

淄博市 2020 年初中学业水平考试

数 学 试 题

本试卷共 8 页, 满分 120 分, 考试时间 120 分钟。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项:

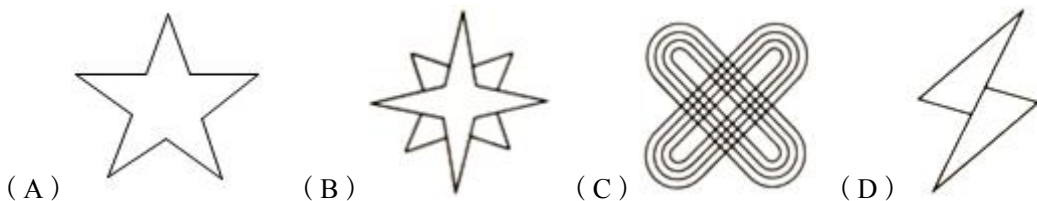
1. 答题前, 考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将区县、学校、姓名、考试号、座号填写在答案卡和试卷规定位置, 并核对条形码。
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔涂黑答题卡对应题目的答案标号; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答, 字体工整、笔迹清晰, 写在答题卡各题目指定区域内如需改动, 先划掉原来答案, 然后再写上新答案, 严禁使用涂改液、胶带纸、修正带修改, 不允许使用计算器。
4. 保证答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上做任何标记。
5. 评分以答题卡上的答案为依据, 不按以上要求作答的答案无效。

一、选择题: 本大题共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若实数 a 的相反数是 -2 , 则 a 等于

(A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

2. 下列图形中, 不是轴对称图形的是

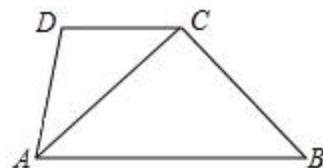


3. 李老师为了解学生家务劳动时间情况, 更好地弘扬“热爱劳动”的民族传统美德, 随机调查了本校 10 名学生在上周参加家务劳动的时间, 收集到如下数据 (单位: 小时): 4, 3, 4, 6, 5, 5, 6, 5, 4, 5. 则这组数据的中位数和众数分别是

(A) 4, 5 (B) 5, 4 (C) 5, 5 (D) 5, 6

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $CD \parallel AB$ ， $AC \perp BC$ ，若 $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle DCA$ 等于

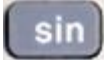
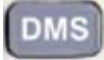
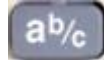
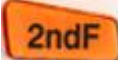
- (A) 30°
- (B) 35°
- (C) 40°
- (D) 45°



5. 下列运算正确的是

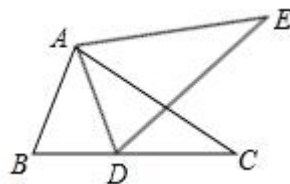
- (A) $a^2 + a^3 = a^5$
- (B) $a^2 \cdot a^3 = a^5$
- (C) $a^3 \div a^2 = a^5$
- (D) $(a^2)^3 = a^5$

6. 已知 $\sin A = 0.9816$ ，运用科学计算器求锐角 A 时（在开机状态下），按下的第一个键是

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

7. 如图，若 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，则下列结论中一定成立的是

- (A) $AC = DE$
- (B) $\angle BAD = \angle CAE$
- (C) $AB = AE$
- (D) $\angle ABC = \angle AED$



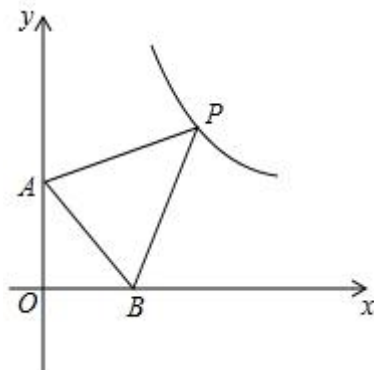
8. 化简 $\frac{a^2 + b^2}{a - b} + \frac{2ab}{b - a}$ 的结果是

- (A) $a + b$
- (B) $a - b$
- (C) $\frac{(a + b)^2}{a - b}$
- (D) $\frac{(a - b)^2}{a + b}$

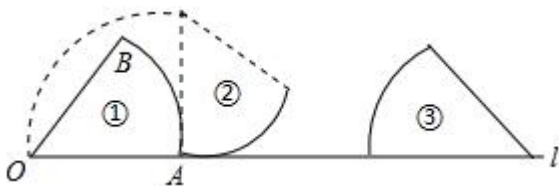
9. 如图，在直角坐标系中，以坐标原点 $O(0, 0)$ ， $A(0, 4)$ ， $B(3, 0)$ 为顶点的 $\text{Rt}\triangle AOB$ ，其两个锐角对应的外角角平分线相交于点 P ，且点 P 恰好在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则

k 的值为

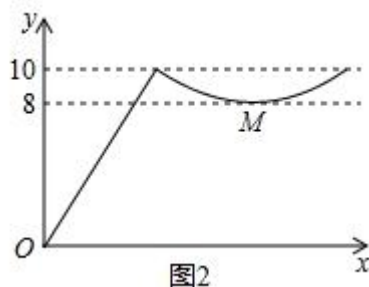
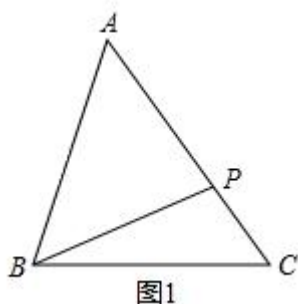
- (A) 36
- (B) 48
- (C) 49
- (D) 64



