

2013 年山西中考数学试题

第 I 卷 选择题 (共 24 分)

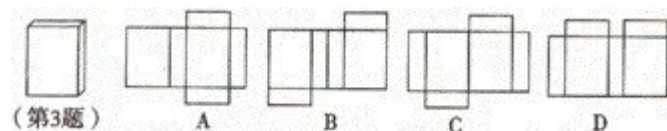
一.选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 2 分, 共 24 分.在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1.计算 $2 \times (-3)$ 的结果是 () A. 6 B. -6 C. -1 D. 5

2.不等式组 $\begin{cases} x+3 \geq 5 \\ 2x-1 < 5 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



3.如图是一个长方体包装盒, 则它的平面展开图是 ()



4.某班实行每周量化考核制学期末对考核成绩进行统计, 结果显示甲、乙的平均成绩相同,

方差是甲 $S_{\text{甲}}^2=36$, $S_{\text{乙}}^2=30$, 则考核成绩的稳定性: () A.甲组比乙组的成绩稳定; B. 乙

组比甲组的成绩稳定; C. 甲、乙组成绩一样稳定; D.无法确定。

5.下列计算错误的是 () A. $x^3+x^3=2x^3$; B. $a^6 \div a^3=a^2$; C. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; D. $(\frac{1}{3})^{-1}=3$.

6.解分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} = 3$ 时, 去分母后变形为 ()

A. $2+(x+2)=3(x-1)$; B. $2-x+2=3(x-1)$; C. $2-(x+2)=3(1-x)$; D. $2-(x+2)=3(x-1)$.

7.下表是我国 11 个地市 5 月份某日最高气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计结果:

太原	大同	朔州	忻州	阳泉	晋中	吕梁	长治	晋城	临汾	运城
27	27	28	28	27	29	28	28	30	30	31

该日最高气温的众数和中位数分别是 ()

A. 27°C , 28°C ; B. 28°C , 28°C ; C. 27°C , 27°C ; D. 29°C , 29°C .

8.如图, 正方形地砖的图案是轴对称图形, 该图形的对称轴有 () 条。

A. 1 ; B. 2; C. 4; D. 8.

9.王先生先到银行存了一笔三年的定期存款, 年利率是 4.25%, 如果到期后取出的本息和为 33825 元, 设王先生存入的本金为 x 元, 则下面所列方程正确的是 ()

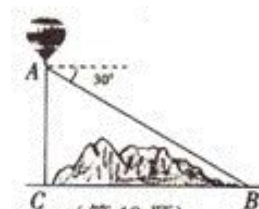
A. $x+3 \times 4.25\%=33825$; B. $x+4.25\%x=33825$;

C. $3 \times 4.25\%x=33825$; D. $3(x+4.25\%x) = 33825$.

10.如图, 某地修建高速公路, 要从 B 地向 C 地修一座隧道 (B、C 在同一水平面上), 为了测量 B、C 两地之间的距离, 某工程队乘坐热气球从 C 地出发垂直上升 100m 到达 A 处, 在 A 处观察 B 地的仰角为 30° , 则 BC 两地间的距离为 ()



(第 8 题)



(第 10 题)

m. A. $100\sqrt{3}$; B. $50\sqrt{2}$; C. $50\sqrt{3}$; D. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$

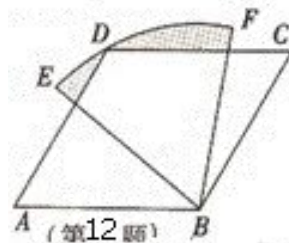
11. 起重机将质量为 6.5t 的货物沿竖直方向提升了 2m, 则起重机提升货物所做的功用科学记数法表示为 ($g=10\text{N/kg}$) ()

A. $1.3 \times 10^6\text{J}$; B. $13 \times 10^5\text{J}$; C. $13 \times 10^4\text{J}$; D. $1.3 \times 10^5\text{J}$;

12. 如图四边形 ABCD 是菱形, $\angle A=60^\circ$, $AB=2$, 扇形 BEF 的半径为 2, 圆心角

为 60° , 则图中阴影部分的面积是 () A. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$; B. $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$; C. $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$;

D. $\pi - \sqrt{3}$.

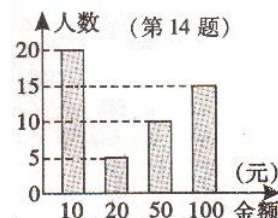


第 II 卷 非选择题 (96 分)

二. 填空题 (本大题共 6 分, 每小题 3 分, 共 18 分, 把答案写在题中的横线上)

13. 因式分解: $a^2 - 2a =$ _____.

14. 四川雅安发生地震后, 某校九 (1) 班的学生开展献爱心活动, 积极向灾区捐款, 如图是还班同学捐款的条形统计图, 写出一条你从图中所获得的信息: _____



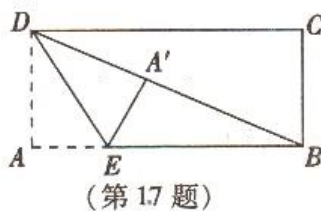
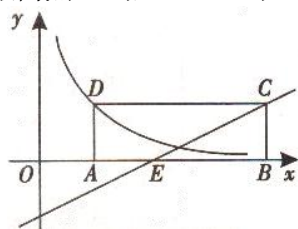
15. 一组按规律排列的式子: a^2 , $\frac{a^4}{3}$, $\frac{a^6}{5}$, $\frac{a^8}{7}$, ..., 则第 n 个式子是_____.

16. 如图, 矩形 ABCD 在第一象限, AB 在 x 轴的正半轴上, $AB=3$, $BC=1$, 直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$

经过点 C 交 x 轴于点 E, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 D, 则 K 的值为_____.

17. 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=12$, $BC=5$, E 在 AB 上, 将 $\angle DAE$ 沿 DE 折叠, 使点 A 落在对角线 BD 上的点 A' 处, 则 AE 的长为_____.

18. 如图是我省某地一座抛物线形拱桥, 桥拱在竖直平面内, 与水平桥面交于 A, B 两点, 桥拱最高点 C 到直线 AB 的距离为 7m, 则 DE 的长为_____m.



