

2020 年山东省日照市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的，请把符合要求的选项选出来.

1. 2020 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2020}$ B. $\frac{1}{2020}$ C. -2020 D. 2020

2. 单项式 $-3ab$ 的系数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $3a$ D. $-3a$

3. “扶贫”是新时期党和国家的重点工作之一，为落实习近平总书记提出的“精准扶贫”战略构想，某省预计三年内脱贫 1020000 人，数字 1020000 用科学记数法可表示为 ()

- A. 1.02×10^6 B. 1.02×10^5 C. 10.2×10^5 D. 102×10^4

4. 下列调查中，适宜采用全面调查的是 ()

- A. 调查全国初中学生视力情况
B. 了解某班同学“三级跳远”的成绩情况
C. 调查某品牌汽车的抗撞击情况
D. 调查 2019 年央视“主持人大赛”节目的收视率

5. 将函数 $y = 2x$ 的图象向上平移 3 个单位，则平移后的函数解析式是 ()

- A. $y = 2x + 3$ B. $y = 2x - 3$ C. $y = 2(x + 3)$ D. $y = 2(x - 3)$

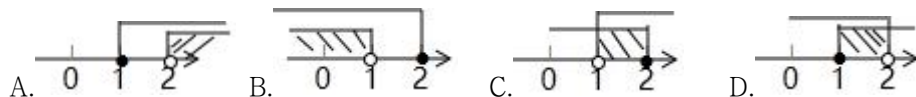
6. 下列各式中，运算正确的是 ()

- A. $x^3 + x^3 = x^6$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ C. $(x + 3)^2 = x^2 + 9$ D. $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$

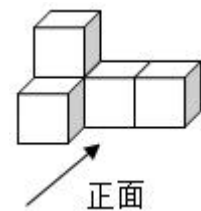
7. 已知菱形的周长为 8，两邻角的度数比为 1:2，则菱形的面积为 ()

- A. $8\sqrt{3}$ B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

8. 不等式组 $\begin{cases} x + 1 \geq 2 \\ 3(x - 5) < -9 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()

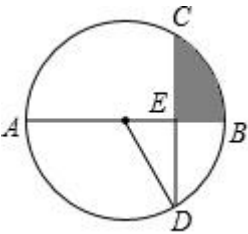


9. 如图，几何体由 5 个相同的小正方体构成，该几何体三视图中为轴对称图形的是 ()



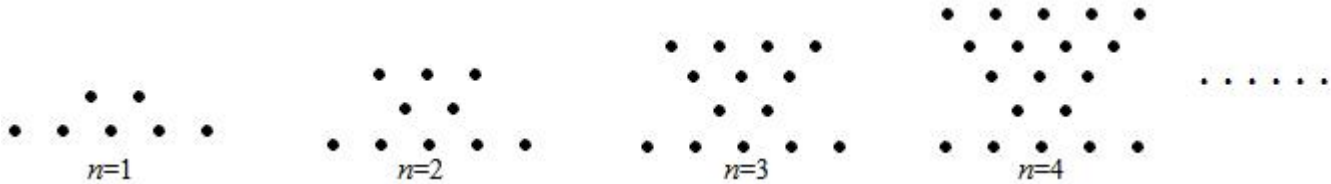
- A. 主视图 B. 左视图
C. 俯视图 D. 主视图和俯视图

10. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 为 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$ 于点 E , 若 $CD = 6\sqrt{3}$, $AE = 9$, 则阴影部分的面积为 ()



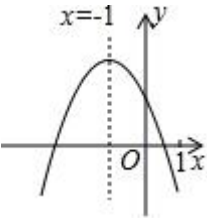
- A. $6\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3}$ B. $12\pi - 9\sqrt{3}$ C. $3\pi - \frac{9}{4}\sqrt{3}$ D. $9\sqrt{3}$

11. 用大小相同的圆点摆成如图所示的图案, 按照这样的规律摆放, 则第 10 个图案中共有圆点的个数是 ()



- A. 59 B. 65 C. 70 D. 71

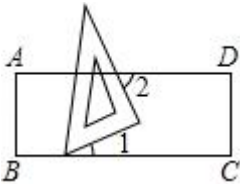
12. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)图象的对称轴为直线 $x = -1$, 下列结论:
 ① $abc < 0$; ② $3a < -c$; ③若 m 为任意实数, 则有 $a - bm \leq am^2 + b$; ④若图象经过点 $(-3, -2)$, 方程 $ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ($|x_1| < |x_2|$), 则 $2x_1 - x_2 = 5$. 其中正确的结论的个数是 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.不需写解答过程, 只要求填写最后结果.

