

2015 年山西省中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请选出并在答题卡上将该项涂黑）

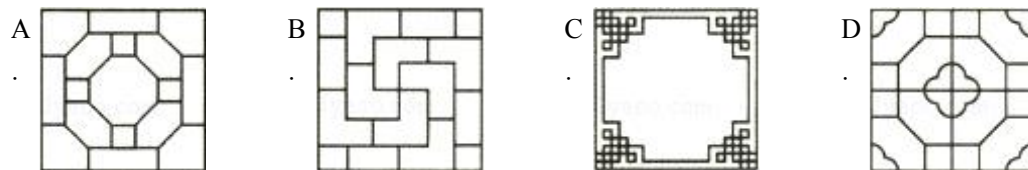
1. (3 分) (2015•山西) 计算 $-3+(-1)$ 的结果是 ()

- A 2 B -2 C 4 D -4

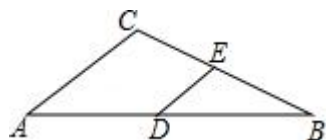
2. (3 分) (2015•山西) 下列运算错误的是 ()

- A $(\frac{1}{2})^0=1$ B $x^2+x^2=2x^4$
C $|a|=-a$ D $(\frac{b}{a^2})^3=\frac{b^3}{a^6}$

3. (3 分) (2015•山西) 晋商大院的许多窗格图案蕴含着对称之美，现从中选取以下四种窗格图案，其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



4. (3 分) (2015•山西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别是边 AB、BC 的中点. 若 $\triangle DBE$ 的周长是 6，则 $\triangle ABC$ 的周长是 ()

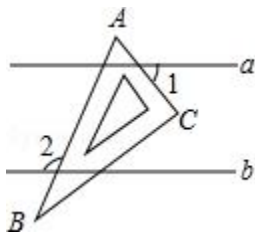


- A 8 B 10 C 12 D 14

5. (3 分) (2015•山西) 我们解一元二次方程 $3x^2-6x=0$ 时，可以运用因式分解法，将此方程化为 $3x(x-2)=0$ ，从而得到两个一元一次方程： $3x=0$ 或 $x-2=0$ ，进而得到原方程的解为 $x_1=0$ ， $x_2=2$. 这种解法体现的数学思想是 ()

- A 转化思想 B 函数思想 C 数形结合思想 D 公理化思想

6. (3 分) (2015•山西) 如图，直线 $a \parallel b$ ，一块含 60° 角的直角三角板 ABC ($\angle A=60^\circ$) 按如图所示放置. 若 $\angle 1=55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A 105° B 110° C 115° D 120°

7. (3分) (2015•山西) 化简 $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a-b}$ 的结果是 ()

- A $\frac{a}{a-b}$ B $\frac{b}{a-b}$ C $\frac{a}{a+b}$ D $\frac{b}{a+b}$

8. (3分) (2015•山西) 我国古代秦汉时期有一部数学著作，堪称是世界数学经典名著．它的出现，标志着我国古代数学体系的正式确立．它采用按类分章的问题集的形式进行编排．其中方程的解法和正负数加减运算法则在世界上遥遥领先，这部著作的名称是 ()

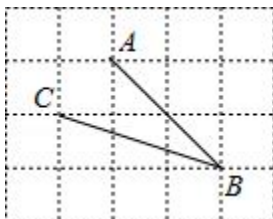


- A 《九章算术》 B 《海岛算经》 C 《孙子算经》 D 《五经算术》

9. (3分) (2015•山西) 某校举行春季运动会，需要在初一年级选取一名志愿者．初一(1)班、初一(2)班、初一(3)班各有2名同学报名参加．现从这6名同学中随机选取一名志愿者，则被选中的这名同学恰好是初一(3)班同学的概率是 ()

- A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{2}{3}$

10. (3分) (2015•山西) 如图，在网格中，小正方形的边长均为1，点A，B，C都在格点上，则 $\angle ABC$ 的正切值是 ()

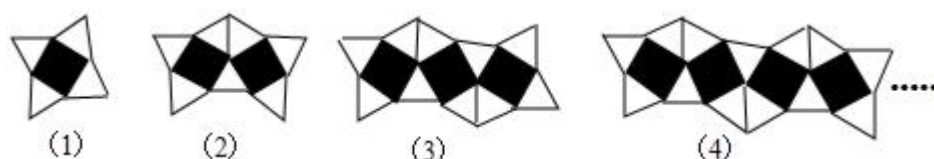


- A 2 B $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D $\frac{1}{2}$

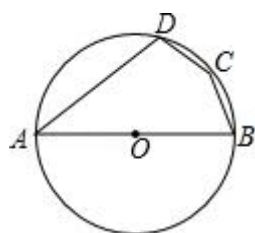
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) (2015•山西) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 7 \\ 3x > 6 \end{cases}$ 的解集是_____.

12. (3 分) (2015•山西) 如图是一组有规律的图案，它们是由边长相同的正方形和正三角形镶嵌而成，第 (1) 个图案有 4 个三角形，第 (2) 个图案有 7 个三角形，第 (3) 个图案有 10 个三角形，...依此规律，第 n 个图案有_____个三角形 (用含 n 的代数式表示)

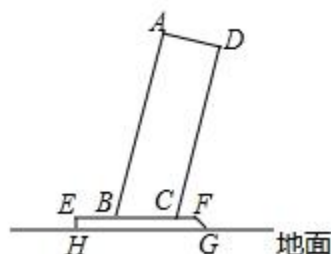


13. (3 分) (2015•山西) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点。若 $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____度.

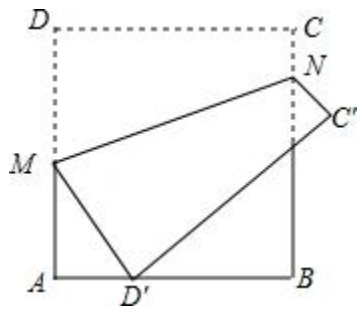


14. (3 分) (2015•山西) 现有两个不透明的盒子，其中一个装有标号分别为 1, 2 的两张卡片，另一个装有标号分别为 1, 2, 3 的三张卡片，卡片除标号外其他均相同。若从两个盒子中各随机抽取一张卡片，则两张卡片标号恰好相同的概率是_____.

15. (3 分) (2015•山西) 太原市公共自行车的建设速度、单日租骑量等四项指标稳居全国首位。公共自行车车桩的截面示意图如图所示， $AB \perp AD$ ， $AD \perp DC$ ，点 B, C 在 EF 上， $EF \parallel HG$ ， $EH \perp HG$ ， $AB = 80\text{cm}$ ， $AD = 24\text{cm}$ ， $BC = 25\text{cm}$ ， $EH = 4\text{cm}$ ，则点 A 到地面的距离是 cm .



16. (3 分) (2015•山西) 如图，将正方形纸片 $ABCD$ 沿 MN 折叠，使点 D 落在边 AB 上，对应点为 D' ，点 C 落在 C' 处。若 $AB = 6$ ， $AD' = 2$ ，则折痕 MN 的长为_____.



三、解答题（本大题共 8 个小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (10 分) (2015•山西) (1) 计算: $(-3-1) \times (-\frac{3}{2})^2 - 2^{-1} \div (-\frac{1}{2})^3$.

(2) 解方程: $\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4x-2}$.

18. (6 分) (2015•山西) 阅读与计算: 请阅读以下材料, 并完成相应的任务.