三. 解答题 (本大题共 8 个小题, 共 78 分, 解答应写出文字说明、证明过程或盐酸步骤)

19. (本大题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 计算: $\sqrt{2} \cos 45^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^0$.

(2) 下面是小明化简分式的过程, 请仔细阅读, 并解答所提出的问题.

$\frac{2}{x+2} - \frac{x-6}{x^2-4} = \frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{x-6}{(x+2)(x-2)}$ 第一步

$=2(x-2) - x+6 \cdots \cdots$ 第二步
 $=2x-4-x+6 \cdots \cdots$ (第三步) $=x+2 \cdots \cdots$ 第四步
 小明的解法从第____步开始出现错误, 正确的化简结果是_____。

20. (本题 7 分) 解方程: $(2x-1)^2 = x(3x+2) - 7$

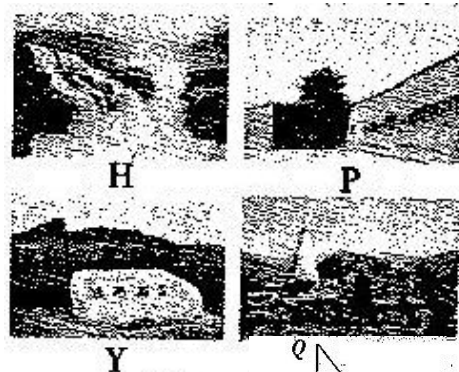
21. (本题 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 BA 延长线上一点, 点 E 是 AC 的中点.

(1) 实践与操作: 利用尺规按下列要求作图, 并在图中标明相应字母 (保留作图痕迹, 不写作法)

①作 $\angle DAC$ 的平分线 AM . ②连接 BE 并延长交 AM 于点 F .

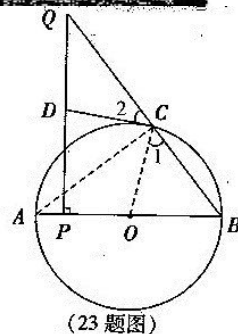
(2) 猜想与证明: 试猜想 AF 与 BC 有怎样的位置关系与数量关系, 并说明理由.

22. (本题 8 分) 小勇搜集了我省四张著名的旅游景点图片 (大小、形状及背面完全形同): 太原以南的壶口瀑布和平遥古城, 太原以北的云冈石窟和五台山, 他与爸爸玩游戏: 把这四张图片背面朝上洗匀, 随机抽取一张 (不放回), 再抽取一张, 若抽到的两个景点都在太原以南或都在太原以北, 则爸爸同意带他到这两个景点旅游, 否则只能去一个景点旅游, 请你用列表或画树状图的方法求小勇能去两个景点旅游的概率 (四张图片分别用 H 、 P 、 Y 、 W 表示)



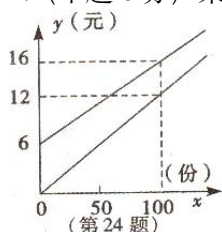
(第 22)

23. (本题 9 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 点 P 是直径 AB 上的一点 (不与 A 、 B 重合) 过点 P 作 AB 的垂线交 BC 的延长线于点 Q . (1) 在线段 PQ 上取一点 D , 使 $DQ=DC$, 连接 DC , 试判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由. (2) 若 $\cos B=0.6$, $BP=6$, $AP=1$, 求 QC 的长.



(23 题图)

24. (本题 8 分) 某校实行学案式教学, 需印制若干份数学学案, 印刷厂有甲、乙两种收费方式, 除按印数收取印刷费外, 甲种方式还需收取制版费而乙种不需要,



(第 24 题)

两种印刷方式的收费用 y (元) 与印刷分数 x (份) 之间的函数关系如图所示: (1) 填空: 甲种收费方式的函数关系式是 _____. 乙种收费方式的函数关系式是 _____. (2) 该校某年级每次需印刷 100—450 (含

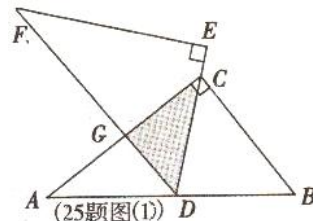
100 和 450) 份学案, 选择哪种印刷方式较合算

25. (本题 13 分) **数学活动——求重叠部分的面积.**

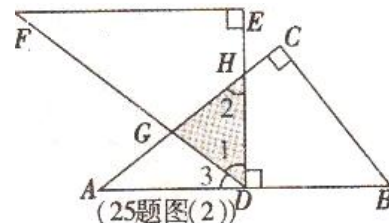
问题情境: 数学活动课上, 老师出示了一个问题:

如图 (1) 将两块全等的直角三角形纸片 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 叠放在一起, 其中 $\angle ACB=\angle E=90^\circ$, $BC=DE=6$, $AC=FE=8$, 顶点 D 与边 AB 的中点重合, DE 经过点 C , DF 交 AC 于点 G . 求重叠部分 ($\triangle DCG$) 的面积. (1)

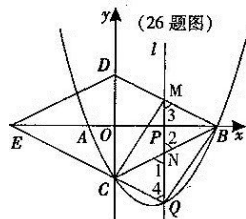
独立思考: 请解答老师提出的问题. (2) 合作交流: “希望”小组受此问题的启发, 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转, 使 $DE \perp AB$ 交 AC 于点 H , DF 交 AC 于点 G , 如图 (2), 你能求出重叠部分 ($\triangle DGH$) 的面积吗? 请写出解答过程.



