

2021 年山东省临沂市中考数学试卷

一. 选择题（本大题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

A. $-\frac{1}{2}$

B. -2

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

2. 2021 年 5 月 15 日，天问一号探测器成功着陆火星，中国成为全世界第二个实现火星着陆的国家。据测算，地球到火星的最近距离约为 $55000000km$ ，将数据 55000000 用科学记数法表示为（ ）

A. 5.5×10^6

B. 0.55×10^8

C. 5.5×10^7

D. 55×10^6

3. 计算 $2a^3 \cdot 5a^3$ 的结果是（ ）

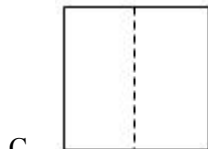
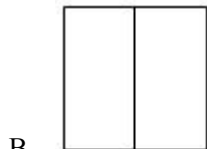
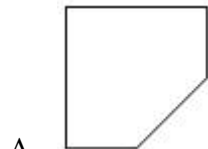
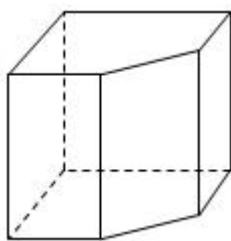
A. $10a^6$

B. $10a^9$

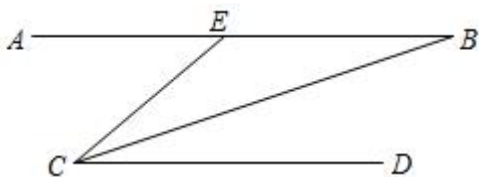
C. $7a^3$

D. $7a^6$

4. 如图所示的几何体的主视图是（ ）



5. 如图，在 $AB \parallel CD$ 中， $\angle AEC = 40^\circ$ ， CB 平分 $\angle DCE$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为（ ）



A. 10°

B. 20°

C. 30°

D. 40°

6. 方程 $x^2 - x = 56$ 的根是（ ）

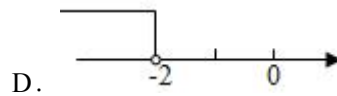
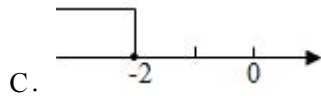
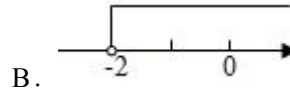
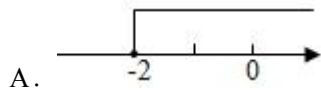
A. $x_1 = 7, x_2 = 8$

B. $x_1 = 7, x_2 = -8$

C. $x_1 = -7, x_2 = 8$

D. $x_1 = -7, x_2 = -8$

7. 不等式 $\frac{x-1}{3} < x+1$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



8. 计算 $(a - \frac{1}{b}) \div (\frac{1}{a} - b)$ 的结果是 ()

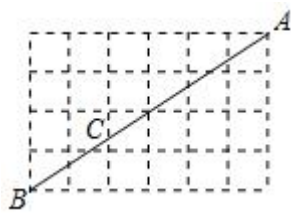
A. $-\frac{a}{b}$

B. $\frac{a}{b}$

C. $-\frac{b}{a}$

D. $\frac{b}{a}$

9. 如图, 点 A, B 都在格点上, 若 $BC = \frac{2\sqrt{13}}{3}$, 则 AC 的长为 ()



A. $\sqrt{13}$

B. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$

C. $2\sqrt{13}$

D. $3\sqrt{13}$

10. 现有 4 盒同一品牌的牛奶, 其中 2 盒已过期, 随机抽取 2 盒, 至少有一盒过期的概率是 ()

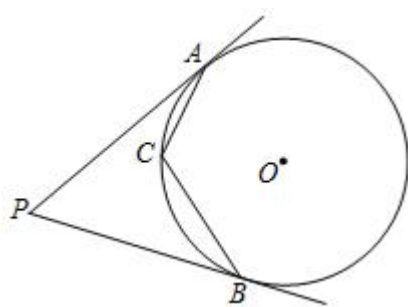
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{5}{6}$

11. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B , $\angle P = 70^\circ$, C 为 $\odot O$ 上一点, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



A. 110°

B. 120°

C. 125°

D. 130°

12. 某工厂生产 A, B 两种型号的扫地机器人. B 型机器人比 A 型机器人每小时的清扫面积多 50%; 清扫 $100m^2$ 所用的时间 A 型机器人比 B 型机器人多用 40 分钟. 两种型号扫地机器人每小时分别清扫多少面积? 若设 A 型扫地机器人每小时清扫 xm^2 , 根据题意可列方程为 ()

$$A. \frac{100}{0.5x} = \frac{100}{x} + \frac{2}{3}$$

$$B. \frac{100}{0.5x} + \frac{2}{3} = \frac{100}{x}$$

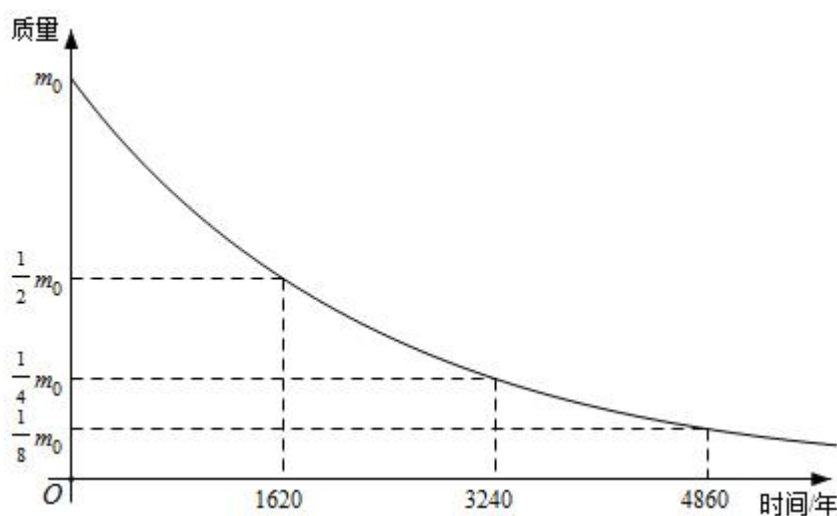
$$C. \frac{100}{x} + \frac{2}{3} = \frac{100}{1.5x}$$

$$D. \frac{100}{x} = \frac{100}{1.5x} + \frac{2}{3}$$

13. 已知 $a > b$, 下列结论: ① $a^2 > ab$; ② $a^2 > b^2$; ③ 若 $b < 0$, 则 $a+b < 2b$; ④ 若 $b > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 其中正确的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 实验证实, 放射性物质在放出射线后, 质量将减少, 减少的速度开始较快, 后来较慢, 实际上, 物质所剩的质量与时间成某种函数关系.



