

山西省 2012 年高中阶段教育学校招生统一考试

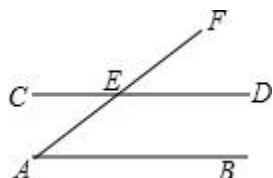
数学试题

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

1. 计算: $-2-5$ 的结果是 ()

- A. -7 B. -3 C. 3 D. 7

2. 如图, 直线 $AB \parallel CD$, AF 交 CD 于点 E , $\angle CEF=140^\circ$, 则 $\angle A$ 等于 ()



- A. 35° B. 40° C. 45° D. 50°

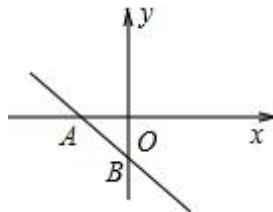
3. 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{4}=\pm 2$ B. $2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ C. $a^2 \cdot a^4=a^8$ D. $(-a^3)^2=a^6$

4. (2 分) (2012•山西) 为了实现街巷硬化工程高质量"全覆盖", 我省今年 1-4 月公路建设累计投资 92.7 亿元, 该数据用科学记数法可表示为 ()

- A. 0.927×10^{10} B. 92.7×10^9 C. 9.27×10^{11} D. 9.27×10^9

5. 如图, 一次函数 $y=(m-1)x-3$ 的图象分别与 x 轴、 y 轴的负半轴相交于 A 、 B , 则 m 的取值范围是 ()

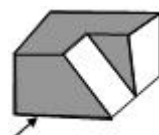


- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m < 0$ D. $m > 0$

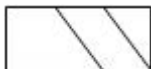
6. 在一个不透明的袋子里装有一个黑球和一个白球, 它们除颜色外都相同, 随机从中摸出一个球, 记下颜色后放回袋子中, 充分摇匀后, 在随机摸出一个球, 两次都摸到黑球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

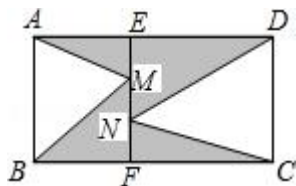
7. 如图所示的工件的主视图是 ()



正面

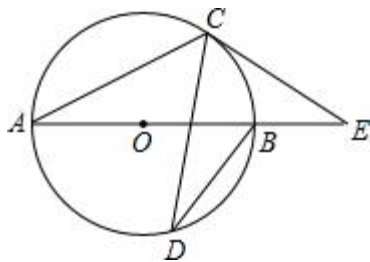
- A.  B.  C.  D. 

8. 小江玩投掷飞镖的游戏, 他设计了一个如图所示的靶子, 点 E 、 F 分别是矩形 $ABCD$ 的两边 AD 、 BC 上的点, $EF \parallel AB$, 点 M 、 N 是 EF 上任意两点, 则投掷一次, 飞镖落在阴影部分的概率是 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

9. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C、D 是 $\odot O$ 上一点, $\angle CDB=20^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E, 则 $\angle E$ 等于 ()

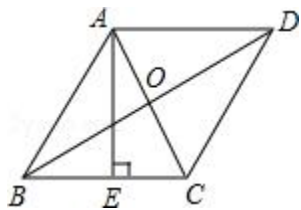


- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

10. 已知直线 $y=ax$ ($a \neq 0$) 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的一个交点坐标为 (2, 6), 则它们的另一个交点坐标是 ()

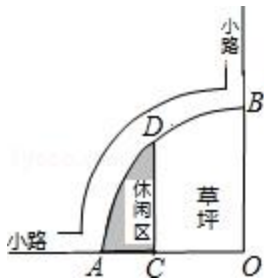
- A. (-2, 6) B. (-6, -2) C. (-2, -6) D. (6, 2)

11. 如图, 已知菱形 ABCD 的对角线 AC、BD 的长分别为 6cm、8cm, $AE \perp BC$ 于点 E, 则 AE 的长是 ()



- A. $5\sqrt{3}$ cm B. $2\sqrt{5}$ cm C. $\frac{48}{5}$ cm D. $\frac{24}{5}$ cm

12. 如图是某公园的一角, $\angle AOB=90^\circ$, 弧 AB 的半径 OA 长是 6 米, C 是 OA 的中点, 点 D 在弧 AB 上, $CD \parallel OB$, 则图中休闲区 (阴影部分) 的面积是 ()



- A. $(10\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3})$ 米² B. $(\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3})$ 米² C. $(6\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3})$ 米² D. $(6\pi - 9\sqrt{3})$ 米²

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. 不等式组 $\begin{cases} 3-2x < 5 \\ x-2 \leq 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

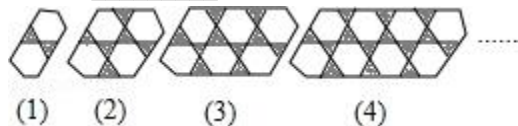
14. 化简 $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \cdot \frac{x-1}{x^2+x} + \frac{2}{x}$ 的结果是_____.

