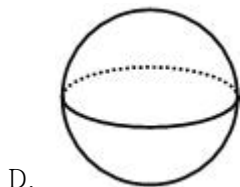
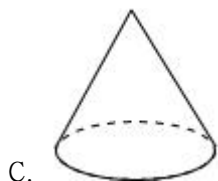
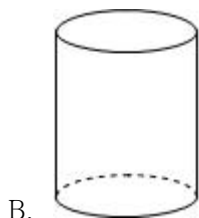
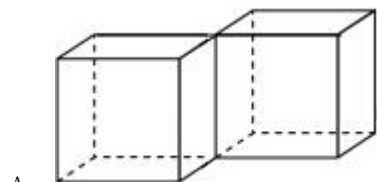


一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选, 均不得分)

1. -2 的倒数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. 下列几何体的左视图和俯视图相同的是 ()



3. 人民日报讯, 2020 年 6 月 23 日, 中国成功发射北斗系统第 55 颗导航卫星. 至此中国提前半年全面完成北斗三号全球卫星导航系统星座部署. 北斗三号卫星上配置的新一代国产原子钟, 使北斗导航系统授时精度达到了十亿分之一秒. 十亿分之一用科学记数法可以表示为 ()

- A. 10×10^{-10} B. 1×10^{-9} C. 0.1×10^{-8} D. 1×10^9

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $3x^3 \cdot x^2 = 3x^5$ B. $(2x^2)^3 = 6x^6$
C. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ D. $x^2 + x^3 = x^5$

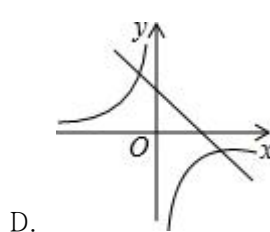
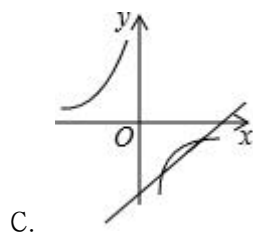
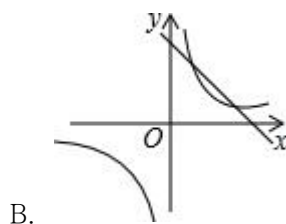
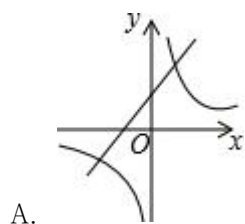
5. 分式 $\frac{2a+2}{a^2-1} - \frac{a+1}{1-a}$ 化简后的结果为 ()

- A. $\frac{a+1}{a-1}$ B. $\frac{a+3}{a-1}$

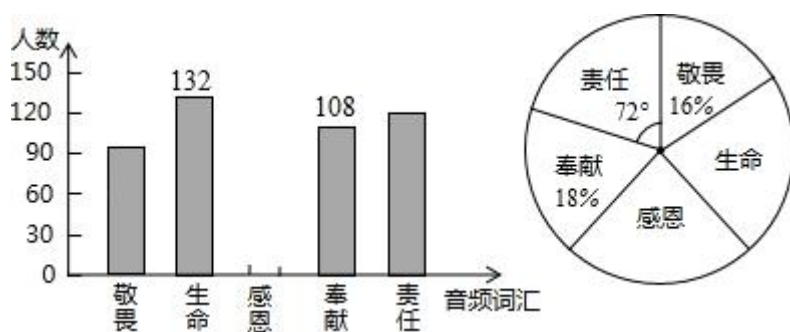
C. $-\frac{a}{a-1}$

D. $-\frac{a^2+3}{a^2-1}$

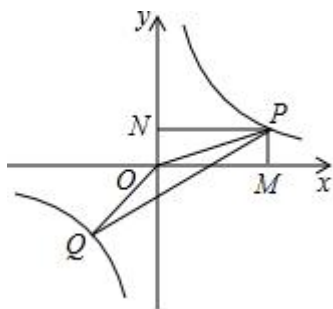
6. 一次函数 $y = ax - a$ 与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中的图象可能是 ()