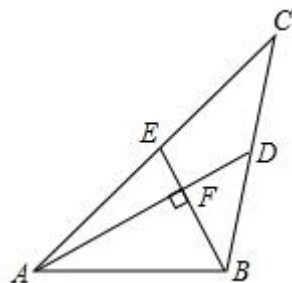
10. 如图，放置在直线 l 上的扇形 $OA(B)$ 由图①滚动（无滑动）到图②，再由图②滚动到图③. 若半径 $OA = 2$ ， $\angle AOB = 45^\circ$ ，则点 O 所经过的最短路径的长是



- (A) $2\pi+2$
 (B) 3π
 (C) $\frac{5\pi}{2}$
 (D) $\frac{5\pi}{2}+2$
11. 如图 1，点 P 从 $\triangle ABC$ 的顶点 B 出发，沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 匀速运动到点 A ，图 2 是点 P 运动时，线段 BP 的长度 y 随时间 x 变化的关系图象，其中 M 是曲线部分的最低点，则 $\triangle ABC$ 的面积是



- (A) 12
 (B) 24
 (C) 36
 (D) 48
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD ， BE 分别是 BC ， AC 边上的中线，且 $AD \perp BE$ ，垂足为点 F ，设 $BC = a$ ， $AC = b$ ， $AB = c$ ，则下列关系式中成立的是

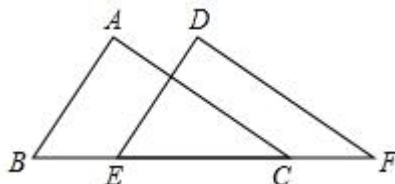


- (A) $a^2+b^2 = 5c^2$
 (B) $a^2+b^2 = 4c^2$
 (C) $a^2+b^2 = 3c^2$
 (D) $a^2+b^2 = 2c^2$

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分。请直接填写最后结果。

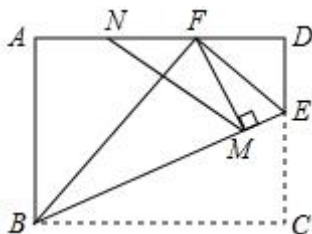
13. 计算： $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{16} =$ _____.

14. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle DEF$ 处. 若 $EC = 2BE = 2$ ，则 CF 的长为_____.



15. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + 2m = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是_____.

16. 如图，矩形纸片 $ABCD$ ， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ， E 为边 CD 上一点. 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 所在的直线折叠，点 C 恰好落在 AD 边上的点 F 处，过点 F 作 $FM \perp BE$ ，垂足为点 M ，取 AF 的中点 N ，连接 MN ，则 $MN =$ _____ cm .



17. 某快递公司在甲地和乙地之间共设有 29 个服务驿站（包括甲站、乙站），一辆快递货车由甲站出发，依次途经各站驶往乙站，每停靠一站，均要卸下前面各站发往该站的货包各 1 个，又要装上该站发往后面各站的货包各 1 个. 在整个行程中，快递货车装载的货包数量最多是_____个.

三、解答题：本大题共 7 个小题，共 52 分。解答要写出必要的文字说明证明过程或演算步骤.

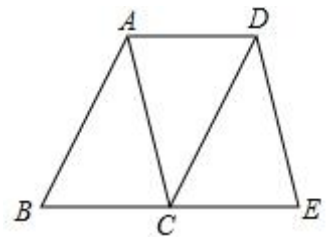
18. (本小题满分 5 分)

解方程组:
$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 8 \\ 2x - \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$$

19. (本小题满分 5 分)

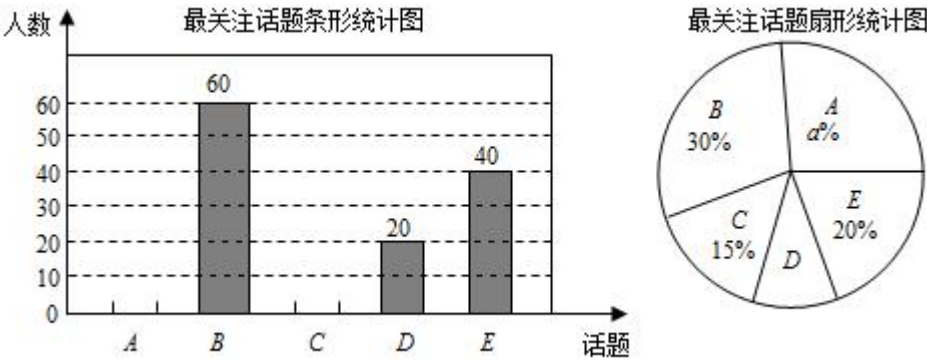
已知: 如图, E 是 $\square ABCD$ 的边 BC 延长线上的一点, 且 $CE = BC$

求证: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$.