斐波那契 (约 1170 - 1250) 是意大利数学家, 他研究了一列数, 这列数非常奇妙, 被称为斐波那契数列 (按照一定顺序排列着的一列数称为数列). 后来人们在研究它的过程中, 发现了许多意想不到的结果, 在实际生活中, 很多花朵 (如梅花、飞燕草、万寿菊等) 的瓣数恰是斐波那契数列中的数. 斐波那契数列还有很多有趣的性质, 在实际生活中也有广泛的应用.

斐波那契数列中的第 n 个数可以用 $\frac{1}{\sqrt{5}} [(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n]$ 表示 (其中, $n \geq 1$). 这

是用无理数表示有理数的一个范例.

任务: 请根据以上材料, 通过计算求出斐波那契数列中的第 1 个数和第 2 个数.

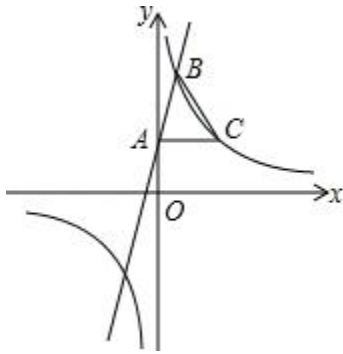


19. (6 分) (2015•山西) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=3x+2$ 的图象与 y 轴交于点 A, 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象交于点 B, 且点 B 的横坐标为

1. 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象于点 C, 连接 BC.

(1) 求反比例函数的表达式.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



20. (8分) (2015•山西) 随着互联网、移动终端的迅速发展, 数字化阅读越来越普及, 公交、地铁上的“低头族”越来越多. 某研究机构针对“您如何看待数字化阅读”问题进行了随机问卷调查 (问卷调查表如图 1 所示) 并将调查结果绘制成图 2 和图 3 所示的统计图 (均不完整). 请根据统计图中提供的信息, 解答下列问题:

您如何看待数字化阅读问卷调查表

您好! 这是一份关于您如何看待数字化阅读问卷调查表, 请在表格中选择一项您最认同的观点, 在其后空格内打“√”, 非常感谢您的合作。

代码	观点	
A	获取信息方便, 可以随时随地观看	
B	价格便宜易得	
C	使得人们成为“低头族”, 不利于人际交往	
D	内容丰富, 比纸质书涉猎更广	
E	其他	

图1

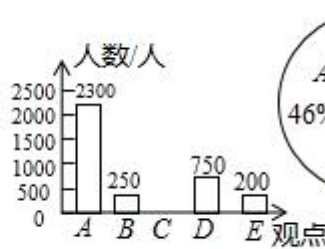


图2

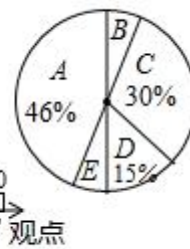


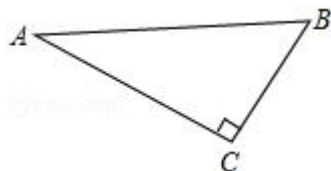
图3

- (1) 本次接受调查的总人数是_____人.
- (2) 请将条形统计图补充完整.
- (3) 在扇形统计图中, 观点 E 的百分比是_____, 表示观点 B 的扇形的圆心角度数为_____度.
- (4) 假如你是该研究机构的一名成员, 请根据以上调查结果, 就人们如何对待数字化阅读提出你的建议.

21. (10分) (2015•山西) 如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$.

(1) 尺规作图: 作 $\odot C$, 使它与 AB 相切于点 D , 与 AC 相交于点 E , 保留作图痕迹, 不写作法, 请标明字母.

(2) 在你按 (1) 中要求所作的图中, 若 $BC=3$, $\angle A=30^\circ$, 求 $\widehat{DE}$ 的长.



22. (7分) (2015•山西) 某蔬菜经营户从蔬菜批发市场批发蔬菜进行零售, 部分蔬菜批发价格与零售价格如表:

蔬菜品种	西红柿	青椒	西兰花	豆角
批发价 (元/kg)	3.6	5.4	8	4.8

零售价 (元/kg)	5.4	8.4	14	7.6
------------	-----	-----	----	-----

请解答下列问题:

(1) 第一天, 该经营户批发西红柿和西兰花两种蔬菜共 300kg, 用去了 1520 元钱, 这两种蔬菜当天全部售完一共能赚多少元钱?

(2) 第二天, 该经营户用 1520 元钱仍然批发西红柿和西兰花, 要想当天全部售完后所赚钱数不少于 1050 元, 则该经营户最多能批发西红柿多少 kg?

23. (12 分) (2015•山西) 综合与实践: 制作无盖盒子

任务一: 如图 1, 有一块矩形纸板, 长是宽的 2 倍, 要将其四角各剪去一个正方形, 折成高为 4cm, 容积为 616cm^3 的无盖长方体盒子 (纸板厚度忽略不计).

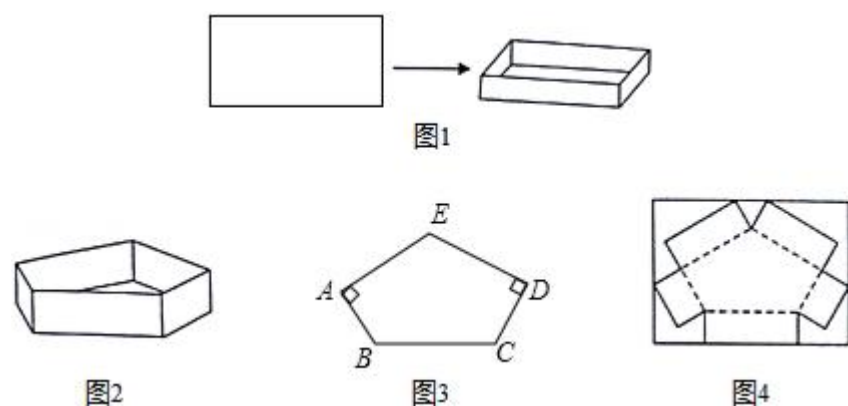
(1) 请在图 1 的矩形纸板中画出示意图, 用实线表示剪切线, 虚线表示折痕.

(2) 请求出这块矩形纸板的长和宽.

任务二: 图 2 是一个高为 4cm 的无盖的五棱柱盒子 (直棱柱), 图 3 是其底面, 在五边形 ABCDE 中, $BC=12\text{cm}$, $AB=DC=6\text{cm}$, $\angle ABC=\angle BCD=120^\circ$, $\angle EAB=\angle EDC=90^\circ$.

(1) 试判断图 3 中 AE 与 DE 的数量关系, 并加以证明.

(2) 图 2 中的五棱柱盒子可按图 4 所示的示意图, 将矩形纸板剪切折合而成, 那么这个矩形纸板的长和宽至少各为多少 cm? 请直接写出结果 (图中实线表示剪切线, 虚线表示折痕. 纸板厚度及剪切接缝处损耗忽略不计).



24. (13 分) (2015•山西) 综合与探究

如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 W 的函数表达式为 $y = -\frac{4}{21}x^2 + \frac{16}{21}x + 4$. 抛物线

W 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 B 在点 A 的右侧, 与 y 轴交于点 C , 它的对称轴与 x 轴交于点 D , 直线 l 经过 C, D 两点.

(1) 求 A, B 两点的坐标及直线 l 的函数表达式.

(2) 将抛物线 W 沿 x 轴向右平移得到抛物线 W' , 设抛物线 W' 的对称轴与直线 l 交于点 F , 当 $\triangle ACF$ 为直角三角形时, 求点 F 的坐标, 并直接写出此时抛物线 W' 的函数表达式.