7. 为了调查疫情对青少年人生观、价值观产生的影响，某学校团委对初二年级学生进行了问卷调查，其中一项是：疫情期间出现的哪一个高频词汇最触动你的内心？针对该项调查结果制作的两个统计图（不完整）如图．由图中信息可知，下列结论错误的是 ()

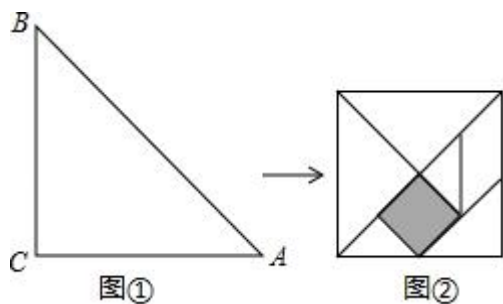


- A. 本次调查的样本容量是 600
- B. 选“责任”的有 120 人
- C. 扇形统计图中“生命”所对应的扇形圆心角度数为 64.8°
- D. 选“感恩”的人数最多
8. 如图，点 $P(m, 1)$ ，点 $Q(-2, n)$ 都在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上．过点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足分别为点 M ， N ．连接 OP ， OQ ， PQ ．若四边形 $OMPN$ 的面积记作 S_1 ， $\triangle POQ$ 的面积记作 S_2 ，则 ()



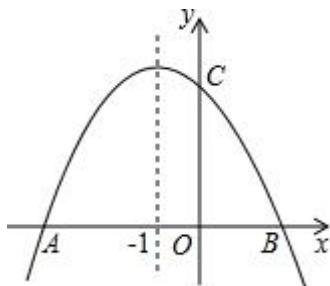
- A. $S_1 : S_2 = 2 : 3$ B. $S_1 : S_2 = 1 : 1$ C. $S_1 : S_2 = 4 : 3$ D. $S_1 : S_2 = 5 : 3$

9. 七巧板是大家熟悉的一种益智玩具. 用七巧板能拼出许多有趣的图案. 小李将一块等腰直角三角形硬纸板 (如图①) 切割七块, 正好制成一副七巧板 (如图②). 已知 $AB = 40\text{cm}$, 则图中阴影部分的面积为 ()



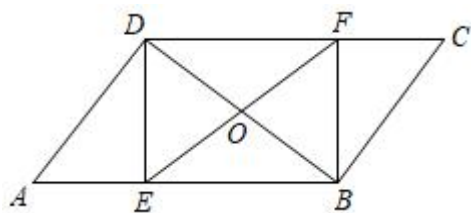
- A. 25cm^2 B. $\frac{100}{3}\text{cm}^2$ C. 50cm^2 D. 75cm^2

10. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 交 x 轴于点 A, B , 交 y 轴于点 C . 若点 A 坐标为 $(-4, 0)$, 对称轴为直线 $x = -1$, 则下列结论错误的是 ()



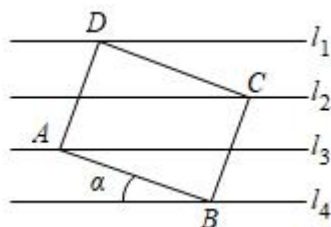
- A. 二次函数的最大值为 $a - b + c$
 B. $a + b + c > 0$
 C. $b^2 - 4ac > 0$
 D. $2a + b = 0$

11. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 $BD \perp AD$, $AB = 10$, $AD = 6$, O 为 BD 的中点, E 为边 AB 上一点, 直线 EO 交 CD 于点 F , 连结 DE, BF . 下列结论不成立的是 ()



- A. 四边形 $DEBF$ 为平行四边形
 B. 若 $AE=3.6$, 则四边形 $DEBF$ 为矩形
 C. 若 $AE=5$, 则四边形 $DEBF$ 为菱形
 D. 若 $AE=4.8$, 则四边形 $DEBF$ 为正方形

12. 如图, 矩形 $ABCD$ 的四个顶点分别在直线 l_3, l_4, l_2, l_1 上. 若直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$ 且间距相等, $AB=4$, $BC=3$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 ()