20. (本小题满分 8 分)

某校数学实践小组就近期人们比较关注的五个话题：“(A) 5G 通讯； (B) 民法典； (C) 北斗导航； (D) 数字经济； E. 小康社会”，对某小区居民进行了随机抽样调查，每人只能从中选择一个本人最关注的话题，根据调查结果绘制了如图两幅不完整的统计图。

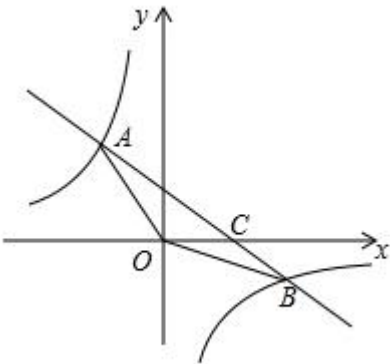


请结合统计图中的信息，解决下列问题：

- (1) 数学实践小组在这次活动中，调查的居民共有_____人；
- (2) 将上面的最关注话题条形统计图补充完整；
- (3) 最关注话题扇形统计图中的 $a =$ _____，话题 D 所在扇形的圆心角是_____度；
- (4) 假设这个小区居民共有 10000 人，请估计该小区居民中最关注的话题是“民法典”的人数大约有多少？

21. (本小题满分 8 分)

如图，在直角坐标系中，直线 $y_1 = ax + b$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 分别相交于第二、四象限内的 A ($m, 4$), B ($6, n$) 两点，与 x 轴相交于 C 点. 已知 $OC = 3$, $\tan \angle ACO = \frac{2}{3}$.

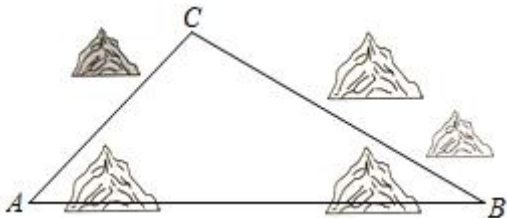


- (1) 求 y_1, y_2 对应的函数表达式；
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积；
- (3) 直接写出当 $x < 0$ 时，不等式 $ax + b > \frac{k}{x}$ 的解集.

22. (本小题满分 8 分)

如图, 著名旅游景区 B 位于大山深处, 原来到此旅游需要绕行 C 地, 沿折线 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 方可到达. 当地政府为了增强景区的吸引力, 发展壮大旅游经济, 修建了一条从 A 地到景区 B 的笔直公路. 请结合 $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BC = 100$ 千米, $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$ 等数据信息, 解答下列问题:

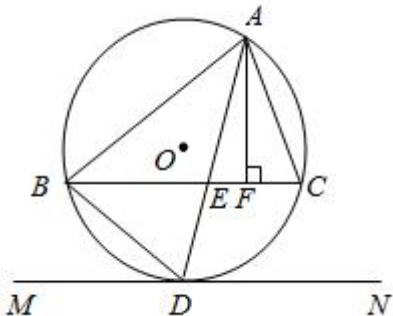
- (1) 公路修建后, 从 A 地到景区 B 旅游可以少走多少千米?
- (2) 为迎接旅游旺季的到来, 修建公路时, 施工队使用了新的施工技术, 实际工作时每天的工效比原计划增加 25%, 结果提前 50 天完成了施工任务. 求施工队原计划每天修建多少千米?



23. (本小题满分 9 分)

如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 边于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于点 F , 设 $\odot O$ 的半径为 R , $AF = h$.

- (1) 过点 D 作直线 $MN \parallel BC$, 求证: MN 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 求证: $AB \cdot AC = 2R \cdot h$;
- (3) 设 $\angle BAC = 2\alpha$, 求 $\frac{AB+AC}{AD}$ 的值 (用含 α 的代数式表示).



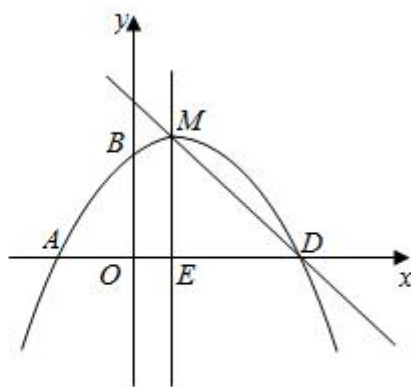
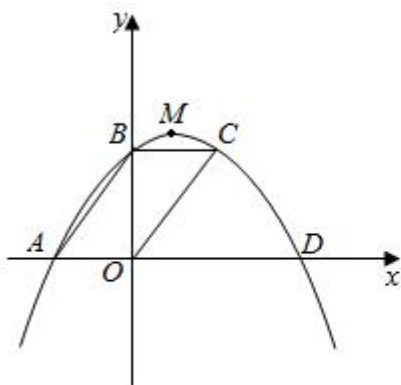
24. (本小题满分 9 分)

如图，在直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是平行四边形，经过 $A(-2, 0)$, B , C 三点的抛物线 $y = ax^2 + bx + \frac{8}{3}$ ($a < 0$) 与 x 轴的另一个交点为 D ，其顶点为 M ，对称轴与 x 轴交于点 E 。

(1) 求这条抛物线对应的函数表达式；

(2) 已知 R 是抛物线上的点，使得 $\triangle ADR$ 的面积是 $\square OABC$ 的面积 $\frac{3}{4}$ ，求点 R 的坐标；

(3) 已知 P 是抛物线对称轴上的点，满足在直线 MD 上存在唯一的点 Q ，使得 $\angle PQE = 45^\circ$ ，求点 P 的坐标。



备用图

参考答案和解析

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	C	C	B	D	B	B	A	C	D	A

1. 【分析】根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数，即可求出 a 的值.

