
- (3) 请在图 4 中证明 $\triangle AEN$ (3, 4, 5) 型三角形；

探索发现

- (4) 在不添加字母的情况下，图 4 中还有哪些三角形是 (3, 4, 5) 型三角形？请找出并直接写出它们的名称.

23. 如图，抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{9}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 3\sqrt{3}$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，连接 AC、BC. 点 P 沿 AC 以每秒 1 个单位长度的速度由点 A 向点 C 运动，同时，点 Q 沿 BO 以每秒 2 个单位长度的速度由点 B 向点 O 运动，当一个点停止运动时，另一个点也随之停止运动，连接 PQ. 过点 Q 作 $QD \perp x$ 轴，与抛物线交于点 D，与 BC 交于点 E，连接 PD，与 BC 交于点 F. 设点 P 的运动时间为 t 秒 ($t > 0$).

- (1) 求直线 BC 的函数表达式；
- (2) ①直接写出 P、D 两点的坐标（用含 t 的代数式表示，结果需化简）
②在点 P、Q 运动的过程中，当 $PQ = PD$ 时，求 t 的值；
- (3) 试探究在点 P、Q 运动的过程中，是否存在某一时刻，使得点 F 为 PD 的中点？若存在，请直接写出此时 t 的值与点 F 的坐标；若不存在，请说明理由.



2017 年山西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 计算 $-1+2$ 的结果是 ()

A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

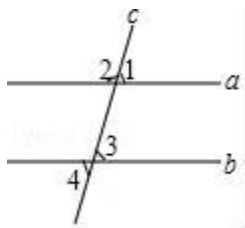
【考点】19: 有理数的加法.

【分析】直接利用有理数加减运算法则得出答案.

【解答】解: $-1+2=1$.

故选: C.

2. 如图, 直线 a , b 被直线 c 所截, 下列条件不能判定直线 a 与 b 平行的是 ()



A. $\angle 1=\angle 3$ B. $\angle 2+\angle 4=180^\circ$ C. $\angle 1=\angle 4$ D. $\angle 3=\angle 4$

【考点】J9: 平行线的判定.

【分析】根据同位角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行进行判断即可.

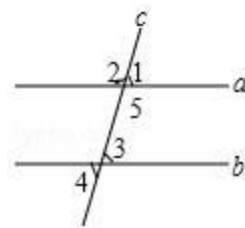
【解答】解: 由 $\angle 1=\angle 3$, 可得直线 a 与 b 平行, 故 A 能判定;

由 $\angle 2+\angle 4=180^\circ$, $\angle 2=\angle 5$, $\angle 4=\angle 3$, 可得 $\angle 3+\angle 5=180^\circ$, 故直线 a 与 b 平行, 故 B 能判定;

由 $\angle 1=\angle 4$, $\angle 4=\angle 3$, 可得 $\angle 1=\angle 3$, 故直线 a 与 b 平行, 故 C 能判定;

由 $\angle 3=\angle 4$, 不能判定直线 a 与 b 平行,

故选: D.



3. 在体育课上, 甲、乙两名同学分别进行了 5 次跳远测试, 经计算他们的平均成绩相同. 若
要比较这两名同学的成绩哪一个更为稳定, 通常需要比较他们成绩的 ()

A. 众数 B. 平均数 C. 中位数 D. 方差

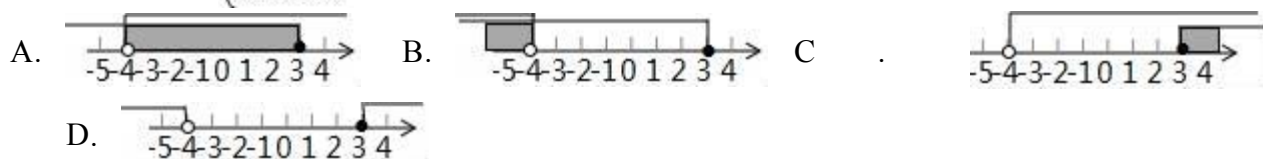
【考点】WA: 统计量的选择; W1: 算术平均数; W7: 方差.

【分析】方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大,
稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好;

【解答】解: 因为方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散
程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好, 所以要
比较这两名同学的成绩哪一个更为稳定, 通常需要比较他们成绩的方差.

故选 D.

4. 将不等式组 $\begin{cases} 2x-6 \leq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上, 下面表示正确的是 ()



【考点】CB: 解一元一次不等式组; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

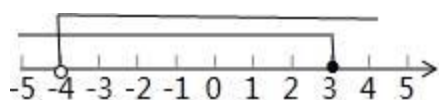
【分析】首先解出两个不等式的解; 根据在数轴上表示不等式解集的方法分别把每个不等
式的解集在数轴上表示出来即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x-6 \leq 0 \textcircled{1} \\ x+4 > 0 \textcircled{2} \end{cases}$

解不等式①得, $x \leq 3$

解不等式②得, $x > -4$

在数轴上表示为:



故选: A.