(3) 如图 2, 连接 AC, CB , 将 $\triangle ACD$ 沿 x 轴向右平移 m 个单位 ($0 < m \leq 5$), 得到 $\triangle A'C'D'$. 设 $A'C$ 交直线 l 于点 M , $C'D'$ 交 CB 于点 N , 连接 CC', MN . 求四边形 $CMNC'$ 的面积 (用含 m 的代数式表示).

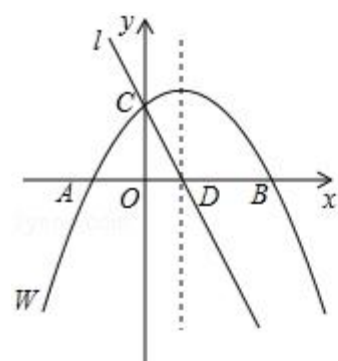


图1

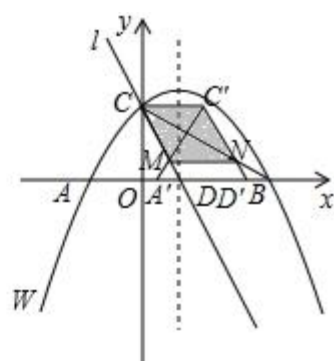


图2

2015 年山西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请选出并在答题卡上将该项涂黑）

1. (3 分) (2015•山西) 计算 $-3+(-1)$ 的结果是 ()

A 2

B -2

C 4

D -4

考点: 有理数的加法.

分析: 根据同号两数相加的法则进行计算即可.

解答: 解: $-3+(-1)=- (3+1)=-4$,

故选: D.

点评: 本题主要考查了有理数的加法法则, 解决本题的关键是熟记同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加.

2. (3 分) (2015•山西) 下列运算错误的是 ()

A $(\frac{1}{2})^0=1$

B $x^2+x^2=2x^4$

C $|a|=-|a|$

D $(\frac{b}{a^2})^3=\frac{b^3}{a^6}$

考点: 分式的乘除法; 绝对值; 合并同类项; 零指数幂.

专题: 计算题.

分析: A、原式利用零指数幂法则计算得到结果, 即可做出判断;

B、原式合并同类项得到结果, 即可做出判断;

C、原式利用绝对值的代数意义判断即可;

D、原式利用乘方的意义计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式=1, 正确;

B、原式=2x², 错误;

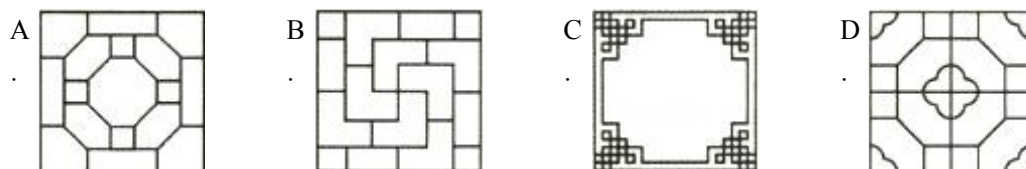
C、 $|a|=-|a|$, 正确;

D、原式= $\frac{b^3}{a^6}$, 正确,

故选 B

点评: 此题考查了分式的乘除法, 绝对值, 合并同类项, 以及零指数幂, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

3. (3 分) (2015•山西) 晋商大院的许多窗格图案蕴含着对称之美, 现从中选取以下四种窗格图案, 其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



考点：中心对称图形；轴对称图形.

分析：根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

解答：解：A、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故正确；

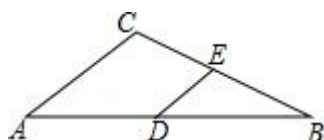
C、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误.

故选 B.

点评：本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

4. (3 分) (2015•山西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别是边 AB，BC 的中点. 若 $\triangle DBE$ 的周长是 6，则 $\triangle ABC$ 的周长是 ()



A 8

B 10

C 12

D 14

考点：三角形中位线定理.

分析：首先根据点 D、E 分别是边 AB，BC 的中点，可得 DE 是三角形 BC 的中位线，然后根据三角形中位线定理，可得 $DE = \frac{1}{2}AC$ ，最后根据三角形周长的含义，判断出 $\triangle ABC$ 的周长和 $\triangle DBE$ 的周长的关系，再结合 $\triangle DBE$ 的周长是 6，即可求出 $\triangle ABC$ 的周长是多少.

解答：解： $\because$ 点 D、E 分别是边 AB，BC 的中点，

$\therefore$ DE 是三角形 BC 的中位线， $AB = 2BD$ ， $BC = 2BE$ ，

$\therefore DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}AC$ ，

又 $\because AB = 2BD$ ， $BC = 2BE$ ，

$\therefore AB + BC + AC = 2(BD + BE + DE)$ ，

即 $\triangle ABC$ 的周长是 $\triangle DBE$ 的周长的 2 倍，

$\because \triangle DBE$ 的周长是 6，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长是：

$6 \times 2 = 12$.

故选：C.

点评： (1) 此题主要考查了三角形中位线定理的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

(2) 此题还考查了三角形的周长和含义的求法，要熟练掌握.

5. (3分) (2015•山西) 我们解一元二次方程 $3x^2 - 6x = 0$ 时，可以运用因式分解法，将此方程化为 $3x(x - 2) = 0$ ，从而得到两个一元一次方程： $3x = 0$ 或 $x - 2 = 0$ ，进而得到原方程的解为 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$. 这种解法体现的数学思想是 ()

A 转化思想 B 函数思想 C 数形结合思想 D 公理化思想

考点: 解一元二次方程-因式分解法.

专题: 计算题.

分析: 上述解题过程利用了转化的数学思想.

解答: 解: 我们解一元二次方程 $3x^2 - 6x = 0$ 时，可以运用因式分解法，将此方程化为 $3x(x - 2) = 0$,

从而得到两个一元一次方程: $3x = 0$ 或 $x - 2 = 0$,

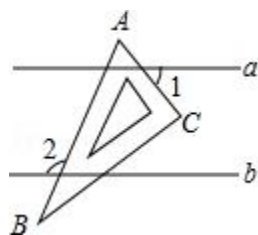
进而得到原方程的解为 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$.

这种解法体现的数学思想是转化思想,

故选 A.

点评: 此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

6. (3分) (2015•山西) 如图，直线 $a \parallel b$ ，一块含 60° 角的直角三角板 ABC ($\angle A = 60^\circ$) 按如图所示放置. 若 $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A 105° B 110° C 115° D 120°

考点: 平行线的性质.

分析: 如图，首先证明 $\angle AMO = \angle 2$ ；然后运用对顶角的性质求出 $\angle ANM = 55^\circ$ ，借助三角形外角的性质求出 $\angle AMO$ 即可解决问题.

解答: 解: 如图， $\because$ 直线 $a \parallel b$,

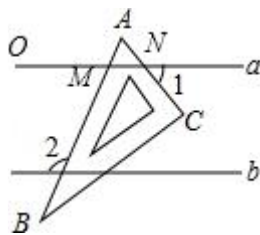
$\therefore \angle AMO = \angle 2$;

$\because \angle ANM = \angle 1$ ，而 $\angle 1 = 55^\circ$,

$\therefore \angle ANM = 55^\circ$,

$\therefore \angle AMO = \angle A + \angle ANM = 60^\circ + 55^\circ = 115^\circ$,

故选 C.



点评: 该题主要考查了平行线的性质、对顶角的性质、三角形的外角性质等几何知识点及其应用问题；牢固掌握平行线的性质、对顶角的性质等几何知识点是灵活运用、解题的基础.