【解答】解： $\because 2$ 的相反数是 -2 ， $\therefore a = 2$. 故选：A.

【点评】本题考查了实数的性质、相反数，解决本题的关键是掌握相反数的概念.

2. 【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

C、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、不是轴对称图形，故本选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

3. 【分析】根据中位数、众数的意义和计算方法进行计算即可.

【解答】解：这组数据 4, 3, 4, 6, 5, 5, 6, 5, 4, 5 中，出现次数最多的是 5，因此众数是 5，将这组数据从小到大排列后，处在第 5、6 位的两个数都是 5，因此中位数是 5.

故选：C.

【点评】本题考查中位数、众数的意义和计算方法，理解中位数、众数的意义是正确解答的前提，掌握计算方法是解决问题的关键.

4. 【分析】由 $AC \perp BC$ 可得 $\angle ACB = 90^\circ$ ，又 $\angle B = 50^\circ$ ，根据直角三角形两个锐角互余可得 $\angle CAB = 40^\circ$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle DCA = \angle CAB = 40^\circ$.

【解答】解： $\because AC \perp BC$ ， $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle B = 50^\circ$ ， $\therefore \angle CAB = 90^\circ - \angle B = 40^\circ$ ，

$\because CD \parallel AB$ ， $\therefore \angle DCA = \angle CAB = 40^\circ$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了平行线的性质以及直角三角形的性质，根据题意得出 $\angle CAB$ 的度数是解答本题的关键.

5. 【分析】A. 根据合并同类项的定义即可判断;

B. 根据同底数幂的乘法，底数不变，指数相加即可判断;

C. 根据同底数幂的除法，底数不变，指数相减即可判断;

D. 根据幂的乘方，底数不变，指数相乘即可判断.

【解答】解：A. $a^2+a^3 \neq a^5$ ，所以A选项错误；B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，所以B选项正确；

C. $a^3 \div a^2 = a$ ，所以C选项错误；D. $(a^2)^3 = a^6$ ，所以D选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法和除法、合并同类项、幂的乘方与积的乘方，解决本题的关键是综合掌握以上知识.

6. 【分析】根据计算器求锐角的方法即可得结论.

【解答】解： $\because$ 已知 $\sin A = 0.9816$ ，运用科学计算器求锐角A时（在开机状态下）的按键顺序是：2ndF，sin，0， $\therefore$ 按下的第一个键是2ndF.

故选：D.

【点评】本题考查了计算器—三角函数，解决本题的关键是熟练利用计算器.

7. 【分析】根据全等三角形的性质即可得到结论.

【解答】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$\therefore AC = AE, AB = AD, \angle ABC = \angle ADE, \angle BAC = \angle DAE$,

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$,

即 $\angle BAD = \angle CAE$. 故A, C, D选项错误，B选项正确，

故选：B.

【点评】本题考查了全等三角形的性质，熟练掌握全等三角形的性质是解题的关键.

8. 【分析】根据同分母分式相加减的运算法则计算. 同分母分式相加减，分母不变，分子相加减.

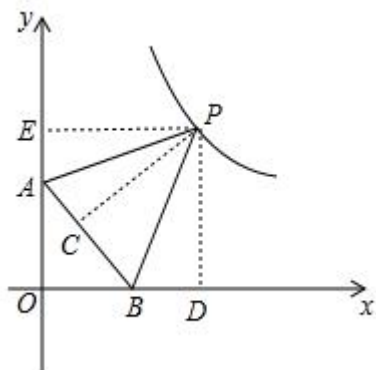
【解答】解：原式 $= \frac{a^2+b^2}{a-b} - \frac{2ab}{a-b} = \frac{a^2+b^2-2ab}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{a-b} = a-b$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了分式的加减，熟记运算法则是解答本题的关键.

9. 【分析】过 P 分别作 AB 、 x 轴、 y 轴的垂线，垂足分别为 C 、 D 、 E ，如图，利用勾股定理计算出 $AB=5$ ，根据角平分线的性质得 $PE=PC=PD$ ，设 $P(t, t)$ ，利用面积的和差得到 $\frac{1}{2} \times t \times (t-4) + \frac{1}{2} \times 5 \times t + \frac{1}{2} \times t \times (t-3) + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = t \times t$ ，求出 t 得到 P 点坐标，然后把 P 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 中求出 k 的值.