- 13.分解因式: $mn + 4n =$ _____.
14. 如图, 有一个含有 30° 角的直角三角板, 一顶点放在直尺的一条边上, 若 $\angle 2 = 65^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是_____.



- 15.《孙子算经》记载: 今有 3 人共车, 二车空; 二人共车, 九人步, 问人与车各几何? 译文: 今有若干人乘车, 若每三人共乘一辆车, 最终剩余 2 辆车; 若每 2 人共乘一辆车, 最终剩余 9 人无车可乘. 问共有多少人? 多少辆车? 若设有 x 人, 则可列方程组为_____.
- 16.如图, 在平面直角坐标系中, $\square ABCD$ 的顶点 B 位于 y 轴的正半轴上, 顶点 C, D 位于 x 轴的负半轴上, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0, x < 0$)与 $\square ABCD$ 的边 AB, AD 交于点 E, F , 点 A 的纵坐标为 10, $F(-12, 5)$, 把 $\triangle BOC$ 沿着 BC 所在

17. (1) 计算: $\sqrt[3]{-8} + (\frac{2}{3})^{-1} - \sqrt{3} \times \cos 30^\circ$;

(2) 解方程: $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$.

The diagram shows a rectangular frame structure. At the top, there is a fixed support, represented by a hatched area above the line segment AD . The frame consists of two vertical columns, AB on the left and DC on the right. There are two horizontal beams: the upper one is MN and the lower one is EF . A vertical member HG connects the top support at point H to the midpoint of beam MN at point G . The joints are labeled as follows: A and D are at the top support; B and C are at the base; M and N are at the top of the columns where beam MN is attached; E and F are at the top of the columns where beam EF is attached.

(2) 在 (1) 的条件下, 设 BC 的长度为 xm , 矩形区域 $ABCD$ 的面积为 ym^2 , 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

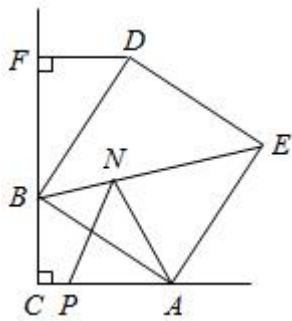
频数
(学生人数)

9
7
6
4
3
1
0

40 50 60 70 80 90 100 成绩/分

(4) 该年级每名学生选两门不同的课程, 小张和小王在选课程的过程中, 若第一次都选了课程C, 那么他俩第二次同时选择课程A或课程B的概率是多少? 请用列表法或树状图的方法加以说明.

20. 如图, $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以 AB 为边在 AB 上方作正方形 $ABDE$, 过点 D 作 $DF \perp CB$, 交 CB 的延长线于点 F , 连接 BE .

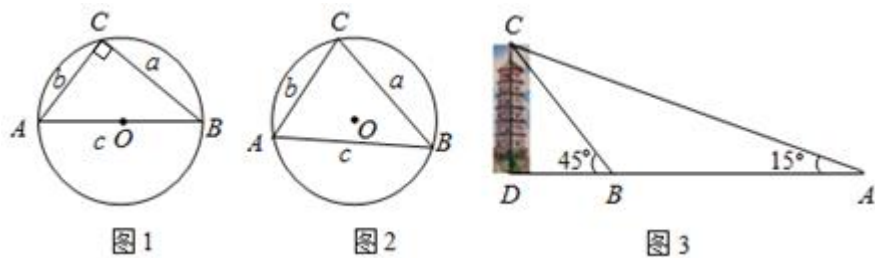


- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle BDF$;
- (2) P, N 分别为 AC, BE 上的动点, 连接 AN, PN , 若 $DF = 5, AC = 9$, 求 $AN + PN$ 的最小值.

21. 阅读理解:

如图 1, $Rt \triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, $\angle C = 90^\circ$, 其外接圆半径为 R . 根据锐角三角函数的定义: $\sin A = \frac{a}{c}, \sin B = \frac{b}{c}$, 可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = c = 2R$,

即: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, (规定 $\sin 90^\circ = 1$).



探究活动:

如图 2, 在锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 其外接圆半径为 R , 那么:

$\frac{a}{\sin A}$ _____ $\frac{c}{\sin C}$ (用 $>, =$ 或 $<$ 连接), 并说明理由.

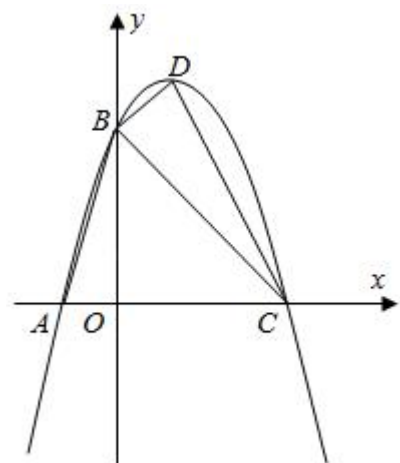
事实上, 以上结论适用于任意三角形.