7. (3分) (2015•山西) 化简 $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a-b}$ 的结果是 ()

A $\frac{a}{a-b}$

B $\frac{b}{a-b}$

C $\frac{a}{a+b}$

D $\frac{b}{a+b}$

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项约分后, 利用同分母分式的减法法则计算, 即可得到结果.

解答:

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{b}{a-b} \\ &= \frac{a+b}{a-b} - \frac{b}{a-b} \\ &= \frac{a+b-b}{a-b} \\ &= \frac{a}{a-b}, \end{aligned}$$

故选 A.

点评: 此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

8. (3分) (2015•山西) 我国古代秦汉时期有一部数学著作, 堪称是世界数学经典名著. 它的出现, 标志着我国古代数学体系的正式确立. 它采用按类分章的问题集的形式进行编排. 其中方程的解法和正负数加减运算法则在世界上遥遥领先, 这部著作的名称是 ()



A 《九章算术》

B 《海岛算经》

C 《孙子算经》

D 《五经算术》

考点: 数学常识.

分析: 根据数学常识解答即可.

解答: 解: 此著作是《九章算术》,
故选 A.

点评: 此题考查数学常识, 关键是根据以往知识进行解答.

9. (3 分) (2015•山西) 某校举行春季运动会, 需要在初一年级选取一名志愿者. 初一 (1) 班、初一 (2) 班、初一 (3) 班各有 2 名同学报名参加. 现从这 6 名同学中随机选取一名志愿者, 则被选中的这名同学恰好是初一 (3) 班同学的概率是 ()

- A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{2}{3}$

考点: 概率公式.

分析: 用初一 3 班的学生数除以所有报名学生数的和即可求得答案.

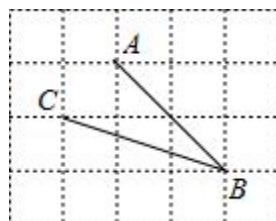
解答: 解: $\because$ 共有 6 名同学, 初一 3 班有 2 人,

$$\therefore P(\text{初一 3 班}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

故选 B.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

10. (3 分) (2015•山西) 如图, 在网格中, 小正方形的边长均为 1, 点 A, B, C 都在格点上, 则 $\angle ABC$ 的正切值是 ()



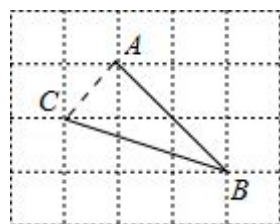
- A 2 B $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D $\frac{1}{2}$

考点: 锐角三角函数的定义; 勾股定理; 勾股定理的逆定理.

专题: 网格型.

分析: 根据勾股定理, 可得 AC、AB 的长, 根据正切函数的定义, 可得答案.

解答:



解: 如图:

由勾股定理, 得

$$AC=\sqrt{2}, AB=2\sqrt{2}, BC=\sqrt{10},$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

故选：D.

点评：本题考查了锐角三角函数的定义，先求出 AC、AB 的长，再求正切函数.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) (2015•山西) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 7 \\ 3x > 6 \end{cases}$ 的解集是 $x > 4$.

考点：解一元一次不等式组.

分析：首先分别计算出两个不等式的解集，再根据大大取大确定不等式组的解集.

解答：
解： $\begin{cases} 2x-1 > 7 \text{ ①} \\ 3x > 6 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得： $x > 4$,

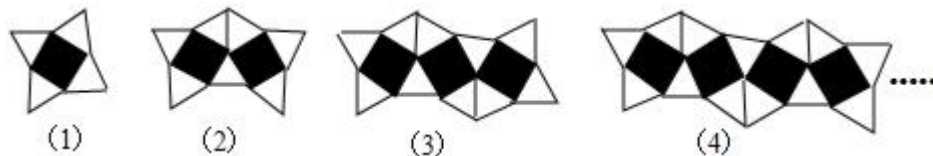
由②得： $x > 2$,

不等式组的解集为： $x > 4$.

故答案为： $x > 4$.

点评：此题主要考查了一元一次不等式组的解法，关键是掌握解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

12. (3 分) (2015•山西) 如图是一组有规律的图案，它们是由边长相同的正方形和正三角形镶嵌而成，第 (1) 个图案有 4 个三角形，第 (2) 个图案有 7 个三角形，第 (3) 个图案有 10 个三角形，... 依此规律，第 n 个图案有 $3n+1$ 个三角形 (用含 n 的代数式表示)



考点：规律型：图形的变化类.

分析：由题意可知：第 (1) 个图案有 $3+1=4$ 个三角形，第 (2) 个图案有 $3 \times 2+1=7$ 个三角形，第 (3) 个图案有 $3 \times 3+1=10$ 个三角形，... 依此规律，第 n 个图案有 $3n+1$ 个三角形.

解答：解： $\therefore$ 第 (1) 个图案有 $3+1=4$ 个三角形，

第 (2) 个图案有 $3 \times 2+1=7$ 个三角形，

第 (3) 个图案有 $3 \times 3+1=10$ 个三角形，

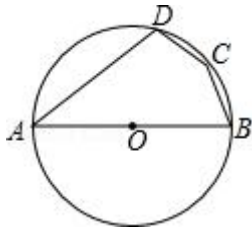
...

$\therefore$ 第 n 个图案有 $3n+1$ 个三角形.

故答案为： $3n+1$.

点评：此题考查图形的变化规律，找出图形之间的运算规律，利用规律解决问题.

13. (3 分) (2015•山西) 如图，四边形 ABCD 内接于 $\odot O$ ，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点. 若 $\angle A=40^\circ$ ，则 $\angle B=$ 70 度.



考点：圆周角定理；圆心角、弧、弦的关系．

分析：首先连接 BD，由 AB 为 $\odot O$ 的直径，根据直径所对的圆周角是直角，可求得 $\angle ADB$ 的度数，继而求得 $\angle ABD$ 的度数，由圆的内接四边形的性质，求得 $\angle C$ 的度数，然后

由点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点，可得 $CB=CD$ ，即可求得 $\angle CBD$ 的度数，继而求得答案．

解答：解：连接 BD，

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$ ，

$\because \angle A=40^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD=90^\circ - \angle A=50^\circ$ ， $\angle C=180^\circ - \angle A=140^\circ$ ，

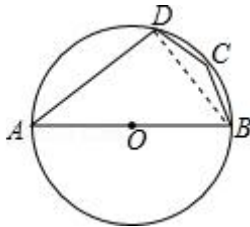
$\because$ 点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点，

$\therefore CD=CB$ ，

$\therefore \angle CBD=\angle CDB=20^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=70^\circ$ ．

故答案为： 70° ．



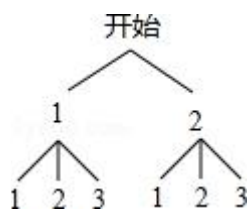
点评：此题考查了圆周角定理、圆的内接四边形的性质以及弧与弦的关系．注意准确作出辅助线是解此题的关键．

14. (3 分) (2015•山西) 现有两个不透明的盒子，其中一个装有标号分别为 1，2 的两张卡片，另一个装有标号分别为 1，2，3 的三张卡片，卡片除标号外其他均相同．若从两个盒子中各随机抽取一张卡片，则两张卡片标号恰好相同的概率是 $\frac{1}{3}$ ．

考点：列表法与树状图法．

分析：首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两张卡片标号恰好相同的情况，再利用概率公式即可求得答案．

解答：解：画树状图得：



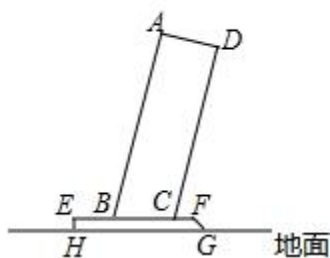
∴共有 6 种等可能的结果，两张卡片标号恰好相同的有 2 种情况，

∴两张卡片标号恰好相同的概率是： $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{1}{3}$.

