

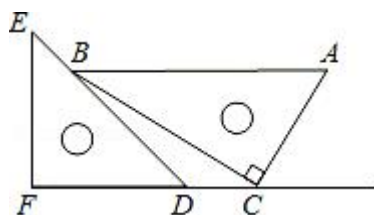
2020 年山东省枣庄市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来．每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分．

1. (3 分) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (3 分) 一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ，则 $\angle DBC$ 的度数为 ()

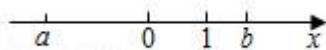


- A. 10° B. 15° C. 18° D. 30°

3. (3 分) 计算 $-\frac{2}{3} - (-\frac{1}{6})$ 的结果为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{5}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

4. (3 分) 实数 a ， b 在数轴上对应点的位置如图所示，下列判断正确的是 ()

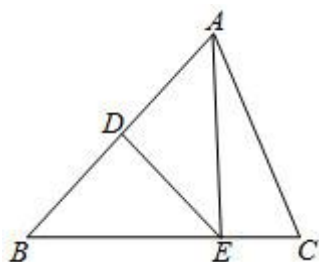


- A. $|a| < 1$ B. $ab > 0$ C. $a+b > 0$ D. $1-a > 1$

5. (3 分) 不透明布袋中装有除颜色外没有其他区别的 1 个红球和 2 个白球，搅匀后从中摸出一个球，放回搅匀，再摸出一个球，两次都摸出白球的概率是 ()

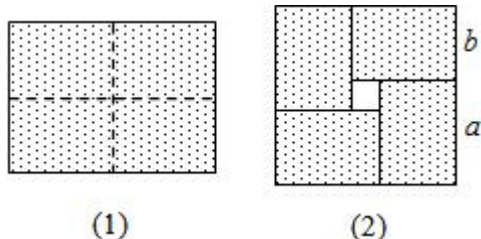
- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

6. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ，交 BC 于点 E ，连接 AE ．若 $BC = 6$ ， $AC = 5$ ，则 $\triangle ACE$ 的周长为 ()



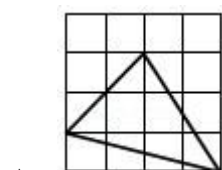
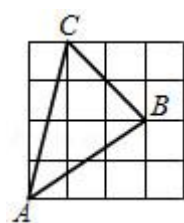
- A. 8 B. 11 C. 16 D. 17

7. (3分) 图(1)是一个长为 $2a$ ，宽为 $2b$ ($a > b$) 的长方形，用剪刀沿图中虚线(对称轴)剪开，把它分成四块形状和大小都一样的小长方形，然后按图(2)那样拼成一个正方形，则中间空余的部分的面积是()

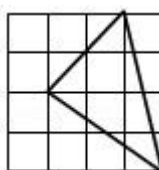


- A. ab B. $(a+b)^2$ C. $(a-b)^2$ D. $a^2 - b^2$

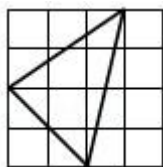
8. (3分) 如图的四个三角形中，不能由 $\triangle ABC$ 经过旋转或平移得到的是()



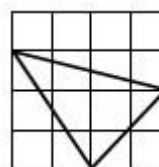
A.



B.



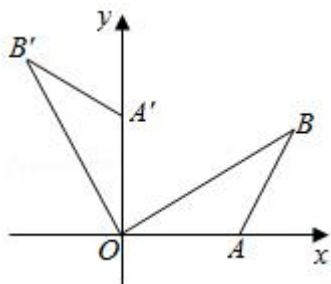
C.



D.

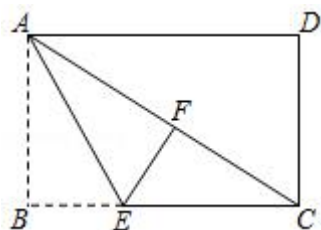
9. (3分) 对于实数 a 、 b ，定义一种新运算“ $\otimes$ ”为： $a \otimes b = \frac{1}{a-b^2}$ ，这里等式右边是实数运算．例如： $1 \otimes 3 = \frac{1}{1-3^2} = -\frac{1}{8}$ ．则方程 $x \otimes (-2) = \frac{2}{x-4} - 1$ 的解是()
- A. $x=4$ B. $x=5$ C. $x=6$ D. $x=7$

10. (3分) 如图，平面直角坐标系中，点 B 在第一象限，点 A 在 x 轴的正半轴上， $\angle AOB = \angle B = 30^\circ$ ， $OA=2$ ．将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° ，点 B 的对应点 B' 的坐标是()



- A. $(-\sqrt{3}, 3)$ B. $(-3, \sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$ D. $(-1, 2+\sqrt{3})$

11. (3分) 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3$, 点 E 在边 BC 上, 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠, 点 B 恰好落在对角线 AC 上的点 F 处, 若 $\angle EAC = \angle ECA$, 则 AC 的长是 ()

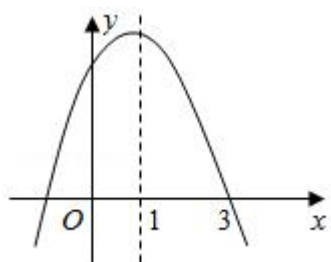


- A. $3\sqrt{3}$ B. 4 C. 5 D. 6

12. (3分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = 1$. 给出下列结论:

- ① $ac < 0$;
 ② $b^2 - 4ac > 0$;
 ③ $2a - b = 0$;
 ④ $a - b + c = 0$.