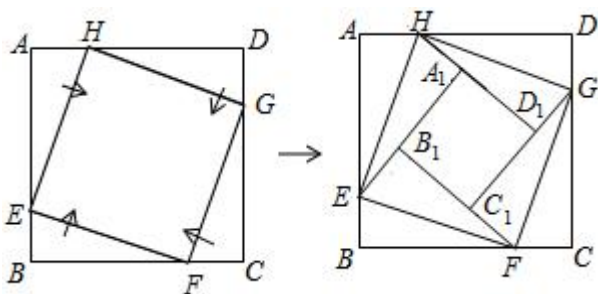
- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{15}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 只要求填出最后结果)

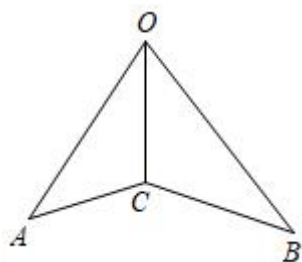
13. 计算 $\sqrt{3} - \sqrt{12} - (\sqrt{8} - 1)^0$ 的结果是_____.
14. 一元二次方程 $4x(x-2) = x-2$ 的解为_____.
15. 下表中 y 与 x 的数据满足我们初中学过的某种函数关系. 其函数表达式为_____.

x	...	-1	0	1	3	...
y	...	0	3	4	0	...

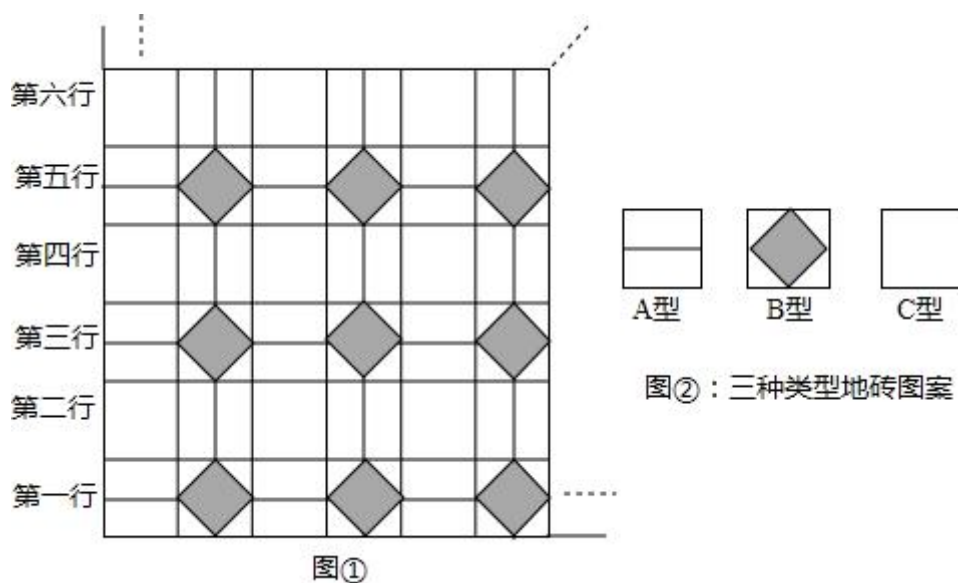
16. 如图, 四边形 $ABCD$ 是一张正方形纸片, 其面积为 25cm^2 . 分别在边 AB, BC, CD, DA 上顺次截取 $AE = BF = CG = DH = a\text{cm}$ ($AE > BE$), 连接 EF, FG, GH, HE . 分别以 EF, FG, GH, HE 为轴将纸片向内翻折, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$. 若四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积为 9cm^2 , 则 $a =$ _____.



17. 如图, 点 C 在 $\angle AOB$ 的内部, $\angle OCA = \angle OCB$, $\angle OCA$ 与 $\angle AOB$ 互补. 若 $AC=1.5$, $BC=2$, 则 $OC =$ _____.