5. 下列运算错误的是 ()

A. $(\sqrt{3}-1)^0=1$ B. $(-3)^{2 \div \frac{9}{4}} = \frac{1}{4}$ C. $5x^2 - 6x^2 = -x^2$ D. $(2m^3)^2 \div (2m)^2 = m^4$

【考点】4H：整式的除法；1D：有理数的除法；1E：有理数的乘方；35：合并同类项；47：幂的乘方与积的乘方；6E：零指数幂.

【分析】根据整式和有理数的除法的法则，乘方的性质，合并同类项的法则，零指数的性质，幂的乘方与积的乘方的运算法则计算即可.

【解答】解：A、 $(\sqrt{3}-1)^0=1$ ，正确，不符合题意；

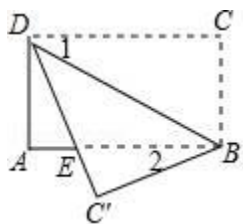
B、 $(-3)^2 \div \frac{9}{4}=4$ ，错误，符合题意；

C、 $5x^2-6x^2=-x^2$ ，正确，不符合题意；

D、 $(2m^3)^2 \div (2m)^2=m^4$ ，正确，不符合题意；

故选 B.

6. 如图，将矩形纸片 ABCD 沿 BD 折叠，得到 $\triangle BC'D$ ， $C'D$ 与 AB 交于点 E. 若 $\angle 1=35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 20° B. 30° C. 35° D. 55°

【考点】JA：平行线的性质.

【分析】根据矩形的性质，可得 $\angle ABD=35^\circ$ ， $\angle DBC=55^\circ$ ，根据折叠可得 $\angle DBC'=\angle DBC=55^\circ$ ，最后根据 $\angle 2=\angle DBC'-\angle DBA$ 进行计算即可.

【解答】解： $\because \angle 1=35^\circ$ ， $CD \parallel AB$ ，
 $\therefore \angle ABD=35^\circ$ ， $\angle DBC=55^\circ$ ，
由折叠可得 $\angle DBC'=\angle DBC=55^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2=\angle DBC'-\angle DBA=55^\circ-35^\circ=20^\circ$ ，
故选：A.

7. 化简 $\frac{4x}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}$ 的结果是 ()

A. $-x^2+2x$ B. $-x^2+6x$ C. $-\frac{x}{x+2}$ D. $\frac{x}{x-2}$

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: 原式 $=\frac{4x}{(x-2)(x+2)}-\frac{x(x+2)}{(x-2)(x+2)}$
 $=\frac{4x-x^2-2x}{(x+2)(x-2)}$
 $=-\frac{x}{x+2}$

故选 (C)

8. 2017 年 5 月 18 日, 我国宣布在南海神狐海域成功试采可燃冰, 成为世界上首个在海域连续稳定产气的国家. 据粗略估计, 仅南海北部陆坡的可燃冰资源就达到 186 亿吨油当量, 达到我国陆上石油资源总量的 50%. 数据 186 亿吨用科学记数法可表示为 ()



A. 186×10^8 吨 B. 18.6×10^9 吨 C. 1.86×10^{10} 吨 D. 0.186×10^{11} 吨

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】用科学记数法表示较大的数时, 一般形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 据此判断即可.

【解答】解: 186 亿吨 $=1.86 \times 10^{10}$ 吨.

故选: C.

9. 公元前 5 世纪, 毕达哥拉斯学派中的一名成员希伯索斯发现了无理数 $\sqrt{2}$, 导致了第一次数学危机, $\sqrt{2}$ 是无理数的证明如下:

假设 $\sqrt{2}$ 是有理数, 那么它可以表示成 $\frac{q}{p}$ (p 与 q 是互质的两个正整数). 于是 $(\frac{q}{p})^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$, 所以, $q^2 = 2p^2$. 于是 q^2 是偶数, 进而 q 是偶数, 从而可设 $q = 2m$, 所以 $(2m)^2 = 2p^2$, $p^2 = 2m^2$, 于是可得 p 也是偶数. 这与“ p 与 q 是互质的两个正整数”矛盾. 从而可知“ $\sqrt{2}$ 是有理数”的假设不成立, 所以, $\sqrt{2}$ 是无理数.

这种证明“ $\sqrt{2}$ 是无理数”的方法是 ()

A. 综合法 B. 反证法 C. 举反例法 D. 数学归纳法

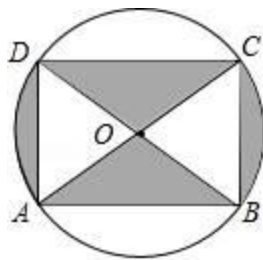
【考点】O3: 反证法.

【分析】利用反证法的一般步骤是: ①假设命题的结论不成立; ②从这个假设出发, 经过推理论证, 得出矛盾; ③由矛盾判定假设不正确, 从而肯定原命题的结论正确, 进而判断即可.

【解答】解: 由题意可得: 这种证明“ $\sqrt{2}$ 是无理数”的方法是反证法.

故选: B.

10. 如图是某商品的标志图案, AC 与 BD 是 $\odot O$ 的两条直径, 首尾顺次连接点 A, B, C, D , 得到四边形 $ABCD$. 若 $AC=10\text{cm}$, $\angle BAC=36^\circ$, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $5\pi\text{cm}^2$ B. $10\pi\text{cm}^2$ C. $15\pi\text{cm}^2$ D. $20\pi\text{cm}^2$

【考点】MO: 扇形面积的计算; M5: 圆周角定理.