其中, 正确的结论有 ()



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

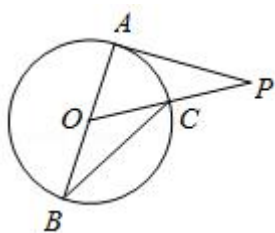
二、填空题: 本大题共 6 小题, 满分 24 分. 只填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

13. (4分) 若 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$, 则 $ab =$ _____.

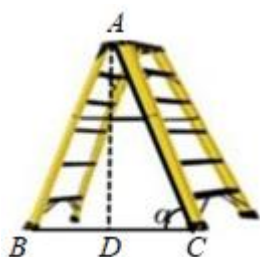
14. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - 2x + a^2 - 1 = 0$ 有一个根为 $x=0$, 则 $a =$ _____.

15. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于点 A , 线段 PO 交 $\odot O$ 于点 C . 连接 BC ,

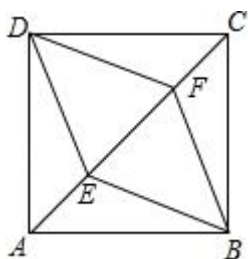
若 $\angle P = 36^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____.



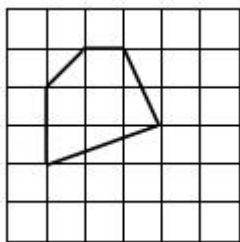
16. (4分) 人字梯为现代家庭常用的工具(如图). 若 AB, AC 的长都为 $2m$, 当 $\alpha = 50^\circ$ 时, 人字梯顶端离地面的高度 AD 是 _____ m . (结果精确到 $0.1m$, 参考依据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\tan 50^\circ \approx 1.19$)



17. (4分) 如图, E, F 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的两点, $AC = 8$, $AE = CF = 2$, 则四边形 $BEDF$ 的周长是 _____.



18. (4分) 各顶点都在方格纸的格点(横竖格子线的交错点)上的多边形称为格点多边形, 它的面积 S 可用公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$ (a 是多边形内的格点数, b 是多边形边界上的格点数) 计算, 这个公式称为“皮克(Pick)定理”. 如图给出了一个格点五边形, 则该五边形的面积 $S =$ _____.

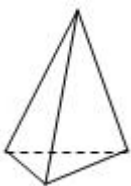
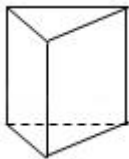
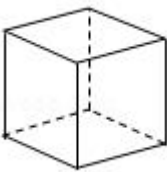
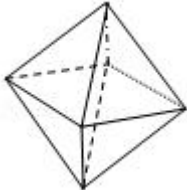


三、解答题: 本大题共 7 小题, 满分 60 分. 解答时, 要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8分) 解不等式组
$$\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+13, \\ x-4 < \frac{x-8}{3}, \end{cases}$$
 并求它的所有整数解的和.

20. (8分) 欧拉 (Euler, 1707 年 ~ 1783 年) 为世界著名的数学家、自然科学家, 他在数学、物理、建筑、航海等领域都做出了杰出的贡献. 他对多面体做过研究, 发现多面体的顶点数 V (Vertex)、棱数 E (Edge)、面数 F (Flatsurface) 之间存在一定的数量关系, 给出了著名的欧拉公式.

(1) 观察下列多面体, 并把下表补充完整:

名称	三棱锥	三棱柱	正方体	正八面体
图形				
顶点数 V	4	6	8	_____
棱数 E	6	_____	12	_____
面数 F	4	5	_____	8

(2) 分析表中的数据, 你能发现 V 、 E 、 F 之间有什么关系吗? 请写出关系式: _____.

21. (8分) 2020 年, 新型冠状病毒肆虐全球, 疫情期间学生在家进行网课学习和锻炼, 学习和身体健康状况都有一定的影响. 为了解学生身体健康状况, 某校对学生进行立定跳远水平测试. 随机抽取 50 名学生进行测试, 并把测试成绩 (单位: m) 绘制成不完整的频数分布表和频数分布直方图.