(25题图(1))



(25题图(2))



(26 题图)

26. (本题 14 分) **综合与探究:** 如图, 抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x-4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 B 在点 A 的右边), 与 y 轴交于 C , 连接 BC , 以 BC 为一边, 点 O 为对称中心作菱形 $BDEC$, 点 P 是 x 轴上的一个动点, 设点 P 的坐标为 $(m, 0)$, 过 P 作 x 轴的垂线 L 交抛物线于

点 Q。(1) 求点 A、B、C 的坐标；(2) 当点 P 在线段 OB 上运动时，直线 L 分别交 BD、BC 于点 M、N。试探究 m 为何值时，四边形 CQMD 是平行四边形，此时，请判断四边形 CQBM 的形状，并说明理由。(3) 当点 P 在线段 EB 上运动时，是否存在点 Q，使 $\angle BDQ$ 为直角三角形，若存在，请直接写出 Q 点坐标；若不存在，请说明理由。

2013 年山西省中考试题

数学（解析）

(满分 120 分 考试时间 120 分钟)

第 I 卷 选择题（共 24 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合要求，请选出并在答题卡上将该项涂黑）

1. (2013 山西, 1, 2 分) 计算 $2 \times (-3)$ 的结果是 ()

A. 6 B. -6 C. -1 D. 5

【答案】B

【解析】异号相乘，得负，所以选 B。

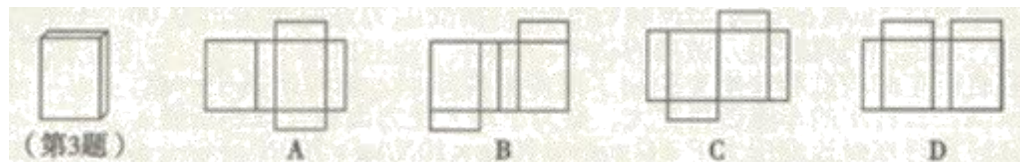
2. (2013 山西, 2, 2 分) 不等式组 $\begin{cases} x+3 \geq 5 \\ 2x-1 < 5 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



【答案】C

【解析】解 (1) 得: $x \geq 2$, 解 (2) 得: $x < 3$, 所以解集为 $2 \leq x < 3$, 选 C。

3. (2013 山西, 3, 2 分) 如图是一个长方体包装盒，则它的平面展开图是 ()



【答案】A

【解析】长方体的四个侧面中，有两个对对的小长方形，另两个是相对面的大长方形，B、C 中两个小的与两个大的相邻，错，D 中底面不符合，只有 A 符合。

4. (2013 山西, 4, 2 分) 某班实行每周量化考核制，学期末对考核成绩进行统计，结果显示甲、乙两组的平均成绩相同，方差分别是 $S^2_{\text{甲}}=36$, $S^2_{\text{乙}}=30$, 则两组成绩的稳定性: ()

A. 甲组比乙组的成绩稳定 B. 乙组比甲组的成绩稳定

C. 甲、乙两组的成绩一样稳定 D. 无法确定

【答案】B

【解析】方差小的比较稳定，故选B。

5. (2013 山西, 5, 2 分) 下列计算错误的是 ()

A. $x^3 + x^3 = 2x^3$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ D. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$

【答案】B

【解析】 $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$ ，故B错，A、C、D的计算都正确。

6. (2013 山西, 6, 2 分) 解分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} = 3$ 时，去分母后变形为 ()

A. $2 + (x+2) = 3(x-1)$ B. $2-x+2=3(x-1)$ C. $2-(x+2) = 3(1-x)$ D. $2-(x+2) = 3(x-1)$

【答案】D

【解析】原方程化为： $\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x-1} = 3$ ，去分母时，两边同乘以 $x-1$ ，得： $2 - (x+2) = 3(x-1)$ ，选D。

7. (2013 山西, 7, 2 分) 下表是我省 11 个地市 5 月份某日最高气温 (°C) 的统计结果：

太原	大同	朔州	忻州	阳泉	晋中	吕梁	长治	晋城	临汾	运城
27	27	28	28	27	29	28	28	30	30	31

该日最高气温的众数和中位数分别是 ()

A. 27°C, 28°C B. 28°C, 28°C C. 27°C, 27°C D. 28°C, 29°C

【答案】B

【解析】28 出现 4 次，最多，所以众数为 28，由小到大排列为：27, 27, 27, 28, 28, 28, 28, 29, 30, 30, 31，所以，中位数为 28，选B。

8. (2013 山西, 8, 2 分) 如图，正方形地砖的图案是轴对称图形，该图形的对称轴有 ()



A. 1 条 B. 2 条 C. 4 条 D. 8 条

【答案】C

【解析】这是一个正八边形，对称轴有 4 条。

9. (2013 山西, 9, 2 分) 王先生到银行存了一笔三年期的定期存款，年利率是 4.25%，若到期后取出得到本息和 (本金+利息) 33852 元。设王先生存入的本金为 x 元，则下面所列方程正确的是 ()

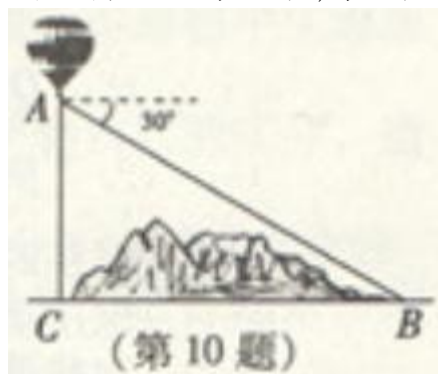
A. $x + 3 \times 4.25\%x = 33825$ B. $x + 4.25\%x = 33825$
C. $3 \times 4.25\%x = 33825$ D. $3(x + 4.25\%x) = 33825$

【答案】A

【解析】一年后产生的利息为 $4.25\%x$ ，三年后产生的利息为： $3 \times 4.25\%x$ ，再加上本金，得到 33852 元，所以，A 是正确的。

10. (2013 山西, 10, 2 分) 如图，某地修建高速公路，要从 B 地向 C 地修一座隧道 (B, C 在同一水平面上)，为了测量 B, C 两地之间的距离，某工程师乘坐热气球从 C 地出发，

垂直上升 100m 到达 A 处，在 A 处观察 B 地的俯角为 30° ，则 BC 两地之间的距离为 ()



- A. $100\sqrt{3}$ m B. $50\sqrt{2}$ m C. $50\sqrt{3}$ m D. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m

【答案】A

【解析】依题得： $AC = 100$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$ ， $BC = \frac{100}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 100\sqrt{3}$ ， 选 A。

