

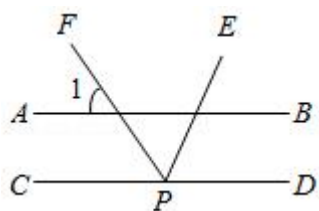
2020 年山东省滨州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，在每小题的四个选项中只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．每小题涂对得 3 分，满分 36 分．

1. (3 分) 下列各式正确的是 ()

- A. $-|-5|=5$ B. $-(-5)=-5$ C. $|-5|=-5$ D. $-(-5)=5$

2. (3 分) 如图， $AB \parallel CD$ ，点 P 为 CD 上一点， PF 是 $\angle EPC$ 的平分线，若 $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle EPD$ 的大小为 ()



- A. 60° B. 70° C. 80° D. 100°

3. (3 分) 冠状病毒的直径约为 80~120 纳米，1 纳米 = 1.0×10^{-9} 米，若用科学记数法表示 110 纳米，则正确的结果是 ()

- A. 1.1×10^{-9} 米 B. 1.1×10^{-8} 米 C. 1.1×10^{-7} 米 D. 1.1×10^{-6} 米

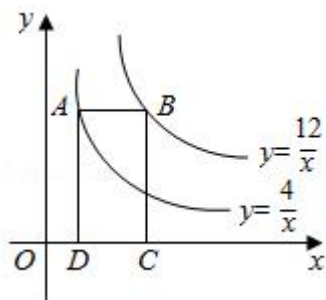
4. (3 分) 在平面直角坐标系的第四象限内有一点 M ，到 x 轴的距离为 4，到 y 轴的距离为 5，则点 M 的坐标为 ()

- A. $(-4, 5)$ B. $(-5, 4)$ C. $(4, -5)$ D. $(5, -4)$

5. (3 分) 下列图形：线段、等边三角形、平行四边形、圆，其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. (3 分) 如图，点 A 在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上，点 B 在双曲线 $y = \frac{12}{x}$ 上，且 $AB \parallel x$ 轴，点 C 、 D 在 x 轴上，若四边形 $ABCD$ 为矩形，则它的面积为 ()



- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

7. (3分) 下列命题是假命题的是 ()

- A. 对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形
B. 对角线互相垂直的矩形是正方形
C. 对角线相等的菱形是正方形
D. 对角线互相垂直且平分四边形是正方形

8. (3分) 已知一组数据: 5, 4, 3, 4, 9, 关于这组数据的下列描述:

- ①平均数是 5, ②中位数是 4, ③众数是 4, ④方差是 4.4,

其中正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

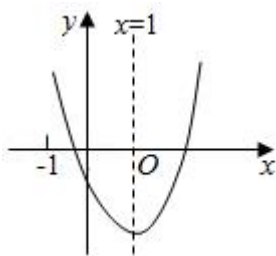
9. (3分) 在 $\odot O$ 中, 直径 $AB = 15$, 弦 $DE \perp AB$ 于点 C , 若 $OC:OB = 3:5$, 则 DE 的长为 ()

- A. 6 B. 9 C. 12 D. 15

10. (3分) 对于任意实数 k , 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x^2 - (k+5)x + k^2 + 2k + 25 = 0$ 的根的情况为 ()

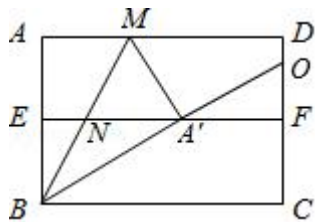
- A. 有两个相等的实数根 B. 没有实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 无法判定

11. (3分) 对称轴为直线 $x = 1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$) 如图所示, 小明同学得出了以下结论: ① $abc < 0$, ② $b^2 > 4ac$, ③ $4a + 2b + c > 0$, ④ $3a + c > 0$, ⑤ $a + b \leq m(am + b)$ (m 为任意实数), ⑥ 当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而增大. 其中结论正确的个数为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

