

山东省烟台市 2020 年中考数学试题

一、选择题(本题共 12 个小题,每小题 3 分,满分 36 分)每小题都给出标号为 A,B,C,D

四个备选答案,其中有且只有一个是正确的.

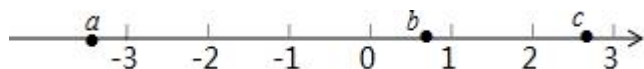
1. 4 的平方根是 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$

2. 下列关于数字变换的图案中, 是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()

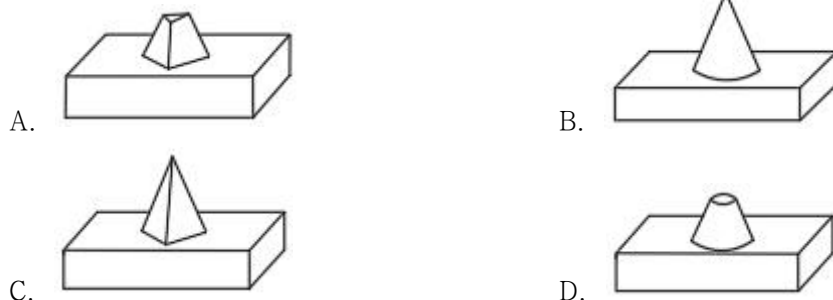
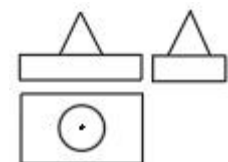


3. 实数 a , b , c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 那么这三个数中绝对值最大的是 ()



- A. a B. b C. c D. 无法确定

4. 如图, 是一个几何体的三视图, 则这个几何体是 ()



5. 如果将一组数据中的每个数都减去 5, 那么所得的一组新数据 ()

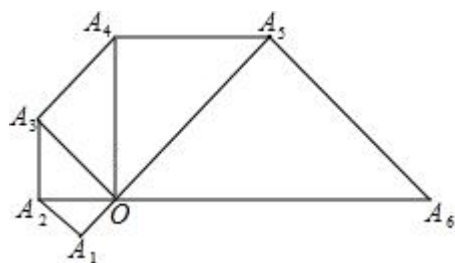
- A. 众数改变, 方差改变
B. 众数不变, 平均数改变
C. 中位数改变, 方差不变
D. 中位数不变, 平均数不变

6. 利用如图所示的计算器进行计算，按键操作不正确的是（ ）



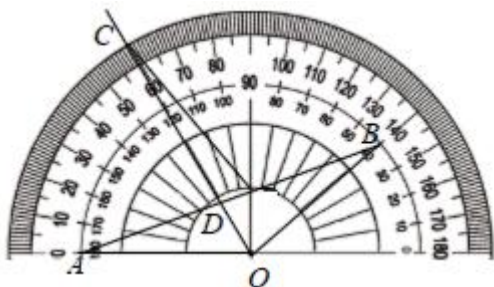
- A. 按键   即可进入统计计算状态
- B. 计算 $\sqrt{8}$ 的值，按键顺序为:    
- C. 计算结果以“度”为单位，按键  可显示以“度”“分”“秒”为单位的结果
- D. 计算器显示结果为 $\frac{1}{3}$ 时，若按  键，则结果切换为小数格式 0.33333333

7. 如图， $\triangle OA_1A_2$ 为等腰直角三角形， $OA_1=1$ ，以斜边 OA_2 为直角边作等腰直角三角形 OA_2A_3 ，再以 OA_3 为直角边作等腰直角三角形 OA_3A_4 ， $\cdots$ ，按此规律作下去，则 OA_n 的长度为（ ）



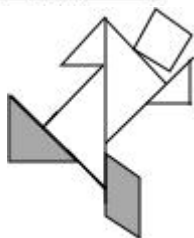
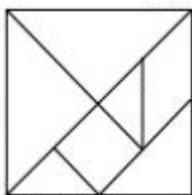
- A. $(\sqrt{2})^n$
- B. $(\sqrt{2})^{n-1}$
- C. $(\frac{\sqrt{2}}{2})^n$
- D. $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{n-1}$

8. 量角器测角度时摆放的位置如图所示，在 $\triangle AOB$ 中，射线 OC 交边 AB 于点 D ，则 $\angle ADC$ 的度数为（ ）

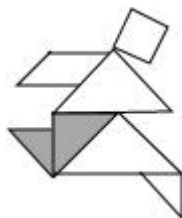


- A. 60° B. 70° C. 80° D. 85°

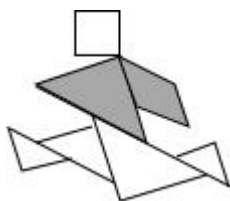
9. 七巧板是我们祖先的一项创造，被誉为“东方魔板”。在一次数学活动课上，小明用边长为 4cm 的正方形纸片制作了如图所示的七巧板，并设计了下列四幅作品——“奔跑者”，其中阴影部分的面积为 5cm^2 的是（ ）



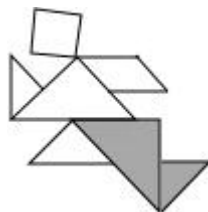
A.



B.