18. 如图①，某广场地面是用 A , B , C 三种类型地砖平铺而成的. 三种类型地砖上表面图案如图②所示. 现用有序数对表示每一块地砖的位置: 第一行的第一块 (A 型) 地砖记作 $(1, 1)$, 第二块 (B 型) 地砖记作 $(2, 1) \cdots$ 若 (m, n) 位置恰好为 A 型地砖, 则正整数 m, n 须满足的条件是_____.



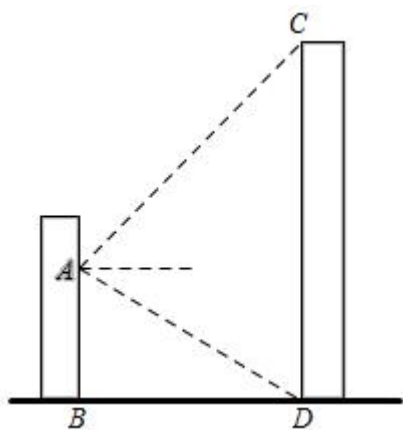
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (7 分) 解不等式组, 并把解集在数轴上表示出来.

$$\begin{cases} 4x-2 \geq 3(x-1), & \text{①} \\ \frac{x-5}{2}+1 > x-3. & \text{②} \end{cases}$$

20. (8 分) 在“旅游示范公路”建设的过程中, 工程队计划在海边某路段修建一条长 $1200m$ 的步行道. 由于采用新的施工方式, 平均每天修建步行道的长度是计划的 1.5 倍, 结果提前 5 天完成任务. 求计划平均每天修建步行道的长度.
21. (8 分) 居家学习期间, 小晴同学运用所学知识在自家阳台测对面大楼的高度. 如图, 她利用自制的测角仪测得该大楼顶部的仰角为 45° , 底部的俯角为 38° ; 又用绳子测得测角仪距地面的高度 AB 为 $31.6m$. 求该大楼的高度 (结果精确到 $0.1m$).

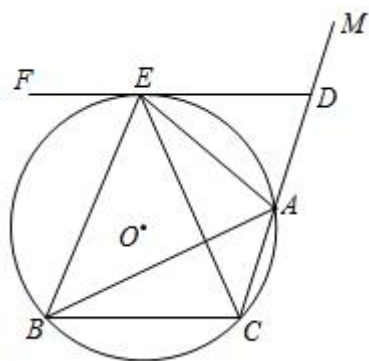
(参考数据: $\sin 38^\circ \approx 0.62$, $\cos 38^\circ \approx 0.79$, $\tan 38^\circ \approx 0.78$)



22. (9分) 如图, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BAM$ 的平分线与它的外接圆相交于点 E , 连接 BE , CE , 过点 E 作 $EF \parallel BC$, 交 CM 于点 D .

求证: (1) $BE = CE$;

(2) EF 为 $\odot O$ 的切线.



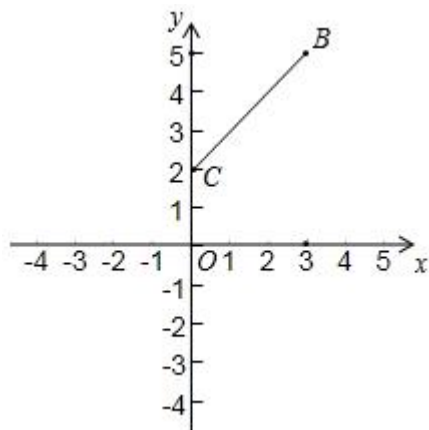
23. (10分) 小伟和小梅两位同学玩掷骰子的游戏, 两人各掷一次均匀的骰子. 以掷出的点数之差的绝对值判断输赢. 若所得数值等于 0, 1, 2, 则小伟胜; 若所得数值等于 3, 4, 5, 则小梅胜.

(1) 请利用表格分别求出小伟、小梅获胜的概率;

(2) 判断上述游戏是否公平. 如果公平, 请说明理由; 如果不公平, 请利用表格修改游戏规则, 以确保游戏的公平性.