- 初步应用:
- 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, $\angle A = 60^\circ, \angle B = 45^\circ, a = 8$, 求 b .
- 综合应用:

如图 3, 在某次数学活动中, 小凤同学测量一古塔 CD 的高度, 在 A 处用测角仪测得塔顶 C 的仰角为 15° , 又沿古塔的方向前行了 $100m$ 到达 B 处, 此时 A, B, D 三点在一条直线上, 在 B 处测得塔顶 C 的仰角为 45° , 求古塔 CD 的高度 (结果保留小数点后一位). ($\sqrt{3} \approx 1.732, \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$)

22. 如图, 函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(m, 0), B(0, n)$ 两点, m, n 分别是方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个实数根, 且 $m < n$.
- (I) 求 m, n 的值以及函数的解析式;
- (II) 设抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个交点为 C , 抛物线的顶点为 D , 连接 AB, BC, BD, CD . 求证: $\triangle BCD \sim \triangle OBA$;

(Ⅲ)对于(I)中所求的函数 $y = -x^2 + bx + c$,



(1) 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 求函数 y 的最大值和最小值;

(2) 设函数 y 在 $t \leq x \leq t + 1$ 内的最大值为 p , 最小值为 q , 若 $p - q = 3$, 求 t 的值.

参考答案与试题解析

2020 年山东省日照市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的，请把符合要求的选项选出来.

1. 【答案】 C

【考点】 相反数

【解析】 直接利用相反数的定义得出答案.

【解答】 2020 的相反数是： -2020 .

2. 【答案】 B

【考点】 单项式

【解析】 根据单项式系数的定义即可求解.

【解答】 单项式 $-3ab$ 的系数是 -3 .

3. 【答案】 A

【考点】 科学记数法--表示较大的数

【解析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 $1020000 = 1.02 \times 10^6$.

4. 【答案】 B

【考点】 全面调查与抽样调查

【解析】 根据全面调查和抽样调查的适用条件即可求解.

【解答】 对于调查方式，适宜于全面调查的常见存在形式有：范围小或准确性要求高的调查，

A. 调查全国初中学生视力情况没必要用全面调查，只需抽样调查即可，

B. 了解某班同学“三级跳远”的成绩情况，因调查范围小且需要具体到某个人，适宜全面调查，

C. 调查某品牌汽车的抗撞击情况，此调查兼破坏性，显然不能适宜全面调查，

D. 调查 2019 年央视“主持人大赛”节目的收视率，因调查受众广范围大，故不适宜全面调查，

5. 【答案】 A

【考点】 一次函数图象与几何变换

【解析】 直接利用一次函数“上加下减”的平移规律即可得出答案.

【解答】 $\because$ 将函数 $y = 2x$ 的图象向上平移 3 个单位，

$\therefore$ 所得图象的函数表达式为： $y = 2x + 3$.

6. 【答案】 B

【考点】二次根式的加减混合运算 同底数幂的乘法 完全平方公式 合并同类项

【解析】根据合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变；同底数幂的乘法法则，底数不变，指数相加；完全平方公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ；以及二次根式的减法运算法则逐项分析即可.

【解答】 B 、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$ 计算正确，故选项 B 符合题意 (1) C 、 $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ ，故选项 C 不符合题意 (2) D 、二次根式 $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式故不能合并，故选项 D 不符合题意.

故选： B .

7. 【答案】D

【考点】菱形的性质

【解析】根据菱形的性质和菱形面积公式即可求出结果.

【解答】如图， $\therefore$ 两邻角度数之比为 $1:2$ ，两邻角和为 180° ，

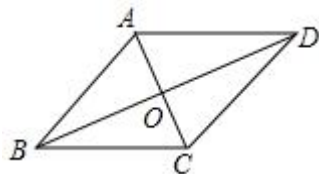
$\therefore \angle ABC = 60^\circ, \angle BAD = 120^\circ$,

$\therefore$ 菱形的周长为 8 ,

$\therefore$ 边长 $AB = 2$,

$\therefore$ 菱形的对角线 $AC = 2, BD = 2 \times 2\sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 菱形的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.



8. 【答案】D

【考点】解一元一次不等式组 在数轴上表示不等式的解集

【解析】首先解出不等式的解集，然后再根据不等式组解集的规律：大小小大中间找，确定不等式组的解集，再在数轴上表示即可.

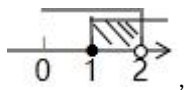
【解答】不等式组 $\begin{cases} x + 1 \geq 2 \\ 3(x - 5) < -9 \end{cases}$,

由①得： $x \geq 1$,

由②得： $x < 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $1 \leq x < 2$.