学生立定跳远测试成绩的频数分布表

分组	频数
$1.2 \leq x < 1.6$	a
$1.6 \leq x < 2.0$	12
$2.0 \leq x < 2.4$	b
$2.4 \leq x < 2.8$	10

请根据图表中所提供的信息, 完成下列问题:

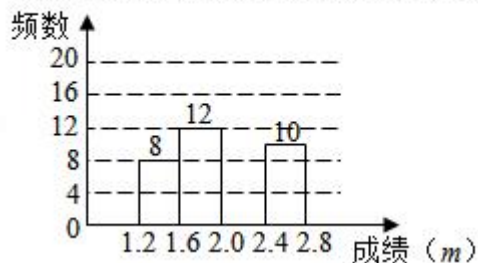
(1) 表中 $a =$ _____, $b =$ _____;

(2) 样本成绩的中位数落在 _____ 范围内;

(3) 请把频数分布直方图补充完整；

(4) 该校共有 1200 名学生，估计该学校学生立定跳远成绩在 $2.4 \leq x < 2.8$ 范围内的有多少人？

学生立定跳远测试成绩的频数分布直方图

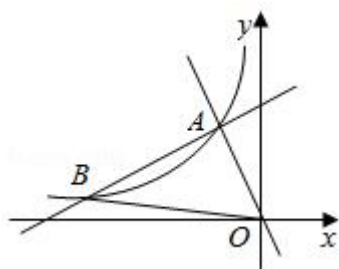


22. (8 分) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 和 $y = -2x$ 的图象相交于点 A ，

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A 。

(1) 求反比例函数的表达式；

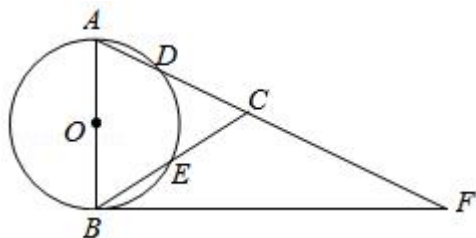
(2) 设一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的另一个交点为 B ，连接 OB ，求 $\triangle ABO$ 的面积。



23. (8 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC 、 BC 于点 D 、 E ，点 F 在 AC 的延长线上，且 $\angle BAC = 2\angle CBF$ 。

(1) 求证： BF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的直径为 4， $CF = 6$ ，求 $\tan \angle CBF$ 。



24. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是中线， $AC = BC$ ，一个以点 D 为顶点的 45° 角绕点 D 旋转，使角的两边分别与 AC 、 BC 的延长线相交，交点分别为点 E 、 F ， DF 与 AC 交于点 M ， DE 与 BC 交于点 N 。

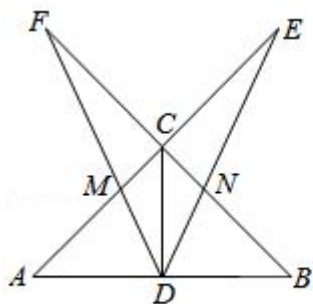


图1

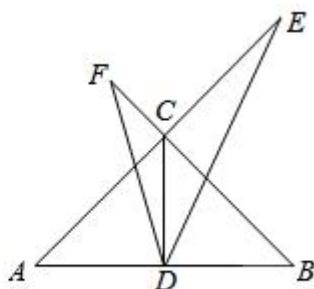


图2

(1) 如图 1, 若 $CE = CF$, 求证: $DE = DF$;

(2) 如图 2, 在 $\angle EDF$ 绕点 D 旋转的过程中, 试证明 $CD^2 = CE \cdot CF$ 恒成立;

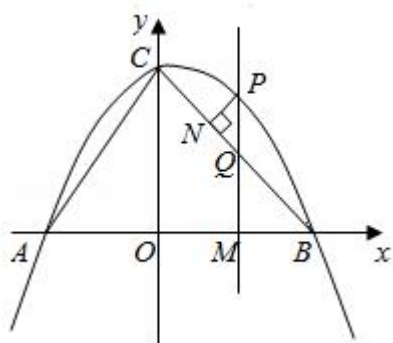
(3) 若 $CD = 2$, $CF = \sqrt{2}$, 求 DN 的长.

25. (10 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 交 x 轴于 $A(-3, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , AC , BC . M 为线段 OB 上的一个动点, 过点 M 作 $PM \perp x$ 轴, 交抛物线于点 P , 交 BC 于点 Q .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 过点 P 作 $PN \perp BC$, 垂足为点 N . 设 M 点的坐标为 $M(m, 0)$, 请用含 m 的代数式表示线段 PN 的长, 并求出当 m 为何值时 PN 有最大值, 最大值是多少?