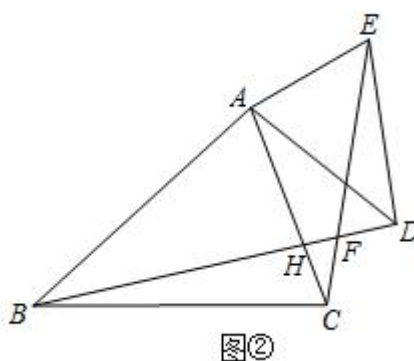
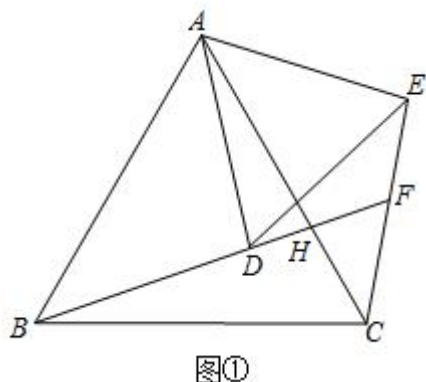
24. (12分) 已知, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 的顶点为 A . 点 B 的坐标为 (3, 5).

- (1) 求抛物线过点 B 时顶点 A 的坐标;
- (2) 点 A 的坐标记为 (x, y) , 求 y 与 x 的函数表达式;
- (3) 已知 C 点的坐标为 $(0, 2)$, 当 m 取何值时, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 与线段 BC 只有一个交点.



25. (12 分) 发现规律

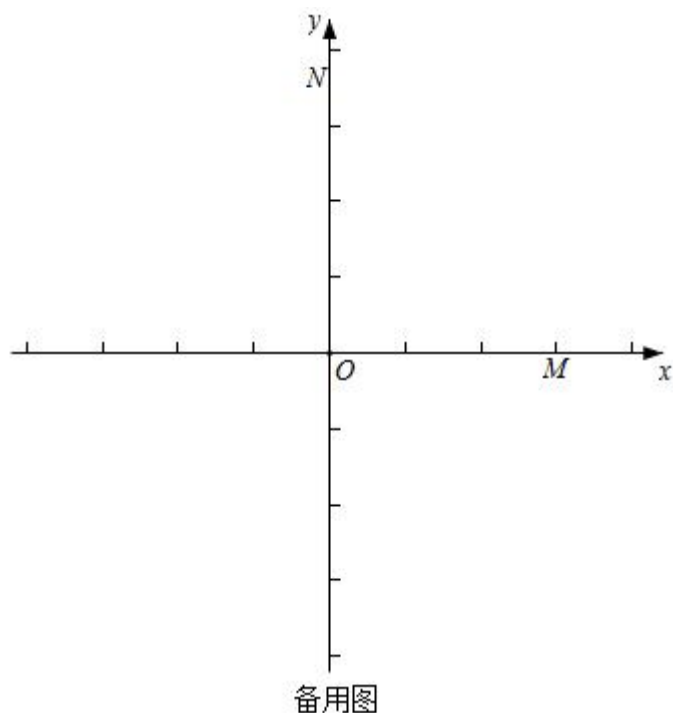
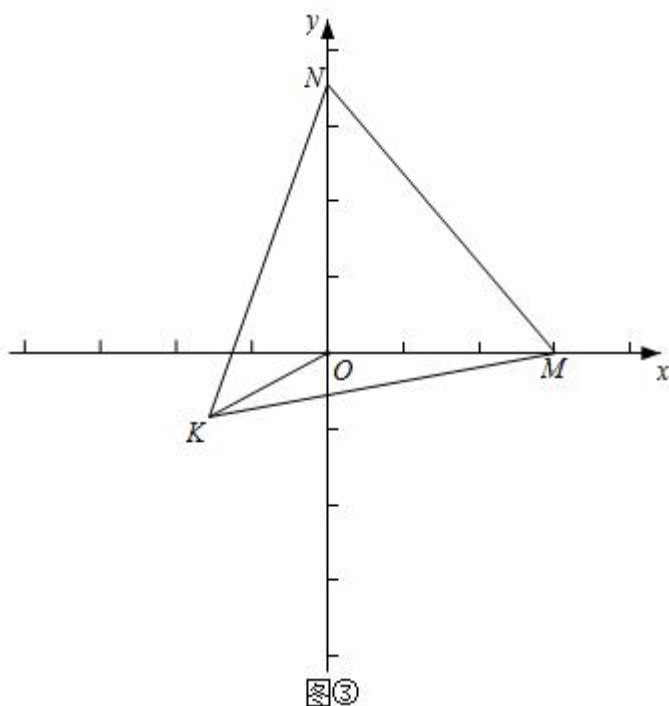
- (1) 如图①, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 直线 BD , CE 交于点 F . 直线 BD , AC 交于点 H . 求 $\angle BFC$ 的度数.