【解答】解：过 P 分别作 AB 、 x 轴、 y 轴的垂线，垂足分别为 C 、 D 、 E ，如图，



$$\therefore A(0, 4), B(3, 0),$$

$$\therefore OA=4, OB=3,$$

$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore \triangle OAB$ 的两个锐角对应的外角平分线相交于点 P ,

$$\therefore PE=PC, PD=PC,$$

$$\therefore PE=PC=PD,$$

设 $P(t, t)$ ，则 $PC=t$,

$$\therefore S_{\triangle PAE} + S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PBD} + S_{\triangle OAB} = S_{\text{矩形} PEOD},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times t \times (t-4) + \frac{1}{2} \times 5 \times t + \frac{1}{2} \times t \times (t-3) + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = t \times t,$$

解得 $t=6$ ， $\therefore P(6, 6)$,

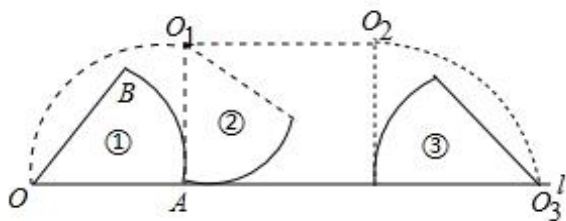
把 $P(6, 6)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k=6 \times 6=36$.

故选：A.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数图象上点的坐标满足其解析式. 也考查了角平分线的性质和三角形面积公式.

10. 【分析】利用弧长公式计算即可.

【解答】解：如图，



点 O 的运动路径的长 $= \widehat{O_1O_2}$ 的长 $+ \widehat{O_2O_3}$ 的长 $+ \widehat{O_1O_3}$ 的长 $= \frac{90 \cdot \pi \cdot 2}{180} + \frac{45 \cdot \pi \cdot 2}{180} + \frac{90 \cdot \pi \cdot 2}{180} = \frac{5\pi}{2}$,

故选：C.

【点评】本题考查轨迹，弧长公式等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

11. 【分析】由图 2 知， $AB = BC = 10$ ，当 $BP \perp AC$ 时， y 的值最小，即 $\triangle ABC$ 中， BC 边上的高为 8（即此时 $BP = 8$ ），即可求解.

【解答】解：由图 2 知， $AB = BC = 10$ ，当 $BP \perp AC$ 时， y 的值最小，即 $\triangle ABC$ 中， BC 边上的高为 8（即此时 $BP = 8$ ），当 $y = 8$ 时， $PC = \sqrt{BC^2 - BP^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AC \times BP = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$,

故选：D.

【点评】本题是运动型综合题，考查了动点问题的函数图象、解直角三角形、图形面积等知识点. 解题关键是深刻理解动点的函数图象，了解图象中关键点所代表的实际意义，理解动点的完整运动过程.

12. 【分析】设 $EF = x$ ， $DF = y$ ，根据三角形重心的性质得 $AF = 2y$ ， $BF = 2EF = 2x$ ，利用勾股定理得到 $4x^2 + 4y^2 = c^2$ ， $4x^2 + y^2 = \frac{1}{4}b^2$ ， $x^2 + 4y^2 = \frac{1}{4}a^2$ ，然后利用加减消元法消去 x 、 y 得到 a 、 b 、 c 的关系.

【解答】解：设 $EF = x$ ， $DF = y$ ，

$\because AD$ ， BE 分别是 BC ， AC 边上的中线，

$\therefore$ 点 F 为 $\triangle ABC$ 的重心， $AE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}b$ ， $BD = \frac{1}{2}a$ ，

$\therefore AF = 2DF = 2y$ ， $BF = 2EF = 2x$ ，

$\because AD \perp BE, \therefore \angle AFB = \angle AFE = \angle BFD = 90^\circ,$

在 $\text{Rt}\triangle AFB$ 中, $4x^2 + 4y^2 = c^2$, ①

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $4x^2 + y^2 = \frac{1}{4}b^2$, ②

在 $\text{Rt}\triangle BFD$ 中, $x^2 + 4y^2 = \frac{1}{4}a^2$, ③

②+③得 $5x^2 + 5y^2 = \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$, $\therefore 4x^2 + 4y^2 = \frac{1}{5}(a^2 + b^2)$, ④

①-④得 $c^2 - \frac{1}{5}(a^2 + b^2) = 0$, 即 $a^2 + b^2 = 5c^2$.

故选: A.

【点评】本题考查了三角形的重心: 重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2: 1. 也考查了勾股定理.

二、填空题

题号	13	14	15	16	17
答案	2	1	$m < \frac{1}{8}$	5	210

13. 【分析】分别根据立方根的定义与算术平方根的定义解答即可.

【解答】解: $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{16} = -2 + 4 = 2$.

故答案为: 2

【点评】本题考查了立方根与算术平方根, 记熟立方根与二次根式的性质是解答本题的关键.

14. 【分析】利用平移的性质得到 $BE = CF$, 再用 $EC = 2BE = 2$ 得到 BE 的长, 从而得到 CF 的长.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle DEF$ 处.

$\therefore BE = CF$,

$\because EC = 2BE = 2, \therefore BE = 1, \therefore CF = 1$.