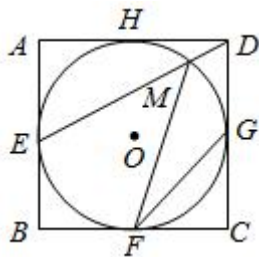
12. (3分) 如图, 对折矩形纸片 $ABCD$, 使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 EF , 把纸片展平后再次折叠, 使点 A 落在 EF 上的点 A' 处, 得到折痕 BM , BM 与 EF 相交于点 N . 若直线 BA' 交直线 CD 于点 O , $BC = 5$, $EN = 1$, 则 OD 的长为 ()



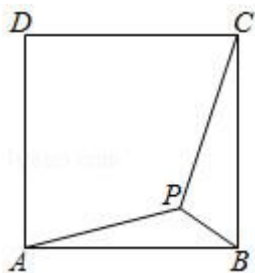
- A. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{5}\sqrt{3}$

二、填空题：本大题共 8 个小题．每小题 5 分，满分 40 分．

13. (5 分) 若二次根式 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围为_____.
14. (5 分) 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle A$ 的大小为_____.
15. (5 分) 若正比例函数 $y = 2x$ 的图象与某反比例函数的图象有一个交点的纵坐标是 2，则该反比例函数的解析式为_____.
16. (5 分) 如图， $\odot O$ 是正方形 $ABCD$ 的内切圆，切点分别为 E 、 F 、 G 、 H ， ED 与 $\odot O$ 相交于点 M ，则 $\sin \angle MFG$ 的值为_____.



17. (5 分) 现有下列长度的五根木棒：3，5，8，10，13，从中任取三根，可以组成三角形的概率为_____.
18. (5 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - a > 0, \\ 4 - 2x \geq 0 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围为_____.
19. (5 分) 观察下列各式： $a_1 = \frac{2}{3}$ ， $a_2 = \frac{3}{5}$ ， $a_3 = \frac{10}{7}$ ， $a_4 = \frac{15}{9}$ ， $a_5 = \frac{26}{11}$ ， $\dots$ ，根据其中的规律可得 $a_n =$ _____ (用含 n 的式子表示).
20. (5 分) 如图，点 P 是正方形 $ABCD$ 内一点，且点 P 到点 A 、 B 、 C 的距离分别为 $2\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{2}$ 、4，则正方形 $ABCD$ 的面积为_____.



三、解答题：本大题共 6 个小题，满分 74 分，解答时请写出必要的演推过程.

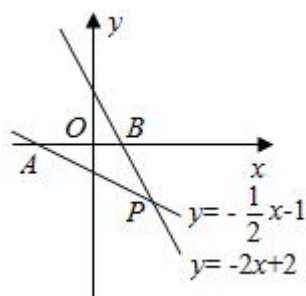
21. (10 分) 先化简，再求值： $1 - \frac{y-x}{x+2y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+4xy+4y^2}$ ；其中 $x = \cos 30^\circ \times \sqrt{12}$, $y = (\pi - 3)^0 - (\frac{1}{3})^{-1}$.

22. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 与直线 $y = -2x + 2$ 相交于点 P ，并分别与 x 轴相交于点 A 、 B .

(1) 求交点 P 的坐标；

(2) 求 $\triangle PAB$ 的面积；

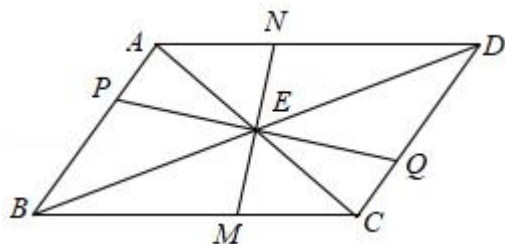
(3) 请把图象中直线 $y = -2x + 2$ 在直线 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 上方的部分描黑加粗，并写出此时自变量 x 的取值范围.



23. (12 分) 如图，过 $\square ABCD$ 对角线 AC 与 BD 的交点 E 作两条互相垂直的直线，分别交边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 于点 P 、 M 、 Q 、 N .

(1) 求证： $\triangle PBE \cong \triangle QDE$ ；

(2) 顺次连接点 P 、 M 、 Q 、 N ，求证：四边形 $PMQN$ 是菱形.