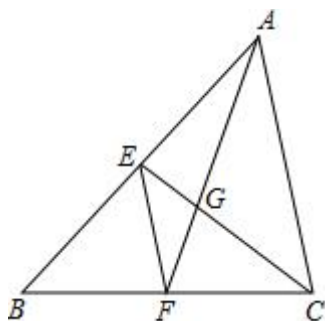


C.



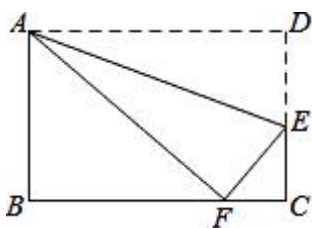
D.

10. 如图，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，连接 CG ， AG 并延长分别交 AB ， BC 于点 E ， F ，连接 EF ，若 $AB=4.4$ ， $AC=3.4$ ， $BC=3.6$ ，则 EF 的长度为（ ）



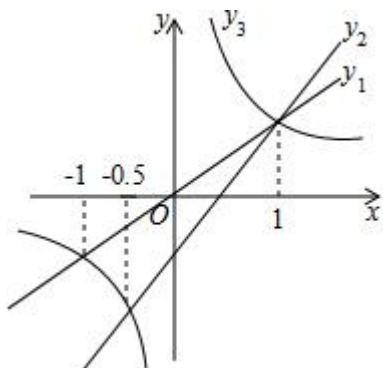
- A. 1.7 B. 1.8 C. 2.2 D. 2.4

11. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在 DC 上, 将矩形沿 AE 折叠, 使点 D 落在 BC 边上的点 F 处. 若 $AB=3$, $BC=5$, 则 $\tan \angle DAE$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{9}{20}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

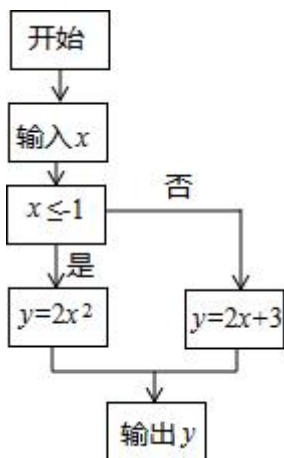
12. 如图, 正比例函数 $y_1 = mx$, 一次函数 $y_2 = ax + b$ 和反比例函数 $y_3 = \frac{k}{x}$ 的图象在同一直角坐标系中, 若 $y_3 > y_1 > y_2$, 则自变量 x 的取值范围是 ()



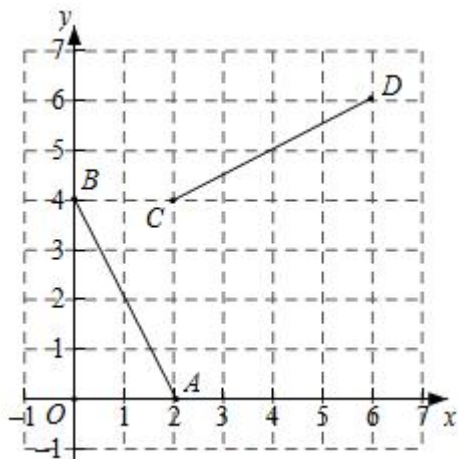
- A. $x < -1$ B. $-0.5 < x < 0$ 或 $x > 1$
C. $0 < x < 1$ D. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$

二、填空题(本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. 5G 是第五代移动通信技术, 其网络下载速度可以达到每秒 1300000KB 以上, 正常下载一部高清电影约需 1 秒. 将 1300000 用科学记数法表示为_____.
14. 已知正多边形的一个外角等于 40° , 则这个正多边形的内角和的度数为_____.
15. 关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.
16. 按如图所示的程序计算函数 y 的值, 若输入的 x 值为 -3 , 则输出 y 的结果为_____.



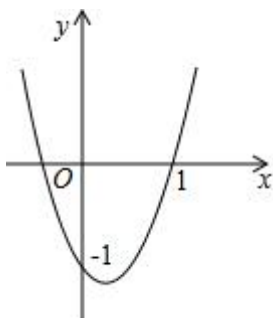
17. 如图，已知点 $A(2, 0)$, $B(0, 4)$, $C(2, 4)$, $D(6, 6)$, 连接 AB , CD , 将线段 AB 绕着某一点旋转一定角度，使其与线段 CD 重合 (点 A 与点 C 重合, 点 B 与点 D 重合), 则这个旋转中心的坐标为_____.



18. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，下列结论：

① $ab > 0$; ② $a + b - 1 = 0$; ③ $a > 1$; ④ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根为 1, 另一个根为 $-\frac{1}{a}$.

其中正确结论的序号是_____.