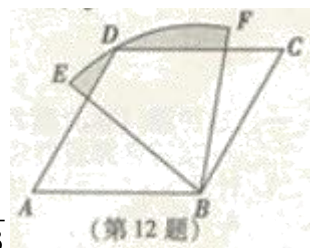
11. (2013 山西, 11, 2 分) 起重机将质量为 6.5t 的货物沿竖直方向提升了 2m，则起重机提升货物所做的功用科学记数法表示为 ($g=10\text{N/kg}$) ()

- A. $1.3 \times 10^6 \text{J}$ B. $13 \times 10^5 \text{J}$ C. $13 \times 10^4 \text{J}$ D. $1.3 \times 10^5 \text{J}$

【答案】D

【解析】质量 $m=6500\text{kg}$ ， $G=mg=65000$ ， 做功为 $W=6500 \times 2=130000=1.3 \times 10^5 \text{J}$ ， 选 D。

12. (2013 山西, 1, 2 分) 如图，四边形 ABCD 是菱形， $\angle A=60^\circ$ ， $AB=2$ ， 扇形 BEF 的半径为 2， 圆心角为 60° ， 则图中阴影部分的面积是 (B)



- A. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ C. $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\pi - \sqrt{3}$

【答案】B

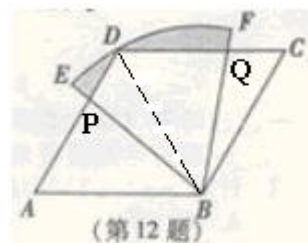
【解析】扇形 BEF 的面积为： $S_1 = \frac{60\pi \times 4}{360} = \frac{2\pi}{3}$ ，

菱形 ABCD 的面积为 $S_{ABCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，

如右图，连结 BD，易证： $\triangle BDP \cong \triangle BCQ$ ， 所以， $\triangle BCQ$ 与 $\triangle BAP$ 的面积之和为 $\triangle BAD$ 的面积为： $\sqrt{3}$ ， 因为四边形 BPDQ 的面积为

$\sqrt{3}$ ，

阴影部分的面积为： $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$



第Ⅱ卷 非选择题 (共 96 分)

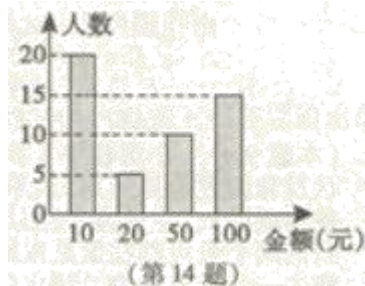
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分。把答案写在题中的横线上)

13. (2013 山西, 13, 3 分) 分解因式: $a^2 - 2a =$ _____.

【答案】 $a(a - 2)$

【解析】 原式提取公因式 a 即可, 本题较简单。

14. (2013 山西, 14, 3 分) 四川雅安发生地震后, 某校九 (1) 班学生开展献爱心活动, 积极向灾区捐款。如图是该班同学捐款的条形统计图, 写出一条你从图中所获得的信息: _



【答案】 该班有 50 人参与了献爱心活动 (只要与统计图中所提供的信息相符即可得分)

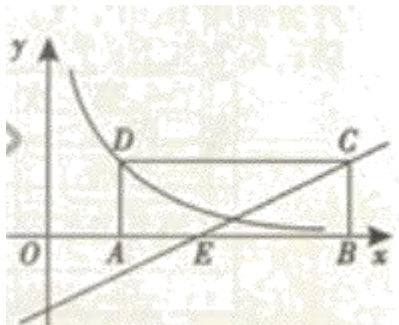
【解析】 能得到的信息较多, 答案不唯一, 读图可得各组的人数分别为: 20、5、10、15, 加起来等于 50。

15. (2013 山西, 15, 3 分) 一组按规律排列的式子: $a^2, \frac{a^4}{3}, \frac{a^6}{5}, \frac{a^8}{7}, \dots$ 则第 n 个式子是_____

【答案】 $\frac{a^{2n}}{2n-1}$ (n 为正整数)

【解析】 已知式子可写成: $\frac{a^2}{1}, \frac{a^4}{3}, \frac{a^6}{5}, \frac{a^8}{7}, \dots$ 分母为奇数, 可写成 $2n-1$, 分子中字母 a 的指数为偶数 $2n$ 。

16. (2013 山西, 16, 3 分) 如图, 矩形 ABCD 在第一象限, AB 在 x 轴正半轴上, $AB=3$, $BC=1$, 直线 $y=\frac{1}{2}x-1$ 经过点 C 交 x 轴于点 E, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过点 D, 则 k 的值为_____.

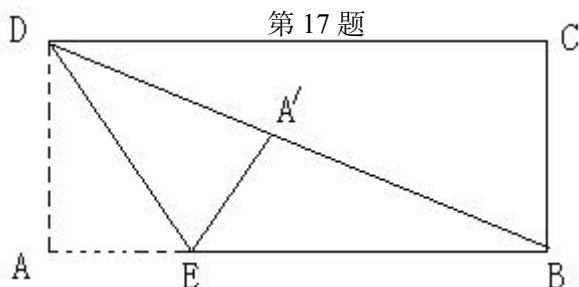


【答案】1

【解析】显然 C 点的纵坐标为 1，将 $y=1$ 代入，直线方程 $y=\frac{1}{2}x-1$ ，得 $x=4$ ，即 $OB=4$ ，

又 $AB=3$ ，所以， $OA=1$ ，所以 D 点坐标为 $(1,1)$ ，代入双曲线方程，可得 $k=1$ 。

17. (2013 山西, 1, 2 分) 如图，在矩形纸片 ABCD 中， $AB=12$ ， $BC=5$ ，点 E 在 AB 上，将 $\triangle DAE$ 沿 DE 折叠，使点 A 落在对角线 BD 上的点 A' 处，则 AE 的长为_____。