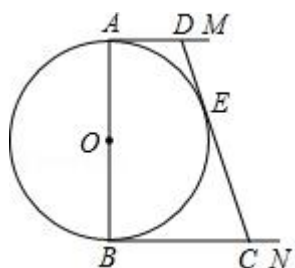
24. (13 分) 某水果商店销售一种进价为 40 元/千克的优质水果，若售价为 50 元/千克，则

一个月可售出 500 千克；若售价在 50 元/千克的基础上每涨价 1 元，则月销售量就减少 10 千克.

- (1) 当售价为 55 元/千克时，每月销售水果多少千克？
- (2) 当月利润为 8750 元时，每千克水果售价为多少元？
- (3) 当每千克水果售价为多少元时，获得的月利润最大？

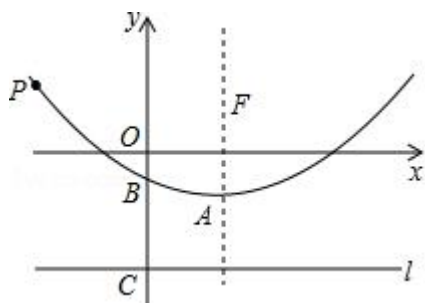
25. (13 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AM 和 BN 是它的两条切线，过 $\odot O$ 上一点 E 作直线 DC ，分别交 AM 、 BN 于点 D 、 C ，且 $DA = DE$.

- (1) 求证：直线 CD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 求证： $OA^2 = DE \cdot CE$.



26. (14 分) 如图，抛物线的顶点为 $A(h, -1)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, -\frac{1}{2})$ ，点 $F(2, 1)$ 为其对称轴上的一个定点.

- (1) 求这条抛物线的函数解析式；
- (2) 已知直线 l 是过点 $C(0, -3)$ 且垂直于 y 轴的定直线，若抛物线上的任意一点 $P(m, n)$ 到直线 l 的距离为 d ，求证： $PF = d$ ；
- (3) 已知坐标平面内的点 $D(4, 3)$ ，请在抛物线上找一点 Q ，使 $\triangle DFQ$ 的周长最小，并求此时 $\triangle DFQ$ 周长的最小值及点 Q 的坐标.



2020 年山东省滨州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，在每小题的四个选项中只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．每小题涂对得 3 分，满分 36 分．

1. 【分析】根据绝对值的性质和相反数的定义对各选项分析判断即可．

【解答】解：A、 $\because -|-5| = -5$ ，

$\therefore$ 选项 A 不符合题意；

B、 $\because -(-5) = 5$ ，

$\therefore$ 选项 B 不符合题意；

C、 $\because |-5| = 5$ ，

$\therefore$ 选项 C 不符合题意；

D、 $\because -(-5) = 5$ ，

$\therefore$ 选项 D 符合题意．

故选：D．

【点评】此题主要考查相反数的定义以及绝对值的含义和求法，解答此题的关键是要明确一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0．

2. 【分析】根据平行线和角平分线的定义即可得到结论．

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle CPF = 55^\circ$ ，

$\because PF$ 是 $\angle EPC$ 的平分线，

$\therefore \angle CPE = 2\angle CPF = 110^\circ$ ，

$\therefore \angle EPD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ ，

故选：B．

【点评】本题考查了平行线的性质以及角平分线的定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键．

3. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂，指数 n 由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【解答】解：110 纳米 = 110×10^{-9} 米 = 1.1×10^{-7} 米.

故选：C.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

4. 【分析】直接利用点的坐标特点进而分析得出答案.

【解答】解： $\because$ 在平面直角坐标系的第四象限内有一点 M ，到 x 轴的距离为 4，到 y 轴的距离为 5，

$\therefore$ 点 M 的纵坐标为：-4，横坐标为：5，

即点 M 的坐标为：(5, -4).

故选：D.

【点评】此题主要考查了点的坐标，正确掌握第四象限点的坐标特点是解题关键.

5. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：线段是轴对称图形，也是中心对称图形；

等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形；

圆是轴对称图形，也是中心对称图形；

则既是轴对称图形又是中心对称图形的有 2 个.

故选：B.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合.

6. 【分析】根据双曲线上的点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的矩形的面积 S 的关系 $S = |k|$ 即可判断.