15. 某市民政局部门举行“即开式福利彩票”销售活动，发行彩票 10 万张（每张彩票 2 元），在这些彩票中，设置如下奖项：

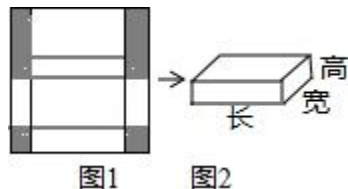
奖金（元）	10000	5000	1000	500	100	50
数量（个）	1	4	20	40	100	200

如果花 2 元钱购买 1 张彩票，那么所得奖金不少于 1000 元的概率是_____.

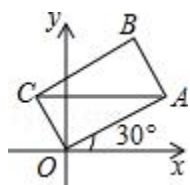
16. 如图，是由形状相同的正六边形和正三角形镶嵌而成的一组有规律的图案，则第 n 个图案中阴影小三角形的个数是_____.



17. 图 1 是边长为 30cm 的正方形纸板，裁掉阴影部分后将其折叠成如图 2 所示的长方体盒子，已知该长方体的宽是高的 2 倍，则它的体积是_____ cm^3 .



18. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 OABC 的对角线 AC 平行于 x 轴，边 OA 与 x 轴正半轴的夹角为 30° ，OC=2，则点 B 的坐标是_____.



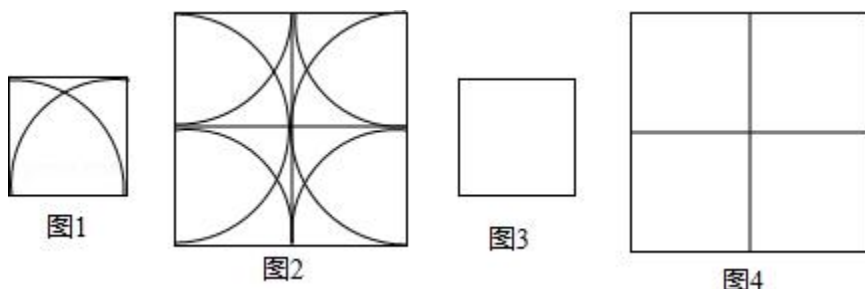
三、解答题（共 8 小题，满分 78 分）

19. (1) 计算： $(-5)^0 + \sqrt{12} \cos 30^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

(2) 先化简，再求值： $(2x+3)(2x-3) - 4x(x-1) + (x-2)^2$ ，其中 $x = -\sqrt{3}$.

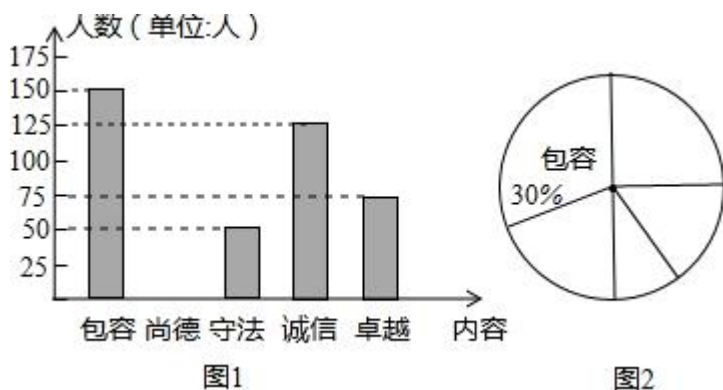
20. (7 分) (2012•山西) 解方程： $\frac{2}{3x-1} - 1 = \frac{3}{6x-2}$.

21. 实践与操作：如图 1 是以正方形两顶点为圆心，边长为半径，画两段相等的圆弧而成的轴对称图形，图 2 是以图 1 为基本图案经过图形变换拼成的一个中心对称图形.