【答案】 $\frac{10}{3}$

【解析】由勾股定理求得： $BD=13$ ，

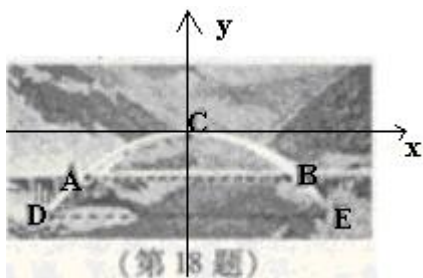
$DA=DA'=BC=5$ ， $\angle DA'E=\angle DAE=90^\circ$ ，设 $AE=x$ ，则 $A'E=x$ ， $BE=12-x$ ， $BA'=13-5=8$ ，

在 $Rt\triangle EA'B$ 中， $(12-x)^2 = x^2 + 8^2$ ，解得： $x = \frac{10}{3}$ ，即 AE 的长为 $\frac{10}{3}$

18. (2013 山西, 18, 3 分) 如图是我省某地一座抛物线形拱桥，桥拱在竖直平面内，与水平桥面相交于 A、B 两点，桥拱最高点 C 到 AB 的距离为 9m， $AB=36m$ ，D、E 为桥拱底部的两点，且 $DE \parallel AB$ ，点 E 到直线 AB 的距离为 7m，则 DE 的长为_____m。



(第 18 题)



(第 18 题)

【答案】48

【解析】以 C 为原点建立平面直角坐标系，如右上图，依题意，得 B $(18, -9)$ ，

设抛物线方程为： $y = ax^2$ ，将 B 点坐标代入，得 $a = -\frac{1}{36}$ ，所以，抛物线方程为：

$$y = -\frac{1}{36}x^2,$$

E 点纵坐标为 $y = -16$ ，代入抛物线方程， $-16 = -\frac{1}{36}x^2$ ，解得： $x = 24$ ，所以，DE 的长为 48m。

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 78 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. （本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

(1) （2013 山西，19(1)，5 分）计算： $\sqrt{2} \cos 45^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^0$.

【解析】解：原式 $= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

$= 1 - 1 = 0$

(2) （2013 山西，19(2)，5 分）下面是小明化简分式的过程，请仔细阅读，并解答所提出的问题。

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x-6}{x^2-4} = \frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{x-6}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots \text{第一步}$$

$$= \frac{2(x-2) - (x-6)}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots \text{第二步}$$

$$= \frac{2x-4-x+6}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots \text{第三步}$$

$$= \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots \text{第四步}$$

小明的解法从第___（2 分）步开始出现错误，正确的化简结果是___。（3 分）

【答案】二 $\frac{1}{x-2}$

20. （2013 山西，20，7 分）（本题 7 分）解方程： $(2x-1)^2 = x(3x+2) - 7$

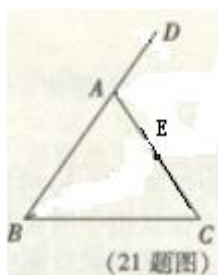
【解析】解：原方程可化为： $4x^2 - 4x + 1 = 3x^2 + 2x - 7$

$$\therefore x^2 - 6x + 8 = 0 \quad \therefore (x-3)^2 = 1 \quad \therefore x-3 = \pm 1 \quad \therefore x_1 = 2 \quad x_2 = 4$$

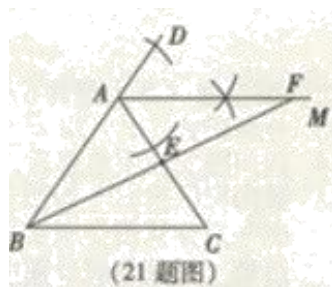
21. （2013 山西，21，8 分）（本题 8 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，D 是 BA 延长线上的一点，点 E 是 AC 的中点。

(1) **实践与操作**：利用尺规按下列要求作图，并在图中标明相应字母（保留作图痕迹，不写作法）。

①作 $\angle DAC$ 的平分线 AM。②连接 BE 并延长交 AM 于点 F。



【解析】解：①作图正确，并有痕迹。



②连接 BE 并延长交 AM 于点 F。

(2) **猜想与证明**: 试猜想 AF 与 BC 有怎样的位置关系和数量关系, 并说明理由。

【解析】解: AF // BC 且 AF=BC

理由如下: $\because AB=AC, \therefore \angle ABC=\angle C \therefore \angle DAC=\angle ABC+\angle C=2\angle C$

由作图可知: $\angle DAC=2\angle FAC$

$\therefore \angle C=\angle FAC, \therefore AF \parallel BC$.

$\because E$ 是 AC 的中点, $\therefore AE=CE, \therefore \angle AEF=\angle CEB \therefore \triangle AEF \cong \triangle CEB \therefore AF=BC$.

22. (2013 山西, 22, 9 分) (本题 9 分) 小勇收集了我省四张著名的旅游景点图片 (大小、形状及背面完全相同): 太原以南的壶口瀑布和平遥古城, 太原以北的云岗石窟和五台山。他与爸爸玩游戏: 把这四张图片背面朝上洗匀后, 随机抽取一张 (不放回), 再抽取一张, 若抽到两个景点都在太原以南或都在太原以北, 则爸爸同意带他到这两个景点旅游, 否则, 只能去一个景点旅游。请你用列表或画树状图的方法求小勇能去两个景点旅游的概率 (四张

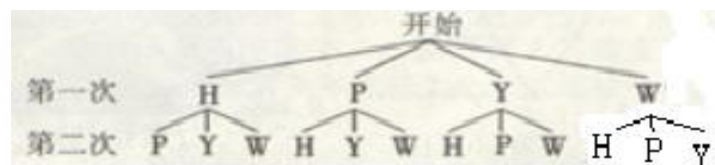


图片分别用 (H, P, Y, W 表示)

第一次 第二次	H	P	Y	W
H		HP	HY	HW
P	PH		PY	PW
Y	YH	YP		YW
W	WH	WP	WY	

【解析】解: 列表如下:

或画树状图如下:

