

2016 年山西省中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. (2016 · 山西) $-\frac{1}{6}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. -6 C. 6 D. $-\frac{1}{6}$

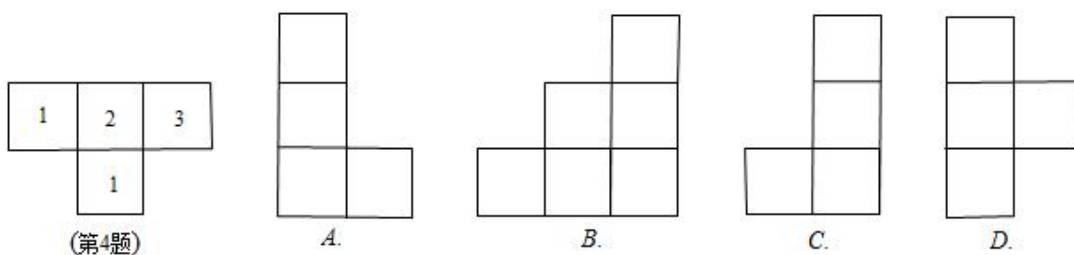
2. (2016 · 山西) 不等式组 $\begin{cases} x+5>0 \\ 2x<6 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x>5$ B. $x<3$ C. $-5<x<3$ D. $x<5$

3. (2016 · 山西) 以下问题不适合全面调查的是 ()

- A. 调查某班学生每周课前预习的时间 B. 调查某中学在职教师的身体健康状况
C. 调查全国中小学生课外阅读情况 D. 调查某篮球队员的身高

4. (2016 · 山西) 如图是由几个大小相同的小正方体搭成的几何体的俯视图, 小正方体中的数字表示该位置小正方体的个数, 则该几何体的左视图是 ()



5. (2016 · 山西) 我国计划在 2020 年左右发射火星探测卫星. 据科学研究, 火星距离地球的最近距离约为 5500 万千米, 这个数据用科学计数法可表示为 ()

- A. 5.5×10^6 B. 5.5×10^7 C. 55×10^6 D. 0.55×10^8

6. (2016 · 山西) 下列运算正确的是 ()

- A. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4}$ B. $(3a^2)^3 = 9a^6$ C. $5^{-3} \div 5^{-5} = \frac{1}{25}$ D. $\sqrt{8} - \sqrt{50} = -3\sqrt{2}$

7. (2016 · 山西) 甲、乙两个搬运工搬运某种货物, 已知乙比甲每小时多搬运 600kg, 甲搬运 5000kg 所用的时间与乙搬运 8000kg 所用的时间相等, 求甲、乙两人每小时分别搬运多少 kg 货物. 设甲每小时搬运 x kg 货物, 则可列方程为 ()

- A. $\frac{5000}{x-600} = \frac{8000}{x}$ B. $\frac{5000}{x} = \frac{8000}{x+600}$
C. $\frac{5000}{x+600} = \frac{8000}{x}$ D. $\frac{5000}{x} = \frac{8000}{x-600}$

8. (2016 · 山西) 将抛物线 $y = x^2 - 4x - 4$ 向左平移 3 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到抛物线

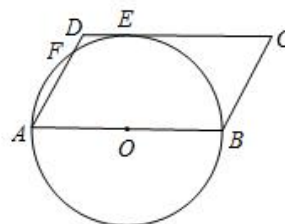
的表达式为 ()

- A. $y = (x+1)^2 - 13$ B. $y = (x-5)^2 - 3$ C. $y = (x-5)^2 - 13$ D. $y = (x+1)^2 - 3$

9. (2016·山西) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AB 为 $\odot O$ 的直径, $\odot O$ 与

DC 相切于点 E , 与 AD 相交于点 F , 已知 $AB=12$, $\angle C = 60^\circ$, 则 $\widehat{FE}$ 的长为 ()

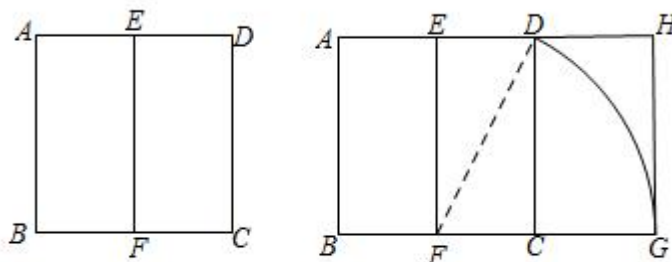
- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π



(第9题图)

10. (2016·山西) 宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约为 0.618) 的矩形叫做黄金矩形. 黄金矩形蕴藏着丰富的美学价值, 给我们以协调和匀称的美感. 我们可以用这样的方法画出黄金矩形: 作正方形 $ABCD$, 分别取 AD , BC 的中点 E , F , 连接 EF ; 以点 F 为圆心, 以 FD 为半径画弧, 交 BC 的延长线与点 G ; 作 $GH \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 H . 则图中下列矩形是黄金矩形的是 ()

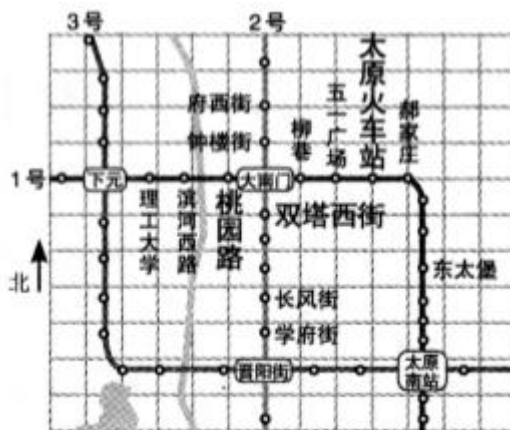
A. 矩形 $ABFE$ B. 矩形 $EFCD$ C. 矩形 $EFGH$ D. 矩形 $DCGH$



(第10题)

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. (2016·山西) 如图是利用网格画出的太原市地铁 1, 2, 3 号线路部分规划示意图. 若建立适当的平面直角坐标系, 表示双塔西街点的坐标为 $(0, -1)$, 表示桃园路的点的坐标为 $(-1, 0)$, 则表示太原火车站的点 (正好在网格点上) 的坐标是_____.

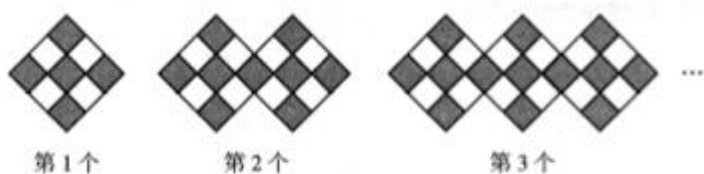


12. (2016·山西) 已知点 $(m-1, y_1)$, $(m-3, y_2)$

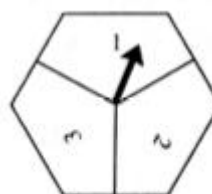
是反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m < 0)$ 图象上的两点, 则 y_1 _____ y_2

(填 “>” 或 “=” 或 “<”)

13. (2016·山西) 如图是一组有规律的图案, 它们是由边长相同的小正方形组成, 其中部分小正方形涂有阴影, 依此规律, 第 n 个图案中有_____个涂有阴影的小正方形 (用含有 n 的代数式表示).



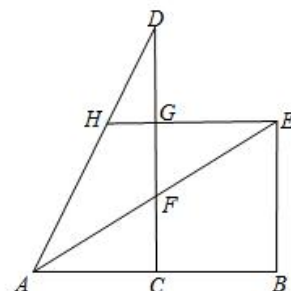
(第13题)



(第14题)

14. (2016·山西) 如图是一个能自由转动的正六边形转盘, 这个转盘被三条分割线分成形状相同, 面积相等的三部分, 且分别标有“1”“2”“3”三个数字, 指针的位置固定不动. 让转盘自动转动两次, 当指针指向的数都是奇数的概率为

15. (2016·山西) 如图, 已知点 C 为线段 AB 的中点, $CD \perp AB$ 且 $CD=AB=4$, 连接 AD , $BE \perp AB$, AE 是 $\angle DAB$ 的平分线, 与 DC 相交于点 F , $EH \perp DC$ 于点 G , 交 AD 于点 H , 则 HG 的长为



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (2016·山西) (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 计算: $(-3)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} - \sqrt{8} \times \sqrt{2} + (-2)^0$

(2) 先化简, 在求值: $\frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 1} - \frac{x}{x + 1}$, 其中 $x = -2$.