点评：此题考查了树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (3 分) (2015•山西) 太原市公共自行车的建设速度、单日租骑量等四项指标稳居全国首位. 公共自行车车桩的截面示意图如图所示, $AB \perp AD$, $AD \perp DC$, 点 B, C 在 EF 上, $EF \parallel HG$, $EH \perp HG$, $AB=80\text{cm}$, $AD=24\text{cm}$, $BC=25\text{cm}$, $EH=4\text{cm}$, 则点 A 到地面的距离是 $\frac{404}{5}$ cm.



考点：勾股定理的应用.

分析：分别过点 A 作 $AM \perp BF$ 于点 M, 过点 F 作 $FN \perp AB$ 于点 N, 利用勾股定理得出 BN 的长, 再利用相似三角形的判定与性质得出即可.

解答：解: 过点 A 作 $AM \perp BF$ 于点 M, 过点 F 作 $FN \perp AB$ 于点 N,

∵ $AD=24\text{cm}$, 则 $BF=24\text{cm}$,

$$\therefore BN = \sqrt{BF^2 - FN^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7 \text{ (cm)},$$

∵ $\angle AMB = \angle FNB = 90^\circ$, $\angle ABM = \angle FBN$,

∴ $\triangle BNF \sim \triangle BMA$,

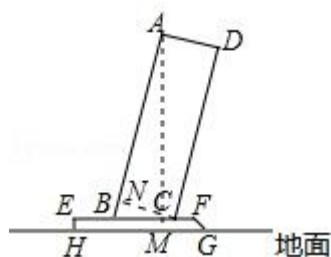
$$\therefore \frac{AB}{BF} = \frac{FN}{AM},$$

$$\therefore \frac{80}{25} = \frac{AM}{24},$$

$$\text{则: } AM = \frac{16 \times 24}{5} = \frac{384}{5},$$

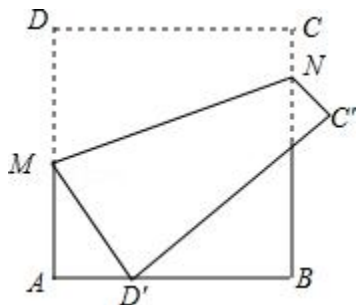
故点 A 到地面的距离是: $\frac{384}{5} + 4 = \frac{404}{5}$ (m).

故答案为: $\frac{404}{5}$.



点评: 此题主要考查了勾股定理的应用以及相似三角形的判定与性质, 得出 $\triangle BNF \sim \triangle BMA$ 是解题关键.

16. (3分) (2015•山西) 如图, 将正方形纸片 ABCD 沿 MN 折叠, 使点 D 落在边 AB 上, 对应点为 D', 点 C 落在 C' 处. 若 AB=6, AD'=2, 则折痕 MN 的长为 $2\sqrt{10}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 作 $NF \perp AD$, 垂足为 F, 连接 DD' , ND' , 根据图形折叠的性质得出 $DD' \perp MN$, 先证明 $\triangle DAD' \sim \triangle DEM$, 再证明 $\triangle NFM \cong \triangle ADE$, 然后利用勾股定理的知识求出 MN 的长.

解答: 解: 作 $NF \perp AD$, 垂足为 F, 连接 DD' , ND' ,

$\because$ 将正方形纸片 ABCD 折叠, 使得点 D 落在边 AB 上的 D' 点, 折痕为 MN,

$\therefore DD' \perp MN$,

$\therefore \angle A = \angle DEM = 90^\circ$, $\angle ADD' = \angle EDM$,

$\therefore \triangle DAD' \sim \triangle DEM$,

$\therefore \angle DD'A = \angle DME$,

在 $\triangle NFM$ 和 $\triangle DAD'$ 中

$$\begin{cases} \angle DD'A = \angle NMF \\ \angle A = \angle NFM \\ NF = DA \end{cases},$$

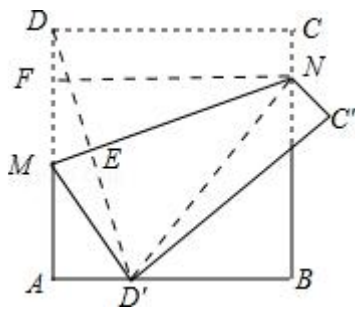
$\therefore \triangle NFM \cong \triangle DAD'$ (AAS),

$\therefore FM = AD' = 2\text{cm}$,

又 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle MNF$ 中, $FN = 6\text{cm}$,

$\therefore$ 根据勾股定理得: $MN = \sqrt{FN^2 + FM^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.

故答案为: $2\sqrt{10}$.



点评: 此题主要考查了图形的翻折变换, 根据图形折叠前后图形不发生大小变化得出三角形的全等是解决问题的关键, 难度一般.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分) (2015•山西) (1) 计算: $(-3-1) \times (-\frac{3}{2})^2 - 2^{-1} \div (-\frac{1}{2})^3$.

(2) 解方程: $\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4x-2}$.

考点: 解分式方程; 有理数的混合运算; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: (1) 原式先计算乘方运算, 再计算乘除运算, 最后算加减运算即可得到结果;

(2) 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: (1) 原式 $= -4 \times \frac{9}{4} - \frac{1}{2} \div (-\frac{1}{8}) = -9 + 4 = -5$;

(2) 去分母得: $2 = 2x - 1 - 3$,

解得: $x = 3$,

经检验 $x = 3$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

18. (6 分) (2015•山西) 阅读与计算: 请阅读以下材料, 并完成相应的任务.

斐波那契 (约 1170 - 1250) 是意大利数学家, 他研究了一列数, 这列数非常奇妙, 被称为斐波那契数列 (按照一定顺序排列着的一列数称为数列). 后来人们在研究它的过程中, 发现了许多意想不到的结果, 在实际生活中, 很多花朵 (如梅花、飞燕草、万寿菊等) 的瓣数恰是斐波那契数列中的数. 斐波那契数列还有很多有趣的性质, 在实际生活中也有广泛的应用.

斐波那契数列中的第 n 个数可以用 $\frac{1}{\sqrt{5}} [(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n]$ 表示 (其中, $n \geq 1$). 这是用无理数表示有理数的一个范例.

任务: 请根据以上材料, 通过计算求出斐波那契数列中的第 1 个数和第 2 个数.



考点：二次根式的应用.

专题：阅读型；规律型.

分析：分别把 1、2 代入式子化简求得答案即可.

解答：解：第 1 个数，当 $n=1$ 时，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} \\ &= 1. \end{aligned}$$

第 2 个数，当 $n=2$ 时，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \times 1 \times \sqrt{5} \\ &= 1. \end{aligned}$$

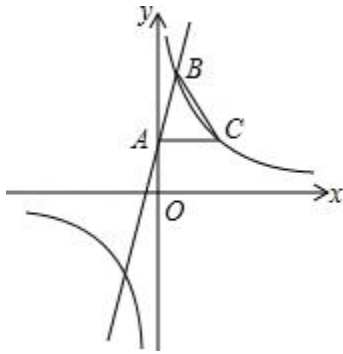
点评：此题考查二次根式的混合运算与化简求值，理解题意，找出运算的方法是解决问题的关键.

19. (6 分) (2015•山西) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=3x+2$ 的图象与 y 轴交于点 A，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象交于点 B，且点 B 的横坐标为

1. 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象于点 C，连接 BC.

(1) 求反比例函数的表达式.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



考点：反比例函数与一次函数的交点问题.