【解答】解：延长 BA 交 y 轴于 E ，则 $BE \perp y$ 轴，

$\because$ 点 A 在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上，

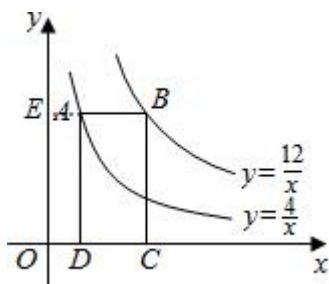
$\therefore$ 四边形 $AEOD$ 的面积为 4，

$\because$ 点 B 在双曲线 $y = \frac{12}{x}$ 上，且 $AB \parallel x$ 轴，

$\therefore$ 四边形 $BEOC$ 的面积为 12，

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积为 $12 - 4 = 8$.

故选：C.



【点评】本题主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

7. 【分析】利用正方形的判定依次判断，可求解.

【解答】解：A、对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形是真命题，故选项 A 不合题意；

B、对角线互相垂直的矩形是正方形是真命题，故选项 B 不合题意；

C、对角线相等的菱形是正方形是真命题，故选项 C 不合题意；

D、对角线互相垂直且平分的四边形是菱形，即对角线互相垂直且平分的四边形是正方形是假命题，故选项 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

8. 【分析】先把数据由小到大排列为 3, 4, 4, 5, 9，然后根据算术平均数、中位数和众数的定义得到数据的平均数，中位数和众数，再根据方差公式计算数据的方差，然后利用计算结果对各选项进行判断.

【解答】解：数据由小到大排列为 3, 4, 4, 5, 9，

它的平均数为 $\frac{3+4+4+5+9}{5} = 5$,

数据的中位数为 4，众数为 4，

数据的方差 $= \frac{1}{5}[(3-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (9-5)^2] = 4.4$.

所以①②③④都正确.

故选：D.

【点评】本题考查了方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫

做这组数据的方差，也考查了平均数，中位数和众数的定义．

9. 【分析】直接根据题意画出图形，再利用垂径定理以及勾股定理得出答案．

【解答】解：如图所示：∵直径 $AB = 15$ ，

$$\therefore BO = 7.5,$$

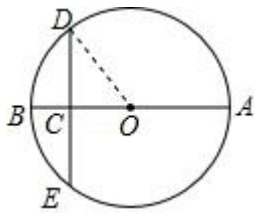
$$\because OC : OB = 3 : 5,$$

$$\therefore CO = 4.5,$$

$$\therefore DC = \sqrt{DO^2 - CO^2} = 6,$$

$$\therefore DE = 2DC = 12.$$

故选：C．



【点评】此题主要考查了垂径定理和勾股定理，正确得出 CO 的长是解题关键．

10. 【分析】先根据根的判别式求出“ Δ ”的值，再根据根的判别式的内容判断即可．

【解答】解： $\frac{1}{2}x^2 - (k+5)x + k^2 + 2k + 25 = 0$ ，

$$\Delta = [-(k+5)]^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times (k^2 + 2k + 25) = -k^2 + 6k - 25 = -(k-3)^2 - 16,$$

不论 k 为何值， $-(k-3)^2 \leq 0$ ，

$$\text{即 } \Delta = -(k-3)^2 - 16 < 0,$$

所以方程没有实数根，

故选：B．

【点评】本题考查了根的判别式，能熟记根的判别式的内容是解此题的关键，注意：一元二次方程 $ax^2 - bx + c = 0$ (a 、 b 、 c 为常数， $a \neq 0$)，当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根，当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根，当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根．

11. 【分析】由抛物线的开口方向判断 a 的符号，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断．

【解答】解：①由图象可知： $a > 0$ ， $c < 0$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a < 0,$$

$\therefore abc > 0$, 故①错误;

② $\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$\therefore b^2 > 4ac$, 故②正确;

③当 $x = 2$ 时, $y = 4a + 2b + c < 0$, 故③错误;

④当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c = a - (-2a) + c > 0$,

$\therefore 3a + c > 0$, 故④正确;

⑤当 $x = 1$ 时, y 取到值最小, 此时, $y = a + b + c$,

而当 $x = m$ 时, $y = am^2 + bm + c$,

所以 $a + b + c \leq am^2 + bm + c$,

故 $a + b \leq am^2 + bm$, 即 $a + b \leq m(am + b)$, 故⑤正确,

⑥当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故⑥错误,

故选: A.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴和抛物线与 y 轴的交点确定.