如图为表示镭的放射规律的函数图象, 据此可计算 $32mg$ 镭缩减为 $1mg$ 所用的时间大约是 ()

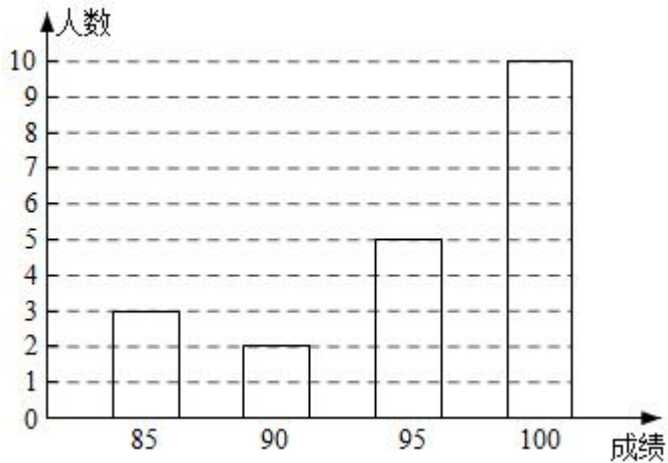
A. 4860 年 B. 6480 年 C. 8100 年 D. 9720 年

二. 填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

15. 分解因式: $2a^3 - 8a =$ _____.

16. 比较大小: $2\sqrt{6}$ _____ 5 (选填 “>”、“=”、“<”).

17. 某学校八年级 (2) 班有 20 名学生参加学校举行的 “学党史、看红书” 知识竞赛, 成绩统计如图. 这个班参赛学生的平均成绩是 _____.



18. 在平面直角坐标系中, 平行四边形 $ABCD$ 的对称中心是坐标原点, 顶点 A 、 B 的坐标分别是 $(-1, 1)$ 、 $(2, 1)$, 将平行四边形 $ABCD$ 沿 x 轴向右平移 3 个单位长度, 则顶点 C 的对应点 C_1 的坐标是 _____.

19. 数学知识在生产和生活中被广泛应用, 下列实例所应用的最主要的几何知识, 说法正确的是 _____ (只填写序号).

- ①射击时, 瞄准具的缺口、准星和射击目标在同一直线上, 应用了“两点确定一条直线”;
- ②车轮做成圆形, 应用了“圆是中心对称图形”;
- ③学校门口的伸缩门由菱形而不是其他四边形组成, 应用了“菱形的对角线互相垂直平分”;
- ④地板砖可以做成矩形, 应用了“矩形对边相等”.



三. 解答题 (本大题共 7 小题, 共 63 分)

20. (7 分) 计算 $|\sqrt{2}| + (\sqrt{2} - \frac{1}{2})^2 - (\sqrt{2} + \frac{1}{2})^2$.

21. (7 分) 实施乡村振兴计划以来, 我市农村经济发展进入了快车道, 为了解梁家岭村今年一季度经济发展状况, 小玉同学的课题研究小组从该村 300 户家庭中随机抽取了 20 户, 收集到他们一季度家庭人均收入的数据如下 (单位: 万元):

0.69 0.73 0.74 0.80 0.81 0.98 0.93 0.81 0.89 0.69

0.74 0.99 0.98 0.78 0.80 0.89 0.83 0.89 0.94 0.89

研究小组的同学对以上数据进行了整理分析, 得到下表:

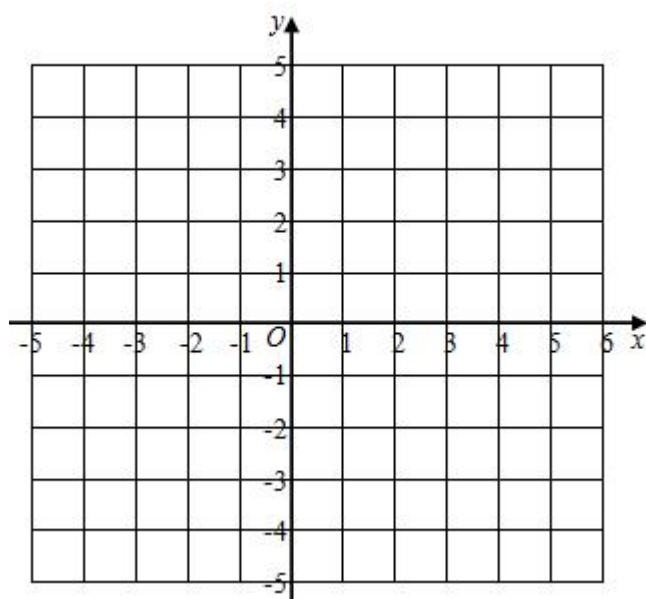
23. (9分) 已知函数 $y = \begin{cases} \frac{3}{x}, & x \leq -1, \\ 3x, & -1 < x \leq 1, \\ \frac{3}{x}, & x \geq 1. \end{cases}$

(1) 画出函数图象;

列表:

x	...	—	—	—	—	—	—	—	—	...
y	...	—	—	—	—	—	—	—	—	...

描点, 连线得到函数图象:



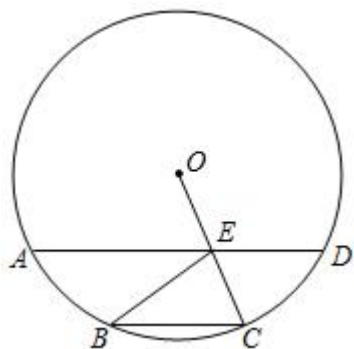
(2) 该函数是否有最大或最小值? 若有, 求出其值, 若没有, 简述理由;

(3) 设 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是函数图象上的点, 若 $x_1 + x_2 = 0$, 证明: $y_1 + y_2 = 0$.

24. (9分) 如图, 已知在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$, OC 与 AD 相交于点 E .

求证: (1) $AD \parallel BC$;

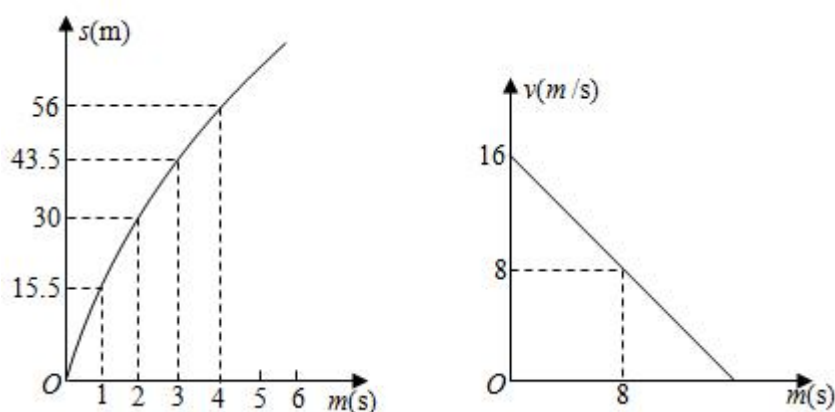
(2) 四边形 $BCDE$ 为菱形.