- (2) 已知: $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 的位置如图②所示, 直线 BD , CE 交于点 F . 直线 BD , AC 交于点 H . 若 $\angle ABC = \angle ADE = \alpha$, $\angle ACB = \angle AED = \beta$, 求 $\angle BFC$ 的度数.

应用结论

- (3) 如图③, 在平面直角坐标系中, 点 O 的坐标为 $(0, 0)$, 点 M 的坐标为 $(3, 0)$, N 为 y 轴上一动点, 连接 MN . 将线段 MN 绕点 M 逆时针旋转 60° 得到线段 MK , 连接 NK , OK . 求线段 OK 长度的最小值.



2020 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的. 每小题选对得 3 分，选错、不选或多选，均不得分)

1. -2 的倒数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

【分析】根据倒数的意义，乘积是 1 的两个数叫做互为倒数，据此解答.

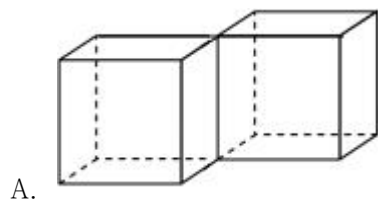
【解答】解： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$.

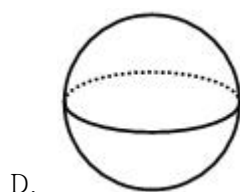
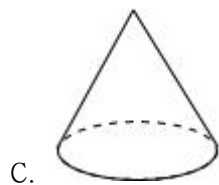
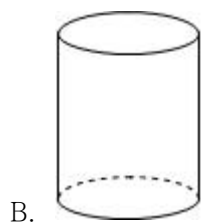
$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$,

故选: B.

【点评】本题主要考查倒数的意义，解决本题的关键是熟记乘积是 1 的两个数叫做互为倒数.

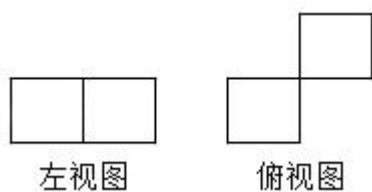
2. 下列几何体的左视图和俯视图相同的是 ()



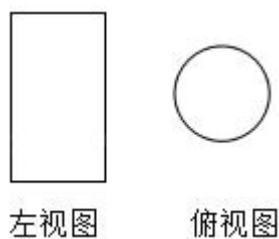


【分析】分别画出各种几何体的左视图和俯视图，进而进行判断即可.

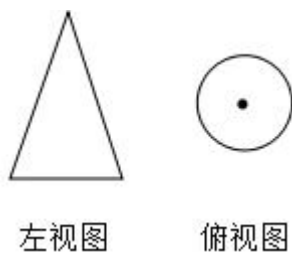
【解答】解：选项 A 中的几何体的左视图和俯视图为：



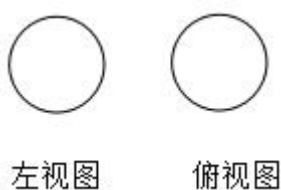
选项 B 中的几何体的左视图和俯视图为：



选项 C 中的几何体的左视图和俯视图为：



选项 D 中的几何体的左视图和俯视图为：



因此左视图和俯视图相同的选项 D 中的几何体,

故选: D .