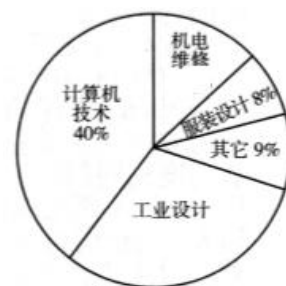
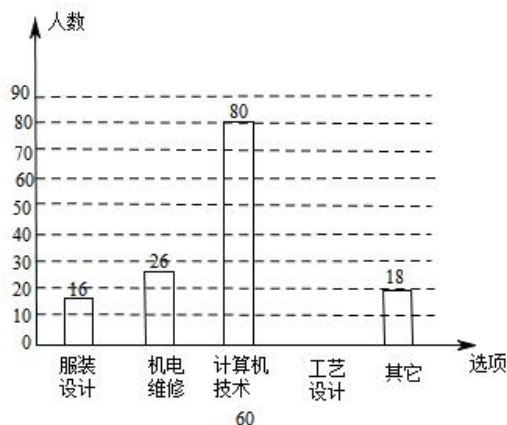
17. (2016·山西) (本题 7 分) 解方程: $2(x - 3)^2 = x^2 - 9$

18. (2016·山西) (本题 8 分) 每年 5 月的第二周为: “职业教育活动周”, 年我省展开了以“弘扬工匠精神, 打造技能强国”为主题的系列活动, 活动期间某职业中学组织全校师生并邀请学生家长和社区居民参加“职教体验观摩”动, 相关专业技术人员进行了现场演示, 活动后该校随机抽取了部分学生进行调查: “你最感兴趣的一职业技能是什么?” 并对进行了统计, 绘制了统计图 (均不完整).

(1) 补全条形统计图和扇形统计图;

(2) 若该校共有 1800 名学生, 请估计该校对“工业设计”最感兴趣的学生有多少人?

(3) 要从这些被调查的行访谈, 那么正好抽到对感兴趣的学生的概率是_____

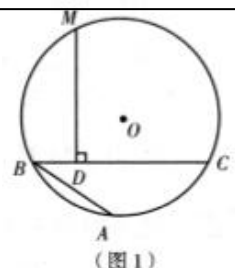


学生中随机抽取一人进“机电维修”最

今
期
活
行
种
此

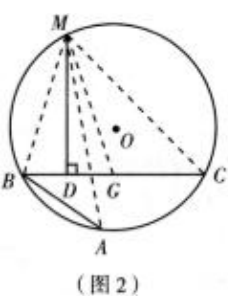
19. (2016·山西) (本题 7 分) 请阅读下列材料, 并完成相应的任务:

阿基米德折弦定理



阿基米德 (Archimedes, 公元前 287~公元 212 年, 古希腊) 是有史以来最伟大的数学家之一. 他与牛顿、高斯并称为三大数学王子.

阿拉伯 *Al-Biruni* (973 年~1050 年) 的译文中保存了阿基米德折弦定理的内容, 苏联在 1964 年根据 *Al-Biruni* 译本出版了俄文版《阿基米德全集》, 第一题就是阿基米德的折弦定理.



阿基米德折弦定理: 如图 1, AB 和 BC 是 $\odot O$ 的两条弦 (即折线 ABC 是圆的一条折弦), $BC > AB$, M 是 $\widehat{ABC}$ 的中点, 则从 M 向 BC 所作垂线的垂足 D 是折弦 ABC 的中点, 即 $CD = AB + BD$.

下面是运用“截长法”证明 $CD = AB + BD$ 的部分证明过程.

证明: 如图 2, 在 CB 上截取 $CG = AB$, 连接 MA , MB , MC 和 MG .

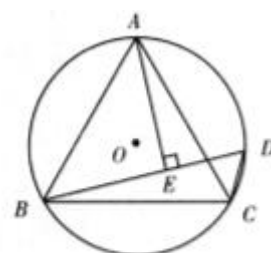
$\therefore M$ 是 $\widehat{ABC}$ 的中点,

$\therefore MA = MC$

...

任务: (1) 请按照上面的证明思路, 写出该证明的剩余部分;

(2) 填空: 如图 (3), 已知等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB = 2$, D 为 $\odot O$ 上一点, $\angle ABD = 45^\circ$, $AE \perp BD$ 与点 E , 则 $\triangle BDC$ 的长是_____.



(图 3)

20. (2016 · 山西) (本题 7 分) 我省某苹果基地销售优质苹果, 该基地对需要送货

且购买量在 $2000\text{kg} \sim 5000\text{kg}$ (含 2000kg 和 5000kg) 的客户有两种销售方案 (客户只能选择其中一种方案):

方案 A: 每千克 5.8 元, 由基地免费送货.

方案 B: 每千克 5 元, 客户需支付运费 2000 元.

(1) 请分别写出按方案 A, 方案 B 购买这种苹果的应付款 y (元) 与购买量 x (kg) 之间的函数表达式;

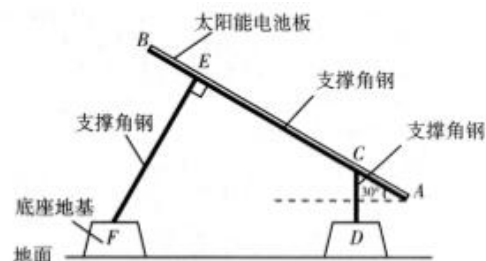
(2) 求购买量 x 在什么范围时, 选用方案 A 比方案 B 付款少;

(3) 某水果批发商计划用 20000 元, 选用这两种方案中的一种, 购买尽可能多的这种苹果, 请直接写出他应选择哪种方案.

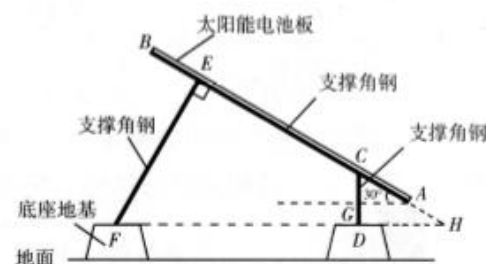


(第 20 题图)

21. (2016 · 山西) (本题 10 分) 太阳能光伏发电因其清洁、安全、便利、高效等特点, 已成为世界各国普遍关注和重点发展的新兴产业, 如图是太阳能电池板支撑架的截面图, 其中的粗线表示支撑角钢, 太阳能电池板与支撑角钢 AB 的长度相同, 均为 300cm , AB 的倾斜角为 30° , $BE = CA = 50\text{cm}$, 支撑角钢 CD , EF 与底座地基台面接触点分别为 D , F , CD 垂直于地面, $FE \perp AB$ 于点 E . 两个底座地基高度相同 (即点 D , F 到地面的垂直距离相同), 均为 30cm , 点 A 到地面的垂直距离为 50cm , 求支撑角钢 CD 和 EF 的长度各是多少 cm (结果保留根号)



(第 21 题)



22. (2016·山西) (本题 12 分) 综合与实践

问题情境

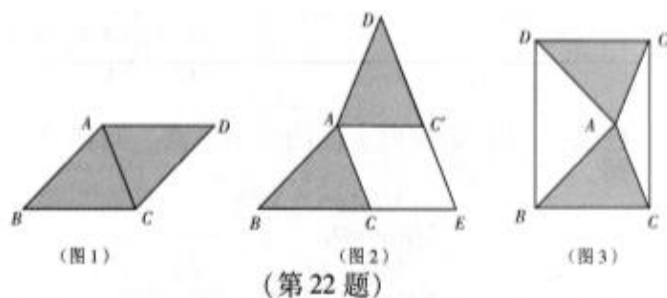
在综合与实践课上,老师让同学们以“菱形纸片的剪拼”为主题开展数学活动,如图 1,将一张菱形纸片 $ABCD$ ($\angle BAD > 90^\circ$) 沿对角线 AC 剪开,得到 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$.