12. **【分析】** 根据中位线定理可得 $AM = 2$, 根据折叠的性质和等腰三角形的性质可得 $A'M = A'N = 2$, 过 M 点作 $MG \perp EF$ 于 G , 可求 $A'G$, 根据勾股定理可求 MG , 进一步得到 BE , 再根据平行线分线段成比例可求 OF , 从而得到 OD .

【解答】 解: $\because EN = 1$,

$\therefore$ 由中位线定理得 $AM = 2$,

由折叠的性质可得 $A'M = 2$,

$\because AD \parallel EF$,

$\therefore \angle AMB = \angle A'NM$,

$\because \angle AMB = \angle A'MB$,

$\therefore \angle A'NM = \angle A'MB$,

$\therefore A'N = 2$,

$\therefore A'E = 3, A'F = 2$

过 M 点作 $MG \perp EF$ 于 G ,

$\therefore NG = EN = 1$,

$$\therefore A'G = 1,$$

$$\text{由勾股定理得 } MG = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

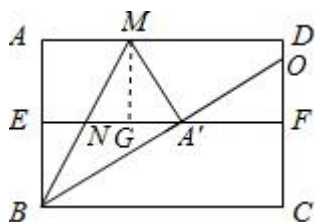
$$\therefore BE = DF = MG = \sqrt{3},$$

$$\therefore OF: BE = 2: 3,$$

$$\text{解得 } OF = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OD = \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故选: B.



【点评】考查了翻折变换（折叠问题），矩形的性质，勾股定理，关键是得到矩形的宽和 $A'E$ 的长.

二、填空题：本大题共 8 个小题．每小题 5 分，满分 40 分．

13. **【分析】**根据二次根式有意义的条件得出 $x - 5 \geq 0$ ，求出即可．

【解答】解：要使二次根式 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，必须 $x - 5 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 5$ ，

故答案为： $x \geq 5$ ．

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件和解一元一次不等式，能得出关于 x 的不等式是解此题的关键．

14. **【分析】**根据等腰三角形两底角相等可求 $\angle C$ ，再根据三角形内角和为 180° 列式进行计算即可得解．

【解答】解： $\because AB = AC$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = \angle B = 50^\circ，$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ．$$

故答案为： 80° ．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，主要利用了等腰三角形两底角相等的性质．

15. **【分析】**当 $y = 2$ 时，即 $y = 2x = 2$ ，解得： $x = 1$ ，故该点的坐标为 $(1, 2)$ ，将 $(1, 2)$

代入反比例函数表达式 $y = \frac{k}{x}$, 即可求解.

【解答】解: 当 $y = 2$ 时, 即 $y = 2x = 2$, 解得: $x = 1$,

故该点的坐标为 $(1, 2)$,

将 $(1, 2)$ 代入反比例函数表达式 $y = \frac{k}{x}$ 并解得: $k = 2$,

故答案为: $y = \frac{2}{x}$.

【点评】 本题考查的是反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是通过正比例函数确定交点的坐标, 进而求解.

16. **【分析】** 根据同弧所对的圆周角相等, 可以把求三角函数的问题, 转化为直角三角形的边的比的问题.

【解答】解: $\because \odot O$ 是正方形 $ABCD$ 的内切圆,

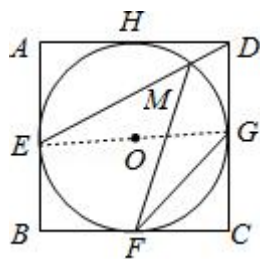
$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB, EG = BC;$$

根据圆周角的性质可得: $\angle MFG = \angle MEG$.

$$\therefore \sin \angle MFG = \sin \angle MEG = \frac{DG}{DE} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \sin \angle MFG = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



【点评】 本题考查圆周角的性质及锐角三角函数的概念: 在直角三角形中, 正弦等于对边比斜边; 余弦等于邻边比斜边; 正切等于对边比邻边.

17. **【分析】** 利用完全列举法展示所有可能的结果数, 再利用三角形三边的关系得到组成三角形的结果数, 然后根据概率公式计算.