(3) 试探究点 M 在运动过程中, 是否存在这样的点 Q , 使得以 A , C , Q 为顶点的三角形是等腰三角形. 若存在, 请求出此时点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2020 年山东省枣庄市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来．每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分．

1. 【分析】根据绝对值的定义直接计算即可解答．

【解答】解： $-\frac{1}{2}$ 的绝对值为 $\frac{1}{2}$ ．

故选：C．

【点评】本题主要考查绝对值的性质．绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0．

2. 【分析】直接利用三角板的特点，结合平行线的性质得出 $\angle ABD = 60^\circ$ ，进而得出答案．

【解答】解：由题意可得： $\angle EDF = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，

$\because AB \parallel CF$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle EDF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ ．

故选：B．

【点评】此题主要考查了平行线的性质，根据题意得出 $\angle ABD$ 的度数是解题关键．

3. 【分析】根据有理数的减法法则计算即可．

【解答】解： $-\frac{2}{3} - (-\frac{1}{6}) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}$ ．

故选：A．

【点评】本题主要考查了有理数的减法，熟记运算法则是解答本题的关键．减去一个数，等于加上这个数的相反数．

4. 【分析】直接利用 a ， b 在数轴上位置进而分别分析得出答案．

【解答】解：A、 $|a| > 1$ ，故本选项错误；

B、 $\because a < 0$ ， $b > 0$ ， $\therefore ab < 0$ ，故本选项错误；

C、 $a+b < 0$ ，故本选项错误；

D、 $\because a < 0$ ， $\therefore 1-a > 1$ ，故本选项正确；

故选：D．

【点评】此题主要考查了实数与数轴，正确结合数轴分析是解题关键．

5. 【分析】列举出所有可能出现的结果，进而求出“两次都是白球”的概率．

【解答】解：用列表法表示所有可能出现的情况如下：

第1球 第2球	红	白	白
红	红红	白红	白红
白	红白	白白	白白
白	红白	白白	白白

共有 9 种可能出现的结果，其中两次都是白球的有 4 种，

$$\therefore P_{\text{(两次都是白球)}} = \frac{4}{9},$$

故选：A.

【点评】本题考查列表法或树状图法求随机事件发生的概率，列举出所有可能出现的结果数是正确解答的关键.

6. 【分析】在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ，交 BC 于点 E ，连接 AE ．若 $BC = 6$ ， $AC = 5$ ，则 $\triangle ACE$ 的周长为

【解答】解： $\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的周长} = AC + CE + AE$$

$$= AC + CE + BE$$

$$= AC + BC$$

$$= 5 + 6$$

$$= 11.$$

故选：B.

【点评】本题考查了线段垂直平分线的性质：垂直平分线垂直且平分其所在线段；垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

7. 【分析】中间部分的四边形是正方形，表示出边长，则面积可以求得.

【解答】解：中间部分的四边形是正方形，边长是 $a + b - 2b = a - b$ ，

则面积是 $(a - b)^2$.

故选：C.

【点评】本题考查了列代数式，正确表示出小正方形的边长是关键.

8. 【分析】根据平移，旋转的性质判断即可.

【解答】解：由题意，选项 A，C，D 可以通过平移，旋转得到，选项 B 可以通过翻折，

平移，旋转得到.

故选：B.

【点评】本题考查利用旋转，平移设计图案，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

9. 【分析】所求方程利用题中的新定义化简，求出解即可.

【解答】解：根据题意，得 $\frac{1}{x-4} = \frac{2}{x-4} - 1$,

去分母得： $1 = 2 - (x - 4)$,

解得： $x = 5$,

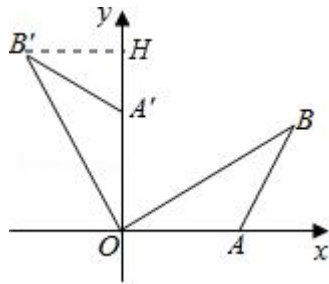
经检验 $x = 5$ 是分式方程的解.

故选：B.

【点评】此题考查了解分式方程，弄清题中的新定义是解本题的关键.

10. 【分析】如图，过点 B' 作 $B'H \perp y$ 轴于 H . 解直角三角形求出 $B'H$, $B'H$ 即可.

【解答】解：如图，过点 B' 作 $B'H \perp y$ 轴于 H .



在 $\text{Rt}\triangle A'B'H$ 中， $\because A'B' = 2$, $\angle B'A'H = 60^\circ$,

$\therefore A'H = A'B' \cos 60^\circ = 1$, $B'H = A'B' \sin 60^\circ = \sqrt{3}$,

$\therefore OH = 2 + 1 = 3$,

$\therefore B'(-\sqrt{3}, 3)$,

故选：A.

【点评】本题考查坐标与图形变化 - 旋转，解直角三角形等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

11. 【分析】根据折叠的性质得到 $AF = AB$, $\angle AFE = \angle B = 90^\circ$, 根据等腰三角形的性质得到 $AF = CF$, 于是得到结论.