三、解答题(本大题共 7 个小题,满分 66 分)

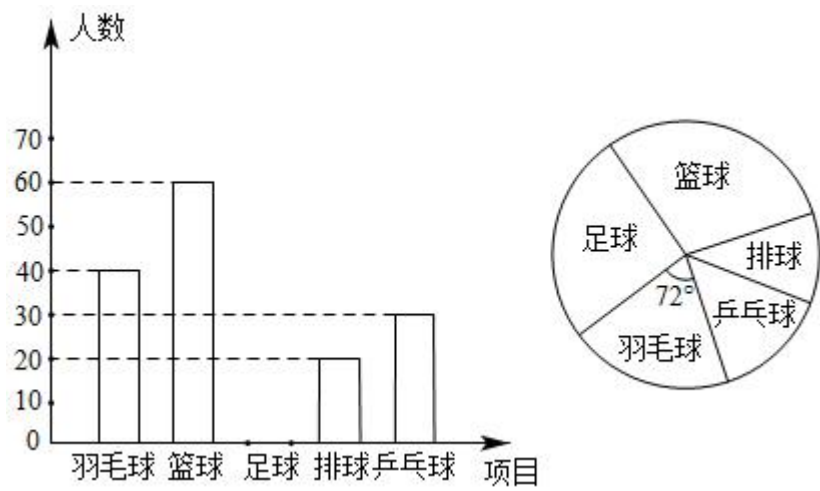
19. (本题满分 6 分)

先化简, 再求值: $(\frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}) \div \frac{x}{xy+y^2}$, 其中 $x=\sqrt{3}+1$, $y=\sqrt{3}-1$.

20 (本小题满分 8 分)

奥体中心为满足暑期学生对运动的需求, 欲开设球类课程, 该中心随机抽取部分学生进行问卷调查, 被调查学生须从“羽毛球”、“篮球”、“足球”、“排球”、“乒乓球”中选择自己最喜欢的一项. 根据调查结果绘制了不完整的条形统计图和扇形统计图, 请根据图中信息, 解答下列问题:

- (1) 此次共调查了多少名学生?
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 我们把“羽毛球”“篮球”, “足球”、“排球”、“乒乓球”分别用 A, B, C, D, E 表示. 小明和小亮分别从这些项目中任选一项进行训练, 利用树状图或表格求出他俩选择不同项目的概率.



21. (本小题满分 9 分)

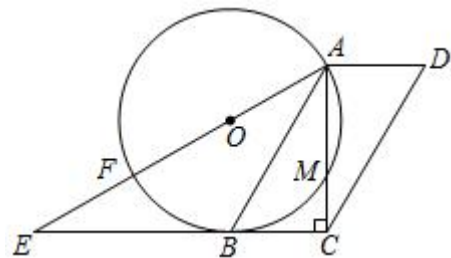
新冠疫情期间，口罩成为了人们出行必备的防护工具. 某药店三月份共销售 A, B 两种型号的口罩 9000 只，共获利润 5000 元，其中 A, B 两种型号口罩所获利润之比为 2: 3. 已知每只 B 型口罩的销售利润是 A 型口罩的 1.2 倍.

- (1) 求每只 A 型口罩和 B 型口罩的销售利润;
- (2) 该药店四月份计划一次性购进两种型号的口罩共 10000 只，其中 B 型口罩的进货量不超过 A 型口罩的 1.5 倍，设购进 A 型口罩 m 只，这 1000 只口罩的销售总利润为 W 元. 该药店如何进货，才能使销售总利润最大?

22. (本题满分 9 分)

如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle D = 60^\circ$ ，对角线 $AC \perp BC$ ， $\odot O$ 经过点 A, B ，与 AC 交于点 M ，连接 AO 并延长与 $\odot O$ 交于点 F ，与 CB 的延长线交于点 E ， $AB = EB$.

- (1) 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AD = 2\sqrt{3}$ ，求 $\widehat{AM}$ 的长 (结果保留 π).



23. (本题满分 9 分)

今年疫情期间，针对各种入口处人工测量体温存在的感染风险高、效率低等问题，清华大学牵头研制一款“测温机器人”，如图 1，机器人工作时，行人抬手在测温头处测量手腕温度，体温合格则机器人抬起臂杆行人可通行，不合格时机器人不抬臂杆并报警，从而有效阻隔病原体.



图1



图2

(1) 为了设计“测温机器人”的高度，科研团队采集了大量数据．下表是抽样采集某一地区居民的身高数据：

测量对象	男性（18～60岁）			女性（18～55岁）		
抽样人数 (人)	2000	5000	20000	2000	5000	20000
平均身高 (厘米)	173	175	176	164	165	164

根据你所学的知识，若要更准确的表示这一地区男、女的平均身高，男性应采用_____厘米，女性应采用_____厘米；

(2) 如图2，一般的，人抬手的高度与身高之比为黄金比时给人的感觉最舒适，由此利用（1）中的数据得出测温头点 P 距地面105厘米．指示牌挂在两臂杆 AB ， AC 的连接点 A 处， A 点距地面110厘米．臂杆落下时两端点 B ， C 在同一水平线上， $BC=100$ 厘米，点 C 在点 P 的正下方5厘米处．若两臂杆长度相等，求两臂杆的夹角．

（参考数据表）#DLQZ

计算器按键顺序	计 算 结 果 (近 似值)	计算器按键顺序	计 算 结 果 (近 似值)

tan 5 =	0.1	2ndF tan 5 =	78.7
tan 1 0 =	0.2	2ndF tan 1 0 =	84.3
tan 0 . 1 =	1.7	2ndF tan 0 . 1 =	5.7
tan 0 . 2 =	3.5	2ndF tan 0 . 2 =	11.3

24. (本题满分 12 分)

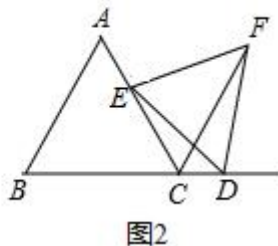
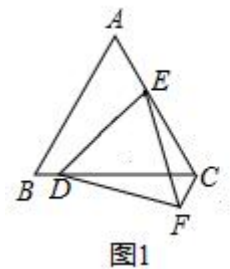
(12 分) 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 E 是边 AC 上一定点, 点 D 是直线 BC 上一动点, 以 DE 为一边作等边三角形 DEF , 连接 CF .