故答案为 1.

【点评】本题考查了平移的性质: 把一个图形整体沿某一直线方向移动, 会得到一个新的图形, 新图形与原图形的形状和大小完全相同; 新图形中的每一点, 都是由原图形中的某一点移动后得到的, 这两个点是对应点. 连接各组对应点的线段平行 (或共线) 且相等.

15. 【分析】若一元二次方程有两不等根, 则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, 建立关于 m 的不等式,

求出 m 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 方程有两个不相等的实数根, $a = 1$, $b = -1$, $c = 2m$

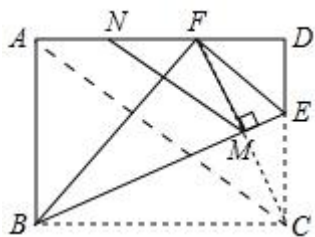
$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2m > 0, \text{ 解得 } m < \frac{1}{8},$$

故答案为 $m < \frac{1}{8}$.

【点评】本题考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系: ① $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根; ② $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根; ③ $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

16. 【分析】连接 AC , FC , 求出 AC , 利用三角形的中位线定理解决问题即可.

【解答】解: 连接 AC , FC .



由翻折的性质可知, BE 垂直平分线段 CF ,

$\therefore FM \perp BE$, $\therefore F, M, C$ 共线, $FM = MC$,

$\therefore AN = FN$, $\therefore MN = \frac{1}{2}AC$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)}, \therefore MN = \frac{1}{2}AC = 5 \text{ (cm)},$$

故答案为 5.

【点评】本题考查翻折变换, 矩形的性质, 三角形的中位线定理等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造三角形中位线解决问题, 属于中考常考题型.

17. 【分析】根据理解题意找出题目中所给的等量关系, 找出规律, 写出货包数量的函数解析式, 再根据二次函数最值的求法求出快递货车装载的货包数量最多的站.

【解答】解: 当一辆快递货车停靠在第 x 个服务驿站时,

快递货车上需要卸下已经通过的 $(x - 1)$ 个服务驿站发给该站的货包共 $(x - 1)$ 个,

还要装上下面行程中要停靠的 $(n - x)$ 个服务驿站的货包共 $(n - x)$ 个.

根据题意, 完成下表:

服务驿站序号	在第 x 服务驿站启程时快递货车货包总数
1	$n - 1$
2	$(n - 1) - 1 + (n - 2) = 2 (n - 2)$
3	$2 (n - 2) - 2 + (n - 3) = 3 (n - 3)$
4	$3 (n - 3) - 3 + (n - 4) = 4 (n - 4)$
5	$4 (n - 4) - 4 + (n - 5) = 5 (n - 5)$
...	...
n	0

由上表可得 $y = x (n - x)$. 当 $n = 29$ 时, $y = x (29 - x) = -x^2 + 29x = -(x - 14.5)^2 + 210.25$,

当 $x = 14$ 或 15 时, y 取得最大值 210.

所以在整个行程中, 快递货车装载的货包数量最多是 210 个.

故答案为: 210.

【点评】本题考查了规律型: 数字的变化类, 二次函数的性质在实际生活中的应用, 二次函数的最值在 $x = -\frac{b}{2a}$ 时取得.

三、解答题:

18. (本题满分 5 分)

解:
$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 8 \text{①} \\ 2x - \frac{1}{2}y = 2 \text{②} \end{cases},$$

①+②, 得: $5x = 10$, 解得 $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入①, 得: $6 + \frac{1}{2}y = 8$, 解得 $y = 4$,

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$.

【分析】利用加减消元法解答即可.

【点评】此题考查了解二元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 代入消元法与加减消元法.

19. (本题满分 5 分)

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, AB = CD,$$

$$\therefore \angle B = \angle DCE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle B = \angle DCE \\ BC = CE \end{cases}$$

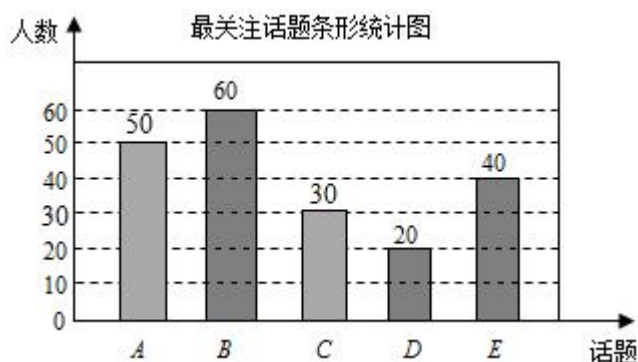
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCE \text{ (SAS)}.$$

【分析】由平行四边形的性质得出 $AB \parallel CD$, $AB = CD$, 由平行线的性质得出 $\angle B = \angle DCE$, 由 SAS 即可得出结论. 本题考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质等知识;

【点评】熟练掌握平行四边形的性质和全等三角形的判定方法是解题的关键.

20. (本题满分 8 分)

解: (1) 200 (2) 如图 (3) 25, 36



$$(4) 10000 \times 30\% = 3000 \text{ (人)},$$

答: 该小区居民中最关注的话题是“民法典”的人数大约有 3000 人.