分析： (1) 先由一次函数 $y=3x+2$ 的图象过点 B, 且点 B 的横坐标为 1, 将 $x=1$ 代入 $y=3x+2$, 求出 y 的值, 得到点 B 的坐标, 再将 B 点坐标代入 $y=\frac{k}{x}$, 利用待定系数法即可求出

反比例函数的表达式;

(2) 先由一次函数 $y=3x+2$ 的图象与 y 轴交于点 A, 求出点 A 的坐标为 $(0, 2)$, 再将 $y=2$ 代入 $y=\frac{5}{x}$, 求出 x 的值, 那么 $AC=\frac{5}{2}$. 过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D, 则 $BD=y_B - y_C = 5 - 2 = 3$, 然后根据 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$, 将数值代入计算即可求解.

解答： 解: (1) $\because$ 一次函数 $y=3x+2$ 的图象过点 B, 且点 B 的横坐标为 1,

$$\therefore y=3 \times 1 + 2 = 5,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(1, 5)$.

$\because$ 点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k=1 \times 5 = 5,$$

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{5}{x}$;

(2) $\because$ 一次函数 $y=3x+2$ 的图象与 y 轴交于点 A,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $y=2$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 2)$,

$\because AC \perp y$ 轴,

$\therefore$ 点 C 的纵坐标与点 A 的纵坐标相同, 是 2,

$\because$ 点 C 在反比例函数 $y=\frac{5}{x}$ 的图象上,

$$\therefore \text{当 } y=2 \text{ 时, } 2=\frac{5}{x}, \text{ 解得 } x=\frac{5}{2},$$

$$\therefore AC=\frac{5}{2}.$$

过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D, 则 $BD=y_B - y_C = 5 - 2 = 3$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{4}.$$

点评： 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求反比例函数的解析式,

反比例函数图象上点的坐标特征, 平行于 y 轴的直线上点的坐标特征, 三角形的面积, 难度适中. 求出反比例函数的解析式是解题的关键.

20. (8 分) (2015•山西) 随着互联网、移动终端的迅速发展, 数字化阅读越来越普及, 公交、地铁上的“低头族”越来越多. 某研究机构针对“您如何看待数字化阅读”问题进行了随机问卷调查 (问卷调查表如图 1 所示) 并将调查结果绘制成图 2 和图 3 所示的统计图 (均不完整). 请根据统计图中提供的信息, 解答下列问题:

您如何看待数字化阅读问卷调查表	
您好! 这是一份关于您如何看待数字化阅读问卷调查表, 请在表格中选择一项您最认同的观点, 在其后空格内打“√”, 非常感谢您的合作。	
代码	观点
A	获取信息方便, 可以随时随地观看
B	价格便宜易得
C	使得人们成为“低头族”, 不利于人际交往
D	内容丰富, 比纸质书涉猎更广
E	其他

图1

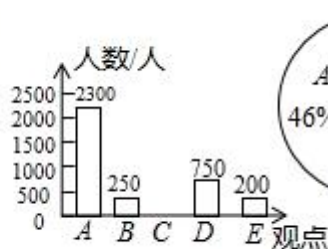


图2

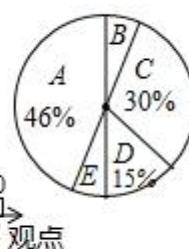


图3

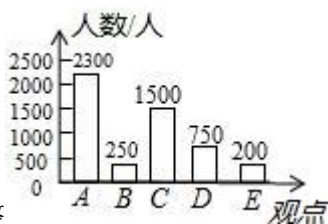
- (1) 本次接受调查的总人数是 5000 人.
- (2) 请将条形统计图补充完整.
- (3) 在扇形统计图中, 观点 E 的百分比是 4%, 表示观点 B 的扇形的圆心角度数为 18 度.
- (4) 假如你是该研究机构的一名成员, 请根据以上调查结果, 就人们如何对待数字化阅读提出你的建议.

考点: 条形统计图; 扇形统计图.

分析: (1) 根据 D 类观点除以 D 类所占的百分比, 可得调查的人数;
 (2) 根据各类调查的人数, 可得条形统计图;
 (3) 根据 E 类人数除以调查的人数, 可得答案, 根据 B 类人数除以调查人数, 再乘以 360° , 可得答案;
 (4) 根据对调查数据的收集、整理, 可得答案.

解答: 解: (1) 本次接受调查的总人数是 5000 人

(2) C 类的人数为 $5000 - 2300 - 250 - 750 - 200 = 1500$ (人),



请将条形统计图补充完整

(3) 在扇形统计图中, 观点 E 的百分比是 4%, 表示观点 B 的扇形的圆心角度数为 18 度,

故答案为: 5000, 4%, 18.

(4) 应充分利用数字化阅读获取信息方便等优势, 但不要成为“低头族”而影响人际交往.

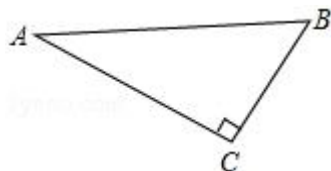
点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇

形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

21. (10分) (2015•山西) 如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$.

(1) 尺规作图: 作 $\odot C$, 使它与 AB 相切于点 D , 与 AC 相交于点 E , 保留作图痕迹, 不写作法, 请标明字母.

(2) 在你按 (1) 中要求所作的图中, 若 $BC=3$, $\angle A=30^\circ$, 求 $\widehat{DE}$ 的长.



考点: 作图—复杂作图; 切线的性质; 弧长的计算.

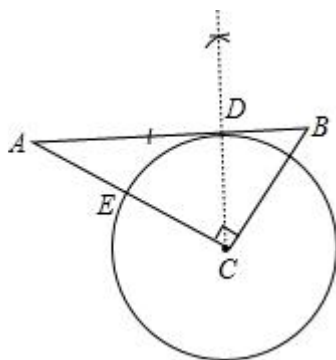
专题: 作图题.

分析: (1) 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为点 D , 然后以 C 点为圆心, CD 为半径作圆即可;

(2) 先根据切线的性质得 $\angle ADC=90^\circ$, 则利用互余可计算出 $\angle DCE=90^\circ - \angle A=60^\circ$, $\angle BCD=90^\circ - \angle ACD=30^\circ$, 再在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中利用 $\angle BCD$ 的余弦可计算出 $CD=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,

然后根据弧长公式求解.

解答: 解: (1) 如图,



$\odot C$ 为所求;

(2) $\because \odot C$ 切 AB 于 D ,

$\therefore CD \perp AB$,

$\therefore \angle ADC=90^\circ$,

$\therefore \angle DCE=90^\circ - \angle A=90^\circ - 30^\circ=60^\circ$,

$\therefore \angle BCD=90^\circ - \angle ACD=30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\because \cos \angle BCD=\frac{CD}{BC}$,

$\therefore CD=3\cos 30^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \widehat{DE}$ 的长 $=\frac{60 \cdot \pi \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{180}=\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$.

点评: 本题考查了作图—复杂作图: 复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图, 一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法; 解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的

性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作，也考查了切线的性质和弧长公式.

22. (7 分) (2015•山西) 某蔬菜经营户从蔬菜批发市场批发蔬菜进行零售，部分蔬菜批发价格与零售价格如表:

蔬菜品种	西红柿	青椒	西兰花	豆角
批发价 (元/kg)	3.6	5.4	8	4.8
零售价 (元/kg)	5.4	8.4	14	7.6

请解答下列问题:

(1) 第一天，该经营户批发西红柿和西兰花两种蔬菜共 300kg，用去了 1520 元钱，这两种蔬菜当天全部售完一共能赚多少元钱?