- (1) 请你仿照图 1，用两段相等圆弧（小于或等于半圆），在图 3 中重新设计一个不同的轴对称图形。
 (2) 以你在图 3 中所画的图形为基本图案，经过图形变换在图 4 中拼成一个中心对称图形。

22. 今年太原市提出城市核心价值观：“包容、尚德、守法、诚信、卓越”。某校德育处为了了解学生对城市核心价值观中哪一项内容最感兴趣，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘成如图统计图。请你结合图中信息解答下列问题：



- (1) 填空：该校共调查了_____名学生（2分）。
 (2) 请你分别把条形统计图和扇形统计图补充完整。
 (3) 若该校共有 3000 名学生，请你估计全校对“诚信”最感兴趣的人数。

23. 如图，为了开发利用海洋资源，某勘测飞机预测量一岛屿两端 A、B 的距离，飞机在距海平面垂直高度为 100 米的点 C 处测得端点 A 的俯角为 60° ，然后沿着平行于 AB 的方向水平飞行了 500 米，在点 D 测得端点 B 的俯角为 45° ，求岛屿两端 A、B 的距离（结果精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ ）



24. 山西特产专卖店销售核桃，其进价为每千克 40 元，按每千克 60 元出售，平均每天可售出 100 千克，后来经过市场调查发现，单价每降低 2 元，则平均每天的销售可增加 20 千克，若该专卖店销售这种核桃要想平均每天获利 2240 元，请回答：

- (1) 每千克核桃应降价多少元？
 (2) 在平均每天获利不变的情况下，为尽可能让利于顾客，赢得市场，该店应按原售价的几折出售？

25. 问题情境：将一副直角三角板 ($\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$) 按图 1 所示的方式摆放，其中 $\angle ACB=90^\circ$ ， $CA=CB$ ， $\angle FDE=90^\circ$ ，O 是 AB 的中点，点 D 与点 O 重合， $DF \perp AC$ 于点 M， $DE \perp BC$ 于点 N，试判断线段 OM 与 ON 的数量关系，并说明理由。

探究展示：小宇同学展示出如下正确的解法：

解：OM=ON，证明如下：

连接 CO，则 CO 是 AB 边上中线，

$\because CA=CB$ ， $\therefore CO$ 是 $\angle ACB$ 的角平分线。（依据 1）

$\because OM \perp AC$ ， $ON \perp BC$ ， $\therefore OM=ON$ 。（依据 2）

反思交流：

- (1) 上述证明过程中的“依据 1”和“依据 2”分别是指：

依据 1：_____

依据 2：_____

- (2) 你有与小宇不同的思考方法吗？请写出你的证明过程。

拓展延伸:

(3) 将图 1 中的 $\text{Rt}\triangle DEF$ 沿着射线 BA 的方向平移至如图 2 所示的位置, 使点 D 落在 BA 的延长线上, FD 的延长线与 CA 的延长线垂直相交于点 M , BC 的延长线与 DE 垂直相交于点 N , 连接 OM 、 ON , 试判断线段 OM 、 ON 的数量关系与位置关系, 并写出证明过程.

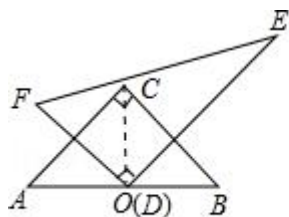


图1

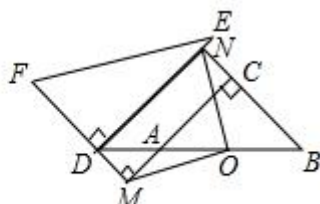


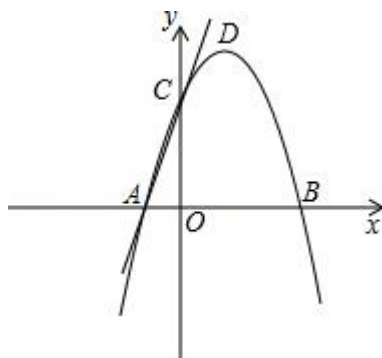
图2

26. 综合与实践: 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 D 是该抛物线的顶点.

(1) 求直线 AC 的解析式及 B 、 D 两点的坐标;

(2) 点 P 是 x 轴上一个动点, 过 P 作直线 $l \parallel AC$ 交抛物线于点 Q , 试探究: 随着 P 点的运动, 在抛物线上是否存在点 Q , 使以点 A 、 P 、 Q 、 C 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出符合条件的点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 请在直线 AC 上找一点 M , 使 $\triangle BDM$ 的周长最小, 求出 M 点的坐标.