【分析】根据已知条件得到四边形 $ABCD$ 是矩形, 求得图中阴影部分的面积 $= S_{\text{扇形} AOD} + S_{\text{扇形} BOC} = 2S_{\text{扇形} AOD}$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle BAC = \angle ABO = 36^\circ$, 由圆周角定理得到 $\angle AOD = 72^\circ$, 于是得到结论.

【解答】解: $\because AC$ 与 BD 是 $\odot O$ 的两条直径,

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = \angle DAB = \angle BCD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 的面积 $= \triangle AOD$ 与 $\triangle BOD$ 的面积,

$\therefore$ 图中阴影部分的面积 $= S_{\text{扇形} AOD} + S_{\text{扇形} BOC} = 2S_{\text{扇形} AOD}$,

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABO = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 72^\circ,$$

∴ 图中阴影部分的面积 $= 2 \times \frac{72 \cdot \pi \times 5^2}{360} = 10\pi$,

故选 B.

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分)

11. 计算: $4\sqrt{18} - 9\sqrt{2} = \underline{3\sqrt{2}}$.

【考点】78: 二次根式的加减法.

【分析】先化简, 再做减法运算即可.

【解答】解: 原式 $= 12\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$.

12. 某商店经销一种品牌的洗衣机, 其中某一型号的洗衣机每台进价为 a 元, 商店将进价提高 20% 后作为零售价进行销售, 一段时间后, 商店又以 9 折优惠价促销, 这时该型号洗衣机的零售价为 $\underline{1.08a}$ 元.



【考点】32: 列代数式.

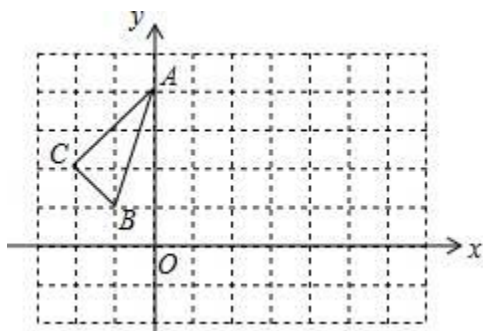
【分析】根据题意可以得到最后打折后的零售价, 从而可以解答本题.

【解答】解: 由题意可得,

该型号洗衣机的零售价为: $a(1+20\%) \times 0.9 = 1.08a$ (元),

故答案为: $1.08a$.

13. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(0, 4)$, $B(-1, 1)$, $C(-2, 2)$, 将 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位, 得到 $\triangle A'B'C'$, 点 A, B, C 的对应点分别为 A', B', C' , 再将 $\triangle A'B'C'$ 绕点 B' 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A''B''C''$, 点 A', B', C' 的对应点分别为 A'', B'', C'' , 则点 A'' 的坐标为 $\underline{(6, 0)}$.



【考点】R7: 坐标与图形变化 – 旋转; Q3: 坐标与图形变化 – 平移.

【分析】由平移的性质和旋转的性质作出图形, 即可得出答案.

【解答】解: 如图所示:

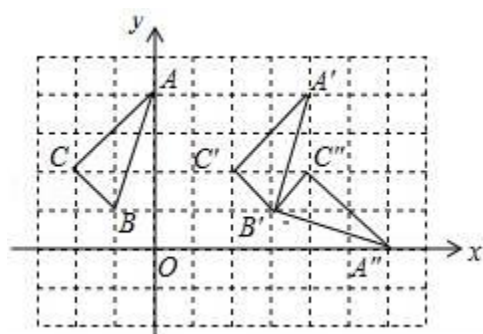
$\because A(0, 4), B(-1, 1), C(-2, 2)$, 将 $\triangle ABC$ 向右平移4个单位, 得到 $\triangle A'B'C'$,

$\therefore A', B', C'$ 的坐标分别为 $(4, 4), B(3, 1), C(2, 2)$,

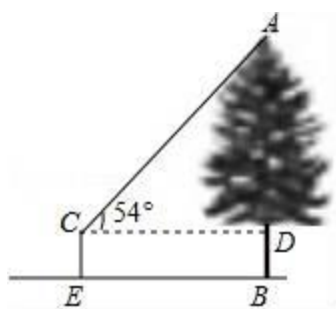
再将 $\triangle A'B'C'$ 绕点 B' 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A''B''C''$,

则点 A'' 的坐标为 $(6, 0)$;

故答案为: $(6, 0)$.



14. 如图, 创新小组要测量公园内一棵树的高度 AB , 其中一名小组成员站在距离树 10 米的点 E 处, 测得树顶 A 的仰角为 54° . 已知测角仪的架高 $CE=1.5$ 米, 则这棵树的高度为 15.3 米. (结果保留一位小数. 参考数据: $\sin 54^\circ=0.8090$, $\cos 54^\circ=0.5878$, $\tan 54^\circ=1.3764$)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，求出 AD ，再利用矩形的性质得到 $BD=CE=1.5$ ，由此即可解决问题.