操作发现

- (1) 将图 1 中的 $\triangle ACD$ 以 A 为旋转中心,逆时针方向旋转角 α , 使 $\alpha = \angle BAC$, 得到如图 2 所示的 $\triangle AC'D$, 分别延长 BC

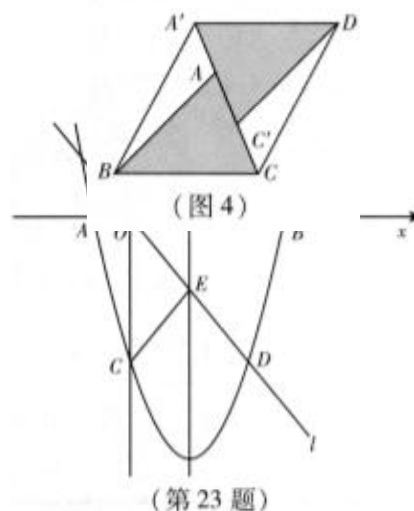
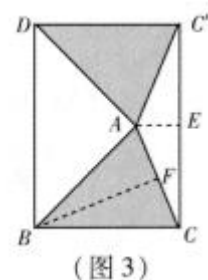
和 DC' 交于点 E , 则四边形 $ACEC'$ 的状是_____; (2 分)

- (2) 创新小组将图 1 中的 $\triangle ACD$ 以 A 为旋转中心, 按逆时针方向旋转角 α , 使 $\alpha = 2\angle BAC$, 得到如图 3 所示的 $\triangle AC'D$, 连接 DB , $C'C$, 得到四边形 $BCC'D$, 发现它是矩形. 请你证明这个论;



实践探究

- (3) 缜密小组在创新小组发现结论的基础上, 量得图 3 中 $BC=13cm$, $AC=10cm$, 然后提出一个问题: 将 $\triangle AC'D$ 沿着射线 DB 方向平移 acm , 得到 $\triangle A'C'D'$, 连接 BD' , CC' , 使四边形 $BCC'D'$ 恰好为正方形, 求 a 的值. 请你解答此问题;
- (4) 请你参照以上操作, 将图 1 中的 $\triangle ACD$ 在同一平面内进行一次平移, 得到 $\triangle A'C'D'$, 在图 4 中画出平移后构造出的新图形, 标明字母, 说明平移及构图方法, 写出你发现的结论, 不必证明.



23.如图,在平面直角坐标系中,已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 8$ 与 x 轴交于 A, B 两点,与 y 轴交于点 C , 直线 l 经过坐标原点 O , 与抛物线的一个交点为 D , 与抛物线的对称轴交于点 E , 连接 CE , 已知点 A, D 的坐标分别为 $(-2, 0)$, $(6, -8)$.

- (1) 求抛物线的函数表达式, 并分别求出点 B 和点 E 的坐标;
- (2) 试探究抛物线上是否存在点 F , 使 $\triangle FOE \cong \triangle FCE$, 若存在, 请直接写出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 若点 P 是 y 轴负半轴上的一个动点, 设其坐标为 $(0, m)$,

直线 PB 与直线 l 交于点 Q . 试探究: 当 m 为何值时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

2016 年山西省中考数学试卷 (解析版)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. (2016 · 山西) $-\frac{1}{6}$ 的相反数是 (A)

A. $\frac{1}{6}$ B. -6 C. 6 D. $-\frac{1}{6}$

考点: 相反数

解析: 利用相反数和为 0 计算

解答: 因为 $a+(-a)=0$

$\therefore -\frac{1}{6}$ 的相反数是 $\frac{1}{6}$

2. (2016·山西) 不等式组 $\begin{cases} x+5>0 \\ 2x<6 \end{cases}$ 的解集是 (C)

A. $x>5$ B. $x<3$ C. $-5<x<3$ D. $x<5$

考点: 解一元一次不等式组

分析: 先求出每个不等式的解集, 再根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集即可.

解答: 解 $\begin{cases} x+5>0 \text{ ①} \\ 2x<6 \text{ ②} \end{cases}$

由①得 $x>-5$

由②得 $x<3$

所以不等式组的解集是 $-5<x<3$

3. (2016·山西) 以下问题不适合全面调查的是 (C)

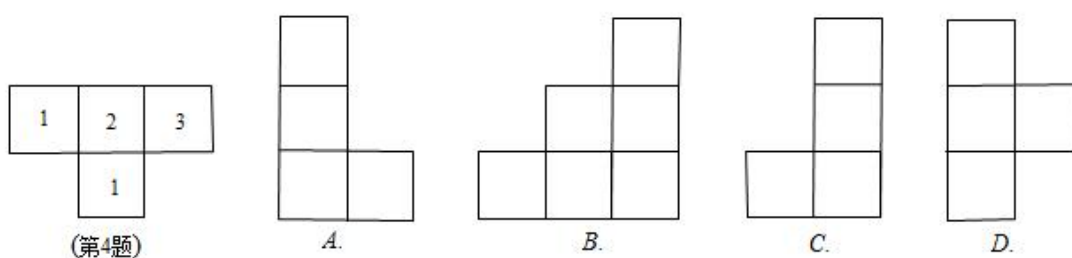
A. 调查某班学生每周课前预习的时间 B. 调查某中学在职教师的身体健康状况
C. 调查全国中小学生课外阅读情况 D. 调查某篮球队员的身高

考点: 全面调查与抽样调查.

分析: 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用全面调查.

解答: A. 调查某班学生每周课前预习的时间, 班级容量小, 且要求精准度高, 用全面调查
B. 调查某中学在职教师的身体健康状况, 人数不多, 容易调查, 适合普查;
C. 调查全国中小学生课外阅读情况, 中学生的人数比较多, 适合采取抽样调查;
D. 调查某篮球队员的身高, 此种情况数量不是很大, 故必须普查;

4. (2016·山西) 如图是由几个大小相同的小正方体搭成的几何体的俯视图, 小正方体中的数字表示该位置小正方体的个数, 则该几何体的左视图是 (A)



考点: 三视图

分析：根据俯视图上的数字确定，每一列上的个数由该方向上的最大数决定.

解答：从左面看第一列可看到 3 个小正方形，第二列有 1 个小正方形

故选 A.

5. (2016 · 山西) 我国计划在 2020 年左右发射火星探测卫星. 据科学研究, 火星距离地球的最近距离约为 5500 万千米, 这个数据用科学计数法可表示为 (B)

A. 5.5×10^6 B. 5.5×10^7 C. 55×10^6 D. 0.55×10^8

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答：将 55 000 000 用科学记数法表示为： 5.5×10^7 .

6. (2016 · 山西) 下列运算正确的是 (D)

A. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4}$ B. $(3a^2)^3 = 9a^6$ C. $5^{-3} \div 5^{-5} = \frac{1}{25}$ D. $\sqrt{8} - \sqrt{50} = -3\sqrt{2}$

考点：实数的运算，幂的乘方，同底数幂的除法，

分析：根据实数的运算可判断 A.

根据幂的乘方可判断 B.

根据同底数幂的除法可判断 C.