25. (11 分) 公路上正在行驶的甲车, 发现前方 $20m$ 处沿同一方向行驶的乙车后, 开始减速, 减速后甲车行驶的路程 s (单位: m)、速度 v (单位: m/s) 与时间 t (单位: s) 的关系分别可以用二次函数和一次函数表示, 其图象如图所示.

(1) 当甲车减速至 $9m/s$ 时, 它行驶的路程是多少?

(2) 若乙车以 $10m/s$ 的速度匀速行驶, 两车何时相距最近, 最近距离是多少?

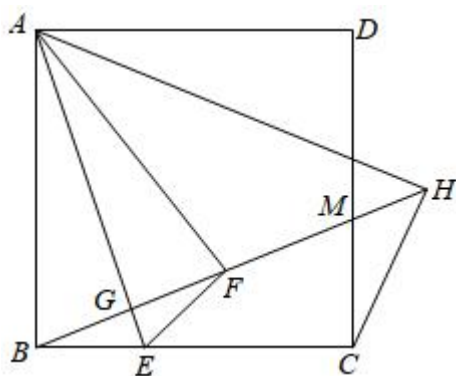


26. (13 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$, 点 E 是 BC 边上一点, 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠, 点 B 落在 F 处, 连接 BF 并延长, 与 $\angle DAF$ 的平分线相交于点 H , 与 AE , CD 分别相交于点 G , M , 连接 HC .

(1) 求证: $AG = GH$;

(2) 若 $AB = 3$, $BE = 1$, 求点 D 到直线 BH 的距离;

(3) 当点 E 在 BC 边上 (端点除外) 运动时, $\angle BHC$ 的大小是否变化? 为什么?



2021 年山东省临沂市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题（本大题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

A. $-\frac{1}{2}$

B. -2

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

【分析】只有符号相反的两个数互为相反数,根据相反数的定义即可解答.

【解答】解: $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$,

故选: D.

2. 2021 年 5 月 15 日, 天问一号探测器成功着陆火星, 中国成为全世界第二个实现火星着陆的国家. 据测算, 地球到火星的最近距离约为 $55000000km$, 将数据 55000000 用科学记数法表示为（ ）

A. 5.5×10^6

B. 0.55×10^8

C. 5.5×10^7

D. 55×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 55000000 用科学记数法表示为 5.5×10^7 .

故选: C.

3. 计算 $2a^3 \cdot 5a^3$ 的结果是（ ）

A. $10a^6$

B. $10a^9$

C. $7a^3$

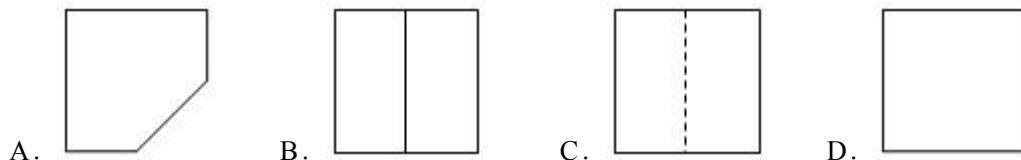
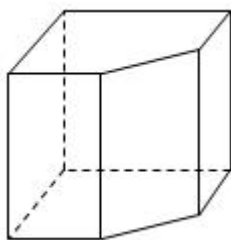
D. $7a^6$

【分析】根据单项式乘单项式的法则进行计算即可.

【解答】解: $2a^3 \cdot 5a^3 = 10a^{3+3} = 10a^6$,

故选: A.

4. 如图所示的几何体的主视图是（ ）

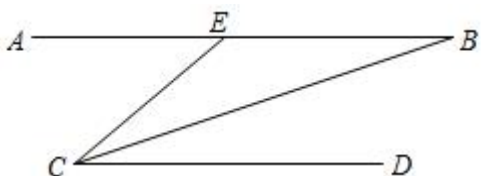


【分析】根据简单几何体三视图的画法可得答案.

【解答】解：从正面看该几何体，由能看见的轮廓线用实线表示可得选项 B 中的图形符合题意，

故选： B .

5. 如图，在 $AB \parallel CD$ 中， $\angle AEC = 40^\circ$ ， CB 平分 $\angle DCE$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为（ ）



- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

【分析】由两直线平行，内错角相等得到 $\angle ECD = 40^\circ$,由角平分线的定义得到 $\angle BCD = 20^\circ$,最后根据两直线平行，内错角相等即可得解.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle AEC = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ECD = \angle AEC = 40^\circ ,$$

$\because CB$ 平分 $\angle DCE$,

$$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle DCE = 20^\circ ,$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 20^\circ ,$$

故选： B .

6. 方程 $x^2 - x = 56$ 的根是（ ）

- A. $x_1 = 7$ ， $x_2 = 8$ B. $x_1 = 7$ ， $x_2 = -8$
C. $x_1 = -7$ ， $x_2 = 8$ D. $x_1 = -7$ ， $x_2 = -8$

【分析】利用因式分解法求解即可。

【解答】解： $\because x^2 - x = 56$,

$$\therefore x^2 - x - 56 = 0,$$

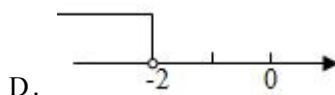
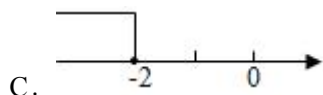
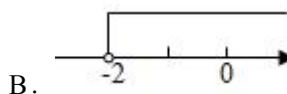
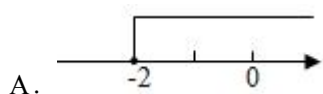
$$\text{则 } (x - 8)(x + 7) = 0,$$

$$\therefore x - 8 = 0 \text{ 或 } x + 7 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -7, x_2 = 8,$$

故选：C.

7. 不等式 $\frac{x-1}{3} < x+1$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、移项、合并同类项、系数化为1可得其解集，继而表示在数轴上即可.

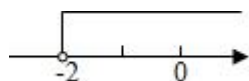
【解答】解：去分母，得： $x - 1 < 3x + 3$,

移项，得： $x - 3x < 3 + 1$,

合并同类项，得： $-2x < 4$,

系数化为1，得： $x > -2$,

将不等式的解集表示在数轴上如下：



故选：B.

8. 计算 $(a - \frac{1}{b}) \div (\frac{1}{a} - b)$ 的结果是 ()

A. $-\frac{a}{b}$

B. $\frac{a}{b}$

C. $-\frac{b}{a}$

D. $\frac{b}{a}$

【分析】根据分式的减法和除法法则可以化简题目中的式子.