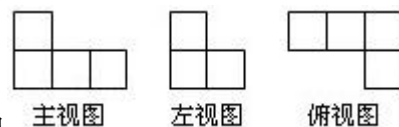
数轴上表示如图：

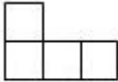
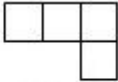


9. 【答案】B

【考点】简单组合体的三视图 轴对称图形

【解析】先得到该几何体的三视图，再根据轴对称图形的定义即可求解.



【解答】由如图所示的几何体可知：该几何体的主视图、左视图和俯视图分别是   ，其中左视图是轴对称图形。

10. 【答案】A

【考点】扇形面积的计算 垂径定理 勾股定理

【解析】根据垂径定理得出 $CE = DE = \frac{1}{2}CD = 3\sqrt{3}$ ，再利用勾股定理求得半径，根据锐角三角函数关系得出 $\angle EOD = 60^\circ$ ，进而结合扇形面积求出答案。

【解答】 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， CD 为 $\odot O$ 的弦， $AB \perp CD$ 于点 E ，

$$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}CD = 3\sqrt{3}.$$

设 $\odot O$ 的半径为 r ，

在直角 $\triangle OED$ 中， $OD^2 = OE^2 + DE^2$ ，即 $r^2 = (9 - r)^2 + (3\sqrt{3})^2$ ，

解得， $r = 6$ ，

$$\therefore OE = 3,$$

$$\therefore \cos \angle BOD = \frac{OE}{OD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle EOD = 60^\circ,$$

$$\therefore S_{BOD} = \frac{1}{6}\pi \times 36 = 6\pi, S_{Rt\triangle OED} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9}{2}\sqrt{3},$$

$$\therefore S = 6\pi - \frac{9}{2}\sqrt{3},$$

11. 【答案】C

【考点】规律型：图形的变化类 规律型：点的坐标 规律型：数字的变化类

【解析】观察图形可知，第 1 个图形共有三角形 $5 + 2$ 个；第 2 个图形共有三角形 $5 + 2 + 3$ 个；第 3 个图形共有三角形 $5 + 2 + 3 + 4$ 个；第 4 个图形共有三角形 $5 + 2 + 3 + 4 + 5$ 个； $\dots$ ；则第 n 个图形共有三角形 $5 + 2 + 3 + 4 + \dots + n + (n + 1)$ 个；由此代入 $n = 10$ 求得答案即可。

【解答】根据图中圆点排列，当 $n = 1$ 时，圆点个数 $5 + 2$ ；当 $n = 2$ 时，圆点个数 $5 + 2 + 3$ ；当 $n = 3$ 时，圆点个数 $5 + 2 + 3 + 4$ ；当 $n = 4$ 时，圆点个数 $5 + 2 + 3 + 4 + 5$ ， $\dots$

$$\therefore \text{当 } n = 10 \text{ 时，圆点个数 } 5 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 4 + (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11) = 4 + \frac{1}{2} \times 11 \times (11 + 1) = 70.$$

12. 【答案】C

【考点】二次函数图象上点的坐标特征 抛物线与 x 轴的交点 根与系数的关系 二次函数图象与系数的关系

【解析】由图象可知 $a < 0$ ， $c > 0$ ，由对称轴得 $b = 2a < 0$ ，则 $abc > 0$ ，故①错误；当 $x = 1$ 时， $y = a + b + c = a + 2a + c = 3a + c < 0$ ，得②正确；由 $x = -1$ 时， y 有最大值，得 $a - b + c \geq am^2 + bm + c$ ，得③错误；由题意得二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = -2$ 的一个交点为 $(-3, -2)$ ，另一个交点为 $(1, -2)$ ，即 $x_1 = 1$ ， $x_2 = -3$ ，进而得出④正确，即可得出结论。

【解答】由图象可知： $a < 0$ ， $c > 0$ ， $-\frac{b}{2a} = -1$ ，

$\therefore b = 2a < 0$,
 $\therefore abc > 0$, 故① $abc < 0$ 错误;
 当 $x = 1$ 时, $y = a + b + c = a + 2a + c = 3a + c < 0$,
 $\therefore 3a < -c$, 故② $3a < -c$ 正确;
 $\therefore x = -1$ 时, y 有最大值,
 $\therefore a - b + c \geq am^2 + bm + c$ (m 为任意实数),
 即 $a - b \geq am^2 + bm$, 即 $a - bm \geq am^2 + b$, 故③错误;
 $\therefore$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象经过点 $(-3, -2)$, 方程 $ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ($|x_1| < |x_2|$),
 $\therefore$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = -2$ 的一个交点为 $(-3, -2)$,
 $\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -1$,
 $\therefore$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = -2$ 的另一个交点为 $(1, -2)$,
 即 $x_1 = 1, x_2 = -3$,
 $\therefore 2x_1 - x_2 = 2 - (-3) = 5$, 故④正确.
 所以正确的是②④;

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 不需写解答过程, 只要求填写最后结果.