根据实数的运算可判断 D

解答：A. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, 故 A 错误

B. $(3a^2)^3 = 27a^6$, 故 B 错误

C. $5^{-3} \div 5^{-5} = \frac{1}{5^3} \div \frac{1}{5^5} = \frac{1}{5^3} \times 5^5 = 5^2 = 25$, 故 C 错误.

D. $\sqrt{8} - \sqrt{50} = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$, 故选 D.

7. (2016 · 山西) 甲、乙两个搬运工搬运某种货物，已知乙比甲每小时多搬运 600kg，甲搬运 5000kg 所用的时间与乙搬运 8000kg 所用的时间相等，求甲、乙两人每小时分别搬运多少 kg 货物. 设甲每小时搬运 x kg 货物，则可列方程为 (B)

A. $\frac{5000}{x-600} = \frac{8000}{x}$ B. $\frac{5000}{x} = \frac{8000}{x+600}$
C. $\frac{5000}{x+600} = \frac{8000}{x}$ D. $\frac{5000}{x} = \frac{8000}{x-600}$

考点：分式方程的应用

分析：设甲每小时搬运 x kg 货物，则甲搬运 5000kg 所用的时间是： $\frac{5000}{x}$,

根据题意乙每小时搬运的货物为 $x+600$ ，乙搬运 8000kg 所用的时间为 $\frac{8000}{x+600}$

再根据甲搬运 5000kg 所用的时间与乙搬运 8000kg 所用的时间相等列方程

解答：甲搬运 5000kg 所用的时间与乙搬运 8000kg 所用的时间相等，所以 $\frac{5000}{x} = \frac{8000}{x+600}$

故选 B.

8. (2016 · 山西) 将抛物线 $y = x^2 - 4x - 4$ 向左平移 3 个单位，再向上平移 5 个单位，得到抛物线的表达式为 (D)

A. $y = (x+1)^2 - 13$ B. $y = (x-5)^2 - 3$ C. $y = (x-5)^2 - 13$ D. $y = (x+1)^2 - 3$

考点：抛物线的平移

分析：先将一般式化为顶点式，根据左加右减，上加下减来平移

解答：将抛物线化为顶点式为： $y = (x-2)^2 - 8$ ，左平移 3 个单位，再向上平移 5 个单位

得到抛物线的表达式为 $y = (x+1)^2 - 3$

故选 D.

9. (2016 · 山西) 如图，在 $\square ABCD$ 中， AB 为 $\odot O$ 的直径， $\odot O$ 与 DC 相切于点 E ，与 AD 相交于点 F ，已知 $AB=12$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，则 $\widehat{FE}$ 的长为 (C)

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

考点：切线的性质，求弧长

分析：如图连接 OF ， OE

由切线可知 $\angle 4 = 90^\circ$ ，故由平行可知 $\angle 3 = 90^\circ$

由 $OF=OA$ ，且 $\angle C = 60^\circ$ ，所以 $\angle 1 = \angle C = 60^\circ$ 所以 $\triangle OFA$ 为等边三角形 $\therefore \angle 2 = 60^\circ$ ，

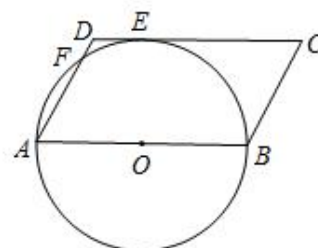
从而可以得出 $\widehat{FE}$ 所对的圆心角然后根据弧长公式即可求出

解答： $\angle EOF = 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

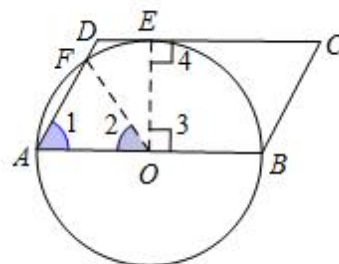
$r=12 \div 2=6$

$\therefore \widehat{FE} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{30 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \pi$

故选 C



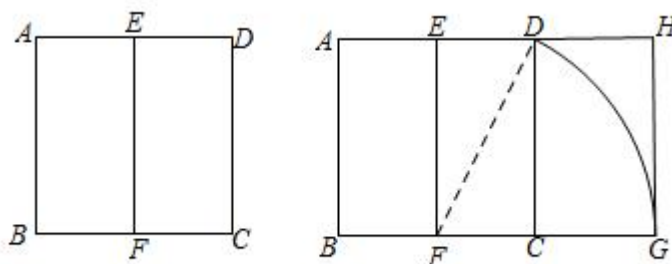
(第9题图)



(第9题图)

10. (2016 · 山西) 宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约为 0.618) 的矩形叫做黄金矩形. 黄金矩形蕴藏着丰富的美学价值, 给我们以协调和匀称的美感. 我们可以用这样的方法画出黄金矩形: 作正方形 $ABCD$, 分别取 AD , BC 的中点 E , F , 连接 EF ; 以点 F 为圆心, 以 FD 为半径画弧, 交 BC 的延长线与点 G ;

A. 矩形 $ABFE$ B. 矩形 $EFCD$ C. 矩形 $EFGH$ D. 矩形 $DCGH$



(第10题)

分析: 由作图方法可知 $DF = \sqrt{5} CF$, 所以 $CG = (\sqrt{5} - 1)CF$, 且 $GH = CD = 2CF$

从而得出黄金矩形

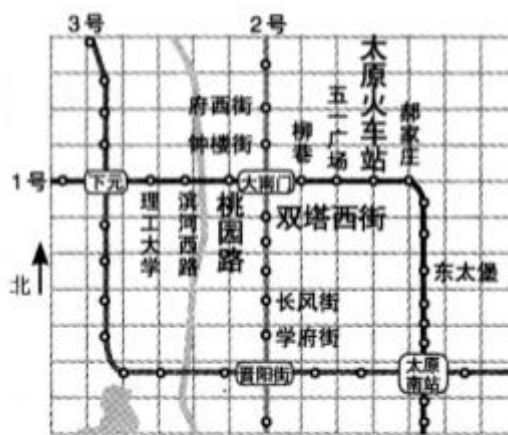
解答: $CG=(\sqrt{5}-1)CF$, $GH=2CF$

$$\therefore \frac{CG}{GH} = \frac{(\sqrt{5}-1)CF}{2CF} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$\therefore$ 矩形 $DCGH$ 是黄金矩形

选 D .

11. (2016 · 山西) 如图是利用网格画出的太原市地铁 1, 2, 3 号线路部分规划示意图. 若建立适当的平面直角坐标系, 表示双塔西街点的坐标为 $(0, -1)$, 表示桃园路的点的坐标为 $(-1, 0)$, 则表示太原火车站的点 (正好在网格点上) 的坐标是 $(3, 0)$.



分析: 根据双塔西街点的坐标为 $(0, -1)$ ，可知大南门为坐标原点，从而求出太原火车站的点（正好在网格点上）的坐标

解答：太原火车站的点（正好在网格点上）的坐标
(3, 0)

12. (2016 · 山西) 已知点 $(m-1, y_1)$, $(m-3, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m < 0)$ 图象上的两点,

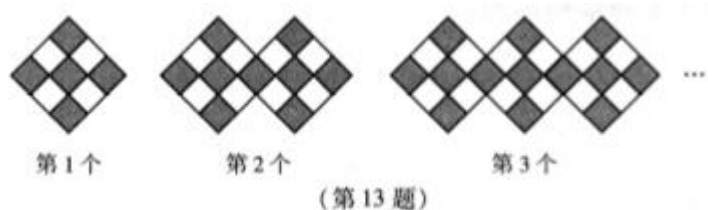
则 y_1 $>$ y_2 (填 “ $>$ ” 或 “ $=$ ” 或 “ $<$ ”)

分析: 由反比函数 $m < 0$, 则图象在第二四象限分别都是 y 随着 x 的增大而增大
 $\therefore m < 0, \therefore m-1 < 0, m-3 < 0$, 且 $m-1 > m-3$, 从而比较 y 的大小

解答: 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 中, $m < 0$, $m-1 < 0$, $m-3 < 0$, 在第四象限 y 随着 x 的增大而增大

且 $m-1 > m-3$, 所以 $y_1 > y_2$

13. (2016 · 山西) 如图是一组有规律的图案，它们是由边长相同的小正方形组成，其中部分小正方形涂有阴影，依此规律，第 n 个图案中有 $(4n+1)$ 个涂有阴影的小正方形 (用含有 n 的代数式表示) .