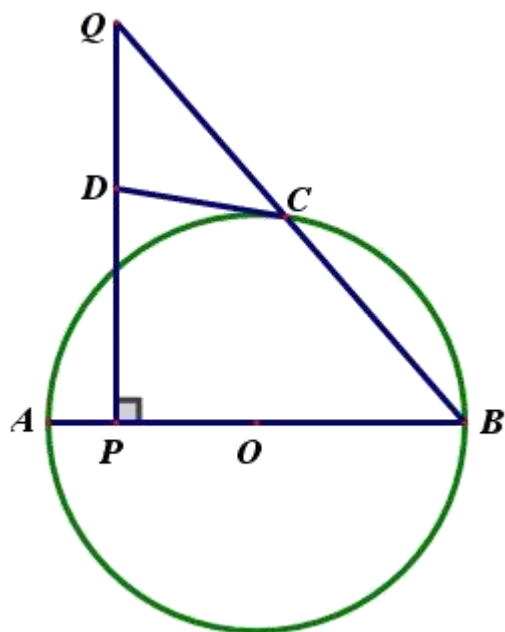


由列表 (或画树状图) 可以看出, 所有可能出现的结果共有 12 种, 而且每种结果出现的可能性都相同, 其中抽到的两个景点都在太原以南或以北的结果共有 4 种。

$$\therefore P(\text{小勇能去两个景点旅游}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

23. (2013 山西, 23, 9 分) (本题 9 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 点 P 是直径 AB 上的一点 (不与 A, B 重合), 过点 P 作 AB 的垂线交 BC 的延长线于点 Q。

(1) 在线段 PQ 上取一点 D, 使 $DQ=DC$, 连接 DC, 试判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由。



(2) 若 $\cos B = \frac{3}{5}$, $BP=6$, $AP=1$, 求 QC 的长。

解析】解: (1) CD 是 $\odot O$ 的切线,

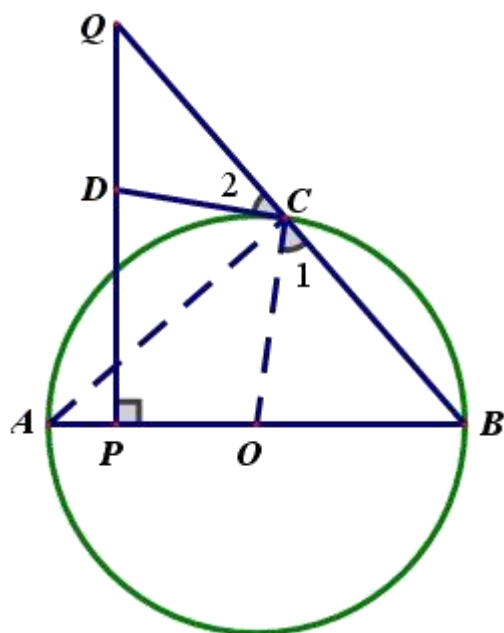
理由如下: 连接 OC, $\because OC=OB, \therefore \angle B = \angle 1$. 又 $\because DC=DQ, \therefore \angle Q = \angle 2$

$\because PQ \perp AB, \therefore \angle QPB = 90^\circ \therefore \angle B + \angle Q = 90^\circ \therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ \therefore \angle DCO = \angle QCB - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - 90^\circ,$

$\therefore OC \perp DC, \because OC$ 是 $\odot O$ 的半径 $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线

(2) 连接 AC, $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中,

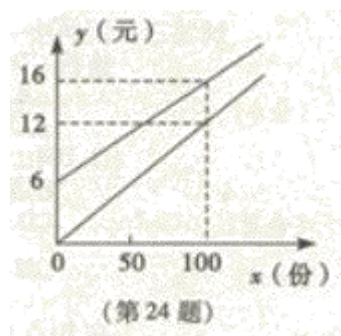


$$BC = AB \cos B = (AP + BP) \cos B = (1 + 6) \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BPQ$ 中 $BQ = \frac{BP}{\cos B} = \frac{6}{\frac{4}{5}} = 10$

$$\therefore QC = BQ - BC = 10 - 6 = 4$$

24. (2013 山西, 24, 8 分) (本题 8 分) 某校实行学案式教学, 需印制若干份数学学案。印刷厂有甲、乙两种收费方式, 除按印数收取印刷费外, 甲种方式还需收取制版费而乙种不需要。两种印刷方式的费用 y (元) 与印刷份数 x (份) 之间的函数关系如图所示:



(1) 填空: 甲种收费方式的函数关系式是_____.

乙种收费方式的函数关系式是_____.

(2) 该校某年级每次需印制 100~450 (含 100 和 450) 份学案, 选择哪种印刷方式较合算.

【解析】 (1) $y = 0.1x + 6$ $y = 0.12x$

(2) 解: 由 $0.1x + 6 > 0.12x$, 得 $x < 300$

由 $0.1x + 6 = 0.12x$, 得 $x = 300$

由 $0.1x + 6 < 0.12x$, 得 $x > 300$

由此可知: 当 $100 \leq x < 300$ 时, 选择乙种方式较合算;

当 $x = 300$ 时, 选择甲乙两种方式都可以;

当 $300 < x \leq 450$ 时, 选择甲种方式较合算.

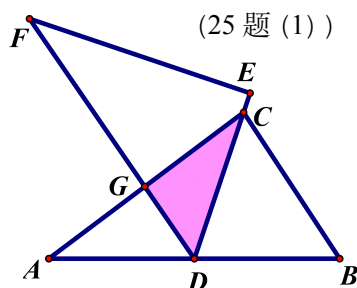
25. (2013 山西, 25, 13 分) (本题 13 分) **数学活动——求重叠部分的面积.**

问题情境: 数学活动课上, 老师出示了一个问题:

如图, 将两块全等的直角三角形纸片 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 叠放在一起, 其中 $\angle ACB = \angle E = 90^\circ$, $BC = DE = 6$, $AC = FE = 8$, 顶点 D 与边 AB 的中点重合, DE 经过点 C , DF 交 AC 于点 G . 求重叠部分 ($\triangle DCG$) 的面积.

(1) 独立思考: 请解答老师提出的问题.