2012 年山西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

1. A 2.B 3.D 4.D 5.B 6.A 7.B 8.C 9.B 10.C 11.D 12.C

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. $-1 < x \leq 3$.

14. $\frac{3}{x}$.

15. $\frac{1}{4000}$ (或 0.00025) .

16. $4n - 2$ (或 $2 + 4(n - 1)$) 个 .

17. 1000 cm^3 .

18. $(2, 2\sqrt{3})$.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 78 分)

19. (1) 解: (1) 原式 $= 1 + 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3$
 $= 1 + 3 - 3 = 1$;

(2) 原式 $= 4x^2 - 9 - 4x^2 + 4x + x^2 - 4x + 4$
 $= x^2 - 5$.

当 $x = -\sqrt{3}$ 时, 原式 $= (-\sqrt{3})^2 - 5 = 3 - 5 = -2$.

20.

解: 方程两边同时乘以 $2(3x - 1)$, 得 $4 - 2(3x - 1) = 3$,

化简, $-6x = -3$, 解得 $x = \frac{1}{2}$.

检验: $x = \frac{1}{2}$ 时, $2(3x - 1) = 2 \times (3 \times \frac{1}{2} - 1) \neq 0$

所以, $x = \frac{1}{2}$ 是原方程的解.

21. 解: (1) 在图 3 中设计出符合题目要求的图形.

(2) 在图 4 中画出符合题目要求的图形.

评分说明: 此题为开放性试题, 答案不唯一, 只要符合题目要求即可给

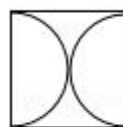


图3

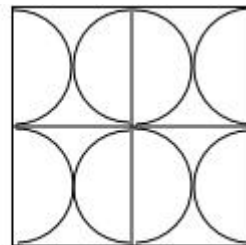


图4

分.

22. 解:

(1) $\because$ 有条形统计图可知对包容一项感兴趣的人数为 150 人, 有扇形统计图可知此项所占的比例为 30%,
 $\therefore$ 总人数 $= 150 \div 30\% = 500$;

(2) 补全条形统计图 (如图 1), 补全扇形统计图 (如图 2).

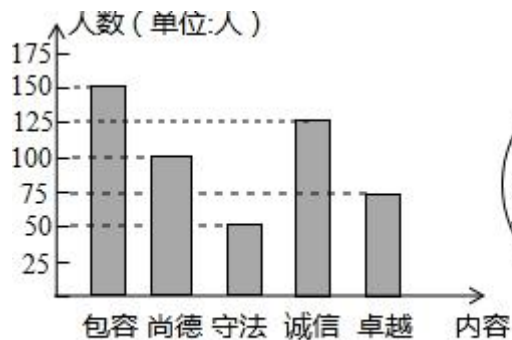


图1

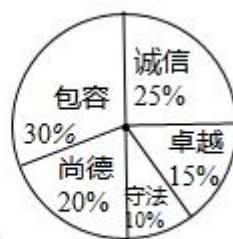


图2

23. 解: 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E, 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle AEF = \angle EFB = \angle ABF = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 ABFE 为矩形.

$\therefore AB = EF$, $AE = BF$.

由题意可知: $AE = BF = 100$ 米, $CD = 500$ 米. ...2 分

在 $Rt\triangle AEC$ 中, $\angle C = 60^\circ$, $AE = 100$ 米.

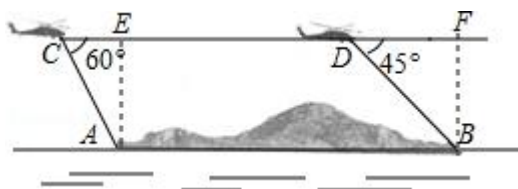
$$\therefore CE = \frac{AE}{\tan 60^\circ} = \frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{100}{3}\sqrt{3} \text{ (米)}. \quad \dots 4 \text{ 分}$$

在 $Rt\triangle BFD$ 中, $\angle BDF = 45^\circ$, $BF = 100$.

$$\therefore DF = \frac{BF}{\tan 45^\circ} = \frac{100}{1} = 100 \text{ (米)}. \quad \dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = EF = CD + DF - CE = 500 + 100 - \frac{100}{3}\sqrt{3} \approx 600 - \frac{100}{3} \times 1.73 \approx 600 - 57.67 \approx 542.3 \text{ (米)}. \quad \dots 8 \text{ 分}$$

答: 岛屿两端 A、B 的距离为 542.3 米. ...9 分



24. (1) 解: 设每千克核桃应降价 x 元. ...1 分

$$\text{根据题意, 得 } (60 - x - 40) \left(100 + \frac{x}{2} \times 20\right) = 2240. \quad \dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{化简, 得 } x^2 - 10x + 24 = 0 \quad \text{解得 } x_1 = 4, x_2 = 6. \quad \dots 6 \text{ 分}$$

答: 每千克核桃应降价 4 元或 6 元. ...7 分

(2) 解: 由 (1) 可知每千克核桃可降价 4 元或 6 元.