【点评】本题考查简单几何体的三视图, 掌握三视图的画法是得出正确结论的前提.

3. 人民日报讯, 2020 年 6 月 23 日, 中国成功发射北斗系统第 55 颗导航卫星. 至此中国提前半年全面完成北斗三号全球卫星导航系统星座部署. 北斗三号卫星上配置的新一代国产原子钟, 使北斗导航系统授时精度达到了十亿分之一秒. 十亿分之一用科学记数法可以表示为 ()

- A. 10×10^{-10} B. 1×10^{-9} C. 0.1×10^{-8} D. 1×10^9

【分析】用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: $\because$ 十亿分之一 $= \frac{1}{1000000000} = 1 \times 10^{-9}$,

$\therefore$ 十亿分之一用科学记数法可以表示为: 1×10^{-9} .

故选: B .

【点评】本题考查了科学记数法, 解决本题的关键是掌握: 用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $3x^3 \cdot x^2 = 3x^5$ B. $(2x^2)^3 = 6x^6$
C. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ D. $x^2 + x^3 = x^5$

【分析】分别根据单项式乘单项式的运算法则, 积的乘方运算法则, 完全平方公式以及合并同类项法则逐一判断即可.

【解答】解: A. $3x^3 \cdot x^2 = 3x^5$, 故本选项符合题意;

B. $(2x^2)^3 = 8x^6$, 故本选项不合题意;

C. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, 故本选项不合题意;

D. x^2 与 x^3 不是同类项, 所以不能合并, 故本选项不合题意.

故选: A .

【点评】本题主要考查了单项式乘单项式, 完全平方公式, 合并同类项以及幂的乘方与积的乘方, 熟记相关公式与运算法则是解答本题的关键.

5. 分式 $\frac{2a+2}{a^2-1} - \frac{a+1}{1-a}$ 化简后的结果为 ()

- A. $\frac{a+1}{a-1}$ B. $\frac{a+3}{a-1}$
C. $-\frac{a}{a-1}$ D. $-\frac{a^2+3}{a^2-1}$

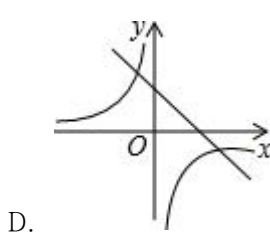
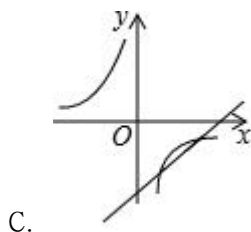
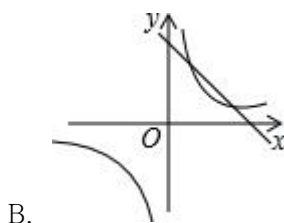
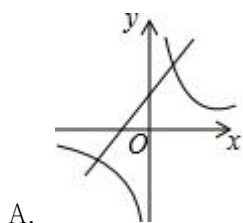
【分析】根据异分母分式相加减的运算法则计算即可．异分母分式相加减，先通分，再根据同分母分式相加减的法则计算．

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】解: } & \frac{2a+2}{a^2-1} - \frac{a+1}{1-a} \\
 &= \frac{2a+2}{a^2-1} + \frac{a+1}{a-1} \\
 &= \frac{2a+2}{a^2-1} + \frac{(a+1)^2}{a^2-1} \\
 &= \frac{2a+2+a^2+2a+1}{a^2-1} \\
 &= \frac{a^2+4a+3}{a^2-1} \\
 &= \frac{(a+3)(a+1)}{(a+1)(a-1)} \\
 &= \frac{a+3}{a-1}.
 \end{aligned}$$

故选：B.