【解答】解： $\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 折叠，点 B 恰好落在对角线 AC 上的点 F 处，

$\therefore AF = AB$, $\angle AFE = \angle B = 90^\circ$,

$\therefore EF \perp AC$,

$$\because \angle EAC = \angle ECA,$$

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore AF = CF,$$

$$\therefore AC = 2AB = 6,$$

故选：D.

【点评】 本题考查了翻折变换的性质，矩形的性质，熟练掌握折叠的性质是解题的关键.

12. **【分析】** 根据抛物线的开口方向、对称轴、与 x 轴、 y 轴的交点，综合进行判断即可.

【解答】 解：抛物线开口向下， $a < 0$ ，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，因此 $b > 0$ ，与 y 轴交于

正半轴，因此 $c > 0$ ，

于是有： $ac < 0$ ，因此①正确；

由 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，得 $2a + b = 0$ ，因此③不正确，

抛物线与 x 轴有两个不同交点，因此 $b^2 - 4ac > 0$ ，②正确，

由对称轴 $x = 1$ ，抛物线与 x 轴的一个交点为 $(3, 0)$ ，对称性可知另一个交点为 $(-1, 0)$ ，因此 $a - b + c = 0$ ，故④正确，

综上所述，正确的结论有①②④，

故选：C.

【点评】 本题考查二次函数的图象和性质，理解二次函数的图象与系数的关系是正确判断的前提.

二、填空题：本大题共 6 小题，满分 24 分. 只填写最后结果，每小题填对得 4 分.

13. **【分析】** 根据完全平方公式，可得答案.

【解答】 解： $(a+b)^2 = 3^2 = 9$ ，

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 9.$$

$$\because a^2 + b^2 = 7,$$

$$\therefore 2ab = 2,$$

$$ab = 1,$$

故答案为：1.

【点评】 本题考查了完全平方公式，利用完全平方公式是解题关键.

14. **【分析】** 根据一元二次方程的解的定义把 $x = 0$ 代入原方程得到关于 a 的一元二次方程，

解得 $a = \pm 1$ ，然后根据一元二次方程的定义确定 a 的值.

【解答】解：把 $x=0$ 代入 $(a-1)x^2 - 2x + a^2 - 1 = 0$ 得 $a^2 - 1 = 0$ ，解得 $a = \pm 1$ ，

$\because a - 1 \neq 0$ ，

$\therefore a = -1$ ．

故答案为 -1 ．

【点评】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根，所以一元二次方程的解也称为一元二次方程的根．也考查了一元二次方程的定义．

15. 【分析】直接利用切线的性质得出 $\angle OAP = 90^\circ$ ，再利用三角形内角和定理得出 $\angle AOP = 54^\circ$ ，结合圆周角定理得出答案．

【解答】解： $\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A ，

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$ ，

$\because \angle P = 36^\circ$ ，

$\therefore \angle AOP = 54^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle AOP = 27^\circ$ ．

故答案为： 27° ．

【点评】此题主要考查了切线的性质以及圆周角定理，正确得出 $\angle AOP$ 的度数是解题关键．

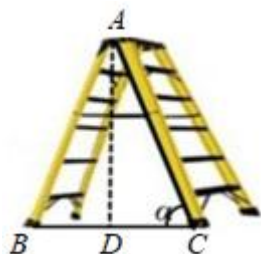
16. 【分析】在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，求出 AD 即可．

【解答】解： $\because AB = AC = 2m$ ， $AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\therefore AD = AC \cdot \sin 50^\circ = 2 \times 0.77 \approx 1.5$ (m)，

故答案为 1.5 ．



【点评】本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

17. 【分析】连接 BD 交 AC 于点 O ，则可证得 $OE = OF$ ， $OD = OB$ ，可证四边形 $BEDF$ 为平

行四边形，且 $BD \perp EF$ ，可证得四边形 $BEDF$ 为菱形；根据勾股定理计算 DE 的长，可得结论．

【解答】解：如图，连接 BD 交 AC 于点 O ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore BD \perp AC$ ， $OD = OB = OA = OC$ ，

$\because AE = CF = 2$ ，

$\therefore OA - AE = OC - CF$ ，即 $OE = OF$ ，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为平行四边形，且 $BD \perp EF$ ，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为菱形，

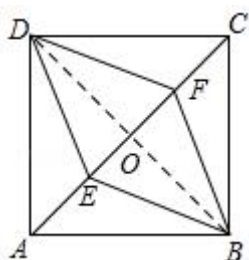
$\therefore DE = DF = BE = BF$ ，

$\because AC = BD = 8$ ， $OE = OF = \frac{8-4}{2} = 2$ ，

由勾股定理得： $DE = \sqrt{OD^2 + OE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 的周长 $= 4DE = 4 \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ ，