【解答】解: 3, 5, 8, 10, 13, 从中任取三根, 所有情况为: 3、5、8; 3、5、10; 3、5、13; 3、8、10; 3、8、13; 3、10、13; 5、8、10; 5、8、13; 5、10、13; 8、10、13;

共有 10 种等可能的结果数, 其中可以组成三角形的结果数为 4, 所以可以组成三角形的

$$\text{概率} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

故答案为 $\frac{2}{5}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率．也考查了三角形三边的关系．

18. **【分析】** 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：大大小小无解了可得答案．

【解答】 解：解不等式 $\frac{1}{2}x - a > 0$ ，得： $x > 2a$ ，

解不等式 $4 - 2x \geq 0$ ，得： $x \leq 2$ ，

$\therefore$ 不等式组无解，

$\therefore 2a \geq 2$ ，

解得 $a \geq 1$ ，

故答案为： $a \geq 1$ ．

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

19. **【分析】** 观察发现，每一项都是一个分数，分母依次为 3、5、7、 $\dots$ ，那么第 n 项的分母是 $2n+1$ ；分子依次为 2，3，10，15，26， $\dots$ ，变化规律为：奇数项的分子是 n^2+1 ，偶数项的分子是 n^2-1 ，即第 n 项的分子是 $n^2 + (-1)^{n+1}$ ；依此即可求解．

【解答】 解：由分析可得 $a_n = \frac{n^2 + (-1)^{n+1}}{2n+1}$ ．

故答案为： $\frac{n^2 + (-1)^{n+1}}{2n+1}$ ．

【点评】 本题考查学生通过观察、归纳、抽象出数列的规律的能力，要求学生首先分析题意，找到规律，并进行推导得出答案．

20. **【分析】** 如图，将 $\triangle ABP$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle CBM$ ，连接 PM ，过点 B 作 $BH \perp PM$ 于 H ．首先证明 $\angle PMC = 90^\circ$ ，推出 $\angle CMB = \angle APB = 135^\circ$ ，推出 A, P, M 共线，利用勾股定理求出 AB^2 即可．

【解答】 解：如图，将 $\triangle ABP$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle CBM$ ，连接 PM ，过点 B 作 $BH \perp PM$ 于 H ．

$$\begin{aligned}
&= 1 + \frac{x+2y}{x+y} \\
&= \frac{x+y+x+2y}{x+y} \\
&= \frac{2x+3y}{x+y},
\end{aligned}$$

$$\because x = \cos 30^\circ \times \sqrt{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3, \quad y = (\pi - 3)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 1 - 3 = -2,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2 \times 3 + 3 \times (-2)}{3 - 2} = 0.$$

【点评】 此题主要考查了分式的化简求值，正确进行分式的混合运算是解题关键.

22. **【分析】** (1) 解析式联立，解方程组即可求得交点 P 的坐标；

(2) 求得 A 、 B 的坐标，然后根据三角形面积公式求得即可；

(3) 根据图象求得即可.

【解答】 解：(1) 由 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - 1 \\ y = -2x + 2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$,

$$\therefore P(2, -2);$$

(2) 直线 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 与直线 $y = -2x + 2$ 中，令 $y = 0$ ，则 $-\frac{1}{2}x - 1 = 0$ 与 $-2x + 2 = 0$,

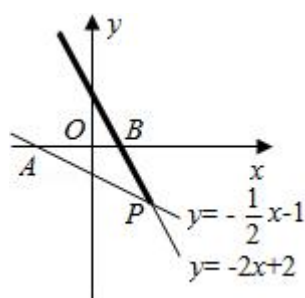
解得 $x = -2$ 与 $x = 1$,

$$\therefore A(-2, 0), B(1, 0),$$

$$\therefore AB = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}AB \cdot |y_P| = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3;$$

(3) 如图所示：



自变量 x 的取值范围是 $x < 2$.

【点评】 本题考查了两条直线平行或相交问题，两条直线的交点坐标是两条直线的解析式构成的方程组的解.