因为要尽可能让利于顾客, 所以每千克核桃应降价 6 元. ...8 分

$$\text{此时, 售价为: } 60 - 6 = 54 \text{ (元)}, \frac{54}{60} \times 100\% = 90\%. \quad \dots 9 \text{ 分}$$

答: 该店应按原售价的九折出售. ...10 分

25. (1) 解: 依据一: 等腰三角形三线合一 (或等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合),
依据二: 角平分线上的点到角的两边距离相等.

(2) 证明: $\because CA = CB$,

$\therefore \angle A = \angle B$,
 $\therefore O$ 是 AB 的中点,
 $\therefore OA = OB$.
 $\therefore DF \perp AC, DE \perp BC$,
 $\therefore \angle AMO = \angle BNO = 90^\circ$,
 $\therefore$ 在 $\triangle OMA$ 和 $\triangle ONB$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ OA = OB \\ \angle AMO = \angle BNO \end{cases},$$
 $\therefore \triangle OMA \cong \triangle ONB$ (AAS),
 $\therefore OM = ON$.

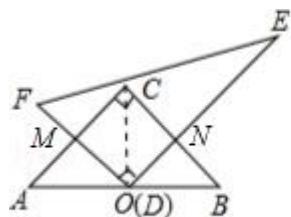


图1

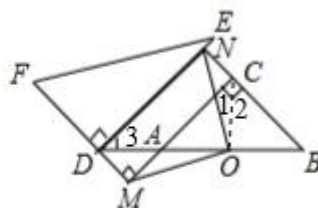
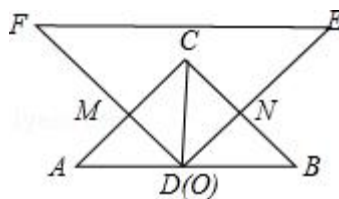


图2

(3) 解: $OM = ON, OM \perp ON$. 理由如下:
 连接 OC ,

$\therefore \angle ACB = \angle DNB, \angle B = \angle B$,
 $\therefore \triangle BCA \sim \triangle BND$,
 $\therefore \frac{AC}{DN} = \frac{BC}{BN}$,
 $\therefore AC = BC$,
 $\therefore DN = NB$.
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle NCM = 90^\circ = \angle DNC$,
 $\therefore MC \parallel DN$,
 又 $\therefore DF \perp AC$,
 $\therefore \angle DMC = 90^\circ$,
 即 $\angle DMC = \angle MCN = \angle DNC = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $DMCN$ 是矩形,
 $\therefore DN = MC$,
 $\therefore \angle B = 45^\circ, \angle DNB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 3 = \angle B = 45^\circ$,
 $\therefore DN = NB$,
 $\therefore MC = NB$,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ, O$ 为 AB 中点, $AC = BC$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ = \angle B$,



在 $\triangle MOC$ 和 $\triangle NOB$ 中

$$\begin{cases} OC = OB \\ \angle 1 = \angle B \\ CM = BN \end{cases}$$
 $\therefore \triangle MOC \cong \triangle NOB$ (SAS),
 $\therefore OM = ON, \angle MOC = \angle NOB$,
 $\therefore \angle MOC - \angle CON = \angle NOB - \angle CON$,
 即 $\angle MON = \angle BOC = 90^\circ$,
 $\therefore OM \perp ON$.

26. 解: (1) 当 $y = 0$ 时, $-x^2 + 2x + 3 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 3$.

$\therefore$ 点 A 在点 B 的左侧,

$\therefore A, B$ 的坐标分别为 $(-1, 0), (3, 0)$.

当 $x = 0$ 时, $y = 3$.

$\therefore C$ 点的坐标为 $(0, 3)$

设直线 AC 的解析式为 $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$),

$$\text{则} \begin{cases} b_1=3 \\ -k_1+b_1=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1=3 \\ b_1=3 \end{cases},$$

∴ 直线 AC 的解析式为 $y=3x+3$.