故答案为： $8\sqrt{5}$ ．



【点评】本题主要考查正方形的性质、菱形的判定和性质及勾股定理，掌握对角线互相垂直平分的四边形为菱形是解题的关键．

18. 【分析】分别统计出多边形内部的格点数 a 和边界上的格点数 b ，再代入公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$ ，即可得出格点多边形的面积．

【解答】解： $\because a$ 表示多边形内部的格点数， b 表示多边形边界上的格点数， S 表示多边形的面积，

$\therefore a = 4$ ， $b = 6$ ，

$\therefore$ 该五边形的面积 $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$ ，

故答案为：6．

【点评】本题考查格点多边形面积的计算，解题的关键是根据图形正确统计出 a ， b 的值．

三、解答题：本大题共 7 小题，满分 60 分．解答时，要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

19. 【分析】先求出两个不等式的解集，再求其公共解，然后找出整数求和即可．

【解答】解：
$$\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+13 & \text{①} \\ x-4 < \frac{x-8}{3} & \text{②} \end{cases},$$

由①得， $x \geq -3$ ，

由②得， $x < 2$ ，

所以，不等式组的解集是 $-3 \leq x < 2$ ，

所以，它的整数解为： $-3, -2, -1, 0, 1$ ，

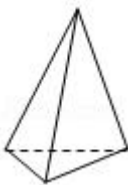
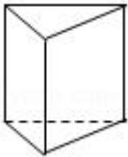
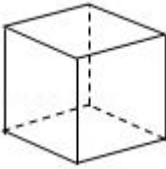
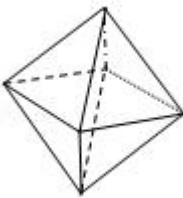
所以，所有整数解的和为 -5 ．

【点评】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解．求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）．

20. 【分析】（1）根据图形数出顶点数，棱数，面数，填入表格即可；

（2）根据表格数据，顶点数与面数的和减去棱数等于 2 进行解答．

【解答】解：（1）填表如下：

名称	三棱锥	三棱柱	正方体	正八面体
图形				
顶点数 V	4	6	8	6
棱数 E	6	9	12	12
面数 F	4	5	6	8

（2） $\because 4+4-6=2$ ，

$6+5-9=2$ ，

$8+6-12=2$ ，

$6+8-12=2$ ，

$\cdots$ ，

$\therefore V+F-E=2$ ．

即 V 、 E 、 F 之间的关系式为: $V+F-E=2$.

故答案为: 6, 9, 12, 6, $V+F-E=2$.

【点评】 本题是对欧拉公式的考查, 观察图形准确数出各图形的顶点数、面数、棱数是解题的关键.

21. **【分析】** (1) 由频数分布直方图可得 $a=8$, 由频数之和为 50 求出 b 的值;

(2) 根据中位数的意义, 找出第 25、26 位的两个数落在哪个范围即可;

(3) 求出 b 的值, 就可以补全频数分布直方图;

(4) 样本估计总体, 样本中 50 人中立定跳远成绩在 $2.4 \leq x < 2.8$ 范围内的占 $\frac{10}{50}$, 因此估计总体 1200 人的 $\frac{10}{50}$ 是立定跳远成绩在 $2.4 \leq x < 2.8$ 范围内的人数.

【解答】 解: (1) 由统计图得, $a=8$, $b=50-8-12-10=20$,

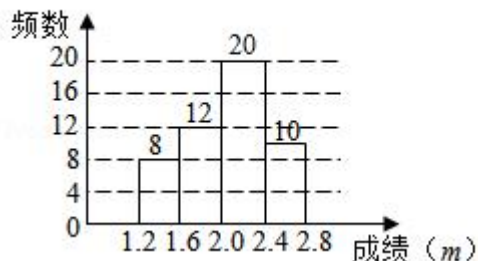
故答案为: 8, 20;

(2) 由中位数的意义可得, 50 个数据从小到大排列处在中间位置的两个数在 $2.0 \leq x < 2.4$ 组内,

故答案为: $2.0 \leq x < 2.4$;

(3) 补全频数分布直方图如图所示:

学生立定跳远测试成绩的频数分布直方图



(4) $1200 \times \frac{10}{50} = 240$ (人),

答: 该校 1200 名学生中立定跳远成绩在 $2.4 \leq x < 2.8$ 范围内的有 240 人.

【点评】 本题考查频数分布表、频数分布直方图的意义和制作方法, 理解各个数量之间的关系是正确解答的关键.

22. **【分析】** (1) 联立 $y = \frac{1}{2}x+5$ ① 和 $y = -2x$ 并解得: $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$, 故点 $A(-2, 4)$, 进而求解;

(2) $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times OC \cdot AM - \frac{1}{2} OC \cdot BN$, 即可求解.