23. **【分析】** (1) 由 ASA 证 $\triangle PBE \cong \triangle QDE$ 即可；

(2) 由全等三角形的性质得出 $EP = EQ$, 同理 $\triangle BME \cong \triangle DNE$ (ASA), 得出 $EM = EN$, 证出四边形 $PMQN$ 是平行四边形, 由对角线 $PQ \perp MN$, 即可得出结论.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore EB = ED, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle EBP = \angle EDQ,$$

$$\text{在 } \triangle PBE \text{ 和 } \triangle QDE \text{ 中, } \begin{cases} \angle EBP = \angle EDQ \\ EB = ED \\ \angle BEP = \angle DEQ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PBE \cong \triangle QDE \text{ (ASA)};$$

(2) 证明: 如图所示:

$$\therefore \triangle PBE \cong \triangle QDE,$$

$$\therefore EP = EQ,$$

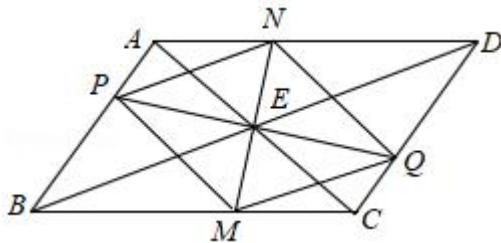
$$\text{同理: } \triangle BME \cong \triangle DNE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore EM = EN,$$

$$\therefore \text{四边形 } PMQN \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore PQ \perp MN,$$

$$\therefore \text{四边形 } PMQN \text{ 是菱形}.$$



【点评】 本题考查了平行四边形的判定与性质, 菱形的判定, 全等三角形的判定与性质; 熟练掌握菱形的判定和平行四边形的判定与性质, 证明三角形全等是解题的关键.

24. **【分析】**(1) 由月销售量 = $500 - (\text{销售单价} - 50) \times 10$, 可求解;

(2) 设每千克水果售价为 x 元, 由利润 = 每千克的利润 $\times$ 销售的数量, 可列方程, 即可求解;

(3) 设每千克水果售价为 m 元, 获得的月利润为 y 元, 由利润 = 每千克的利润 $\times$ 销售的数量, 可得 y 与 x 的关系式, 由二次函数的性质可求解.

【解答】 解: (1) 当售价为 55 元/千克时, 每月销售水果 = $500 - 10 \times (55 - 50) = 450$ 千克;

(2) 设每千克水果售价为 x 元,

由题意可得： $8750 = (x - 40)[500 - 10(x - 50)]$,

解得： $x_1 = 65$, $x_2 = 75$,

答：每千克水果售价为 65 元或 75 元；

(3) 设每千克水果售价为 m 元，获得的月利润为 y 元，

由题意可得： $y = (m - 40)[500 - 10(m - 50)] = -10(m - 70)^2 + 9000$,

$\therefore$ 当 $m = 70$ 时， y 有最大值为 9000 元，

答：当每千克水果售价为 70 元时，获得的月利润最大值为 9000 元。

【点评】 本题主要考查二次函数的应用，解题的关键是熟练掌握销售问题中关于销售总利润的相等关系，并据此列出函数解析式及熟练掌握二次函数的性质。

25. **【分析】** (1) 连接 OD , OE , 证明 $\triangle OAD \cong \triangle OED$, 得 $\angle OAD = \angle OED = 90^\circ$, 进而得 CD 是切线；

(2) 过 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F , 得四边形 $ABFD$ 为矩形, 得 $DF = 2OA$, 再证明 $CF = CE - DE$, 进而根据勾股定理得结论。

【解答】 解：(1) 连接 OD , OE , 如图 1,

在 $\triangle OAD$ 和 $\triangle OED$ 中,

$$\begin{cases} OA=OE \\ AD=ED, \\ OD=OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OED$ (SSS),

$\therefore \angle OAD = \angle OED$,

$\because AM$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle OAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OED = 90^\circ$,

$\therefore$ 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线；

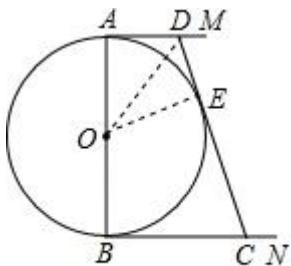


图1

(2) 过 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F , 如图 2, 则 $\angle DFB = \angle DFC = 90^\circ$,

$\because AM$ 、 BN 都是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle ABF = \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是矩形,

$\therefore DF = AB = 2OA$, $AD = BF$,

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore DE = DA$, $CE = CB$,

$\therefore CF = CB - BF = CE - DE$,

$\therefore DF^2 = CD^2 - CF^2$,

$\therefore 4OA^2 = (CE + DE)^2 - (CE - DE)^2$,

即 $4OA^2 = 4DE \cdot CE$,

$\therefore OA^2 = DE \cdot CE$.