13. 【答案】 $n(m + 4)$

【考点】因式分解-提公因式法

【解析】直接提取公因式 n 分解因式即可求解.

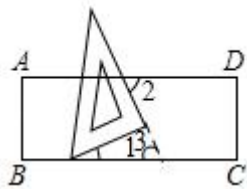
【解答】 $mn + 4n = n(m + 4)$.

14. 【答案】 25°

【考点】平行线的性质

【解析】延长 EF 交 BC 于点 G , 根据平行线的性质可得 $\angle 2 = \angle 3 = 65^\circ$, 再根据直角三角形的两个锐角互余即可求解.

【解答】如图, 延长 EF 交 BC 于点 G ,



$\therefore$ 直尺,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle 2 = \angle 3 = 65^\circ$,
 又 $\therefore 30^\circ$ 角的直角三角板,
 $\therefore \angle 1 = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$.

15. 【答案】 $\begin{cases} 3(x - 2) = y \\ 2x + 9 = y \end{cases}$

【考点】由实际问题抽象出二元一次方程组

【解析】根据“每 3 人乘一车, 最终剩余 2 辆空车; 若每 2 人同乘一车, 最终剩下 9 人因无车可乘而步行”, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 此题得解.

【解答】依题意，得：
$$\begin{cases} 3(x-2) = y \\ 2x+9 = y \end{cases}$$

16. 【答案】 $\frac{50}{3}$

【考点】反比例函数系数 k 的几何意义 坐标与图形变化-对称 反比例函数的性质

平行四边形的性质 反比例函数图象上点的坐标特征

【解析】将点 F 坐标代入解析式，可求双曲线解析式为 $y = -\frac{60}{x}$ ，由平行四边形的性质可得 $OB = 10$ ， $BE = 6$ ，由勾股定理可求 EG 的长，由勾股定理可求 CO 的长，即可求解.

【解答】 $\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x} (k < 0, x < 0)$ 经过点 $F(-12, 5)$,

$$\therefore k = -60,$$

$$\therefore \text{双曲线解析式为 } y = -\frac{60}{x}.$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的顶点 } A \text{ 的纵坐标为 } 10,$$

$$\therefore BO = 10, \text{ 点 } E \text{ 的纵坐标为 } 10, \text{ 且在双曲线 } y = -\frac{60}{x} \text{ 上},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的横坐标为 } -6, \text{ 即 } BE = 6.$$

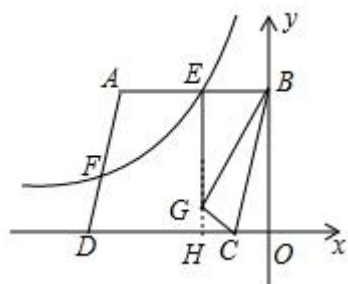
$$\therefore \triangle BOC \text{ 和 } \triangle BGC \text{ 关于 } BC \text{ 对称},$$

$$\therefore BG = BO = 10, GC = OC.$$

$$\therefore EG \parallel y \text{ 轴}, \text{ 在 } Rt \triangle BEG \text{ 中}, BE = 6, BG = 10,$$

$$\therefore EG = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

延长 EG 交 x 轴于点 H ,



$$\therefore EG \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle GHC \text{ 是直角},$$

在 $Rt \triangle GHC$ 中，设 $GC = m$ ，则有 $CH = OH - OC = BE - GC = 6 - m$ ， $GH = EH - EG = 10 - 8 = 2$ ，
则有 $m^2 = 2^2 + (6 - m)^2$,

$$\therefore m = \frac{10}{3},$$

$$\therefore GC = \frac{10}{3} = OC,$$

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 10 = \frac{50}{3},$$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 68 分。解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 【答案】 原式 $= -2 + \frac{3}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -2 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -2$.

$$\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x},$$

两边同乘以 $(x-2)$ 得, $x-3+(x-2)=-3$,

解得, $x=1$.

经检验 $x=1$ 是原分式方程的解.

【考点】特殊角的三角函数值 实数的运算 负整数指数幂 解分式方程

【解析】(1) 原式利用立方根的定义, 负整数指数幂的意义以及特殊角的三角形函数进行计算即可;

(2) 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

$$\text{【解答】原式} = -2 + \frac{3}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -2 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -2.$$

$$\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x},$$

两边同乘以 $(x-2)$ 得, $x-3+(x-2)=-3$,

解得, $x=1$.