【解答】解： $(a - \frac{1}{b}) \div (\frac{1}{a} - b)$

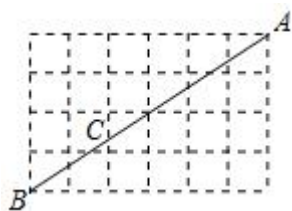
$$= \frac{ab-1}{b} \div \frac{1-ab}{a}$$

$$= \frac{ab-1}{b} \cdot \frac{a}{1-ab}$$

$$= -\frac{a}{b},$$

故选：A.

9. 如图，点A, B都在格点上，若 $BC = \frac{2\sqrt{13}}{3}$ ，则AC的长为（ ）



- A. $\sqrt{13}$ B. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$ C. $2\sqrt{13}$ D. $3\sqrt{13}$

【分析】根据勾股定理可以得到AB的长，然后由图可知 $AC = AB - BC$ ，然后代入数据计算即可.

【解答】解：由图可得，

$$AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13},$$

$$\because BC = \frac{2\sqrt{13}}{3},$$

$$\therefore AC = AB - BC = 2\sqrt{13} - \frac{2\sqrt{13}}{3} = \frac{4\sqrt{13}}{3},$$

故选：B.

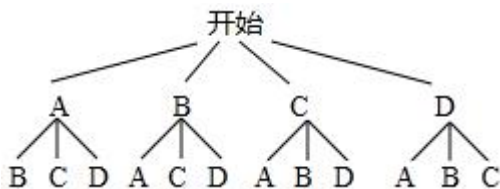
10. 现有4盒同一品牌的牛奶，其中2盒已过期，随机抽取2盒，至少有一盒过期的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{6}$

【分析】画树状图，共有12种等可能的结果，至少有一盒过期的结果有10种，再由概率公式求解即可.

【解答】解：把2盒不过期的牛奶记为A、B，2盒已过期的牛奶记为C、D，

画树状图如图：

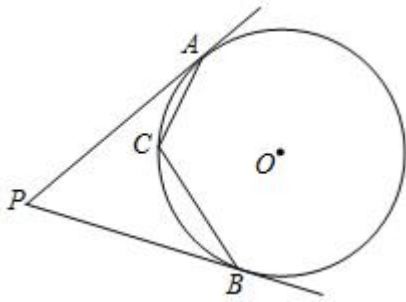


共有12种等可能的结果，至少有一盒过期的结果有10种，

$$\therefore \text{至少有一盒过期的概率为 } \frac{10}{12} = \frac{5}{6},$$

故选：D.

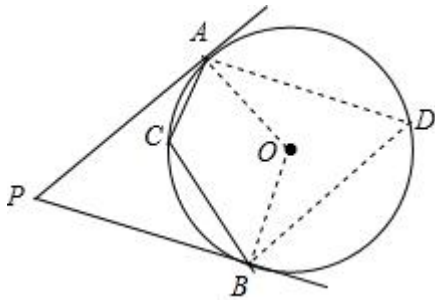
11. 如图, PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A 、 B , $\angle P = 70^\circ$, C 为 $\odot O$ 上一点, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 110° B. 120° C. 125° D. 130°

【分析】由切线的性质得出 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, 利用四边形内角和可求 $\angle AOB = 110^\circ$, 再利用圆周角定理可求 $\angle ADB = 55^\circ$, 再根据圆内接四边形对角互补可求 $\angle ACB$.

【解答】解: 如图所示, 连接 OA , OB , 在优弧 AB 上取点 D , 连接 AD , BD ,



$\because AP$ 、 BP 是 $\odot O$ 切线,

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 110^\circ$,

$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = 55^\circ$,

又 $\because$ 圆内接四边形的对角互补,

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

故选: C.

12. 某工厂生产 A 、 B 两种型号的扫地机器人. B 型机器人比 A 型机器人每小时的清扫面积多 50%; 清扫 $100m^2$ 所用的时间 A 型机器人比 B 型机器人多用 40 分钟. 两种型号扫地机器人每小时分别清扫多少面积? 若设 A 型扫地机器人每小时清扫 xm^2 , 根据题意可列方程为 ()

A. $\frac{100}{0.5x} = \frac{100}{x} + \frac{2}{3}$

B. $\frac{100}{0.5x} + \frac{2}{3} = \frac{100}{x}$

$$C. \frac{100}{x} + \frac{2}{3} = \frac{100}{1.5x}$$

$$D. \frac{100}{x} = \frac{100}{1.5x} + \frac{2}{3}$$

【分析】若设 A 型扫地机器人每小时清扫 xm^2 ，则 B 型扫地机器人每小时清扫 $(1+50\%)xm^2$ ，根据“清扫 $100m^2$ 所用的时间 A 型机器人比 B 型机器人多用 40 分钟”列出方程，此题得解．

【解答】解：若设 A 型扫地机器人每小时清扫 xm^2 ，则 B 型扫地机器人每小时清扫 $(1+50\%)xm^2$ ，

$$\text{根据题意，得 } \frac{100}{x} = \frac{100}{1.5x} + \frac{2}{3}.$$

故选：D．

13. 已知 $a > b$ ，下列结论：① $a^2 > ab$ ；② $a^2 > b^2$ ；③ 若 $b < 0$ ，则 $a+b < 2b$ ；④ 若 $b > 0$ ，则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，其中正确的个数是（ ）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【分析】根据不等式的性质逐个判断即可．

【解答】解：∵ $a > b$ ，

∴ 当 $a > 0$ 时， $a^2 > ab$ ，

当 $a < 0$ 时， $a^2 < ab$ ，故①结论错误；

∵ $a > b$ ，

∴ 当 $|a| > |b|$ 时， $a^2 > b^2$ ，

∴ 当 $|a| < |b|$ 时， $a^2 < b^2$ ，

故②结论错误；

∵ $a > b$ ， $b < 0$ ，

∴ $a+b > 2b$ ，故③结论错误；

∵ $a > b$ ， $b > 0$ ，

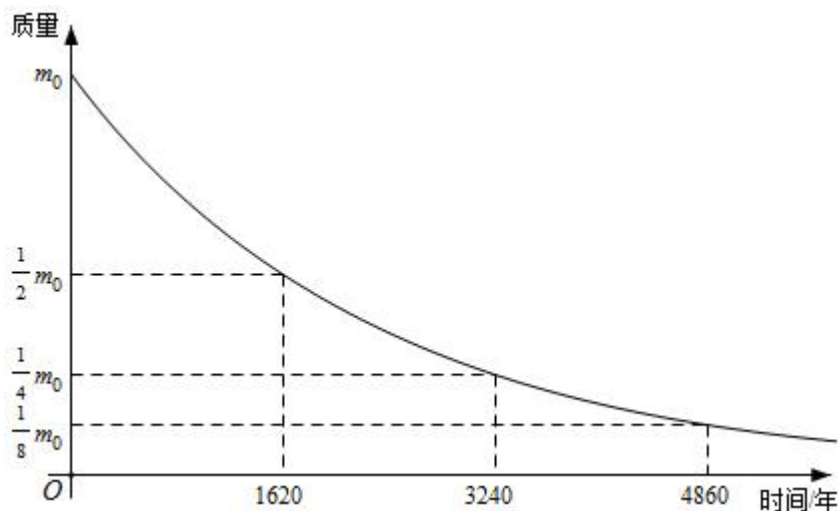
∴ $a > b > 0$ ，

∴ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，故④结论正确；

∴ 正确的个数是 1 个．

故选：A．

14. 实验证实，放射性物质在放出射线后，质量将减少，减少的速度开始较快，后来较慢，实际上，物质所剩的质量与时间成某种函数关系．



如图为表示镭的放射规律的函数图象，据此可计算 32mg 镭缩减为 1mg 所用的时间大约是 ()