【问题解决】

如图 1, 若点 D 在边 BC 上, 求证: $CE+CF=CD$;

【类比探究】

如图 2, 若点 D 在边 BC 的延长线上, 请探究线段 CE , CF 与 CD 之间存在怎样的数量关系? 并说明理由.



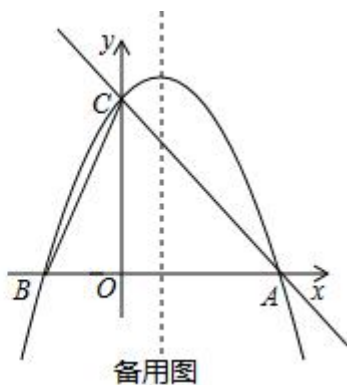
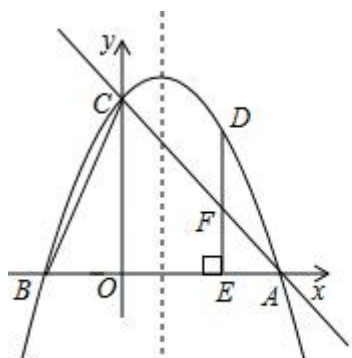
25. (本题满分 13 分)

如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于 A , B 两点, 且 $OA = 2OB$, 与 y 轴交于点 C , 连接 BC , 抛物线对称轴为直线 $x = \frac{1}{2}$, D 为第一象限内抛物线上一动点, 过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E , 与 AC 交于点 F , 设点 D 的横坐标为 m .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 当线段 DF 的长度最大时, 求 D 点的坐标;

(3) 抛物线上是否存在点 D , 使得以点 O, D, E 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.



参考答案和解析

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	A	B	C	B	B	C	D	A	D	D

1. 【分析】根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数，即可求出 a 的值.

【解答】解：∵ 2 的相反数是 -2 ，∴ $a = 2$. 故选：A.

【点评】本题考查了实数的性质、相反数，解决本题的关键是掌握相反数的概念.

2. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解即可.

【解答】解：A、是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项符合题意；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不符合题意；

C、不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项不符合题意. 故选：A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转 180° 后与原图形重合. 解题的关键是轴对称图形与中心对称图形的概念：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴. 如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

3. 【分析】根据有理数大小比较方法，越靠近原点其绝对值越小，进而分析得出答案.

【解答】解：有理数 a ， b ， c 在数轴上的对应点的位置如图所示，

这三个数中，实数 a 离原点最远，所以绝对值最大的是： a . 故选：A.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较，正确掌握有理数大小的比较方法是解题关键.

4. 【分析】结合三视图确定各图形的位置后即可确定正确的选项.

【解答】解：结合三个视图发现，这个几何体是长方体和圆锥的组合图形.

故选：B.

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识，解题的关键是能够正确的确定各个图形的位置，难度不大.

5. 【分析】由每个数都减去 5，那么所得的一组新数据的众数、中位数、平均数都减少 5，方

差不变，据此可得答案.

【解答】解：如果将一组数据中的每个数都减去 5，那么所得的一组新数据的众数、中位数、平均数都减少 5，方差不变，

故选：C.

【点评】本题主要考查方差，解题的关键是掌握方差、众数、中位数和平均数的定义.

6. 【分析】根据计算器的按键写出计算的式子，然后求值.

【解答】解：A、按键   即可进入统计计算状态是正确的，故选项 A 不符合题意；

B、计算 $\sqrt{8}$ 的值，按键顺序为：  ，故选项 B 符合题意；

C、计算结果以“度”为单位，按键  可显示以“度”“分”“秒”为单位的的结果是正确的，故选项 C 不符合题意；

D、计算器显示结果为 $\frac{1}{3}$ 时，若按  键，则结果切换为小数格式 0.33333333 是正确的，故选项 D 不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了科学计算器，熟练了解按键的含义是解题的关键.

7. 【分析】利用等腰直角三角形的性质以及勾股定理分别求出各边长，依据规律即可得出答案.

【解答】解： $\because \triangle OA_1A_2$ 为等腰直角三角形， $OA_1 = 1$ ，

$$\therefore OA_2 = \sqrt{2};$$

$\because \triangle OA_2A_3$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore OA_3 = 2 = (\sqrt{2})^2;$$

$\because \triangle OA_3A_4$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore OA_4 = 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^3.$$

$\because \triangle OA_4A_5$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore OA_5 = 4 = (\sqrt{2})^4,$$

.....

$\therefore OA_n$ 的长度为 $(\sqrt{2})^{n-1}$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了等腰直角三角形的性质以及勾股定理, 熟练应用勾股定理得出是解题关键.

8. 【分析】根据等腰三角形的性质, 三角形的外角的性质即可得到结论.