【解析】 解: $\because \angle ACB = 90^\circ$ D 是 AB 的中点,



$$\therefore DC = DB = DA, \therefore \angle B = \angle DCB$$

又 $\because \triangle ABC \cong \triangle FDE$, $\therefore \angle FDE = \angle B$

$\therefore \angle FDE = \angle DCB$, $\therefore DG \parallel BC \therefore \angle AGD = \angle ACB = 90^\circ \therefore DG \perp AC$

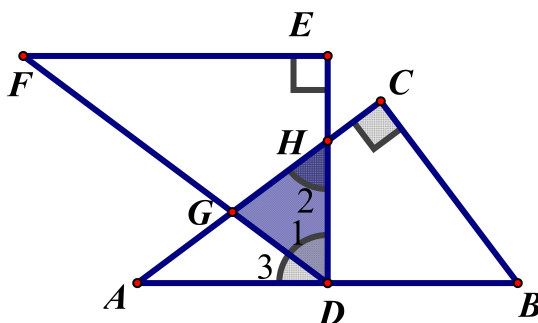
又 $\because DC = DA$, $\therefore G$ 是 AC 的中点,

$$\therefore CG = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4, DG = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\therefore S_{\triangle DCG} = \frac{1}{2} \times CG \cdot DG = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

(2) 合作交流: “希望”小组受此问题的启发, 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转, 使 $DE \perp AB$ 交 AC 于点 H , DF 交 AC 于点 G , 如图(2), 你能求出重叠部分($\triangle DGH$)的面积吗? 请写出解答过程。

【 解 析 】 解 法 (25 题 (2)) :



$\because \triangle ABC \cong \triangle FDE$, $\therefore \angle B = \angle 1$

$\because \angle C = 90^\circ, ED \perp AB$, $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ, \angle A + \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle 2$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore GH = GD$

$\because \angle A + \angle 2 = 90^\circ, \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$

$\therefore \angle A = \angle 3$, $\therefore AG = GD$, $\therefore AG = GH$

$\therefore$ 点 G 是 AH 的中点,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 10$

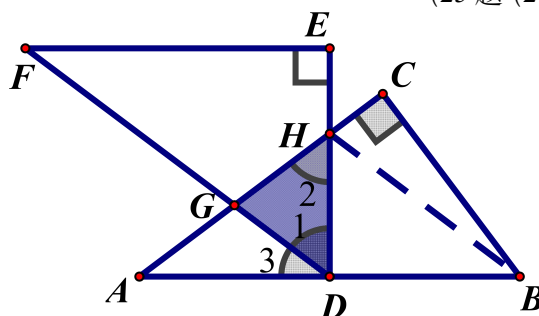
$\because D$ 是 AB 的中点, $\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 5$

在 $\triangle ADH$ 与 $\triangle ACB$ 中, $\because \angle A = \angle A, \angle ADH = \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle ADH \sim \triangle ACB, \therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DH}{CB}, \frac{5}{8} = \frac{DH}{6}, \therefore DH = \frac{15}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle DGH} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times DH \cdot AD = \frac{1}{4} \times \frac{15}{4} \times 5 = \frac{75}{16}$$

(25 题 (2))



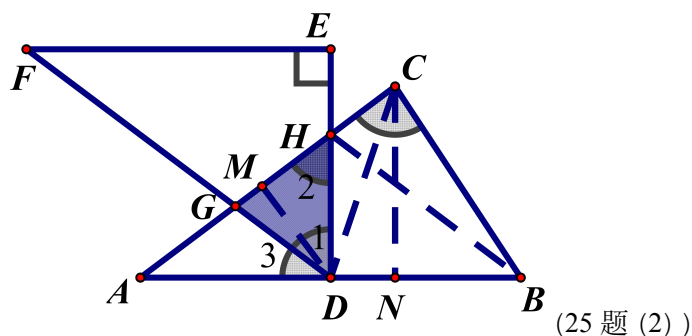
解法二：同解法一，G 是 AH 的中点，

连接 BH， $\because DE \perp AB$ ，D 是 AB 的中点， $\therefore AH=BH$ ，设 $AH=x$ 则 $CH=8-x$

在 $Rt\triangle BCH$ 中， $CH^2+BC^2=BH^2$ ，即 $(8-x)^2+36=x^2$ ，解得 $x=$

$$\therefore S_{\triangle ABH} = AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{25}{4} \times 6 = \frac{75}{4}$$

$$\therefore S_{\triangle DGH} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABH} = \frac{1}{4} \times \frac{75}{4} = \frac{75}{16}.$$



解法三：同解法一， $\angle 1 = \angle 2$

连接 CD，由 (1) 知， $\angle B = \angle DCB = \angle 1$ ， $\angle 1 = \angle 2 = \angle B = \angle DCB$ ， $\triangle DGH \sim \triangle BDC$ ，

作 $DM \perp AC$ 于点 M， $CN \perp AB$ 于点 N， $\because D$ 是 AB 的中点， $\angle ACB = 90^\circ$

$$\therefore CD = AD = BD, \therefore \text{点 } M \text{ 是 } AC \text{ 的中点}, \therefore DM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中}, AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10, \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CN,$$

$$\therefore CN = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{8 \cdot 6}{10} = \frac{24}{5}.$$

$$\because \triangle DGH \sim \triangle BDC, \therefore \frac{S_{\triangle DGH}}{S_{\triangle BDC}} = \left(\frac{DM}{CN} \right)^2,$$

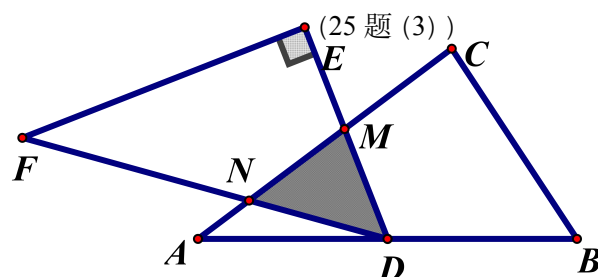
$$\therefore S_{\triangle DGH} = \left(\frac{DM}{CN} \right)^2 \times S_{\triangle BDC} = \left(\frac{DM}{CN} \right)^2 \times \frac{1}{2} BD \times CN$$

$$\therefore S_{\triangle DGH} = \left(\frac{3}{\frac{25}{4}} \right)^2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{25}{4} = \frac{75}{16}$$