【解答】 解: (1) 联立 $y = \frac{1}{2}x+5$ ① 和 $y = -2x$ 并解得: $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$, 故点 $A(-2, 4)$,

将点 A 的坐标代入反比例函数表达式得： $4 = \frac{k}{-2}$ ，解得： $k = -8$ ，

故反比例函数表达式为： $y = -\frac{8}{x}$ ②；

(2) 联立①②并解得： $x = -2$ 或 -8 ，

当 $x = -8$ 时， $y = \frac{1}{2}x + 5 = 1$ ，故点 $B(-8, 1)$ ，

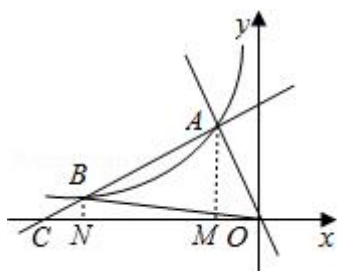
设 $y = \frac{1}{2}x + 5$ 交 x 轴于点 C ，

令 $y = 0$ ，则 $\frac{1}{2}x + 5 = 0$ ，

$\therefore x = -10$ ，

$\therefore C(-10, 0)$ ，

过点 A 、 B 分别作 x 轴的垂线交 x 轴于点 M 、 N ，



则 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times OC \cdot AM - \frac{1}{2} \times OC \cdot BN = \frac{1}{2} \times 4 \times 10 - \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 15$ 。

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点，当有两个函数的时候，着重使用一次函数，体现了方程思想，综合性较强。

23. **【分析】** (1) 连接 AE ，利用直径所对的圆周角是直角，从而判定直角三角形，利用直角三角形两锐角相等得到直角，从而证明 $\angle ABF = 90^\circ$ ，于是得到结论；

(2) 过 C 作 $CH \perp BF$ 于 H ，根据勾股定理得到 $BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}$ ，

根据相似三角形的性质得到 $CH = \frac{12}{5}$ ，根据三角函数的定义即可得到结论。

【解答】 (1) 证明：连接 AE ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 。

$\because AB = AC$ ，

$$\therefore 2\angle 1 = \angle CAB.$$

$$\because \angle BAC = 2\angle CBF,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CBF$$

$$\therefore \angle CBF + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\text{即 } \angle ABF = 90^\circ$$

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore$ 直线 BF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 过 C 作 $CH \perp BF$ 于 H ,

$\because AB = AC$, $\odot O$ 的直径为 4,

$$\therefore AC = 4,$$

$$\because CF = 6, \angle ABF = 90^\circ,$$

$$\therefore BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21},$$

$$\because \angle CHF = \angle ABF, \angle F = \angle F,$$

$$\therefore \triangle CHF \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \frac{CH}{AB} = \frac{CF}{AF},$$

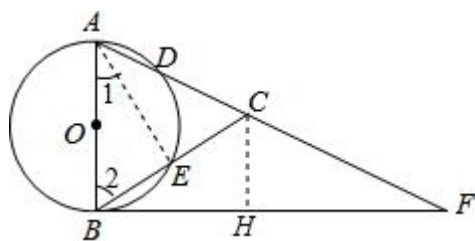
$$\therefore \frac{CH}{4} = \frac{6}{4+6},$$

$$\therefore CH = \frac{12}{5},$$

$$\therefore HF = \sqrt{CF^2 - CH^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{6\sqrt{21}}{5},$$

$$\therefore BH = BF - HF = 2\sqrt{21} - \frac{6\sqrt{21}}{5} = \frac{4\sqrt{21}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle CBF = \frac{CH}{BH} = \frac{\frac{12}{5}}{\frac{4\sqrt{21}}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$



【点评】 本题考查了切线的判定与性质、勾股定理、直径所对的圆周角是直角、相似三角形的判定和性质、解直角三角形等知识点、正确的作出辅助线是解题的关键.

24. 【分析】(1) 根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ ，证明 $\triangle DCF \cong \triangle DCE$ ，根据全等三角形的对应边相等证明结论；

(2) 证明 $\triangle FCD \sim \triangle DCE$ ，根据相似三角形的性质列出比例式，整理即可证明结论；

(3) 作 $DG \perp BC$ ，根据等腰直角三角形的性质求出 DG ，由 (2) 的结论求出 CE ，证明 $\triangle ENC \sim \triangle DNG$ ，根据相似三角形的性质求出 NG ，根据勾股定理计算，得到答案．

【解答】(1) 证明： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， CD 是中线，

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD = 45^\circ, \quad \angle ACF = \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle DCE = 135^\circ,$$

在 $\triangle DCF$ 和 $\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases} CF = CE \\ \angle DCF = \angle DCE \\ DC = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCF \cong \triangle DCE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore DE = DF;$$