考点: 找规律

分析: 由图可知, 涂有阴影的正方形有 $5+4(n-1)=4n+1$ 个

解答: $(4n+1)$

14. (2016 · 山西) 如图是一个能自由转动的正六边形转盘, 这个转盘被三条分割线分成形状相同, 面积相等的三部分, 且分别标有“1”“2”“3”三个数字, 指针的位置固定不动. 让转盘自动转动两次, 当指针指向的数都是奇数的概率为 $\frac{4}{9}$ _____

考点: 树状图或列表求概率

分析: 列表如图:

	1	2	3
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)



解答: 由

表可知指针

指向的数都是奇数的概率为 $\frac{4}{9}$

15. (2016 · 山西) 如图, 已知点 C 为线段 AB 的中点, $CD \perp AB$ 且 $CD=AB=4$, 连接 AD , $BE \perp AB$, AE 是 $\angle DAB$ 的平分线, 与 DC 相交于点 F , $EH \perp DC$ 于点 G , 交 AD 于

点 H , 则 HG 的长为 $3 - \sqrt{5}$ (或 $\frac{2\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+1}$)

考点: 勾股定理, 相似, 平行线的性质, 角平分线;

析: 由勾股定理求出 DA ,

由平行得出 $\angle 1 = \angle 2$, 由角平分得出 $\angle 2 = \angle 3$

从而得出 $\angle 1 = \angle 3$, 所以 $HE=HA$.

再利用 $\triangle DGH \sim \triangle DCA$ 即可求出 HE ,

从而求出 HG

解答: 如图 (1) 由勾股定理可得

$$DA = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

由 AE 是 $\angle DAB$ 的平分线可知 $\angle 1 = \angle 2$

分

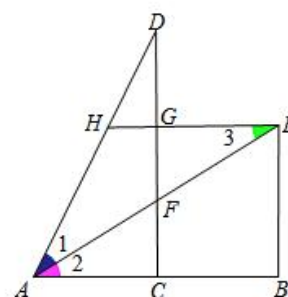
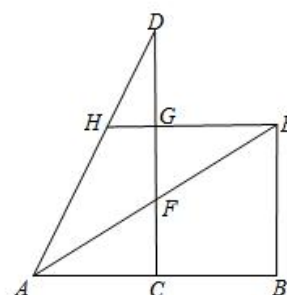


图 (1)

由 $CD \perp AB$, $BE \perp AB$, $EH \perp DC$ 可知四边形 $GEBC$ 为矩形, $\therefore HE \parallel AB$, $\therefore \angle 2 = \angle 3$
 $\therefore \angle 1 = \angle 3$
 故 $EH = HA$
 设 $EH = HA = x$

则 $GH = x - 2$, $DH = 2\sqrt{5} - x$

$\because HE \parallel AC \quad \therefore \triangle DGH \sim \triangle DCA$

$$\therefore \frac{DH}{DA} = \frac{HG}{AC} \text{ 即 } \frac{2\sqrt{5} - x}{2\sqrt{5}} = \frac{x - 2}{2}$$

解得 $x = 5 - \sqrt{5}$ 故 $HG = EH - EG = 5 - \sqrt{5} - 2 = 3 - \sqrt{5}$

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (2016 · 山西) (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 计算: $(-3)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} - \sqrt{8} \times \sqrt{2} + (-2)^0$

考点: 实数的运算, 负指数幂, 零次幂

分析: 根据实数的运算, 负指数幂, 零次幂三个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 原式 $= 9 - 5 - 4 + 1$ (4 分)

$= 1$ (5 分)

(2) 先化简, 在求值: $\frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 1} - \frac{x}{x + 1}$, 其中 $x = -2$.

考点: 分式的化简求值

分析: 先把分子分母因式分解, 化简后进行减法运算

解答: 原式 $= \frac{2x(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{x}{x + 1}$ (2 分)

$$= \frac{2x}{x + 1} - \frac{x}{x + 1}$$
 (3 分)

$$= \frac{x}{x + 1}$$
 (4 分)

当 $x = -2$ 时, 原式 $= \frac{x}{x + 1} = \frac{-2}{-2 + 1} = 2$ (5 分)

17. (2016 · 山西) (本题 7 分) 解方程: $2(x - 3)^2 = x^2 - 9$

考点: 解一元二次方程

分析：方法一：观察方程，可先分解因式，然后提取 $x-3$ ，利用公式法求解

方法二：将方程化为一般式，利用公式法求解

解答：解法一：

$$\text{原方程可化为 } 2(x-3)^2 = (x+3)(x-3) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$2(x-3)^2 - (x+3)(x-3) = 0 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$(x-3)[2(x-3) - (x+3)] = 0 \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$(x-3)(x-9) = 0 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$\therefore x-3=0 \text{ 或 } x-9=0 \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = 9 \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

解法二：

原方程可化为

$$x^2 - 12x + 27 = 0 \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

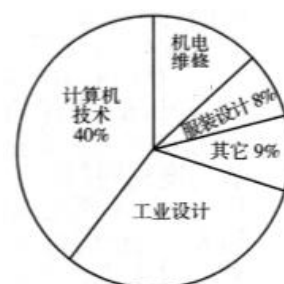
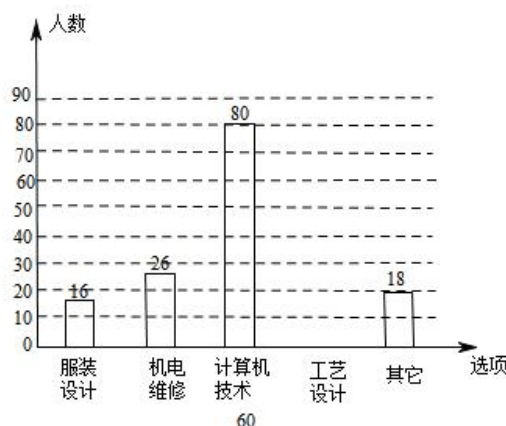
$$\text{这里 } a=1, b=-12, c=27. \therefore b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 27 = 36 > 0$$

$$\therefore x = \frac{12 \pm \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{12 \pm 6}{2} \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$\text{因此原方程的根为 } x_1 = 3, x_2 = 9 \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

18. (2016·山西) (本题 8 分) 每年 5 月的第二周为：“职业教育活动周”，今年我省展开了以“弘扬工匠精神，打造技能强国”为主题的系列活动，间某职业中学组织全校师生并邀请学生家长和社区居民参加“职教体验观摩”活动，相关职业技术人员进行了现场演示，活动后该校随机抽取了部分学生查：“你最感兴趣的一技能是什么？”并对此统计，绘制了统计图（均不完整）。

- (1) 补全条形统计图和扇形统计图；
- (2) 若该校共有 1800



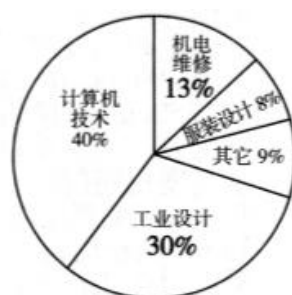
周”，
活动期
摩”活
进行调
种职业
进行了

(3) 要从这些被调查的学生中随机抽取一人进

考点: 条形统计图, 扇形统计图, 用样本估计总体, 简单概率

(2) 由扇形统计图可知对“工业设计”最感兴趣的学生有 30%，再用整体 1800 乘以 30%

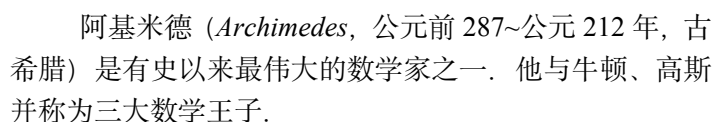
解答: (1) 补全的扇形统计图和条形统计图如图所示



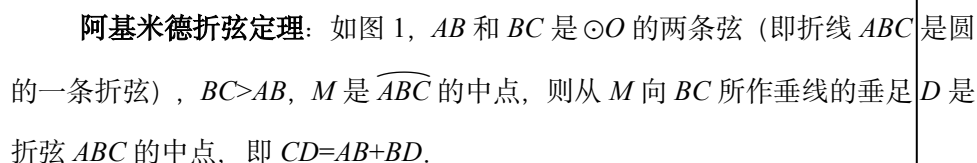
∴估计该校对“工业设计”最感兴趣的学生是 540 人

最感兴趣的学生的概率是 0.13 (或 13%或 $\frac{13}{100}$)

阿基米德折弦定理



(图 1)



第 14 页 共 21 页

证明：如图 2，在 CB 上截取 $CG=AB$ ，连接 MA ， MB ， MC 和 MG 。

$\because M$ 是 $\widehat{ABC}$ 的中点，

$\therefore MA=MC$

...