【解答】解: $\because OA = OB$, $\angle AOB = 140^\circ$,

$$\therefore \angle A = \angle B = \frac{1}{2} (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle A + \angle AOC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ,$$

故选: C.

【点评】本题考查了圆周角定理, 等腰三角形的性质, 三角形外角的性质, 正确的识别图形是解题的关键.

9. 【分析】先求出最小的等腰直角三角形的面积 $= \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \times 4^2 = 1 \text{ cm}^2$, 可得平行四边形面积为 2 cm^2 , 中等的等腰直角三角形的面积为 2 cm^2 , 最大的等腰直角三角形的面积为 4 cm^2 , 再根据阴影部分的组成求出相应的面积即可求解.

【解答】解: 最小的等腰直角三角形的面积 $= \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \times 4^2 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$, 平行四边形面积为 2 cm^2 ,

中等的等腰直角三角形的面积为 2 cm^2 , 最大的等腰直角三角形的面积为 4 cm^2 , 则

A、阴影部分的面积为 $2+2=4 \text{ (cm}^2\text{)}$, 不符合题意;

B、阴影部分的面积为 $1+2=3 \text{ (cm}^2\text{)}$, 不符合题意;

C、阴影部分的面积为 $4+2=6 \text{ (cm}^2\text{)}$, 不符合题意;

D、阴影部分的面积为 $4+1=5 \text{ (cm}^2\text{)}$, 符合题意.

故选: D.

【点评】本题考查图形的剪拼、七巧板, 解题的关键是求出最小的等腰直角三角形的面积, 学会利用分割法求阴影部分的面积.

10. 【分析】由已知条件得 EF 是三角形的中位线, 进而根据三角形中位线定理求得 EF 的长度.

【解答】解: $\because$ 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore AE = BE, \quad BF = CF,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} AC = 1.7,$$

故选: A.

【点评】本题主要考查了三角形的重心, 三角形的中位线定理, 关键正确利用重心定义得 EF 为三角形的中位线.

11. 【分析】先根据矩形的性质得 $AD = BC = 5$, $AB = CD = 3$, 再根据折叠的性质得 $AF = AD = 5$, $EF = DE$, 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, 利用勾股定理计算出 $BF = 4$, 则 $CF = BC - BF = 1$, 设 $CE = x$, 则 $DE = EF = 3 - x$, 然后在 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中根据勾股定理得到 $x^2 + 1^2 = (3 - x)^2$, 解方程即可得到 x , 进一步得到 EF 的长, 再根据余弦函数的定义即可求解.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore AD = BC = 5, \quad AB = CD = 3,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 沿直线 AE 折叠, 顶点 D 恰好落在 BC 边上的 F 处,

$$\therefore AF = AD = 5, \quad EF = DE,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABF \text{ 中, } BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = \sqrt{25 - 9} = 4,$$

$$\therefore CF = BC - BF = 5 - 4 = 1,$$

设 $CE = x$, 则 $DE = EF = 3 - x$

在 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中, $\therefore CE^2 + FC^2 = EF^2$,

$$\therefore x^2 + 1^2 = (3 - x)^2, \text{ 解得 } x = \frac{4}{3},$$

$$\therefore DE = EF = 3 - x = \frac{5}{3},$$

$$\therefore \tan \angle DAE = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{5}{3}}{5} = \frac{1}{3},$$

故选: D.

【点评】本题考查了翻折变换, 矩形的性质, 解直角三角形, 勾股定理, 灵活运用这些性质进行推理是本题的关键.

12. 【分析】根据图象, 找出双曲线 y_3 落在直线 y_1 上方, 且直线 y_1 落在直线 y_2 上方的部分对应的自变量 x 的取值范围即可.

【解答】解：由图象可知，当 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ 时，双曲线 y_3 落在直线 y_1 上方，且直线 y_1 落在直线 y_2 上方，即 $y_3 > y_1 > y_2$ ，

所以若 $y_3 > y_1 > y_2$ ，则自变量 x 的取值范围是 $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ 。

故选：D。

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，利用数形结合是解题的关键。

二、填空题

题号	13	14	15	16	17	18
答案	1.3×10^6	1260°	$m > 0$ 且 $m \neq 1$	18	(4, 2)	②③④

13. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。

【解答】解：将数据 1300000 用科学记数法可表示为： 1.3×10^6 。

故答案为： 1.3×10^6 。

【点评】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

14. 【分析】利用任意多边形的外角和均为 360° ，正多边形的每个外角相等即可求出它的边数，再根据多边形的内角和公式计算即可。

【解答】解：正 n 边形的每个外角相等，且其和为 360° ，

据此可得 $\frac{360^\circ}{n} = 40^\circ$ ，

解得 $n = 9$ 。

$$(9 - 2) \times 180^\circ = 1260^\circ,$$

即这个正多边形的内角和为 1260° 。

故答案为： 1260° 。

【点评】本题主要考查了正多边形外角和与内角和等知识。解题的关键是明确正多边形的每个外角相等，且其和为 360° ，比较简单。

15. 【分析】根据一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $m - 1 \neq 0$ 且 $\Delta = 2^2 - 4(m - 1) \times (-1) > 0$ ，然后求出两个不等式的公共部分即可。

【解答】解：根据题意得 $m-1 \neq 0$ 且 $\Delta = 2^2 - 4(m-1) \times (-1) > 0$,

解得 $m > 0$ 且 $m \neq 1$.