【解答】解：解：如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D . 则四边形 $CEBD$ 是矩形， $BD=CE=1.5\text{m}$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $CD=EB=10\text{m}$ ， $\angle ACD=54^\circ$ ，

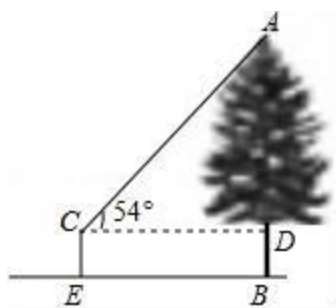
$$\therefore \tan \angle ACE = \frac{AD}{CD},$$

$$\therefore AD = CD \cdot \tan \angle ACD \approx 10 \times 1.38 = 13.8\text{m}.$$

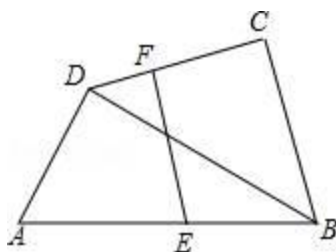
$$\therefore AB = AD + BD = 13.8 + 1.5 = 15.3\text{m}.$$

答：树的高度 AB 约为 15.3m .

故答案为 15.3



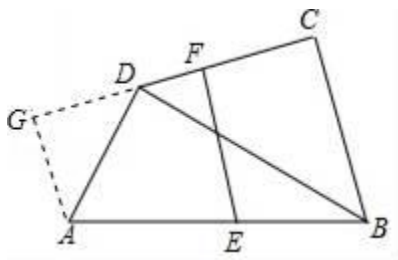
15. 一副三角板按如图方式摆放，得到 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ ，其中 $\angle ADB = \angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 45^\circ$ ， E 为 AB 的中点，过点 E 作 $EF \perp CD$ 于点 F . 若 $AD = 4\text{cm}$ ，则 EF 的长为 $(\sqrt{2} + \sqrt{6})$ cm.



【考点】LL：梯形中位线定理.

【分析】过 A 作 $AG \perp DC$ 于 G ，得到 $\angle ADC = 45^\circ$ ，进而得到 AG 的值，在 30° 的直角三角形 ABD 和 45° 直角三角形 BCD 中，计算出 BD ， CB 的值. 再由 $AG \parallel EF \parallel BC$ ， E 是 AB 的中点，得到 F 为 CG 的中点，最后由梯形中位线定理得到 EF 的长.

【解答】解：过点 A 作 $AG \perp DC$ 与 G .



$\because \angle DCB = \angle CBD = 45^\circ, \angle ADB = 90^\circ,$

$\therefore \angle ADG = 45^\circ.$

$$\therefore AG = \frac{AD}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

$\because \angle ABD = 30^\circ,$

$$\therefore BD = \sqrt{3}AD = 4\sqrt{3}.$$

$\because \angle CBD = 45^\circ,$

$$\therefore CB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6}.$$

$\because AG \perp CG, EF \perp CG, CB \perp CG,$

$\therefore AG \parallel EF \parallel BC.$

又 $\because E$ 是 AB 的中点,

$\therefore F$ 为 CG 的中点,

$$\therefore EF = \frac{1}{2} (AG + BC) = \frac{1}{2} (2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) = \sqrt{2} + \sqrt{6}.$$

故答案为: $(\sqrt{2} + \sqrt{6})$.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分)

16. (1) 计算: $(-2)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{8} \cdot \sin 45^\circ$

(2) 分解因式: $(y+2x)^2 - (x+2y)^2.$

【考点】 54: 因式分解 - 运用公式法; 2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 根据实数的运算, 可得答案;

(2) 根据平方差公式, 可得答案.

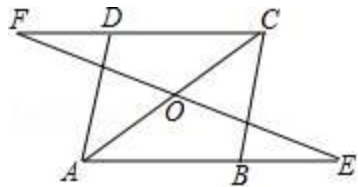
【解答】 解: (1) 原式 $= -8 + 9 - 2 = -1;$

(2) 原式 $= [(y+2x) + (x+2y)][(y+2x) - (x+2y)]$

$$=3(x+y)(x-y).$$

17. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中，延长 AB 至点 E ，延长 CD 至点 F ，使得 $BE=DF$ ．连接 EF ，与对角线 AC 交于点 O ．

求证： $OE=OF$ ．



【考点】 L5：平行四边形的性质；KD：全等三角形的判定与性质．

【分析】 由平行四边形的性质得出 $AB \parallel CD$ ， $AB=CD$ ，证出 $AE=CF$ ， $\angle E=\angle F$ ， $\angle OAE=\angle OCF$ ，由 ASA 证明 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ ，即可得出结论．

【解答】 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AB=CD,$$

$$\because BE=DF,$$

$$\therefore AB+BE=CD+DF, \text{ 即 } AE=CF,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle E=\angle F, \angle OAE=\angle OCF,$$

$$\text{在 } \triangle AOE \text{ 和 } \triangle COF \text{ 中, } \begin{cases} \angle E=\angle F \\ AE=CF \\ \angle OAE=\angle OCF \end{cases},$$