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

∴ 顶点 D 的坐标为 (1, 4).

(2) 抛物线上有三个这样的点 Q,

① 当点 Q 在 Q₁ 位置时, Q₁ 的纵坐标为 3, 代入抛物线可得点 Q₁ 的坐标为 (2, 3);

② 当点 Q 在点 Q₂ 位置时, 点 Q₂ 的纵坐标为 -3, 代入抛物线可得点 Q₂ 坐标为 $(1+\sqrt{7}, -3)$;

③ 当点 Q 在 Q₃ 位置时, 点 Q₃ 的纵坐标为 -3, 代入抛物线解析式可得, 点 Q₃ 的坐标为 $(1-\sqrt{7}, -3)$;

综上可得满足题意的点 Q 有三个, 分别为: Q₁ (2, 3), Q₂ $(1+\sqrt{7}, -3)$, Q₃ $(1-\sqrt{7}, -3)$.

(3) 过点 B 作 $BB' \perp AC$ 于点 F, 使 $B'F=BF$, 则 B' 为点 B 关于直线 AC 的对称点. 连接 B'D 交直线 AC 于点 M, 则点 M 为所求,

过点 B' 作 $B'E \perp x$ 轴于点 E.

∵ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都是 $\angle 3$ 的余角,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AOC \sim \text{Rt} \triangle AFB,$$

$$\frac{CO}{BF} = \frac{CA}{AB},$$

由 A (-1, 0), B (3, 0), C (0, 3) 得 OA=1, OB=3, OC=3,

$$\therefore AC = \sqrt{10}, AB=4.$$

$$\therefore \frac{3}{BF} = \frac{\sqrt{10}}{4},$$

$$\therefore BF = \frac{12}{\sqrt{10}},$$

$$\therefore BB' = 2BF = \frac{24}{\sqrt{10}},$$

由 $\angle 1 = \angle 2$ 可得 $\text{Rt} \triangle AOC \sim \text{Rt} \triangle B'EB$,

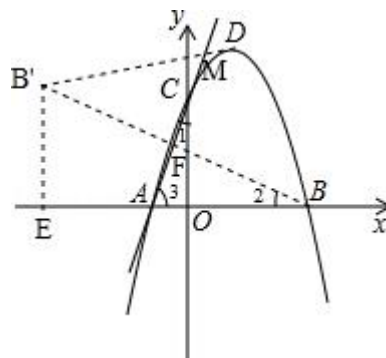
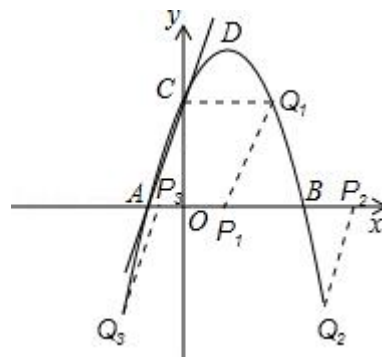
$$\frac{AO}{B'E} = \frac{CO}{BE} = \frac{CA}{BB'},$$

$$\frac{1}{B'E} = \frac{3}{BE} = \frac{\sqrt{10}}{\frac{24}{\sqrt{10}}}, \quad \text{即} \quad \frac{1}{B'E} = \frac{3}{BE} = \frac{5}{12}.$$

$$\therefore B'E = \frac{12}{5}, \quad BE = \frac{36}{5},$$

$$\therefore OE = BE - OB = \frac{36}{5} - 3 = \frac{21}{5}.$$

$$\therefore B' \text{ 点的坐标为 } \left(-\frac{21}{5}, \frac{12}{5}\right).$$



设直线 B'D 的解析式为 $y=k_2x+b_2$ ($k_2 \neq 0$).

$$\therefore \begin{cases} k_2 + b_2 = 4 \\ -\frac{21}{5}k_2 + b_2 = \frac{12}{5} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_2 = \frac{4}{13} \\ b_2 = \frac{48}{13} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 B'D 的解析式为: } y = \frac{4}{13}x + \frac{48}{13}$$

$$\text{联立 B'D 与 AC 的直线解析式可得: } \begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = \frac{4}{13}x + \frac{48}{13} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{9}{35} \\ y = \frac{132}{35} \end{cases}$$

$$\therefore \text{M 点的坐标为 } \left(\frac{9}{35}, \frac{132}{35} \right).$$