故答案为: $m > 0$ 且 $m \neq 1$.

【点评】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

16. 【分析】根据 $-3 < -1$ 确定出应代入 $y = 2x^2$ 中计算出 y 的值.

【解答】解: $\because -3 < -1$,

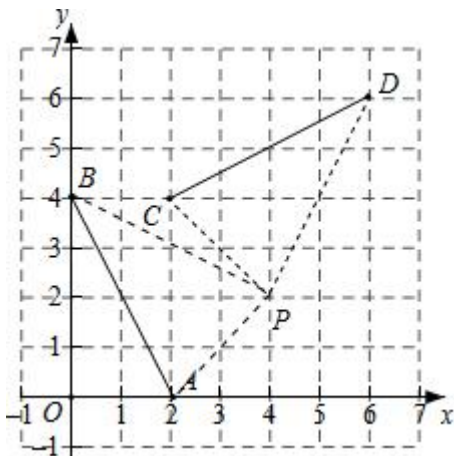
$\therefore x = -3$ 代入 $y = 2x^2$, 得 $y = 2 \times 9 = 18$,

故答案为: 18.

【点评】本题主要考查函数值的计算, 理解题意是前提条件, 熟练掌握函数值的定义是解题的关键.

17 【分析】画出平面直角坐标系, 作出新的 AC , BD 的垂直平分线的交点 P , 点 P 即为旋转中心.

【解答】解: 平面直角坐标系如图所示, 旋转中心是 P 点, $P(4, 2)$.



故答案为 $(4, 2)$.

【点评】本题考查坐标与图形变化 - 旋转, 解题的关键是理解对应点连线段的垂直平分线的交点即为旋转中心.

18. 【分析】由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系, 由抛物线与 y 轴的交点得出 c 的值, 然后根据抛物线与 x 轴交点的个数及 $x = 1$ 时二次函数的值的情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解答】解：①由二次函数的图象开口向上可得 $a > 0$ ，对称轴在 y 轴的右侧， $b < 0$ ，

$\therefore ab < 0$ ，故①错误；

②由图象可知抛物线与 x 轴的交点为 $(1, 0)$ ，与 y 轴的交点为 $(0, -1)$ ，

$\therefore c = -1$ ，

$\therefore a + b - 1 = 0$ ，故②正确；

③ $\because a + b - 1 = 0$ ，

$\therefore a - 1 = -b$ ，

$\because b < 0$ ，

$\therefore a - 1 > 0$ ，

$\therefore a > 1$ ，故③正确；

④ $\because$ 抛物线与与 y 轴的交点为 $(0, -1)$ ，

$\therefore$ 抛物线为 $y = ax^2 + bx - 1$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点为 $(1, 0)$ ，

$\therefore ax^2 + bx - 1 = 0$ 的一个根为 1，根据根与系数的关系，另一个根为 $-\frac{1}{a}$ ，故④正确；

故答案为②③④.

【点评】主要考查图象与二次函数系数之间的关系，二次函数与方程之间的转换，会利用特殊值代入法求得特殊的式子，如： $y = a + b + c$ ，然后根据图象判断其值.

三、解答题：

18. (本题满分 5 分)

$$\text{解: } \begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 8 \text{ ①} \\ 2x - \frac{1}{2}y = 2 \text{ ②} \end{cases},$$

①+②，得： $5x = 10$ ，解得 $x = 2$ ，

把 $x = 2$ 代入①，得： $6 + \frac{1}{2}y = 8$ ，解得 $y = 4$ ，

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$.

【分析】利用加减消元法解答即可.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

19. (6分) 【分析】根据分式四则运算的顺序和法则进行计算，最后代入求值即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2} \right) \div \frac{x}{xy+y^2}, \\ & = \left[\frac{y(x+y)}{(x+y)(x-y)} - \frac{y^2}{(x+y)(x-y)} \right] \div \frac{x}{y(x+y)}, \\ & = \frac{xy}{(x+y)(x-y)} \times \frac{y(x+y)}{x}, \\ & = \frac{y^2}{x-y}, \end{aligned}$$

当 $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$ 时,

$$\text{原式} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2} = 2 - \sqrt{3}.$$

【点评】本题考查分式的混合运算，掌握计算法则，依据运算顺序进行计算是得出正确答案的前提.