经检验 $x=1$ 是原分式方程的解.

18. 【答案】证明: $\because$ 矩形 $MEFN$ 与矩形 $EBCF$ 面积相等,

$$\therefore ME = BE, AM = GH.$$

$\because$ 四块矩形花圃的面积相等, 即 $S_{\text{矩形}AMDND} = 2S_{\text{矩形}MEFN}$,

$$\therefore AM = 2ME,$$

$$\therefore AE = 3BE;$$

$\because$ 篱笆总长为 $100m$,

$$\therefore 2AB + GH + 3BC = 100,$$

$$\text{即 } 2AB + \frac{1}{2}AB + 3BC = 100,$$

$$\therefore AB = 40 - \frac{6}{5}BC.$$

设 BC 的长度为 xm , 矩形区域 $ABCD$ 的面积为 ym^2 ,

$$\text{则 } y = BC \cdot AB = x(40 - \frac{6}{5}x) = -\frac{6}{5}x^2 + 40x,$$

$$\therefore AB = 40 - \frac{6}{5}BC,$$

$$\therefore BE = \frac{40}{3} - \frac{2}{5}x > 0,$$

$$\text{解得 } x < \frac{100}{3},$$

$$\therefore y = -\frac{6}{5}x^2 + 40x \quad (0 < x < \frac{100}{3}).$$

【考点】二次函数的应用

【解析】(1) 矩形 $MEFN$ 与矩形 $EBCF$ 面积相等, 则 $ME = BE$, $AM = GH$, 而四块矩形花圃的面积相等, 即

$$S_{\text{矩形}AMDND} = 2S_{\text{矩形}MEFN}, \text{ 即可证明;}$$

(2) 设 BC 的长度为 xm , 矩形区域 $ABCD$ 的面积为 ym^2 , 则 $y = BC \cdot AB = x(40 - \frac{6}{5}x) = -\frac{6}{5}x^2 + 40x$, 即可求

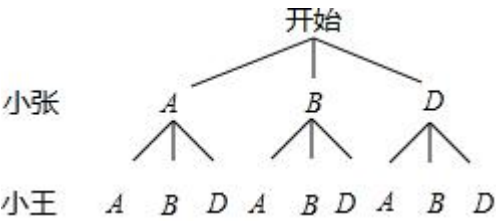
解.

19. 【答案】 75,76

观察直方图，抽取的 30 名学生成绩在 $80 \leq x < 90$ 范围内选取 A 课程的有 9 人，所占比为 $\frac{9}{30}$ ，

那么估计该年级 100 名学生，学生成绩在 $80 \leq x < 90$ 范围内，选取 A 课程的总人数为 $100 \times \frac{9}{30} = 30$ （人）； $\frac{1}{4}$

因该年级每名学生选两门不同的课程，第一次都选了课程 C，列树状图如下：



等可能结果共有 9 种，他俩第二次同时选择课程 A 或课程 B 的有 2 种，

所以，他俩第二次同时选择课程 A 或课程 B 的概率是 $\frac{2}{9}$ 。

【考点】中位数 用样本估计总体 列表法与树状图法 概率公式 频数（率）分布直方图 众数

【解析】（1）根据中位数和众数的定义求解即可；

（2）利用样本估计总体的方法即可估计该年级选择 A 课程学生成绩在 $80 \leq x < 90$ 的总人数；

（3）直接利用概率公式计算；

（4）画树状图展示所有 16 种等可能的结果数，找出他俩第二次选课相同的结果数，然后根据概率公式计算。

【解答】在 72, 73, 74, 75, 76, 76, 79 这组已经按从小到大排列好的数据中，中位数为 75，众数为 76；故答案为：75, 76；

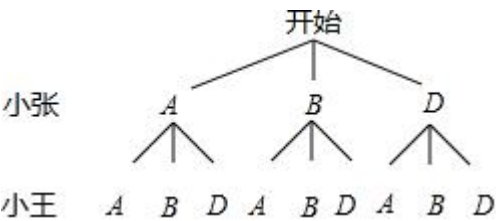
观察直方图，抽取的 30 名学生成绩在 $80 \leq x < 90$ 范围内选取 A 课程的有 9 人，所占比为 $\frac{9}{30}$ ，

那么估计该年级 100 名学生，学生成绩在 $80 \leq x < 90$ 范围内，选取 A 课程的总人数为 $100 \times \frac{9}{30} = 30$ （人）；