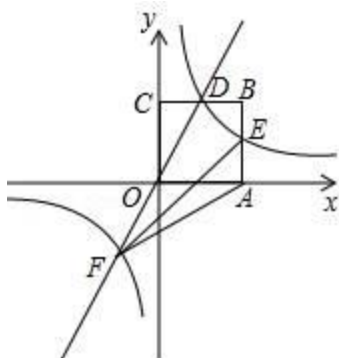
$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF \text{ (ASA) },$$

$$\therefore OE=OF.$$

18. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重合，其边长为2，点 A ，点 C 分别在 x 轴， y 轴的正半轴上，函数 $y=2x$ 的图象与 CB 交于点 D ，函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$)的图象经过点 D ，与 AB 交于点 E ，与函数 $y=2x$ 的图象在第三象限内交于点 F ，连接 AF 、 EF ．

(1) 求函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式，并直接写出 E 、 F 两点的坐标；

(2) 求 $\triangle AEF$ 的面积.



【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题; LE: 正方形的性质.

【分析】(1) 根据正方形的性质, 以及函数上点的坐标特征可求点 D 的坐标为 (1, 2), 根据待定系数法可求反比例函数表达式, 进一步得到 E、F 两点的坐标;

(2) 过点 F 作 $FG \perp AB$, 与 AB 的延长线交于点 G, 根据两点间的距离公式可求 $AE=1$, $FG=3$, 再根据三角形面积公式可求 $\triangle AEF$ 的面积.

【解答】解: (1) $\because$ 正方形 OABC 的边长为 2,

$\therefore$ 点 D 的纵坐标为 2, 即 $y=2$,

将 $y=2$ 代入 $y=2x$, 得 $x=1$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 (1, 2),

$\because$ 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 D,

$$\therefore 2 = \frac{k}{1},$$

解得 $k=2$,

$\therefore$ 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式为 $y=\frac{2}{x}$,

$\therefore E(2, 1)$, $F(-1, -2)$;

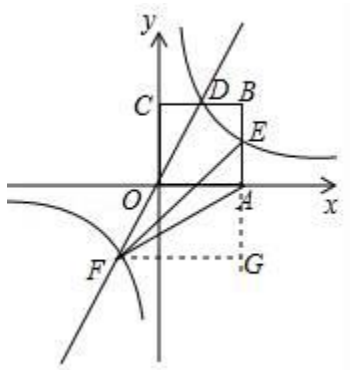
(2) 过点 F 作 $FG \perp AB$, 与 AB 的延长线交于点 G,

$\because E(2, 1)$, $F(-1, -2)$,

$\therefore AE=1$,

$FG=2 - (-1) = 3$,

$\therefore \triangle AEF$ 的面积为: $\frac{1}{2} AE \cdot FG = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$.



19. “春种一粒粟，秋收万颗子”，唐代诗人李绅这句诗中的“粟”即谷子（去皮后则称为“小米”），被誉为中华民族的哺育作物．我省有着“小杂粮王国”的美誉，谷子作为我省杂粮谷物中的大类，其种植面积已连续三年全国第一．2016 年全国谷子种植面积为 2000 万亩，年总产量为 150 万吨，我省谷子平均亩产量为 160kg，国内其他地区谷子的平均亩产量为 60kg，请解答下列问题：

（1）求我省 2016 年谷子的种植面积是多少万亩．

（2）2017 年，若我省谷子的平均亩产量仍保持 160kg 不变，要使我省谷子的年总产量不低于 52 万吨，那么，今年我省至少应再多种植多少万亩的谷子？



【考点】 C9：一元一次不等式的应用；9A：二元一次方程组的应用．

【分析】 （1）可设我省 2016 年谷子的种植面积是 x 万亩，其他地区谷子的种植面积是 y 万亩，根据 2016 年全国谷子年总产量为 150 万吨列出方程组求解即可；

（2）可设我省应种植 z 万亩的谷子，根据我省谷子的年总产量不低于 52 万吨列出不等式求解即可．

【解答】 解：（1）设我省 2016 年谷子的种植面积是 x 万亩，其他地区谷子的种植面积是 y 万亩，依题意有

$$\begin{cases} x+y=2000 \\ \frac{160}{1000}x+\frac{60}{1000}y=150 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=300 \\ y=1700 \end{cases}$.

答：我省 2016 年谷子的种植面积是 300 万亩.