- A. 4860 年 B. 6480 年 C. 8100 年 D. 9720 年

【分析】根据物质所剩的质量与时间的规律，可得答案.

【解答】解：由图可知：

1620 年时，镭质量缩减为原来的 $\frac{1}{2}$ ，

再经过 1620 年，即当 3240 年时，镭质量缩减为原来的 $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ ，

再经过 $1620 \times 2 = 3240$ 年，即当 4860 年时，镭质量缩减为原来的 $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$ ，

...

$\therefore$ 再经过 $1620 \times 4 = 6480$ 年，即当 8100 年时，镭质量缩减为原来的 $\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$ ，

此时 $32 \times \frac{1}{32} = 1\text{mg}$ ，

故选：C.

二. 填空题 (本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

15. 分解因式： $2a^3 - 8a = \underline{2a(a+2)(a-2)}$.

【分析】原式提取 $2a$ ，再利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式 $= 2a(a^2 - 4) = 2a(a+2)(a-2)$ ，

故答案为： $2a(a+2)(a-2)$

16. 比较大小： $2\sqrt{6} < 5$ (选填“>”、“=”、“<”).

【分析】先把两数值化成带根号的形式，再根据实数的大小比较方法即可求解.

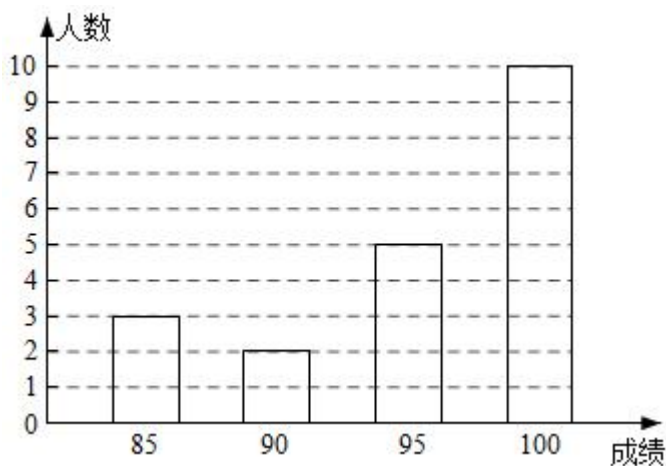
【解答】解： $\because 2\sqrt{6} = \sqrt{24}$ ， $5 = \sqrt{25}$ ，

而 $24 < 25$ ，

$\therefore 2\sqrt{6} < 5$ ．

故填空答案：<．

17. 某学校八年级（2）班有 20 名学生参加学校举行的“学党史、看红书”知识竞赛，成绩统计如图．这个班参赛学生的平均成绩是 95.5．



【分析】先根据统计图得出每组的人数，在根据加权平均数的计算公式即可．

【解答】解：由统计图可知四个成绩的人数分别为 3，2，5，10，

$$\therefore \bar{x} = \frac{3 \times 85 + 2 \times 90 + 5 \times 95 + 10 \times 100}{20} = 95.5,$$

故答案为 95.5．

18. 在平面直角坐标系中，平行四边形 $ABCD$ 的对称中心是坐标原点，顶点 A 、 B 的坐标分别是 $(-1, 1)$ 、 $(2, 1)$ ，将平行四边形 $ABCD$ 沿 x 轴向右平移 3 个单位长度，则顶点 C 的对应点 C_1 的坐标是 $(4, -1)$ ．

【分析】由题意 A, C 关于原点对称，求出点 C 的坐标，再利用平移的性质求出点 C_1 的坐标可得结论．

【解答】解： $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 的对称中心是坐标原点，

$\therefore$ 点 A, C 关于原点对称，

$\because A(-1, 1)$ ，

$\therefore C(1, -1)$ ，

$\therefore$ 将平行四边形 $ABCD$ 沿 x 轴向右平移 3 个单位长度，则顶点 C 的对应点 C_1 的坐标是 $(4, -1)$ ，

故答案为: (4, -1).

19. 数学知识在生产和生活中被广泛应用, 下列实例所应用的最主要的几何知识, 说法正确的是 ①③ (只填写序号).

①射击时, 瞄准具的缺口、准星和射击目标在同一直线上, 应用了“两点确定一条直线”;

②车轮做成圆形, 应用了“圆是中心对称图形”;

③学校门口的伸缩门由菱形而不是其他四边形组成, 应用了“菱形的对角线互相垂直平分”;

④地板砖可以做成矩形, 应用了“矩形对边相等”.



【分析】①根据两点确定一条直线进行判断.

②利用车轮中心与地面的距离保持不变, 坐车的人感到非常平稳进行判断.

③根据菱形的性质进行判断.

④根据矩形的性质进行判断.

【解答】解: ①在正常情况下, 射击时要保证瞄准的一只眼在准星和缺口确定的直线上, 才能射中目标, 应用了“两点确定一条直线”, 故符合题意.

②因为圆上各点到圆心的距离相等, 所以车轮中心与地面的距离保持不变, 坐车的人感到非常平稳, 故不符合题意.

③学校门口的伸缩门由菱形而不是其他四边形组成, 应用了“菱形的对角线互相垂直平分”, 故符合题意;

④地板砖可以做成矩形, 应用了“矩形四个内角都是直角”的性质, 故不符合题意.

故答案是: ①③.

三. 解答题 (本大题共 7 小题, 共 63 分)

20. (7 分) 计算 $|\sqrt{2}| + (\sqrt{2} - \frac{1}{2})^2 - (\sqrt{2} + \frac{1}{2})^2$.

【分析】分别运用绝对值的性质和乘法公式展开再合并即可.