(2) 证明： $\because \angle DCF = 135^\circ$ ，

$$\therefore \angle F + \angle CDF = 45^\circ,$$

$$\because \angle FDE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE + \angle CDF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle CDE,$$

$$\because \angle DCF = \angle DCE, \quad \angle F = \angle CDE,$$

$$\therefore \triangle FCD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{CF}{CD} = \frac{CD}{CE},$$

$$\therefore CD^2 = CE \cdot CF;$$

(3) 解：过点 D 作 $DG \perp BC$ 于 G ，

$$\because \angle DCB = 45^\circ,$$

$$\therefore GC = GD = \frac{\sqrt{2}}{2} CD = \sqrt{2},$$

由 (2) 可知， $CD^2 = CE \cdot CF$ ，

$$\therefore CE = \frac{CD^2}{CF} = 2\sqrt{2}.$$

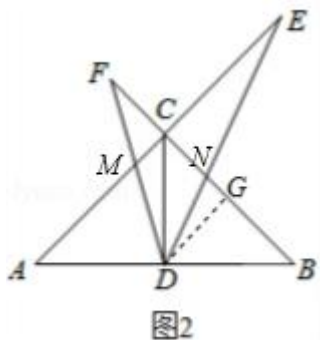
$$\because \angle ECN = \angle DGN, \quad \angle ENC = \angle DNG,$$

$$\therefore \triangle ENC \sim \triangle DNG,$$

$$\therefore \frac{CN}{NG} = \frac{CE}{DG}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{2}-NG}{NG} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}},$$

$$\text{解得, } NG = \frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$\text{由勾股定理得, } DN = \sqrt{DG^2 + NG^2} = \frac{2\sqrt{5}}{3}.$$



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质，掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键。

25. **【分析】** (1) 将点 A 、 B 的坐标代入抛物线表达式，即可求解；

$$(2) PN = PQ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{1}{3}m^2 + \frac{4}{3}m \right) = -\frac{\sqrt{2}}{6} (m-2)^2 + \frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ 即可求解；}$$

(3) 分 $AC = CQ$ 、 $AC = AQ$ 、 $CQ = AQ$ 三种情况，分别求解即可。

$$\text{【解答】 解：(1) 将点 } A、B \text{ 的坐标代入抛物线表达式得 } \begin{cases} 9a-3b+4=0 \\ 16a+4b+4=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\text{故抛物线的表达式为: } y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4;$$

(2) 由抛物线的表达式知，点 $C(0, 4)$ ，

由点 B 、 C 的坐标得，直线 BC 的表达式为： $y = -x + 4$ ；

设点 $M(m, 0)$ ，则点 $P(m, -\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 4)$ ，点 $Q(m, -m + 4)$ ，

$$\therefore PQ = -\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 4 - (-m + 4) = -\frac{1}{3}m^2 + \frac{4}{3}m,$$

$\because OB = OC$ ，故 $\angle ABC = \angle OCB = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle PQN = \angle BQM = 45^\circ$ ，

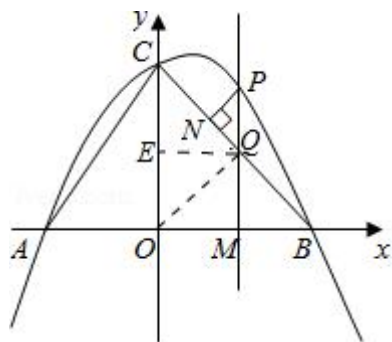
$$\therefore PN = PQ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{1}{3}m^2 + \frac{4}{3}m \right) = -\frac{\sqrt{2}}{6} (m-2)^2 + \frac{2\sqrt{2}}{3},$$

$\because -\frac{\sqrt{2}}{6} < 0$ ，故当 $m = 2$ 时， PN 有最大值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ；

(3) 存在, 理由:

点 A 、 C 的坐标分别为 $(-3, 0)$ 、 $(0, 4)$, 则 $AC=5$,

①当 $AC=CQ$ 时, 过点 Q 作 $QE \perp y$ 轴于点 E ,



则 $CQ^2 = CE^2 + EQ^2$, 即 $m^2 + [4 - (-m+4)]^2 = 25$,

解得: $m = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$ (舍去负值),

故点 $Q(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{8-5\sqrt{2}}{2})$;

②当 $AC=AQ$ 时, 则 $AQ=AC=5$,

在 $Rt\triangle AMQ$ 中, 由勾股定理得: $[m - (-3)]^2 + (-m+4)^2 = 25$, 解得: $m=1$ 或 0 (舍去 0),

故点 $Q(1, 3)$;

③当 $CQ=AQ$ 时, 则 $2m^2 = [m - (-3)]^2 + (-m+4)^2$, 解得: $m = \frac{25}{2}$ (舍去);

综上, 点 Q 的坐标为 $(1, 3)$ 或 $(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{8-5\sqrt{2}}{2})$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数的性质、解直角三角形、等腰三角形的性质等, 其中 (3), 要注意分类求解, 避免遗漏.