(2) 设我省应种植 z 万亩的谷子，依题意有

$$\frac{160}{1000}z \geq 52,$$

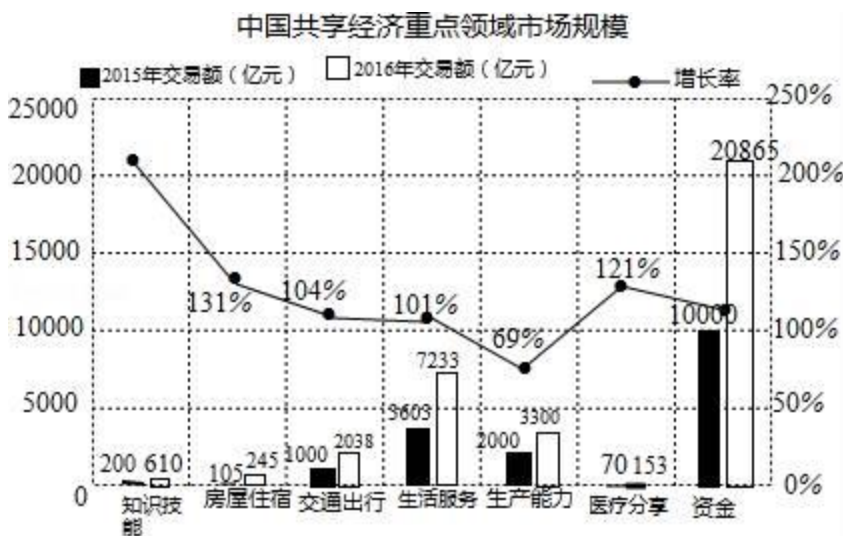
解得 $z \geq 325$,

$325 - 300 = 25$ (万亩) .

答：今年我省至少应再多种植 25 万亩的谷子.

20. 从共享单车，共享汽车等共享出行到共享充电宝，共享雨伞等共享物品，各式各样的共享经济模式在各个领域迅速普及应用，越来越多的企业和个人成为参与者与受益者. 根据国家信息中心发布的《中国分享经济发展报告 2017》显示，2016 年我国共享经济市场交易额约为 34520 亿元，比上年增长 103%；超 6 亿人参与共享经济活动，比上年增加约 1 亿人.

如图是源于该报告中的中国共享经济重点领域市场规模统计图：



(1) 请根据统计图解答下列问题：

①图中涉及的七个重点领域中，2016 年交易额的中位数是 2038 亿元.

②请分别计算图中的“知识技能”和“资金”两个重点领域从 2015 年到 2016 年交易额的增长率 (精确到 1%)，并就这两个重点领域中的一个分别从交易额和增长率两个方面，谈谈你的认识.

(2) 小宇和小强分别对共享经济中的“共享出行”和“共享知识”最感兴趣，他们上网查阅了

相关资料，顺便收集到四个共享经济领域的图标，并将其制成编号为 A, B, C, D 的四张卡片（除编号和内容外，其余完全相同）他们将这四张卡片背面朝上，洗匀放好，从中随机抽取一张（不放回），再从中随机抽取一张，请用列表或画树状图的方法求抽到的两张卡片恰好是“共享出行”和“共享知识”的概率（这四张卡片分别用它们的编号 A, B, C, D 表示）



【考点】 X6: 列表法与树状图法; VC: 条形统计图; VD: 折线统计图; W4: 中位数.

【分析】 (1) 根据图表将 2016 年七个重点领域的交易额从小到大罗列出来，根据中位数的定义即可得；

(2) 将÷2015 年的资金可分别求得两领域的增长率，结合增长率提出合理的认识即可；

(3) 画树状图列出所有等可能结果，根据概率公式求解可得.

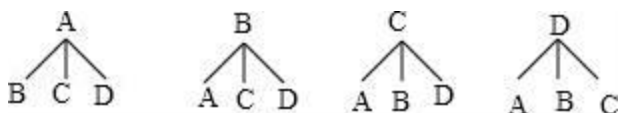
【解答】 解： (1) 由图可知，2016 年七个重点领域的交易额分别为 70、245、610、2038、3300、7233、20863，
2016 年交易额的中位数是 2038 亿元，
故答案为：2038；

(2) “知识技能”的增长率为： $\frac{610-200}{200} \times 100\% = 205\%$ ，

“资金”的增长率为： $\frac{20863-10000}{10000} \approx 109\%$ ，

由此可知，“知识技能”领域交易额较小，当增长率最高，达到 200%以上，其发展速度惊人.

(3) 画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中抽到“共享出行”和“共享知识”的结果数为 2，

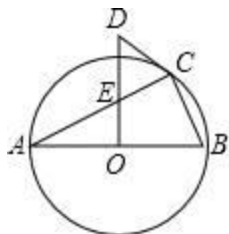
所以抽到“共享出行”和“共享知识”的概率= $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

21. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，且 AB 为 $\odot O$ 的直径， $OD \perp AB$ ，与 AC 交于点 E，与过点

C 的 $\odot O$ 的切线交于点 D.

(1) 若 $AC=4$, $BC=2$, 求 OE 的长.

(2) 试判断 $\angle A$ 与 $\angle CDE$ 的数量关系, 并说明理由.



【考点】 MC: 切线的性质; KQ: 勾股定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由圆周角定理得出 $\angle ACB=90^\circ$, 由勾股定理求出 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=2\sqrt{5}$, 得出 $OA=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}$, 证明 $\triangle AOE \sim \triangle ACB$, 得出对应边成比例即可得出答案; (2) 连接 OC, 由等腰三角形的性质得出 $\angle 1=\angle A$, 由切线的性质得出 $OC \perp CD$, 得出 $\angle 2+\angle CDE=90^\circ$, 证出 $\angle 3=\angle CDE$, 再由三角形的外角性质即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得: $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$,

$$\therefore OA=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5},$$

$$\because OD \perp AB,$$

$$\therefore \angle AOE=\angle ACB=90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle A=\angle A,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{OE}{BC}=\frac{OA}{AC}, \text{ 即 } \frac{OE}{2}=\frac{\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{解得: } OE=\frac{\sqrt{5}}{2};$$