任务：（1）请按照上面的证明思路，写出该证明的剩余部分；

（2）填空：如图（3），已知等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $AB=2$ ， D 为 $\odot O$ 上一点，

$\angle ABD = 45^\circ$ ， $AE \perp BD$ 与点 E ，则 $\triangle BDC$ 的长是 $2 + 2\sqrt{2}$ 。

考点：圆的证明

分析：（1）已截取 $CG=AB$ $\therefore$ 只需证明 $BD=DG$

且 $MD \perp BC$ ，所以需证明 $MB=MG$

故证明 $\triangle MBA \cong \triangle MGC$ 即可

（2） $AB=2$ ，利用三角函数可得 $BE=\sqrt{2}$

由阿基米德折弦定理可得 $BE=DE+DC$

则 $\triangle BDC$ 周长 $=BC+CD+BD=BC+DC+DE+BE$

$=BC+ (DC+DE) +BE$

$=BC+BE+BE$

$=BC+2BE$

然后代入计算可得答案

解答：（1）证明：又 $\because \angle A = \angle C$ ，.....（1 分）

$\therefore \triangle MBA \cong \triangle MGC$（2 分）

$\therefore MB=MG$（3 分）

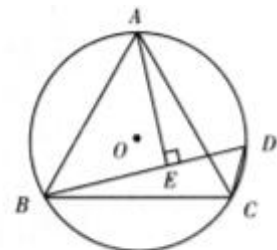
又 $\because MD \perp BC$ ， $\therefore BD=GD$（4 分）

$\therefore CD=CG+GD=AB+BD$（5 分）

（2）填空：如图（3），已知等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $AB=2$ ，

D 为 $\odot O$ 上一点， $\angle ABD = 45^\circ$ ， $AE \perp BD$ 与点 E ，则 $\triangle BDC$

的长是 $2 + 2\sqrt{2}$ 。



（图 3）

20. （2016·山西）（本题 7 分）我省某苹果基地销售优质苹果，该基地对需要送货

且购买量在 $2000\text{kg} \sim 5000\text{kg}$ （含 2000kg 和 5000kg ）的客户有两种

销售方案（客户只能选择其中一种方案）：

方案 A：每千克 5.8 元，由基地免费送货。

方案 B：每千克 5 元，客户需支付运费 2000 元。

（1）请分别写出按方案 A，方案 B 购买这种苹果的应付款 y （元）与购买量 x （kg）之间的函数表达式；

（2）求购买量 x 在什么范围时，选用方案 A 比方案 B 付款少；

（3）某水果批发商计划用 20000 元，选用这两种方案中的一种，购买尽可能多的这种苹果，请直接写出他应选择哪种方案。

考点：一次函数的应用

分析：（1）根据数量关系列出函数表达式即可

（2）先求出方案 A 应付款 y 与购买量 x 的函数关系为 $y = 5.8x$



（第 20 题图）

方案 B 应付款 y 与购买量 x 的函数关系为 $y = 5x + 2000$

然后分段求出哪种方案付款少即可

(3) 令 $y=20000$, 分别代入 A 方案和 B 方案的函数关系式中, 求出 x , 比大小.

解答: (1) 方案 A: 函数表达式为 $y = 5.8x$ (1 分)

方案 B: 函数表达式为 $y = 5x + 2000$ (2 分)

(2) 由题意, 得 $5.8x < 5x + 2000$ (3 分)

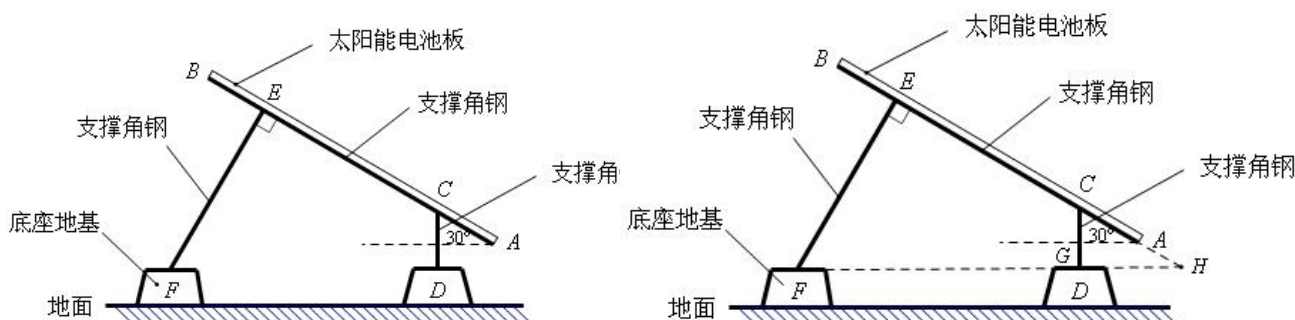
解不等式, 得 $x < 2500$ (4 分)

$\therefore$ 当购买量 x 的取值范围为 $2000 \leq x < 2500$ 时, 选用方案 A

比方案 B 付款少. (5 分)

(3) 他应选择方案 B. (7 分)

21. (2016 · 山西) (本题 10 分) 太阳能光伏发电因其清洁、安全、便利、高效等特点, 已成为世界各国普遍关注和重点发展的新兴产业, 如图是太阳能电池板支撑架的截面图, 其中的粗线表示支撑角钢, 太阳能电池板与支撑角钢 AB 的长度相同, 均为 300cm , AB 的倾斜角为 30° , $BE=CA=50\text{cm}$, 支撑角钢 CD , EF 与底座地基台面接触点分别为 D , F , CD 垂直于地面, $FE \perp AB$ 于点 E . 两个底座地基高度相同 (即点 D , F 到地面的垂直距离相同), 均为 30cm , 点 A 到地面的垂直距离为 50cm , 求支撑角钢 CD 和 EF 的长度各是多少 cm (结果保留根号)



考点: 三角函数的应用

分析: 过点 A 作 $AG \perp CD$, 垂足为 G , 利用三角函数求出 CG , 从而求出 GD , 继而求出 CD .

连接 FD 并延长与 BA 的延长线交于点 H , 利用三角函数求出 CH , 由图得出 EH , 再利用三角函数值求出 EF

解答: 过点 A 作 $AG \perp CD$, 垂足为 G (1 分)

则 $\angle CAG = 30^\circ$, 在 $Rt\triangle ACG$ 中,

$$CG = AC \cdot \sin 30^\circ = 50 \times \frac{1}{2} = 25. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

由题意, 得 $GD = 50 - 30 = 20$ (3 分)

$$\therefore CD = CG + GD = 25 + 20 = 45 \text{ (cm)}. \quad \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

连接 FD 并延长与 BA 的延长线交于点 H (5 分)

由题意, 得 $\angle H = 30^\circ$. 在 $Rt\triangle CDH$ 中,

$$CH = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = 2CD = 90. \quad \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\therefore EH = EC + CH = AB - BE - AC + CH = 300 - 50 - 50 + 90 = 290. \quad \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

在 $Rt\triangle EFH$ 中, $EF = EH \cdot \tan 30^\circ = 290 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{290\sqrt{3}}{3}$ (cm). (9 分)

答: 支撑角钢 CD 的长为 45cm , EF 的长为 $\frac{290\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ (10 分)

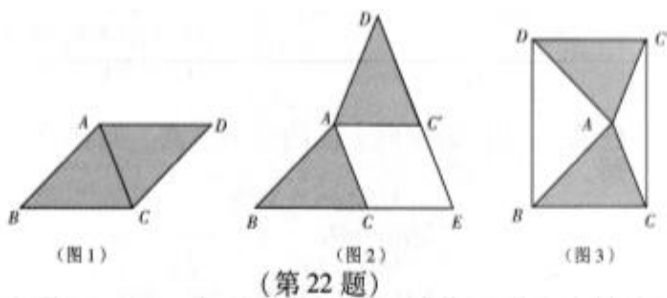
22. (2016 · 山西) (本题 12 分) 综合与实践

问题情境

在综合与实践课上, 老师让同学们以“菱形纸片的剪拼”为主题开展数学活动, 如图 1, 将一张菱形纸片 $ABCD$ ($\angle BAD > 90^\circ$) 沿对角线 AC 剪开, 得到 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$.