【解答】解: 原式 $= \sqrt{2} + [(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} + \frac{1}{4}] - [(\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} + \frac{1}{4}]$,
 $= \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2} + \frac{1}{4}) - (2 + \sqrt{2} + \frac{1}{4})$,

$$= \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{4} - 2 - \sqrt{2} - \frac{1}{4},$$

$$= -\sqrt{2}.$$

21. (7分) 实施乡村振兴计划以来, 我市农村经济发展进入了快车道, 为了解梁家岭村今年一季度经济发展状况, 小玉同学的课题研究小组从该村 300 户家庭中随机抽取了 20 户, 收集到他们一季度家庭人均收入的数据如下 (单位: 万元):

0.69 0.73 0.74 0.80 0.81 0.98 0.93 0.81 0.89 0.69

0.74 0.99 0.98 0.78 0.80 0.89 0.83 0.89 0.94 0.89

研究小组的同学对以上数据进行了整理分析, 得到下表:

分组	频数
$0.65 \leq x < 0.70$	2
$0.70 \leq x < 0.75$	3
$0.75 \leq x < 0.80$	1
$0.80 \leq x < 0.85$	a
$0.85 \leq x < 0.90$	4
$0.90 \leq x < 0.95$	2
$0.95 \leq x < 1.00$	b

统计量	平均数	中位数	众数
数值	0.84	c	d

(1) 表格中: $a = \underline{5}$, $b = \underline{3}$, $c = \underline{0.82}$, $d = \underline{0.89}$;

(2) 试估计今年一季度梁家岭村家庭人均收入不低于 0.8 万元的户数;

(3) 该村梁飞家今年一季度人均收入为 0.83 万元, 能否超过村里一半以上的家庭? 请说明理由.

【分析】(1) 根据所给数据计数即可得 a 、 b 的值, 根据根据中位数和众数的定义求解可得 c 、 d 的值;

(2) 求出今年一季度梁家岭村家庭人均收入不低于 0.8 万元的户数所占得百分比即可得到结论;

(3) 根据中位数进行判断即可.

【解答】解：（1）由统计频数的方法可得， $a = 5$ ， $b = 3$ ，

将A村家庭收入从小到大排列，处在中间位置的两个数的平均数为 $(0.81+0.83) \div 2 = 0.82$ ，

因此中位数是0.82，即 $c = 0.82$ ，

他们一季度家庭人均收入的数据出现最多的是0.89，

因此众数是0.89，即 $d = 0.89$ ，

故答案为：5，3，0.82，0.89；

$$(2) 300 \times \frac{5+4+2+3}{20} = 210 \text{ (户)},$$

答：估计今年一季度梁家岭村家庭人均收入不低于0.8万元的户数有210户；

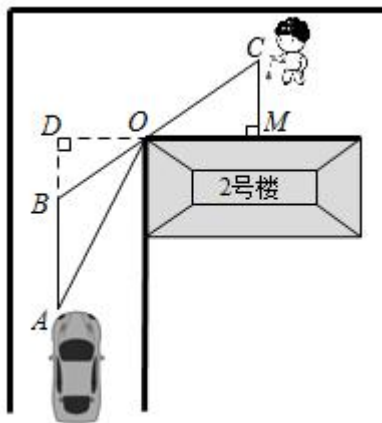
（3）该村梁飞家今年一季度人均收入为0.83万元，能超过村里一半以上的家庭，

理由：该村300户家庭一季度家庭人均收入的中位数是0.82， $0.83 > 0.82$ ，

所以该村梁飞家今年一季度人均收入为0.83万元，能超过村里一半以上的家庭．

- 22.（7分）如图，在某小区内拐角处的一段道路上，有一儿童在C处玩耍，一辆汽车从被楼房遮挡的拐角另一侧的A处驶来，已知 $CM = 3m$ ， $CO = 5m$ ， $DO = 3m$ ， $\angle AOD = 70^\circ$ ，汽车从A处前行多少米才能发现C处的儿童（结果保留整数）？

（参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ； $\sin 70^\circ \approx 0.94$ ， $\cos 70^\circ \approx 0.34$ ， $\tan 70^\circ \approx 2.75$ ）



【分析】利用勾股定理求出OM，证明 $\triangle COM \sim \triangle BOD$ ，求出BD，在 $\triangle AOD$ 中，利用三角函数的定义求出AB即可．

【解答】解： $\because CM = 3m$ ， $OC = 5m$ ，

$$\therefore OM = \sqrt{OC^2 - CM^2} = 4(m),$$

$$\because \angle CMO = \angle BDO = 90^\circ, \angle COM = \angle BOD,$$

$$\therefore \triangle COM \sim \triangle BOD,$$

$$\therefore \frac{CM}{BD} = \frac{OM}{OD}, \text{ 即 } \frac{3}{BD} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore BD = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ (m)},$$

$$\therefore \tan \angle AOD = \tan 70^\circ = \frac{AD}{DO},$$

$$\text{即 } \frac{AB+BD}{DO} = \frac{AB+2.25}{3} \approx 2.75 \text{ (m)},$$

解得: $AB = 6m$,

$\therefore$ 汽车从 A 处前行约 6 米才能发现 C 处的儿童.

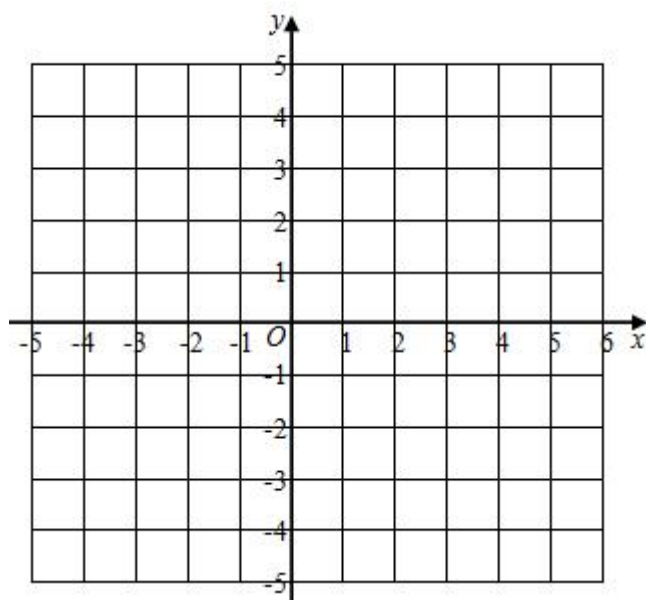
$$23. (9 \text{ 分}) \text{ 已知函数 } y = \begin{cases} \frac{3}{x}, & x \leq -1, \\ 3x, & -1 < x \leq 1, \\ \frac{3}{x}, & x \geq 1. \end{cases}$$

(1) 画出函数图象;

列表:

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	-1	$-\frac{3}{2}$	-3	0	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{4}$	$\cdots$

描点, 连线得到函数图象:



(2) 该函数是否有最大或最小值? 若有, 求出其值, 若没有, 简述理由;

(3) 设 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 是函数图象上的点, 若 $x_1 + x_2 = 0$, 证明: $y_1 + y_2 = 0$.