(2) $\angle CDE=2\angle A$, 理由如下:

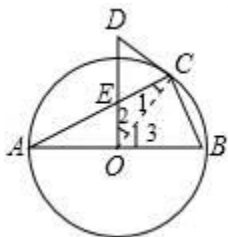
连接 OC, 如图所示:

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle 1=\angle A,$$

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OC \perp CD$,
 $\therefore \angle OCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 2 + \angle CDE = 90^\circ$,
 $\because OD \perp AB$,
 $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 3 = \angle CDE$,
 $\because \angle 3 = \angle A + \angle 1 = 2\angle A$,
 $\therefore \angle CDE = 2\angle A$.



22. 综合与实践

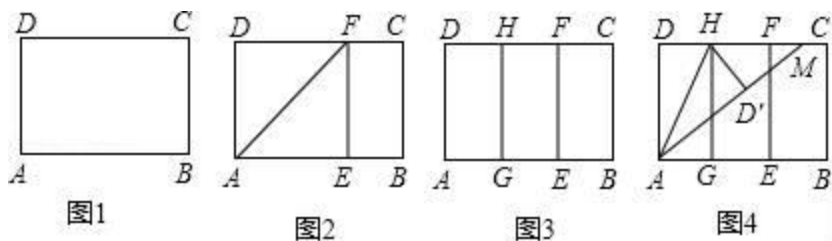
背景阅读 早在三千多年前，我国周朝数学家商高就提出：将一根直尺折成一个直角，如果勾等于三，股等于四，那么弦就等于五，即“勾三、股四、弦五”. 它被记载于我国古代著名数学著作《周髀算经》中，为了方便，在本题中，我们把三边的比为 3：4：5 的三角形称为（3，4，5）型三角形，例如：三边长分别为 9，12，15 或 $3\sqrt{2}$ ， $4\sqrt{2}$ ， $5\sqrt{2}$ 的三角形就是（3，4，5）型三角形，用矩形纸片按下面的操作方法可以折出这种类型的三角形.

实践操作 如图 1，在矩形纸片 ABCD 中， $AD=8\text{cm}$ ， $AB=12\text{cm}$.

第一步：如图 2，将图 1 中的矩形纸片 ABCD 沿过点 A 的直线折叠，使点 D 落在 AB 上的点 E 处，折痕为 AF，再沿 EF 折叠，然后把纸片展平.

第二步：如图 3，将图 2 中的矩形纸片再次折叠，使点 D 与点 F 重合，折痕为 GH，然后展平，隐去 AF.

第三步：如图 4，将图 3 中的矩形纸片沿 AH 折叠，得到 $\triangle AD'H$ ，再沿 AD' 折叠，折痕为 AM，AM 与折痕 EF 交于点 N，然后展平.



问题解决

- (1) 请在图 2 中证明四边形 AEFD 是正方形.
- (2) 请在图 4 中判断 NF 与 ND' 的数量关系, 并加以证明;
- (3) 请在图 4 中证明 $\triangle AEN$ (3, 4, 5) 型三角形;

探索发现

- (4) 在不添加字母的情况下, 图 4 中还有哪些三角形是 (3, 4, 5) 型三角形? 请找出并直接写出它们的名称.

【考点】 RB: 几何变换综合题.

【分析】 (1) 根据矩形的性质得到 $\angle D = \angle DAE = 90^\circ$, 由折叠的性质得得到 $AE = AD$, $\angle AEF = \angle D = 90^\circ$, 求得 $\angle D = \angle DAE = \angle AEF = 90^\circ$, 得到四边形 AEFD 是矩形, 由于 $AE = AD$, 于是得到结论;

(2) 连接 HN, 由折叠的性质得到 $\angle AD'H = \angle D = 90^\circ$, $HF = HD = HD'$, 根据正方形的想知道的 $\angle HD'N = 90^\circ$, 根据全等三角形的性质即可得到结论;

(3) 根据正方形的性质得到 $AE = EF = AD = 8\text{cm}$, 由折叠得, $AD' = AD = 8\text{cm}$, 设 $NF = x\text{cm}$, 则 $ND' = x\text{cm}$, 根据勾股定理列方程得到 $x = 2$, 于是得到结论;

- (4) 根据 (3, 4, 5) 型三角形的定义即可得到结论.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,
 $\therefore \angle D = \angle DAE = 90^\circ$,
 由折叠的性质得, $AE = AD$, $\angle AEF = \angle D = 90^\circ$,
 $\therefore \angle D = \angle DAE = \angle AEF = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 AEFD 是矩形,
 $\because AE = AD$,
 $\therefore$ 矩形 AEFD 是正方形;

- (2) 解: $NF = ND'$,

理由：连接 HN，由折叠得， $\angle AD'H = \angle D = 90^\circ$ ， $HF = HD = HD'$ ，

$\therefore$ 四边形 AEFD 是正方形，

$\therefore \angle EFD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AD'H = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle HD'N = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle HNF$ 与 $\text{Rt}\triangle HND'$ 中， $\begin{cases} HN=HN \\ HF=HD' \end{cases}$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle HNF \cong \text{Rt}\triangle HND'$ ，