(2) 第二天，该经营户用 1520 元钱仍然批发西红柿和西兰花，要想当天全部售完后所赚钱数不少于 1050 元，则该经营户最多能批发西红柿多少 kg?

考点: 一元一次不等式的应用；二元一次方程组的应用.

分析: (1) 设批发西红柿 x kg，西兰花 y kg，根据批发西红柿和西兰花两种蔬菜共 300kg，用去了 1520 元钱，列方程组求解；

(2) 设批发西红柿 a kg，根据当天全部售完后所赚钱数不少于 1050 元，列不等式求解.

解答: 解: (1) 设批发西红柿 x kg，西兰花 y kg，

$$\text{由题意得} \begin{cases} x+y=300 \\ 3.6x+8y=1520 \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} x=200 \\ y=100 \end{cases},$$

故批发西红柿 200kg，西兰花 100kg，

则这两种蔬菜当天全部售完一共能赚: $200 \times 1.8 + 100 \times 6 = 960$ (元)，

答: 这两种蔬菜当天全部售完一共能赚 960 元;

(2) 设批发西红柿 a kg，

$$\text{由题意得, } (5.4 - 3.6) a + (14 - 8) \times \frac{1520 - 3.6a}{8} \geq 1050,$$

解得: $a \leq 100$.

答: 该经营户最多能批发西红柿 100kg.

点评: 本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，解答本题的关键是读懂题意，找出合适的等量关系和不等关系，列方程和不等式求解.

23. (12 分) (2015•山西) 综合与实践: 制作无盖盒子

任务一: 如图 1，有一块矩形纸板，长是宽的 2 倍，要将其四角各剪去一个正方形，折成高为 4cm，容积为 616cm^3 的无盖长方体盒子 (纸板厚度忽略不计).

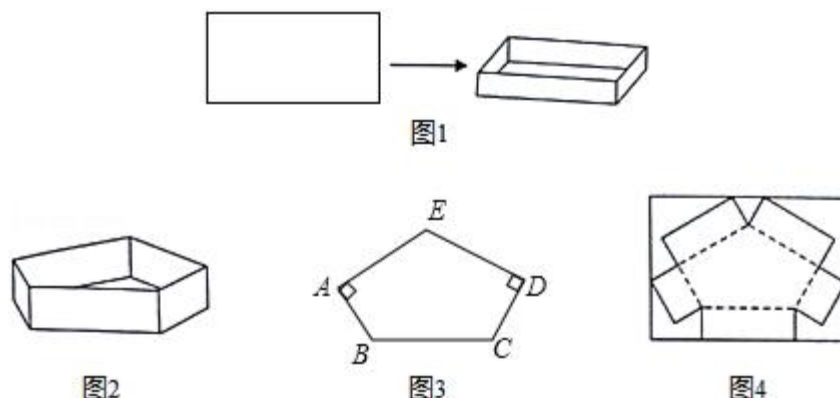
(1) 请在图 1 的矩形纸板中画出示意图，用实线表示剪切线，虚线表示折痕.

(2) 请求出这块矩形纸板的长和宽.

任务二: 图 2 是一个高为 4cm 的无盖的五棱柱盒子 (直棱柱)，图 3 是其底面，在五边形 ABCDE 中， $BC=12\text{cm}$ ， $AB=DC=6\text{cm}$ ， $\angle ABC=\angle BCD=120^\circ$ ， $\angle EAB=\angle EDC=90^\circ$.

(1) 试判断图 3 中 AE 与 DE 的数量关系，并加以证明.

(2) 图 2 中的五棱柱盒子可按图 4 所示的示意图，将矩形纸板剪切折合而成，那么这个矩形纸板的长和宽至少各为多少 cm？请直接写出结果（图中实线表示剪切线，虚线表示折痕．纸板厚度及剪切接缝处损耗忽略不计）．



考点：几何变换综合题．

分析：任务一：(1) 按要求画出示意图即可；

(2) 设矩形纸板的宽为 x cm，则长为 $2x$ cm，根据题意列出方程，解之即可．

任务二：(1) $AD=DE$ ，延长 EA 、 ED 分别交直线 BC 于点 M 、 N ，先证明 $EM=EN$ ，再证明 $\triangle MAB \cong \triangle NDC$ ，得到 $AM=DN$ 即可；

(2) 如图 4，由 (1) 得： $AE=DE$ ， $\angle EAD=\angle EDA=30^\circ$ ，

由已知得， $AG=DF=4$ ，连接 AD ， GF ，

过 B ， C 分别作 $BM \perp AD$ 于 M ， $CN \perp AD$ 于 N ，过 E 作 $EP \perp AD$ 于 P ，

则 GF 即为矩形纸板的长， $MN=BC=12$ ， $AP=DP$

得到 $\angle BAM=\angle CDN=60^\circ$ ，

求出 $AM=DN=3$ ， $BM=CN=3\sqrt{3}$ ，

然后通过三角形相似即可得到结果．

解答：解：任务一：(1) 如图 1 所示：

(2) 设矩形纸板的宽为 x cm，则长为 $2x$ cm，

由题意得： $4(x-2 \times 4)(2x-2 \times 4)=616$ ，解得： $x_1=15$ ， $x_2=-3$ （舍去），

$\therefore 2x=2 \times 15=30$ ，

答：矩形纸板的长为 30 cm，宽为 15 cm；

任务二：解：(1) $AE=DE$ ，证明如下：

延长 EA ， ED 分别交直线 BC 于 M ， N ，

$\therefore \angle ABC=\angle BCD=120^\circ$ ，

$\therefore \angle ABM=\angle DCN=60^\circ$ ，

$\therefore \angle EAB=\angle EDC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle M=\angle N=30^\circ$ ，

$\therefore EM=EN$ ，

在 $\triangle MAB$ 与 $\triangle NDC$ 中，

$$\begin{cases} \angle M=\angle N \\ \angle ABM=\angle DCN, \\ AB=DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle MAB \cong \triangle NDC$,
 $\therefore AM = DN$,
 $\therefore EM - AM = EN - DN$,
 $\therefore AE = DE$;

(2) 如图4, 由(1)得: $AE = DE$, $\angle EAD = \angle EDA = 30^\circ$,
 由已知得, $AG = DF = 4$, 连接 AD , GF ,
 过 B , C 分别作 $BM \perp AD$ 于 M , $CN \perp AD$ 于 N , 过 E 作 $EP \perp AD$ 于 P ,
 则 GF 即为矩形纸板的长, $MN = BC = 12$, $AP = DP$
 $\therefore \angle BAM = \angle CDN = 60^\circ$,
 $\therefore AB = CD = 6$,
 $\therefore AM = DN = 3$, $BM = CN = 3\sqrt{3}$,
 $\therefore AP = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}(3+3+12) = 9$,
 $\therefore AE = 6\sqrt{3}$, $PE = 3\sqrt{3}$,
 $\therefore AD \parallel GF$,
 $\therefore \triangle EAD \sim \triangle EGF$,
 $\therefore \frac{AE}{GE} = \frac{AD}{GF}$,
 $\therefore GF = 18 + 4\sqrt{3}$,
 $\therefore$ 矩形纸板的长至少为 $18 + 4\sqrt{3}$, 矩形纸板的宽至少为
 $PE + BM + 2\sqrt{3} + 4 = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4 = 4 + 8\sqrt{3}$.