【解析】

$$(1) \text{ 调查的居民共有: } 60 \div 30\% = 200 \text{ (人)},$$

$$(2) \text{ 选 C 的有: } 200 \times 15\% = 30 \text{ (人)}, \text{ 选 A 的有: } 200 - 60 - 30 - 20 - 40 = 50 \text{ (人)},$$

$$(3) a\% = 50 \div 200 \times 100\% = 25\%, \text{ 话题 D 所在扇形的圆心角是: } 360^\circ \times \frac{20}{200} = 36^\circ,$$

$$(4) 10000 \times 30\% = 3000 \text{ (人)},$$

答: 该小区居民中最关注的话题是“民法典”的人数大约有 3000 人.

【分析】(1) 根据选择 B 的人数和所占的百分比，可以求得本次调查的居民人数；(2) 根据 (1) 中的结果和统计图中的数据，可以计算出选择 A 和 C 的人数，从而可以将条形统计图补充完整；(3) 根据统计图中的数据，可以得到 a 和话题 D 所在扇形的圆心角的度数；(4) 根据题意和统计图中的数据，可以计算出该小区居民中最关注的话题是“民法典”的人数大约有多少。

【点评】本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答。

21. (本题满分 8 分)

解：(1) 设直线 $y_1 = ax + b$ 与 y 轴交于点 D ,

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, $OC = 3$, $\tan \angle ACO = \frac{2}{3}$.

$\therefore OD = 2$, 即点 $D(0, 2)$,

把点 $D(0, 2)$, $C(3, 0)$ 代入直线 $y_1 = ax + b$ 得,

$b = 2$, $3a + b = 0$, 解得, $a = -\frac{2}{3}$,

$\therefore$ 直线的关系式为 $y_1 = -\frac{2}{3}x + 2$;

把 $A(m, 4)$, $B(6, n)$ 代入 $y_1 = -\frac{2}{3}x + 2$ 得, $m = -3$, $n = -2$,

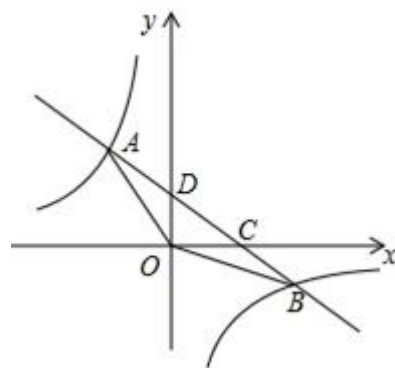
$\therefore A(-3, 4)$, $B(6, -2)$,

$\therefore k = -3 \times 4 = -12$,

$\therefore$ 反比例函数的关系式为 $y_2 = -\frac{12}{x}$, 因此 $y_1 = -\frac{2}{3}x + 2$, $y_2 = -\frac{12}{x}$;

(2) 由 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 9$.

(3) 由图象可知, 当 $x < 0$ 时, 不等式 $ax + b > \frac{k}{x}$ 的解集为 $x < -3$.



【分析】(1) 根据 $OC = 3$, $\tan \angle ACO = \frac{2}{3}$, 可求直线与 y 轴的交点坐标, 进而求出点 A 、 B 的坐标, 确定两个函数的关系式;

(2) 由 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$, 进行计算即可;

(3) 由函数的图象直接可以得出, 当 $x < 0$ 时, 不等式 $ax + b > \frac{k}{x}$ 的解集.

【点评】本题考查一次函数、反比例函数的图象和性质, 把点的坐标代入是常用的方法, 线段与坐标的相互转化是解决问题的关键.

22. (本题满分 8 分)

解: (1) 过点 C 作 AB 的垂线 CD , 垂足为 D ,

在直角 $\triangle BCD$ 中, $AB \perp CD$, $\sin 30^\circ = \frac{CD}{BC}$, $BC = 1000$ 千米,

$$\therefore CD = BC \cdot \sin 30^\circ = 100 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ (千米)}, \quad BD = BC \cdot \cos 30^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ (千米)},$$

在直角 $\triangle ACD$ 中, $AD = CD = 50$ (千米), $AC = \frac{CD}{\sin 45^\circ} = 50\sqrt{2}$ (千米),

$$\therefore AB = 50 + 50\sqrt{3} \text{ (千米)},$$

$$\therefore AC + BC - AB = 50\sqrt{2} + 100 - (50 + 50\sqrt{3}) = 50 + 50\sqrt{2} - 50\sqrt{3} \approx 35 \text{ (千米)}.$$

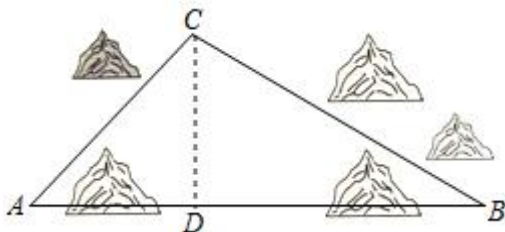
答: 从 A 地到景区 B 旅游可以少走 35 千米;

(2) 设施工队原计划每天修建 x 千米,

$$\text{依题意有, } \frac{50 + 50\sqrt{3}}{x} - \frac{50 + 50\sqrt{3}}{(1 + 25\%)x} = 50,$$

$$\text{解得 } x = \frac{27}{50} = 0.54, \text{ 经检验 } x = 0.14 \text{ 是原分式方程的解.}$$

答: 施工队原计划每天修建 0.14 千米.