因为学校开设了四门校本课程供学生选择，小乔随机选取一门课程，则他选中课程 D 的概率为 $\frac{1}{4}$ ；

故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

因该年级每名学生选两门不同的课程，第一次都选了课程 C，列树状图如下：



等可能结果共有 9 种，他俩第二次同时选择课程 A 或课程 B 的有 2 种，

所以，他俩第二次同时选择课程 A 或课程 B 的概率是 $\frac{2}{9}$ 。

20. 【答案】证明： $\because Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $DF \perp CB$ ，
 $\therefore \angle C = \angle DFB = 90^\circ$ 。

$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 是正方形,
 $\therefore BD = AB, \angle DBA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DBF + \angle ABC = 90^\circ, \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DBF = \angle CAB$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDF (AAS)$;

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDF$,
 $\therefore DF = BC = 5, BF = AC = 9$,
 $\therefore FC = BF + BC = 9 + 5 = 14$.

如图, 连接 DN ,

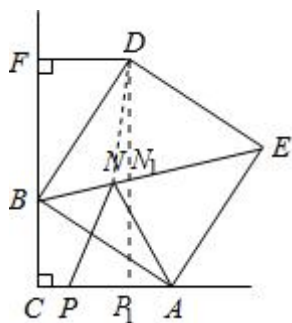
$\therefore BE$ 是正方形顶点 A 与顶点 D 的对称轴,
 $\therefore AN = DN$.

如使得 $AN + PN$ 最小, 只需 D, N, P 在一条直线上,

由于点 P, N 分别是 AC 和 BE 上的动点,

作 $DP_1 \perp AC$, 交 BE 于点 N_1 , 垂足为 P_1 ,

所以, $AN + PN$ 的最小值等于 $DP_1 = FC = 14$.



【考点】 正方形的性质 全等三角形的性质与判定 轴对称——最短路线问题

【解析】(1) 根据正方形的性质得出 $BD = AB, \angle DBA = 90^\circ$, 进而得出 $\angle DBF = \angle CAB$, 因为 $\angle C = \angle DFB = 90^\circ$. 根据 AAS 即可证得结论;

(2) 根据正方形的性质 $AN = DN$, 如使得 $AN + PN$ 最小, 只需 D, N, P 在一条直线上, 根据垂线段最短, 作 $DP_1 \perp AC$, 交 BE 于点 N_1 , 垂足为 P_1 , 则 $AN + PN$ 的最小值等于 $DP_1 = FC = 14$.

【解答】 证明: $\therefore Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, DF \perp CB$,

$\therefore \angle C = \angle DFB = 90^\circ$.
 $\therefore$ 四边形 $ABDE$ 是正方形,
 $\therefore BD = AB, \angle DBA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DBF + \angle ABC = 90^\circ, \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DBF = \angle CAB$,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDF (AAS)$;

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDF$,
 $\therefore DF = BC = 5, BF = AC = 9$,
 $\therefore FC = BF + BC = 9 + 5 = 14$.

如图, 连接 DN ,

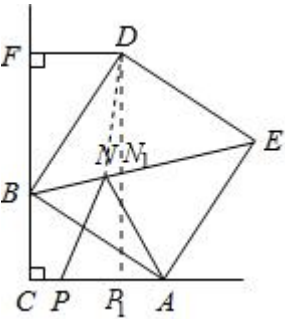
$\therefore BE$ 是正方形顶点 A 与顶点 D 的对称轴,
 $\therefore AN = DN$.

如使得 $AN + PN$ 最小, 只需 D, N, P 在一条直线上,

由于点 P, N 分别是 AC 和 BE 上的动点,

作 $DP_1 \perp AC$, 交 BE 于点 N_1 , 垂足为 P_1 ,

所以， $AN + PN$ 的最小值等于 $DP_1 = FC = 14$.



21. 【答案】 $\frac{b}{\sin B} =$

【考点】 圆的综合题

【解析】探究活动：由锐角三角函数可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ，可求解；

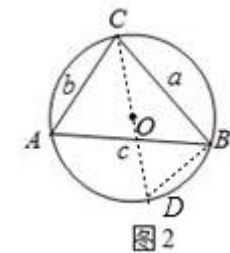
初步应用：将数值代入解析式可求解；

综合应用：由三角形的外角性质可求 $\angle ACB = 30^\circ$ ，利用（1）的结论可得 $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin A}$ ，即可求解.