【分析】(1) 选取特殊值, 代入函数解析式, 求出 y 值, 列表, 在图像中描点, 画出图

像即可；

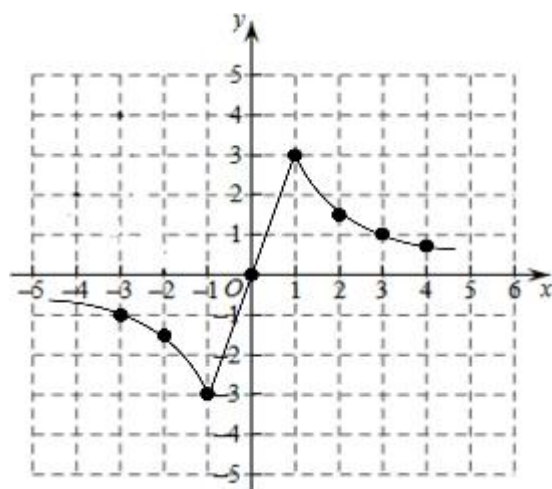
(2) 观察图像可得函数的最大值；

(3) 根据 $x_1+x_2=0$ ，得到 x_1 和 x_2 互为相反数，再分 $-1 < x_1 < 1$ ， $x_1 \leq -1$ ， $x_1 \geq 1$ ，分别验证 $y_1+y_2=0$ 。

【解答】解：(1) 列表如下：

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-1	$-\frac{3}{2}$	-3	0	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{4}$	...

函数图像如图所示：



(2) 根据图像可知：

当 $x=1$ 时，函数有最大值 3；

(3) $\because (x_1, x_2)$ 是函数图象上的点， $x_1+x_2=0$ ，

$\therefore x_1$ 和 x_2 互为相反数，

当 $-1 < x_1 < 1$ 时， $-1 < x_2 < 1$ ，

$\therefore y_1=3x_1$ ， $y_2=3x_2$ ，

$\therefore y_1+y_2=3x_1+3x_2=3(x_1+x_2)=0$ ；

当 $x_1 \leq -1$ 时， $x_2 \geq 1$ ，

则 $y_1+y_2=\frac{3}{x_1}+\frac{3}{x_2}=\frac{3(x_1+x_2)}{x_1x_2}=0$ ；

同理：当 $x_1 \geq 1$ 时， $x_2 \leq -1$ ，

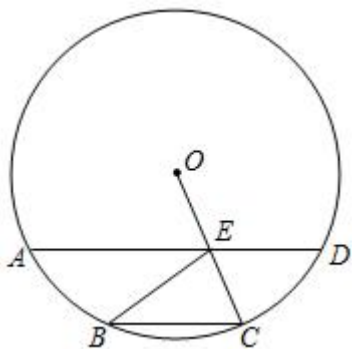
$y_1+y_2=0$ ，

综上： $y_1 + y_2 = 0$.

24. (9分) 如图，已知在 $\odot O$ 中， $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ ， OC 与 AD 相交于点 E 。

求证：(1) $AD \parallel BC$ ；

(2) 四边形 $BCDE$ 为菱形。



【分析】 (1) 连接 BD ，根据圆周角定理可得 $\angle ADB = \angle CBD$ ，根据平行线的判定可得结论；

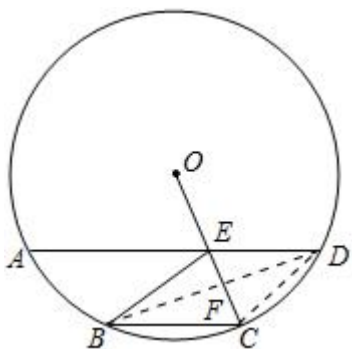
(2) 证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ ，得到 $DE = BE = CE = BC$ ，证明四边形 $BCDE$ 为平行四边形，再根据 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 得到 $BC = CD$ ，从而证明菱形。

【解答】 解：(1) 连接 BD ，

$$\because \widehat{AB} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\therefore AD \parallel BC;$$



(2) 连接 CD ，

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBE,$$

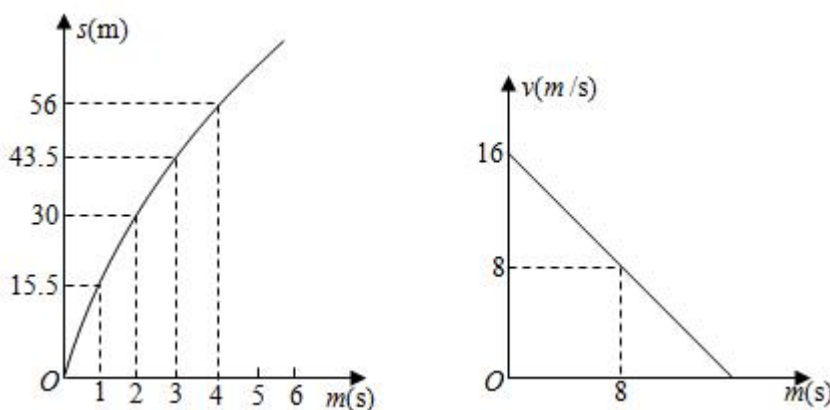
$$\because \widehat{BC} = \widehat{CD},$$

$\therefore BCC = CDCD$,
 $\therefore BFBF = DF$, 又 $\angle DFE = \angle BFBFC$,
 $\therefore \triangle DEFDEF \cong \triangle BCF (ASAa)$,
 $\therefore DE = BCDE = BC$,
 $\therefore$ 四边形 $BCDEBCDE$ 是平行四边形, 又 $BCBC = CD$,
 $\therefore$ 四边形 $BCDEBCDE$ 是菱形.

25. (11 分) 公路上正在行驶的甲车, 发现前方 $20m$ 处沿同一方向行驶的乙车后, 开始减速, 减速后甲车行驶的路程 s (单位: m)、速度 v (单位: m/s) 与时间 t (单位: s) 的关系分别可以用二次函数和一次函数表示, 其图象如图所示.

(1) 当甲车减速至 $9m/s$ 时, 它行驶的路程是多少?

(2) 若乙车以 $10m/s$ 的速度匀速行驶, 两车何时相距最近, 最近距离是多少?



【分析】 (1) 根据图像分别求出一二次函数和二次函数解析式, 令 $v = 9$ 求出 t , 代入求出 s 即可;

(2) 分析得出当 $v = 10m/s$ 时, 两车之间距离最小, 代入计算即可.