操作发现

- (1) 将图 1 中的 $\triangle ACD$ 以 A 为旋转中心, 逆时针方向旋转角 α , 使 $\alpha = \angle BAC$, 得到如图 2 所示的 $\triangle AC'D$, 分别延长 BC 和 DC' 交于点 E , 则四边形 $ACEC'$ 的形状是 菱形; (2 分)



- (2) 创新小组将图 1 中的 $\triangle ACD$ 以 A 为旋转中心, 按逆时针方向旋转角 α , 使 $\alpha = 2\angle BAC$, 得到如图 3 所示的 $\triangle AC'D$, 连接 DB , CC' , 得到四边形 $BCC'D$, 发现它是矩形. 请你证明这个论;

- (3) 缜密小组在创新小组发现结论的基础上, 量得图 3 中 $BC=13\text{cm}$, $AC=10\text{cm}$, 然后提出一个问题: 将 $\triangle AC'D$ 沿着射线 DB 方向平移 $a\text{cm}$, 得到 $\triangle A'C'D'$, 连接 BD' , CC' , 使四边形 $BCC'D'$ 恰好为正方形, 求 a 的值. 请你解答此问题;

- (4) 请你参照以上操作, 将图 1 中的 $\triangle ACD$ 在同一平面内进行一次平移, 得到 $\triangle A'C'D'$, 在图 4 中画出平移后构造出的新图形, 标明字母, 说明平移及构图方法, 写出你发现的结论, 不必证明.

考点: 几何综合, 旋转实际应用, 平移的实际应用, 旋转的性质, 平移的性质, 菱形的判定, 矩形的判定正方形的判定

分析: (1) 利用旋转的性质和菱形的判定证明
(2) 利用旋转的性质以及矩形的判定证明
(3) 利用平行行性质和正方形的判定证明, 需注意射线这个条件, 所以需要分两种情况当点 C'' 在边 $C'C$ 上和点 C'' 在边 $C'C$ 的延长线上时.

- (4) 开放型题目, 答对即可

解答: (1) 菱形

- (2) 证明: 作 $AE \perp CC'$ 于点 E (3 分)

由旋转得 $AC' = AC$, $\therefore \angle CAE = \angle C'AE = \frac{1}{2}\alpha = \angle BAC$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore BA = BC$, $\therefore \angle BCA = \angle BAC$, $\therefore \angle CAE = \angle BCA$, $\therefore AE \parallel BC$, 同理 $AE \parallel DC'$, $\therefore BC \parallel DC'$, 又 $\because BC = DC'$, $\therefore$ 四边形 $BCC'D$ 是平行四边形, (4 分)

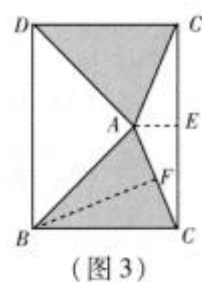
又 $\because AE \parallel BC$, $\angle CEA = 90^\circ$, $\therefore \angle BCC' = 180 - \angle CEA = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $BCC'D$ 是矩形..... (5 分)

- (3) 过点 B 作 $BF \perp AC$, 垂足为 F , $\because BA = BC$,

$$\therefore CF = AF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5.$$

在 $Rt\triangle BCF$ 中, $BF = \sqrt{BC^2 - CF^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$,



(图 3)

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle CBF$ 中, $\because \angle CAE = \angle BCF$, $\angle CEA = \angle BFC = 90^\circ$.

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle CBF$, $\therefore \frac{CB}{BF} = \frac{AC}{BC}$, 即 $\frac{CE}{12} = \frac{10}{13}$, 解得 $CE = \frac{120}{13}$,

$\because AC = AC'$, $AE \perp CC'$, $\therefore CC' = 2CE = 2 \times \frac{120}{13} = \frac{240}{13}$ (7 分)

当四边形 $BCC'D'$ 恰好为正方形时, 分两种情况:

①点 C'' 在边 $C'C$ 上. $a = C'C - 13 = \frac{240}{13} - 13 = \frac{71}{13}$ (8 分)

②点 C'' 在边 $C'C$ 的延长线上, $a = C'C + 13 = \frac{240}{13} + 13 = \frac{409}{13}$ (9 分)

综上所述, a 的值为 $\frac{71}{13}$ 或 $\frac{409}{13}$.

(4): 答案不唯一.

例: 画出正确图形. (10 分)

平移及构图方法: 将 $\triangle ACD$ 沿着射线 CA 方向平移, 平移距离为

$\frac{1}{2}AC$ 的长度, 得到 $\triangle A'C'D$,

连接 $A'B, DC$ (11 分)

结论: 四边形是平行四边形..... (12 分)

23. (2016 · 山西) (本题 14 分) 综合与探究

如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 8$ 与 x 轴

交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 直线 l 经过坐标原点 O , 与抛物线的一个交点为 D , 与抛物线的对称轴交于点 E , 连接 CE , 已知点 A, D 的坐标分别为 $(-2, 0)$, $(6, -8)$.

(1) 求抛物线的函数表达式, 并分别求出点 B 和点 E 的坐标;

(2) 试探究抛物线上是否存在点 F , 使 $\triangle FOE \cong \triangle FCE$, 若存在, 请直接写出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若点 P 是 y 轴负半轴上的一个动点, 设其坐标为 $(0, m)$, 直线 PB 与直线 l 交于点 Q . 试探究: 当 m 为何值时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

考点: 求抛物线的解析式, 求点坐标, 全等构成, 等腰三角形的构成

分析: (1) 将 A, D 的坐标代入函数解析式, 解二元一次方程即可求出函数表达式

点 B 坐标: 利用抛物线对称性, 求出对称轴结合 A 点坐标即可求出 B 点坐标

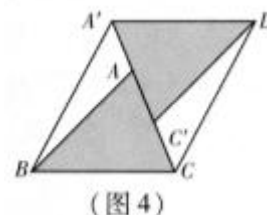
点 E 坐标: E 为直线 l 和抛物线对称轴的交点, 利用 D 点坐标求出 l 表达式, 令

其横坐标为 $x=3$, 即可求出点 E 的坐标

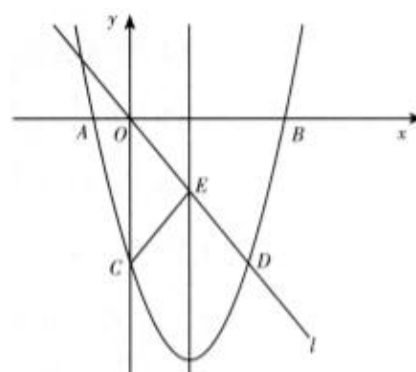
(2) 利用全等对应边相等, 可知 $FO=FC$, 所以点 F 肯定在 OC 的垂直平分线上, 所以点 F 的纵坐标为 -4 , 代入抛物线表达式, 即可求出横坐标

(3) 根据点 P 在 y 轴负半轴上运动, $\therefore$ 分两种情况讨论, 再结合相似求解

解答: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 8$ 经过点 $A(-2, 0)$, $D(6, -8)$,



(图 4)



(第 23 题)

$$\therefore \begin{cases} 4a - 2b - 8 = 0 \\ 36a + 6b - 8 = -8 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -3 \end{cases} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{抛物线的函数表达式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{25}{2}$, $\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=3$. 又 $\therefore$ 抛物线与 x 轴交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$. $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(8, 0)$ $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

设直线 l 的函数表达式为 $y=kx$. $\therefore$ 点 $D(6, -8)$ 在直线 l 上, $\therefore 6k = -8$, 解得 $k = -\frac{4}{3}$.