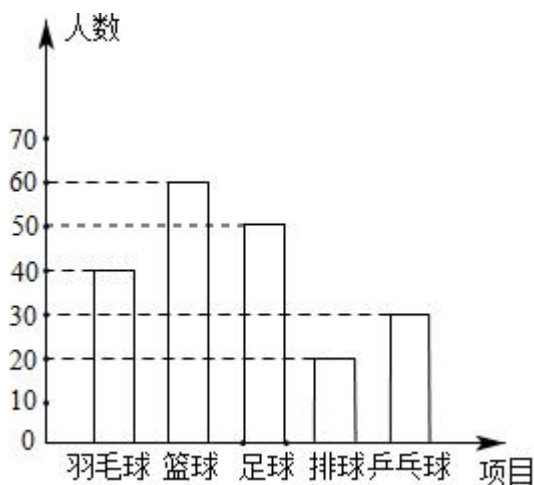
20. (8分) 【分析】(1) 用羽毛球的人数除以所占的百分比即可得出答案；

(2) 用总人数减去其他项目的人数求出足球的人数，从而补全统计图；

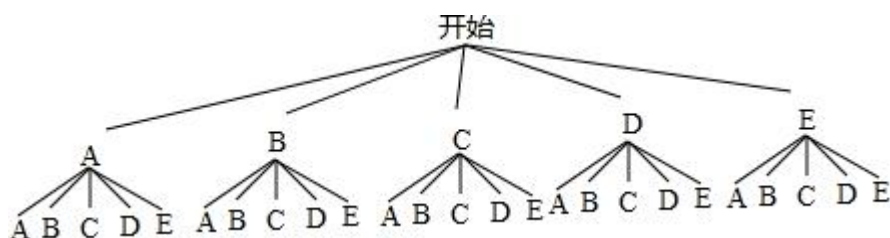
(3) 根据题意画出树状图得出所有等可能的情况数和他俩选择不同项目的情况数，然后根据概率公式即可得出答案.

【解答】解：(1) 此次共调查的学生有： $40 \div \frac{72^\circ}{360^\circ} = 200$ (名)；

(2) 足球的人数有： $200 - 40 - 60 - 20 - 30 = 50$ (人)，补全统计图如下：



(3) 根据题意画树状图如下:



共用 25 种等可能的情况数, 其中他俩选择不同项目的有 20 种,

则他俩选择不同项目的概率是 $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

21. 【分析】 (1) 设销售 A 型口罩 x 只, 销售 B 型口罩 y 只, 根据“药店三月份共销售 A, B 两种型号的口罩 9000 只, 共获利润 5000 元, 其中 A, B 两种型号口罩所获利润之比为 2: 3” 列方程组解答即可;

(2) 根据题意即可得出 W 关于 m 的函数关系式; 根据题意列不等式得出 m 的取值范围, 再结合根据一次函数的性质解答即可.

【解答】 解: 设销售 A 型口罩 x 只, 销售 B 型口罩 y 只, 根据题意得:

$$\begin{cases} x+y=9000 \\ \frac{2000}{x} \times 1.2 = \frac{3000}{y} \end{cases}, \text{ 解答 } \begin{cases} x=4000 \\ y=5000 \end{cases}.$$

经检验, $x=4000$, $y=5000$ 是原方程组的解,

$\therefore$ 每只 A 型口罩的销售利润为: $\frac{2000}{4000}=0.5$ (元), 每只 B 型口罩的销售利润为: $0.5 \times 1.2 = 0.6$ (元).

答: 每只 A 型口罩和 B 型口罩的销售利润分别为 0.5 元, 0.6 元.

(2) 根据题意得, $W = 0.5m + 0.6(10000 - m) = -0.1m + 6000$,

$10000 - m \leq 1.5m$, 解得 $m \geq 4000$,

$\therefore 0.1 < 0$,

$\therefore W$ 随 m 的增大而减小,

$\therefore m$ 为正整数,

$\therefore$ 当 $m=4000$ 时, W 取最大值, 则 $-0.1 \times 4000 + 6000 = 5600$,

即药店购进 A 型口罩 4000 只、 B 型口罩 6000 只, 才能使销售总利润最大, 增大利润为 5600 元.

【点评】本题主要考查了一次函数的应用, 二元一次方程组及一元一次不等式的应用, 解题的关键是根据一次函数 x 值的增大而确定 y 值的增减情况.

22. (9 分) 【分析】(1) 证明: 连接 OB , 根据平行四边形的性质得到 $\angle ABC = \angle D = 60^\circ$, 求得 $\angle BAC = 30^\circ$, 根据等腰三角形的性质和三角形的外角的性质得到 $\angle ABO = \angle OAB = 30^\circ$, 于是得到结论;

(2) 根据平行四边形的性质得到 $BC = AD = 2\sqrt{3}$, 过 O 作 $OH \perp AM$ 于 H , 则四边形 $OBCH$ 是矩形, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】(1) 证明: 连接 OB ,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle ABC = \angle D = 60^\circ$,

$\therefore AC \perp BC$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore BE = AB$,

$$\therefore BF = FC = 50\text{cm}, \quad \angle FAC = \angle FAB,$$

由题意 $FC = 10\text{cm}$,

$$\therefore \tan \angle FAC = \frac{FC}{AF} = \frac{50}{10} = 5,$$

$$\therefore \angle FAC = 78.7^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle FAC = 157.4^\circ,$$

答：两臂杆的夹角为 157.4°

【点评】本题考查解直角三角形的应用，样本平均数等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

24. (12分) 【分析】【问题解决】在 CD 上截取 $CH = CE$ ，易证 $\triangle CEH$ 是等边三角形，得出 $EH = EC = CH$ ，证明 $\triangle DEH \cong \triangle FEC$ (SAS)，得出 $DH = CF$ ，即可得出结论；

【类比探究】过 D 作 $DG \parallel AB$ ，交 AC 的延长线于点 G ，由平行线的性质易证 $\angle GDC = \angle DGC = 60^\circ$ ，得出 $\triangle GCD$ 为等边三角形，则 $DG = CD = CG$ ，证明 $\triangle EGD \cong \triangle FCD$ (SAS)，得出 $EG = FC$ ，即可得出 $FC = CD + CE$.