【解答】 解: (1) 由图可知: 二次函数图像经过原点,

设二次函数表达式为 $s = at^2 + bt$, 一次函数表达式为 $v = kt + c$,

$\therefore$ 一次函数经过 $(0, 16), (8, 0)$,

$$\text{则} \begin{cases} 8 = 8k + c \\ 16 = c \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ c = 16 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数表达式为 $v = -t + 16$,

令 $v = 9$, 则 $t = 7$,

$\therefore$ 当 $t = 7$ 时, 速度为 $9m/s$,

$\therefore$ 二次函数经过 $(2, 30), (4, 56)$,

$$\text{则} \begin{cases} 4a+2b=30 \\ 16a+4b=56 \end{cases}, \text{解得:} \begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=16 \end{cases}$$

$$\therefore \text{二次函数表达式为 } y = -\frac{1}{2}t^2 + 16t,$$

$$\text{令 } t = 7, \text{ 则 } s = -\frac{49}{2} + 16 \times 7 = 87.5,$$

$\therefore$ 当甲车减速至 $9m/s$ 时, 它行驶的路程是 $87.5m$;

(2) $\because$ 当 $t = 0$ 时, 甲车的速度为 $16m/s$,

$\therefore$ 当 $10 < v < 16$ 时, 两车之间的距离逐渐变小,

当 $0 < v < 10$ 时, 两车之间的距离逐渐变大,

$\therefore$ 当 $v = 10m/s$ 时, 两车之间距离最小,

将 $v = 10$ 代入 $v = -t + 16$ 中, 得 $t = 6$,

将 $t = 6$ 代入 $s = -\frac{1}{2}t^2 + 16t$ 中, 得 $s = 78$,

此时两车之间的距离为: $10 \times 6 + 20 - 78 = 2m$,

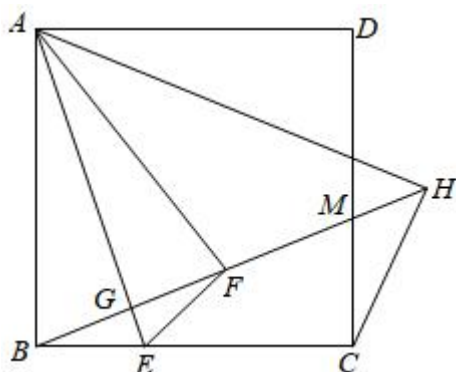
$\therefore$ 6 秒时两车相距最近, 最近距离是 2 米.

26. (13 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$, 点 E 是 BC 边上一点, 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠, 点 B 落在 F 处, 连接 BF 并延长, 与 $\angle DAF$ 的平分线相交于点 H , 与 AE , CD 分别相交于点 G , M , 连接 HC .

(1) 求证: $AG = GH$;

(2) 若 $AB = 3$, $BE = 1$, 求点 D 到直线 BH 的距离;

(3) 当点 E 在 BC 边上 (端点除外) 运动时, $\angle BHC$ 的大小是否变化? 为什么?



【分析】 (1) 由折叠的性质得出 $\angle BAG = \angle GAF = \frac{1}{2} \angle BAF$, B, F 关于 AE 对称, 证出 $\angle EAH = \frac{1}{2} \angle BAD = 45^\circ$, 由等腰直角三角形的性质得出答案;

(2)连接 DH, DF , 交 AH 于点 N , 由(1)可知 $AF = AD$, $\angle FAH = \angle DAH$, 得出 $\angle DHF = 90^\circ$, 由勾股定理求出 $AE = \sqrt{10}$, 证明 $\triangle AEB \sim \triangle ABG$, 得出比例线段 $\frac{AG}{AB} = \frac{AB}{AE}$, $\frac{BG}{BE} = \frac{AB}{AE}$, 可求出 AG, BG 的长, 则可求出答案.

(3)方法一: 连接 BD , 由锐角三角函数的定义求出 $\frac{DH}{DF} = \frac{CD}{BD}$, 证明 $\triangle BDF \sim \triangle CDH$, 由相似三角形的性质得出 $\angle CDH = \angle BFD$, 则可得出答案.

方法二: 连接 BD , 证出点 B, C, H, D 四点共圆, 则可得出结论.

【解答】 (1)证明: $\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠, 点 B 落在 F 处,

$$\therefore \angle BAG = \angle GAF = \frac{1}{2} \angle BAF, B, F \text{ 关于 } AE \text{ 对称},$$

$$\therefore AG \perp BF,$$

$$\therefore \angle AGF = 90^\circ,$$

$$\because AH \text{ 平分 } \angle DAF,$$

$$\therefore \angle FAH = \frac{1}{2} \angle FAD,$$

$$\therefore \angle EAH = \angle GAF + \angle FAH = \frac{1}{2} \angle BAF + \frac{1}{2} \angle FAD = \frac{1}{2} (\angle BAF + \angle FAD) = \frac{1}{2} \angle BAD,$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是正方形},$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAH = \frac{1}{2} \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\because \angle HGA = 90^\circ,$$

$$\therefore GA = GH;$$

(2)解: 如图 1, 连接 DH, DF , 交 AH 于点 N ,

由(1)可知 $AF = AD$, $\angle FAH = \angle DAH$,

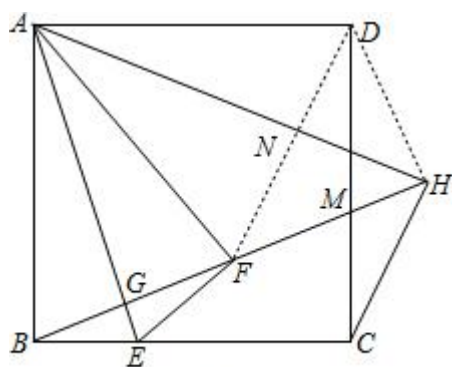


图1

$$\therefore AH \perp DF, FN = DN,$$

$$\therefore DH = HF, \angle FNH = \angle DNH = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle GHA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FNH = 45^\circ = \angle NDH = \angle DHN,$$

$$\therefore \angle DHF = 90^\circ,$$

$\therefore DH$ 的长为点 D 到直线 BH 的距离,

$$\text{由(1)知 } AE^2 = AB^2 + BE^2,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

$$\because \angle BAE + \angle AEB = \angle BAE + \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ABG,$$

$$\text{又} \angle AGB = \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle ABG,$$

$$\therefore \frac{AG}{AB} = \frac{AB}{AE}, \frac{BG}{BE} = \frac{AB}{AE},$$

$$\therefore AG = \frac{AB^2}{AE} = \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{9\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore BG = \frac{AB \cdot BE}{AE} = \frac{3 \times 1}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\text{由(1)知 } GF = BG, AG = GH,$$

$$\therefore GF = \frac{3\sqrt{10}}{10}, GH = \frac{9\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore DH = FH = GH - GF = \frac{9\sqrt{10}}{10} - \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{即点 } D \text{ 到直线 } BH \text{ 的距离为 } \frac{3\sqrt{10}}{5};$$

(3)不变.

理由如下:

方法一:连接 BD ,如图 2,