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{4}{3}x \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$\therefore$ 点 E 为直线 l 和抛物线对称轴的交点. $\therefore$ 点 E 的横坐标为 3, 纵坐标为 $-\frac{4}{3} \times 3 = -4$, 即点 E 的坐标为 $(3, -4)$ $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

(2) 抛物线上存在点 F , 使 $\triangle FOE \cong \triangle FCE$.

点 F 的坐标为 $(3 - \sqrt{17}, -4)$ 或 $(3 + \sqrt{17}, -4)$. $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

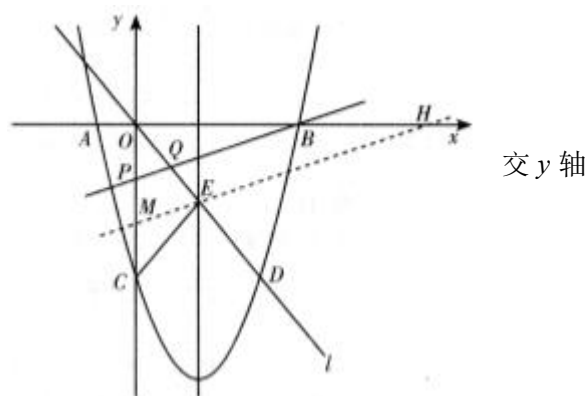
(3) 解法一: 分两种情况:

① 当 $OP = OQ$ 时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3, -4)$,

$\therefore OE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, 过点 E 作直线 $ME \parallel PB$,

于点 M , 交 x 轴于点 H , 则 $\frac{OM}{OP} = \frac{OE}{OQ}$,



$$\therefore OM = OE = 5 \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0, -5)$.

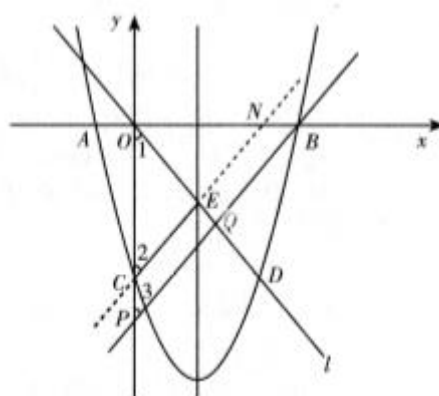
设直线 ME 的表达式为 $y = k_1 x - 5$, $\therefore 3k_1 - 5 = -4$, 解得 $k_1 = \frac{1}{3}$, $\therefore ME$ 的函数表达式为 $y = \frac{1}{3}x - 5$,

令 $y=0$, 得 $\frac{1}{3}x - 5 = 0$, 解得 $x=15$, $\therefore$ 点 H 的坐标

为 $(15, 0)$ $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

又 $\therefore MH \parallel PB$, $\therefore \frac{OP}{OM} = \frac{OB}{OH}$, 即 $\frac{-m}{5} = \frac{8}{15}$,

$$\therefore m = -\frac{8}{3} \dots\dots\dots (11 \text{ 分})$$



②当 $QO = QP$ 时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

当 $x=0$ 时, $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 = -8$, $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, -8)$,

$\therefore CE = \sqrt{3^2 + (8-4)^2} = 5$, $\therefore OE = CE$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$, 又因为 $QO = QP$, $\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$, $\therefore CE \parallel PB$ (12 分)

设直线 CE 交 x 轴于点 N , 其函数表达式为 $y = k_2x - 8$, $\therefore 3k_2 - 8 = -4$, 解得 $k_2 = \frac{4}{3}$, $\therefore CE$ 的

函数表达式为 $y = \frac{4}{3}x - 8$, 令 $y=0$, 得 $\frac{4}{3}x - 8 = 0$, $\therefore x=6$, $\therefore$ 点 N 的坐标为

$(6, 0)$ (13 分)

$\therefore CN \parallel PB$, $\therefore \frac{OP}{OC} = \frac{OB}{ON}$, $\therefore \frac{-m}{8} = \frac{8}{6}$, 解得 $m = -\frac{32}{3}$ (14 分)

综上所述, 当 m 的值为 $-\frac{8}{3}$ 或 $-\frac{32}{3}$ 时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

解法二:

当 $x=0$ 时, $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 = -8$, $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, -8)$, $\therefore$ 点 E 的坐标为

$(3, -4)$, $\therefore OE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, $CE = \sqrt{3^2 + (8-4)^2} = 5$,

$\therefore OE = CE$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$, 设抛物线的对称轴交直线 PB 于点 M , 交 x 轴于点 H . 分两种情况:

① 当 $QO = QP$ 时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$, $\therefore \angle 2 = \angle 3$, $\therefore CE \parallel PB$ (9 分)

又 $\because HM \parallel y$ 轴, $\therefore$ 四边形 $PMEC$ 是平行四边形,
 $\therefore EM = CP = -8 - m$,

$\therefore HM = HE + EM = 4 + (-8 - m) = -4 - m$ $BH = 8 - 3 = 5$,

$\therefore HM \parallel y$ 轴, $\therefore$

$\triangle BHM \sim \triangle BOP$, $\therefore \frac{HM}{OP} = \frac{BH}{BO}$ (10 分)

$\therefore \frac{-4-m}{-m} = \frac{5}{8}$ $\therefore m = -\frac{32}{3}$ (11 分)

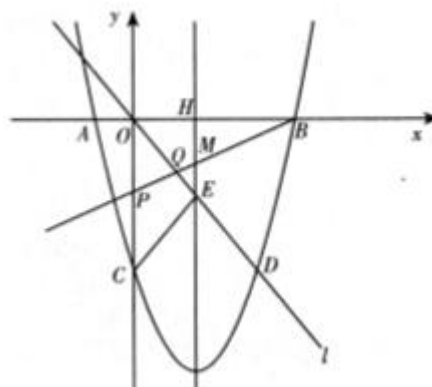
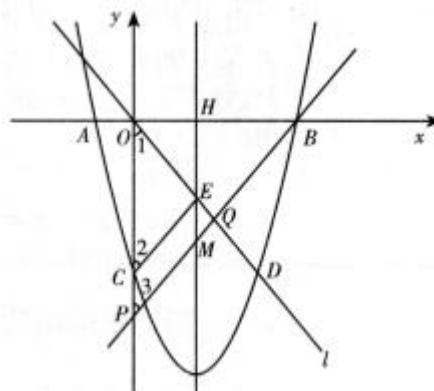
②当 $OP = OQ$ 时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.

$\because EH \parallel y$ 轴, $\therefore \triangle OPQ \sim \triangle EMQ$, $\therefore \frac{EQ}{OQ} = \frac{EM}{OP}$,

$\therefore EQ = EM$ (12 分)

$\therefore EM = EQ = OE - OQ = OE - OP = 5 - (-m) = 5 + m$,

$\therefore HM = 4 - (5 + m)$, $\because EH \parallel y$ 轴, $\therefore \triangle BHM \sim \triangle BOP$,



$$\therefore \frac{HM}{OP} = \frac{BH}{BO} \dots\dots\dots (13 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{-1-m}{-m} = \frac{5}{8} \quad \therefore m = -\frac{8}{3} \dots\dots\dots (14 \text{ 分})$$

$\therefore$ 当 m 的值为 $-\frac{8}{3}$ 或 $-\frac{32}{3}$ 时, $\triangle OPQ$ 是等腰三角形.