【解答】【问题解决】证明：在 CD 上截取 $CH = CE$ ，如图 1 所示：

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle ECH = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle CEH$ 是等边三角形，

$$\therefore EH = EC = CH, \quad \angle CEH = 60^\circ,$$

$\because \triangle DEF$ 是等边三角形，

$$\therefore DE = FE, \quad \angle DEF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEH + \angle HEF = \angle FEC + \angle HEF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEH = \angle FEC,$$

在 $\triangle DEH$ 和 $\triangle FEC$ 中，

$$\begin{cases} DE = FE \\ \angle DEH = \angle FEC, \\ EH = EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEH \cong \triangle FEC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DH = CF,$$

$$\therefore CD = CH + DH = CE + CF,$$

$$\therefore CE + CF = CD;$$

【类比探究】解：线段 CE ， CF 与 CD 之间的等量关系是 $FC = CD + CE$ ；理由如下：

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle A = \angle B = 60^\circ,$$

过 D 作 $DG \parallel AB$ ，交 AC 的延长线于点 G ，如图 2 所示：

$$\because DG \parallel AB,$$

$$\therefore \angle GDC = \angle B = 60^\circ, \quad \angle DGC = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GDC = \angle DGC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle GCD$ 为等边三角形，

$$\therefore DG = CD = CG, \quad \angle GDC = 60^\circ,$$

$\because \triangle EDF$ 为等边三角形，

$$\therefore ED = DF, \quad \angle EDF = \angle GDC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EDG = \angle FDC,$$

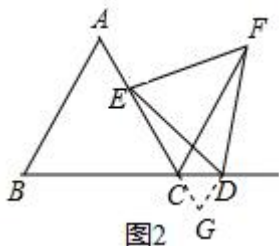
在 $\triangle EGD$ 和 $\triangle FCD$ 中，

$$\begin{cases} ED = DF \\ \angle EDG = \angle FDC, \\ DG = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EGD \cong \triangle FCD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore EG = FC,$$

$$\therefore FC = EG = CG + CE = CD + CE.$$



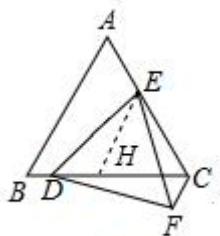


图1

【点评】 本题考查了等边三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、平行线的性质等知识；作辅助线构建等边三角形是解题的关键.

25. (13分) 【分析】 (1) 点 A 、 B 的坐标分别为 $(2t, 0)$ 、 $(-t, 0)$, 则 $x = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (2t - t)$, 即可求解;

(2) 点 $D(m, -m^2+m+2)$, 则点 $F(m, -m+2)$, 则 $DF = -m^2+m+2 - (-m+2) = -m^2+2m$, 即可求解;

(3) 以点 O , D , E 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似, 则 $\frac{DE}{OE} = \frac{OB}{OC}$ 或 $\frac{OC}{OB}$, 即 $\frac{DE}{OE} = 2$ 或 $\frac{1}{2}$, 即可求解.

【解答】 解: (1) 设 $OB = t$, 则 $OA = 2t$, 则点 A 、 B 的坐标分别为 $(2t, 0)$ 、 $(-t, 0)$,

则 $x = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (2t - t)$, 解得: $t = 1$,

故点 A 、 B 的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(-1, 0)$,

则抛物线的表达式为: $y = a(x-2)(x+1) = ax^2 + bx + 2$,

解得: $a = -1$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 + x + 2$;

(2) 对于 $y = -x^2 + x + 2$, 令 $x = 0$, 则 $y = 2$, 故点 $C(0, 2)$,

由点 A 、 C 的坐标得, 直线 AC 的表达式为: $y = -x + 2$,

设点 D 的横坐标为 m , 则点 $D(m, -m^2+m+2)$, 则点 $F(m, -m+2)$,

则 $DF = -m^2+m+2 - (-m+2) = -m^2+2m$,

$\therefore -1 < 0$, 故 DF 有最大值, 此时 $m = 1$, 点 $D(1, 2)$;

(3) 存在, 理由:

点 $D(m, -m^2+m+2)$ ($m>0$), 则 $OD=m$, $DE=-m^2+m+2$,

以点 O, D, E 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似,

$$\text{则 } \frac{DE}{OE} = \frac{OB}{OC} \text{ 或 } \frac{OC}{OB}, \text{ 即 } \frac{DE}{OE} = 2 \text{ 或 } \frac{1}{2}, \text{ 即 } \frac{-m^2+m+2}{m} = 2 \text{ 或 } \frac{1}{2},$$

$$\text{解得: } m=1 \text{ 或 } -2 \text{ (舍去) 或 } \frac{1+\sqrt{33}}{4} \text{ 或 } \frac{1-\sqrt{33}}{4} \text{ (舍去),}$$

$$\text{故 } m=1 \text{ 或 } \frac{1+\sqrt{33}}{4}.$$

【点评】主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数 and 几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.