$\therefore NF = ND'$ ；

(3) 解： $\therefore$ 四边形 AEFD 是正方形，

$\therefore AE = EF = AD = 8\text{cm}$ ，

由折叠得， $AD' = AD = 8\text{cm}$ ，

设 $NF = x\text{cm}$ ，则 $ND' = x\text{cm}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AEN$ 中，

$\therefore AN^2 = AE^2 + EN^2$ ，

$\therefore (8+x)^2 = 8^2 + (8-x)^2$ ，

解得： $x = 2$ ，

$\therefore AN = 8+x = 10\text{cm}$ ， $EN = 6\text{cm}$ ，

$\therefore EN : AE : AN = 3 : 4 : 5$ ，

$\therefore \triangle AEN$ 是 (3, 4, 5) 型三角形；

(4) 解：图 4 中还有 $\triangle MFN$ ， $\triangle MD'H$ ， $\triangle MDA$ 是 (3, 4, 5) 型三角形，

$\therefore CF \parallel AE$ ，

$\therefore \triangle CFN \sim \triangle AEN$ ，

$\therefore EN : AE : AN = 3 : 4 : 5$ ，

$\therefore FN : CF : CN = 3 : 4 : 5$ ，

$\therefore \triangle MFN$ 是 (3, 4, 5) 型三角形；

同理， $\triangle MD'H$ ， $\triangle MDA$ 是 (3, 4, 5) 型三角形。

【解答】解：（1）由 $y=0$ 得 $-\frac{\sqrt{3}}{9}x^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x+3\sqrt{3}=0$,

解得： $x_1=-3$, $x_2=9$,

$\therefore B(9, 0)$,

由 $x=0$ 得 $y=3\sqrt{3}$,

$\therefore C(0, 3\sqrt{3})$,

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$, $\therefore \begin{cases} 9k+b=0 \\ b=3\sqrt{3} \end{cases}$,

$$\therefore \begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=3\sqrt{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+3\sqrt{3}$;

（2）①过 p 作 $PG \perp x$ 轴于 G,

$\therefore A(-3, 0)$, $C(0, 3\sqrt{3})$,

$\therefore OA=3$, $OC=3\sqrt{3}$,

$\therefore \tan \angle CAO = \sqrt{3}$,

$\therefore \angle CAO = 60^\circ$,

$\therefore AP=t$,

$\therefore PG = \frac{\sqrt{3}}{2}t$, $AG = \frac{1}{2}t$,

$\therefore OG = 3 - \frac{1}{2}t$,

$\therefore P(\frac{1}{2}t - 3, \frac{\sqrt{3}}{2}t)$,

$\therefore DQ \perp x$ 轴, $BQ=2t$,

$\therefore OQ=9-2t$,

$\therefore D(9-2t, -\frac{4\sqrt{3}}{9}t^2+\frac{8\sqrt{3}}{3}t)$,

②过 P 作 $PH \perp QD$ 于 H,

则四边形 PGQH 是矩形,

$\therefore HQ=PG$, $\therefore PQ=PD$, $PH \perp QD$, $\therefore DQ=2HQ=2PG$, $\therefore P(\frac{1}{2}t-3, \frac{\sqrt{3}}{2}t)$, $D(9-2t, -\frac{4\sqrt{3}}{9}t^2+\frac{8\sqrt{3}}{3}t)$,

$\therefore -\frac{4\sqrt{3}}{9}t^2+\frac{8\sqrt{3}}{3}t=2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}t$,

解得: $t_1=0$ (舍去), $t_2=\frac{15}{4}$, $\therefore$ 当 $PQ=PD$ 时, t 的值是 $\frac{15}{4}$;

(3) $\because$ 点 F 为 PD 的中点,

$\therefore F$ 的横坐标为: $\frac{1}{2} (\frac{1}{2}t - 3 + 9 - 2t) = -\frac{3}{4}t + 3$, F 的纵坐标为 $\frac{1}{2} (\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{4\sqrt{3}}{9}t^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3}t) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}t^2 + \frac{19\sqrt{3}}{12}t$,

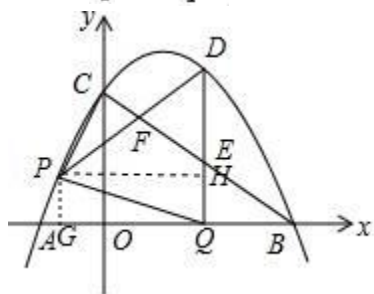
$\therefore F (-\frac{3}{4}t + 3, -\frac{2\sqrt{3}}{9}t^2 + \frac{19\sqrt{3}}{12}t)$,

$\because$ 点 F 在直线 BC 上,

$\therefore -\frac{2\sqrt{3}}{9}t^2 + \frac{19\sqrt{3}}{12}t = -\frac{\sqrt{3}}{3} (-\frac{3}{4}t + 3) + 3\sqrt{3}$,

$\therefore t=3$,

$\therefore F (\frac{3}{4}, \frac{11\sqrt{3}}{4})$.



2017 年 7 月 16 日