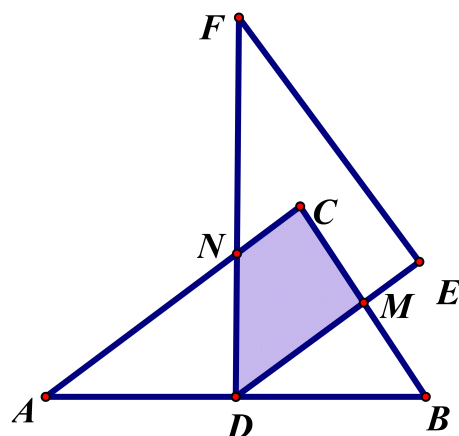
(3) **提出问题**: 老师要求各小组向“希望”小组学习, 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转, 再提出一个求重叠部分面积的问题。“爱心”小组提出的问题是: 如图(3), 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转, DE , DF 分别交 AC 于点 M , N , 使 $DM=MN$ 求重叠部分($\triangle DMN$)的面积、

任务: ①请解决“爱心”小组所提出的问题, 直接写出 $\triangle DMN$ 的面积是_____

②请你仿照以上两个小组, 大胆提出一个符合老师要求的问题, 并在图中画出图形, 标明字母, 不必解答 (注: 也可在图 (1) 的基础上按顺时针方向旋转)。



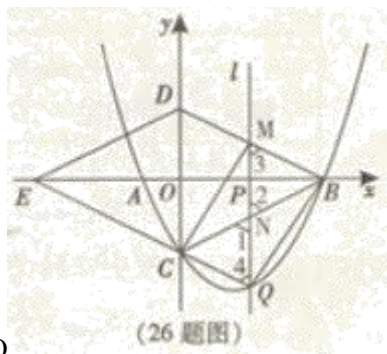
(25 题 (4))



【答案】 ① $\frac{75}{16}$

②注: 此题答案不唯一, 语言表达清晰、准确得 1 分, 画图正确得 1 分, 重叠部分未涂阴影不扣分。示例: 如图, 将 $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转, 使 $DE \perp BC$ 于点 M , DF 交 AC 于点 N , 求重叠部分 (四边形 $DMCN$) 的面积。

26. (2013 山西, 26, 14 分) (本题 14 分) 综合与探究: 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 B 在点 A 的右侧)与 y 轴交于点 C , 连接 BC , 以 BC 为一边, 点 O 为对称中心作菱形 $BDEC$, 点 P 是 x 轴上的一个动点, 设点 P 的坐标为 $(m, 0)$, 过点 P 作 x 轴的垂



线 l 交抛物线于点 Q

(1) 求点 A, B, C 的坐标。

(2) 当点 P 在线段 OB 上运动时，直线 l 分别交 BD , BC 于点 M, N 。试探究 m 为何值时，四边形 $CQMD$ 是平行四边形，此时，请判断四边形 $CQBM$ 的形状，并说明理由。

(3) 当点 P 在线段 EB 上运动时，是否存在点 Q ，使 $\triangle BDQ$ 为直角三角形，若存在，请直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

解析： (1) 当 $y=0$ 时， $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4 = 0$ ，解得， $x_1 = -2, x_2 = 8$

$\therefore$ 点 B 在点 A 的右侧，

$\therefore$ 点 A, B 的坐标分别为： $(-2, 0)$ ， $(8, 0)$

当 $x=0$ 时， $y=-4$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, -4)$ ，

(2) 由菱形的对称性可知，点 D 的坐标为 $(0, 4)$ 。

设直线 BD 的解析式为 $y=kx+b$ ，则 $\begin{cases} b=4 \\ 8k+b=0 \end{cases}$ 解得， $k=-\frac{1}{2}$ ， $b=4$ 。

$\therefore$ 直线 BD 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 。

$\because l \perp x$ 轴， $\therefore$ 点 M, Q 的坐标分别是 $(m, -\frac{1}{2}m+4)$ ， $(m, \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4)$

如图，当 $MQ=DC$ 时，四边形 $CQMD$ 是平行四边形。

$\therefore (-\frac{1}{2}m+4) - (\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m - 4) = 4 - (-4)$

化简得： $m^2 - 4m = 0$ 解得， $m_1=0$ ，(舍去) $m_2=4$ 。

$\therefore$ 当 $m=4$ 时，四边形 $CQMD$ 是平行四边形。

此时，四边形 $CQBM$ 是平行四边形。

解法一： $\because m=4$ ， $\therefore$ 点 P 是 OB 中点。 $\because l \perp x$ 轴， $\therefore l \parallel y$ 轴。

$\therefore \triangle BPM \sim \triangle BOD$ 。 $\therefore \frac{BP}{BO} = \frac{BM}{BD} = \frac{1}{2}$ 。 $\therefore BM=DM$ 。

$\because$ 四边形 $CQMD$ 是平行四边形， $\therefore DM \parallel CQ$ 。 $\therefore BM \parallel CQ$ 。 $\therefore$ 四边形 $CQBM$ 为平行四边形。

解法二：设直线 BC 的解析式为 $y=k_1x+b_1$ ，则 $\begin{cases} b_1=-4 \\ 8k_1+b_1=0 \end{cases}$ 解得， $k_1=\frac{1}{2}$ ， $b_1=-4$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-4$

又 $\because l \perp x$ 轴交BC于点N $\therefore x=4$ 时, $y=-2$. $\therefore$ 点N的坐标为(4, -2)由上面可知, 点M,Q的坐标分别为: (4, 2), Q(4,-6).

$\therefore MN=2-(-2)=4$, $NQ=-2-(-6)=4$. $\therefore MN=QN$.

又 $\because$ 四边形CQMD是平行四边形 $\therefore DB \parallel CQ$, $\therefore \angle 3 = \angle 4$,

又 $\angle 1 = \angle 2$, $\therefore \triangle BMN \cong \triangle CQN$. $\therefore BN = CN$.

$\therefore$ 四边形CQBM为平行四边形.

(3) 抛物线上存在两个这样的点Q, 分别是 $Q_1(-2, 0)$, $Q_2(6, -4)$.