【分析】(1) 过点 C 作 AB 的垂线 CD , 垂足为 D , 在直角 $\triangle BCD$ 中, 解直角三角形求出 CD 的长度和 BD 的长度, 在直角 $\triangle ACD$ 中, 解直角三角形求出 AD 的长度和 AC 的长度, 再求出 AB 的长度, 进而求出从 A 地到景区 B 旅游可以少走多少千米;

(2) 本题先由题意找出等量关系即原计划的工作时间 - 实际的工作时间 = 50, 然后列出方程可求出结果, 最后检验并作答.

【点评】本题考查了勾股定理的运用以及解一般三角形的知识, 求三角形的边或高的问题一般可以转化为解直角三角形的问题, 解决的方法就是作高线. 同时考查了分式方程的应用, 解题的关键是熟练掌握列分式方程解应用题的一般步骤, 即①根据题意找出等量关系, ②列出方程, ③解出分式方程, ④检验, ⑤作答. 注意: 分式方程的解必须检验.

23. (本题满分 9 分)

解: (1) 证明: 如图 1, 连接 OD ,

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC, \therefore \angle BAD = \angle CAD, \therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$$\text{又 } \because OD \text{ 是半径}, \therefore OD \perp BC,$$

$$\because MN \parallel BC, \therefore OD \perp MN, \therefore MN \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

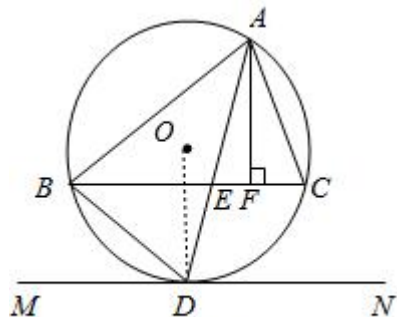


图1

初中学业水平考试数学试题 第 19 页 (共 8 页)

24. (本题满分 9 分)

解: (1) $OA = 2 = BC$, 故函数的对称轴为 $x = 1$, 则 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ①,

将点 A 的坐标代入抛物线表达式得: $0 = 4a - 2b + \frac{8}{3}$ ②,

联立①②并解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$, 故抛物线的表达式为: $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ ③;

(2) $\because y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 3$, $\therefore$ 抛物线的顶点 $M(1, 3)$

令 $y = 0$, 可得 $x = -2$ 或 4 , $\therefore$ 点 $D(4, 0)$;

$\therefore \triangle ADR$ 的面积是 $\square OABC$ 的面积 $\frac{3}{4}$,

$\therefore \frac{1}{2} \times AD \times |y_R| = \frac{3}{4} \times OA \times OB$, 则 $\frac{1}{2} \times 6 \times |y_R| = \frac{3}{4} \times 2 \times \frac{8}{3}$, 解得: $y_R = \pm \frac{4}{3}$ ④,

联立④③并解得, $\begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{5} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{13} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$

故点 R 的坐标为 $(1+\sqrt{13}, -\frac{4}{3})$ 或 $(1-\sqrt{13}, -\frac{4}{3})$ 或 $(1+\sqrt{5}, \frac{4}{3})$ 或 $(1-\sqrt{5}, \frac{4}{3})$;

(3) ①当点 P 与 M 重合时, 存在唯一的点 $Q(4, 0)$ 与 D 重合, 此时符合题意, $P(1, 3)$.

②根据对称性可知. $P(1, -3)$, Q 与 D 重合时, 也符合题意.

③当点 P 是 EM 的中点, 点 Q 是 DM 的中点时, 也符合题意, 此时 $P(1, \frac{3}{2})$

综上所述, 满足条件的点 P 的坐标为 $(1, 3)$ 或 $(1, -3)$ 或 $(1, \frac{3}{2})$.

【分析】(1) $OA = 2 = BC$, 故函数的对称轴为 $x = 1$, 则 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ①, 将点 A 的坐标代入抛物线

表达式得: $0 = 4a - 2b + \frac{8}{3}$ ②, 联立①②即可求解; (2) $\triangle ADR$ 的面积是 $\square OABC$ 的面积 $\frac{3}{4}$, 则

$\frac{1}{2} \times AD \times |y_R| = \frac{3}{4} \times OA \times OB$, 则 $\frac{1}{2} \times 6 \times |y_R| = \frac{3}{4} \times 2 \times \frac{8}{3}$, 即可求解;

(3) $\angle PQE = 45^\circ$, 故 $\angle PRE = 90^\circ$, 则 $\triangle PRE$ 为等腰直角三角形, 当直线 MD 上存在唯一的点 Q , 则 $RQ \perp MD$, 即可求解.

【点评】本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数的性质、圆的基本知识、面积的计算等, 综合性强, 难度较大.