【解答】探究活动： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,

理由如下：

如图 2，过点C作直径CD交⊙O于点D，连接BD，



$\therefore \angle A = \angle D, \angle DBC = 90^\circ,$

$\therefore \sin A = \sin D, \sin D = \frac{a}{2R},$

$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\frac{a}{2R}} = 2R,$

同理可证： $\frac{b}{\sin B} = 2R, \frac{c}{\sin C} = 2R,$

$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R;$

22. 【答案】在 $0 \leq x \leq 3$ 范围内,

当 $x = 1$ 时, $y_{\text{最大值}} = 4$; 当 $x = 3$ 时, $y_{\text{最小值}} = 0$;

①当函数 y 在 $t \leq x \leq t + 1$ 内的抛物线完全在对称轴的左侧, 当 $x = t$ 时取得最小值 $q = -t^2 + 2t + 3$, 最大值 $p = -(t + 1)^2 + 2(t + 1) + 3$,

令 $p - q = -(t + 1)^2 + 2(t + 1) + 3 - (-t^2 + 2t + 3) = 3$, 即 $-2t + 1 = 3$, 解得 $t = -1$.

②当 $t + 1 = 1$ 时, 此时 $p = 4$, $q = 3$, 不合题意, 舍去;

③当函数 y 在 $t \leq x \leq t + 1$ 内的抛物线分别在对称轴的两侧,

此时 $p = 4$, 令 $p - q = 4 - (-t^2 + 2t + 3) = 3$, 即 $t^2 - 2t - 2 = 0$ 解得: $t_1 = 1 + \sqrt{3}$ (舍), $t_2 = 1 - \sqrt{3}$;

或者 $p - q = 4 - [-(t+1)^2 + 2(t+1) + 3] = 3$, 即 $t = \pm \sqrt{3}$ (不合题意, 舍去);

④当 $t = 1$ 时, 此时 $p = 4$, $q = 3$, 不合题意, 舍去;

⑤当函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线完全在对称轴的右侧, 当 $x = t$ 时取得最大值 $p = -t^2 + 2t + 3$, 最小值 $q = -(t+1)^2 + 2(t+1) + 3$,

令 $p - q = -t^2 + 2t + 3 - [-(t+1)^2 + 2(t+1) + 3] = 3$, 解得 $t = 2$.

综上, $t = -1$ 或 $t = 1 - \sqrt{3}$ 或 $t = 2$.

【考点】二次函数综合题

【解析】(I) 首先解方程求得 A 、 B 两点的坐标, 然后利用待定系数法确定二次函数的解析式即可;

(II) 根据解方程直接写出点 C 的坐标, 然后确定顶点 D 的坐标, 根据两点的距离公式可得 $\triangle BDC$ 三边的长, 根据勾股定理的逆定理可得 $\angle DBC = 90^\circ$, 根据边长可得 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DBC$ 两直角边的比相等, 则两直角三角形相似;

(III)(1) 确定抛物线的对称轴是 $x = 1$, 根据增减性可知: $x = 1$ 时, y 有最大值, 当 $x = 3$ 时, y 有最小值;

(2) 分 5 种情况: ①当函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线完全在对称轴的左侧; ②当 $t+1 = 1$ 时; ③当函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线分别在对称轴的两侧; ④当 $t = 1$ 时, ⑤函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线完全在对称轴的右侧; 分别根据增减性可解答.

【解答】在 $0 \leq x \leq 3$ 范围内,

当 $x = 1$ 时, $y_{\text{最大值}} = 4$; 当 $x = 3$ 时, $y_{\text{最小值}} = 0$;

①当函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线完全在对称轴的左侧, 当 $x = t$ 时取得最小值 $q = -t^2 + 2t + 3$, 最大值 $p = -(t+1)^2 + 2(t+1) + 3$,

令 $p - q = -(t+1)^2 + 2(t+1) + 3 - (-t^2 + 2t + 3) = 3$, 即 $-2t + 1 = 3$, 解得 $t = -1$.

②当 $t+1 = 1$ 时, 此时 $p = 4$, $q = 3$, 不合题意, 舍去;

③当函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线分别在对称轴的两侧,

此时 $p = 4$, 令 $p - q = 4 - (-t^2 + 2t + 3) = 3$, 即 $t^2 - 2t - 2 = 0$ 解得: $t_1 = 1 + \sqrt{3}$ (舍), $t_2 = 1 - \sqrt{3}$;

或者 $p - q = 4 - [-(t+1)^2 + 2(t+1) + 3] = 3$, 即 $t = \pm \sqrt{3}$ (不合题意, 舍去);

④当 $t = 1$ 时, 此时 $p = 4$, $q = 3$, 不合题意, 舍去;

⑤当函数 y 在 $t \leq x \leq t+1$ 内的抛物线完全在对称轴的右侧, 当 $x = t$ 时取得最大值 $p = -t^2 + 2t + 3$, 最小值 $q = -(t+1)^2 + 2(t+1) + 3$,

令 $p - q = -t^2 + 2t + 3 - [-(t+1)^2 + 2(t+1) + 3] = 3$, 解得 $t = 2$.

综上, $t = -1$ 或 $t = 1 - \sqrt{3}$ 或 $t = 2$.