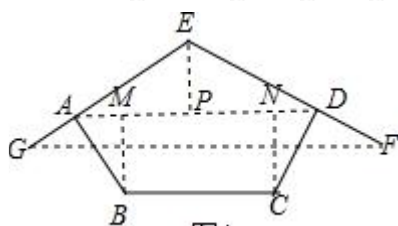


图4

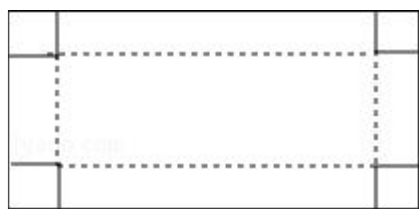


图1

点评: 本题考查了长方体的平面图, 全等三角形的判定和性质, 一元二次方程的应用, 相似三角形的判定和性质, 正确的画出图形是解题的关键.

24. (13 分) (2015•山西) 综合与探究

如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 W 的函数表达式为 $y = -\frac{4}{21}x^2 + \frac{16}{21}x + 4$. 抛物线

W 与 x 轴交于 A , B 两点 (点 B 在点 A 的右侧, 与 y 轴交于点 C , 它的对称轴与 x 轴交于点 D , 直线 l 经过 C , D 两点.

(1) 求 A , B 两点的坐标及直线 l 的函数表达式.

(2) 将抛物线 W 沿 x 轴向右平移得到抛物线 W' , 设抛物线 W' 的对称轴与直线 l 交于点 F , 当 $\triangle ACF$ 为直角三角形时, 求点 F 的坐标, 并直接写出此时抛物线 W' 的函数表达式.

(3) 如图 2, 连接 AC, CB , 将 $\triangle ACD$ 沿 x 轴向右平移 m 个单位 ($0 < m \leq 5$), 得到 $\triangle A'C'D'$. 设 $A'C$ 交直线 l 于点 M , $C'D'$ 交 CB 于点 N , 连接 CC', MN . 求四边形 $CMNC'$ 的面积 (用含 m 的代数式表示).

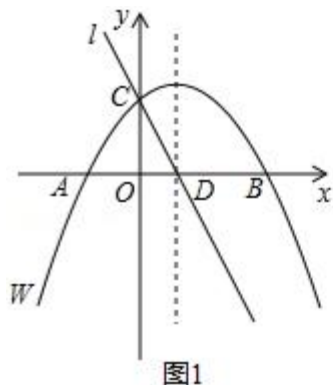


图1

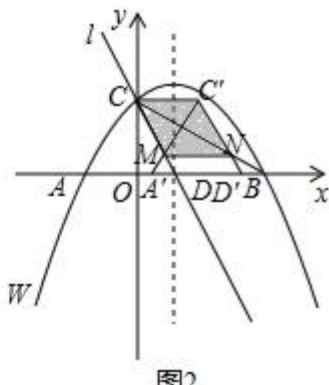


图2

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据自变量与函数值对应关系, 当函数值为零时, 可得 A, B 点坐标, 当自变量为零时, 可得 C 点坐标, 根据对称轴公式, 可得 D 点坐标, 根据待定系数法, 可得 l 的解析式;

(2) 根据余角性质, 可得 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的关系, 根据正切的定义, 可得关于 F 点的横坐标的方程, 根据解方程, 可得 F 点坐标, 平移后的对称轴, 根据平移后的对称轴, 可得平移后的函数解析式;

(3) 根据图象平移的规律, 可得 A', C', D' 点的坐标, 根据待定系数法, 可得 $A'C, BC, C'D'$ 的解析式, 根据解方程组, 可得 M, N 的坐标, 根据平行四边形的判定, 可得四边形 $CMNC'$ 的形状, 根据平行四边形的面积公式, 可得答案.

解答: 解: (1) 当 $y=0$ 时, $-\frac{4}{21}x^2 + \frac{16}{21}x + 4 = 0$,

解得 $x_1 = -3, x_2 = 7$,

$\therefore$ 点 A 坐标为 $(-3, 0)$, 点 B 的坐标为 $(7, 0)$.

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{16}{21}}{2 \times (-\frac{4}{21})},$$

$\therefore$ 抛物线 w 的对称轴为直线 $x=2$,

$\therefore$ 点 D 坐标为 $(2, 0)$.

当 $x=0$ 时, $y=4$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 4)$.

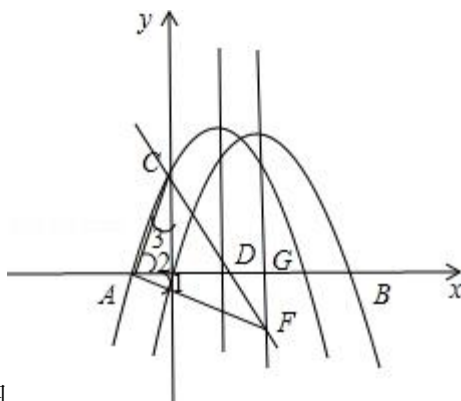
设直线 l 的表达式为 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} b=4 \\ 2k+b=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y=-2x+4$;

(2) $\because$ 抛物线 w 向右平移, 只有一种情况符合要求,



即 $\angle FAC = 90^\circ$, 如图

此时抛物线 w' 的对称轴与 x 轴的交点为 G ,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ \quad \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \tan \angle 1 = \tan \angle 3,$$

$$\therefore \frac{FG}{AG} = \frac{AO}{CO}.$$

设点 F 的坐标为 $(x_F, -2x_F + 4)$,

$$\therefore \frac{-(2x_F + 4)}{x_F - (-3)} = \frac{3}{4},$$

解得 $x_F = 5$, $-2x_F + 4 = -6$,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(5, -6)$,

此时抛物线 w' 的函数表达式为 $y = -\frac{4}{21}x^2 + \frac{40}{21}x$;

(3) 由平移可得: 点 C' , 点 A' , 点 D' 的坐标分别为 $C'(m, 4)$, $A'(-3+m, 0)$, $D'(2+m, 0)$, $CC' \parallel x$ 轴, $C'D' \parallel CD$,

可用待定系数法求得

$$\text{直线 } A'C' \text{ 的表达式为 } y = \frac{4}{3}x + 4 - \frac{4}{3}m,$$

$$\text{直线 } BC \text{ 的表达式为 } y = -\frac{4}{7}x + 4,$$

$$\text{直线 } C'D' \text{ 的表达式为 } y = -2x + 2m + 4,$$

$$\text{分别解方程组 } \begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 4 - \frac{4}{3}m \\ y = -2x + 4 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} y = -2x + 2m + 4 \\ y = -\frac{4}{7}x + 4 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = \frac{2}{5}m \\ y = -\frac{4}{5}m + 4 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} x = \frac{7}{5}m \\ y = -\frac{4}{5}m + 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(\frac{2}{5}m, -\frac{4}{5}m + 4)$, 点 N 的坐标为 $(\frac{7}{5}m, -\frac{4}{5}m + 4)$,

$\therefore y_M = y_N \therefore MN \parallel x$ 轴,

$\therefore CC' \parallel x$ 轴,

$$\therefore CC' \parallel MN.$$

$$\therefore C'D' \parallel CD,$$

$\therefore$ 四边形 CMNC' 是平行四边形,

$$\therefore S = m[4 - (-\frac{4}{5}m + 4)] = \frac{4}{5}m^2$$

点评: 本题考察了二次函数综合题, (1) 利用了自变量与函数值的对应关系, 待定系数法求函数解析式; (2) 利用了余角的性质, 正切函数的性质, 利用等角的正切函数值相等得出关于 F 点横坐标的方程是解题关键; (3) 利用了图象的平移规律, 待定系数法求函数解析式, 解方程组得出 M、N 的坐标是解题关键, 又利用了平行四边形的判定, 平行四边形的面积公式.