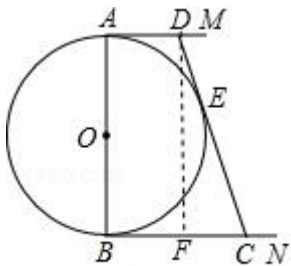


图2

【点评】 本题主要考查了圆的切线的性质与判定, 勾股定理, 矩形的性质与判定, 全等三角形的性质与判定, 关键是正确作辅助线构造全等三角形与直角三角形.

26. **【分析】** (1) 由题意抛物线的顶点 $A(2, -1)$, 可以假设抛物线的解析式为 $y = a(x - 2)^2 - 1$, 把点 B 坐标代入求出 a 即可.

(2) 由题意 $P(m, \frac{1}{8}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{2})$, 求出 d^2 , PF^2 (用 m 表示) 即可解决问题.

(3) 如图, 过点 Q 作 $QH \perp$ 直线 l 于 H , 过点 D 作 $DN \perp$ 直线 l 于 N . 因为 $\triangle DFQ$ 的周长 $= DF + DQ + FQ$, DF 是定值 $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$, 推出 $DQ + QF$ 的值最小时, $\triangle DFQ$ 的周长最小, 再根据垂线段最短解决问题即可.

【解答】 (1) 解: 由题意抛物线的顶点 $A(2, -1)$, 可以假设抛物线的解析式为 $y = a(x - 2)^2 - 1$,

$\because$ 抛物线经过 $B(0, -\frac{1}{2})$,

$$\therefore -\frac{1}{2} = 4a - 1,$$

$$\therefore a = \frac{1}{8},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{1}{8}(x-2)^2 - 1.$$

(2) 证明: $\because P(m, n),$

$$\therefore n = \frac{1}{8}(m-2)^2 - 1 = \frac{1}{8}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{2},$$

$$\therefore P(m, \frac{1}{8}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{2}),$$

$$\therefore d = \frac{1}{8}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} - (-3) = \frac{1}{8}m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{5}{2},$$

$$\because F(2, 1),$$

$$\therefore PF = \sqrt{(m-2)^2 + (\frac{1}{8}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} - 1)^2} = \sqrt{\frac{1}{64}m^4 - \frac{1}{8}m^3 + \frac{7}{8}m^2 - \frac{5}{2}m + \frac{25}{4}},$$

$$\therefore d^2 = \frac{1}{64}m^4 - \frac{1}{8}m^3 + \frac{7}{8}m^2 - \frac{5}{2}m + \frac{25}{4}, \quad PF^2 = \frac{1}{64}m^4 - \frac{1}{8}m^3 + \frac{7}{8}m^2 - \frac{5}{2}m + \frac{25}{4},$$

$$\therefore d^2 = PF^2,$$

$$\therefore PF = d.$$

(3) 如图, 过点 Q 作 $QH \perp$ 直线 l 于 H , 过点 D 作 $DN \perp$ 直线 l 于 N .

$$\because \triangle DFQ \text{ 的周长} = DF + DQ + FQ, \quad DF \text{ 是定值} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$\therefore DQ + QF$ 的值最小时, $\triangle DFQ$ 的周长最小,

$$\because QF = QH,$$

$$\therefore DQ + DF = DQ + QH,$$

根据垂线段最短可知, 当 D, Q, H 共线时, $DQ + QH$ 的值最小, 此时点 H 与 N 重合, 点 Q 在线段 DN 上,

$$\therefore DQ + QH \text{ 的最小值为 } 6,$$

$$\therefore \triangle DFQ \text{ 的周长的最小值为 } 2\sqrt{2} + 6, \text{ 此时 } Q(4, -\frac{1}{2}).$$