【点评】本题主要考查了分式的加减，熟练掌握分式通分的方法是解答本题的关键．

6. 一次函数 $y = ax - a$ 与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中的图象可能是 ()



【分析】先根据一次函数的性质判断出 a 取值，再根据反比例函数的性质判断出 a 的取值，二者一致的即为正确答案．

【解答】解：A、由函数 $y = ax - a$ 的图象可知 $a > 0$ ， $-a > 0$ ，由函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象可知 $a < 0$ ，错误；

B、由函数 $y = ax - a$ 的图象可知 $a < 0$ ，由函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象可知 $a > 0$ ，相矛盾，故错误；

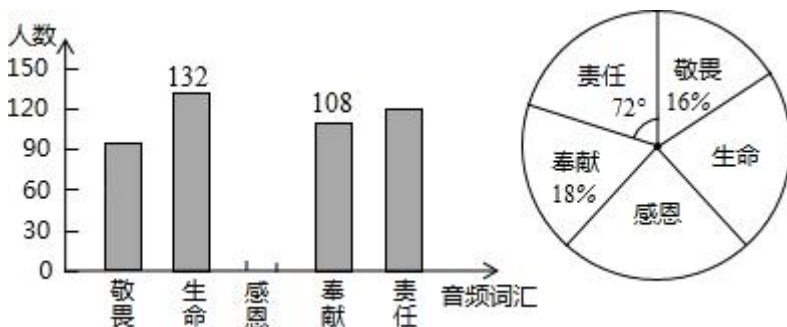
C、由函数 $y = ax - a$ 的图象可知 $a > 0$ ，由函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象可知 $a < 0$ ，故错误；

D、由函数 $y = ax - a$ 的图象可知 $a < 0$ ，由函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象可知 $a < 0$ ，故正确；

故选：D.

【点评】本题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质，要掌握它们的性质才能灵活解题.

7. 为了调查疫情对青少年人生观、价值观产生的影响，某学校团委对初二年级学生进行了问卷调查，其中一项是：疫情期间出现的哪一个高频词汇最触动你的内心？针对该项调查结果制作的两个统计图（不完整）如图．由图中信息可知，下列结论错误的是（ ）



- A. 本次调查的样本容量是 600
B. 选“责任”的有 120 人
C. 扇形统计图中“生命”所对应的扇形圆心角度数为 64.8°
D. 选“感恩”的人数最多

【分析】根据条形统计图和扇形统计图中的数据，可以判断各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题.

【解答】解：本次调查的样本容量为： $108 \div 18\% = 600$ ，故选项 A 中的说法正确；

选“责任”的有 $600 \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 120$ （人），故选项 B 中的说法正确；

扇形统计图中“生命”所对应的扇形圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{132}{600} = 79.2^\circ$ ，故选项 C 中的说法错误；

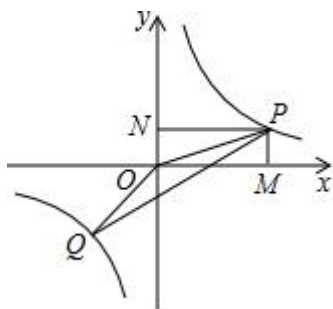
选“感恩”的人数为： $600 - 132 - 600 \times (16\% + 18\%) - 120 = 144$ ，故选“感恩”的人数最多，故选项 D 中的说法正确；

故选：C.

【点评】本题考查条形统计图、扇形统计图、样本容量，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

8. 如图，点 $P(m, 1)$ ，点 $Q(-2, n)$ 都在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上．过点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足分别为点 M ， N ．连接 OP ， OQ ， PQ ．若四边形 $OMPN$ 的面积记作 S_1 ， $\triangle POQ$ 的面积记作 S_2 ，则

()



- A. $S_1: S_2 = 2: 3$ B. $S_1: S_2 = 1: 1$ C. $S_1: S_2 = 4: 3$ D. $S_1: S_2 = 5: 3$

【分析】过点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足分别为点 M ， N ，根据图象上点的坐标特征得到 $P(4, 1)$ ， $Q(-2, -2)$ ，根据反比例函数系数 k 的几何意义求得 $S_1 = 4$ ，然后根据 $S_2 = S_{\triangle POK} - S_{\triangle PON} - S_{\text{梯形} ONKQ}$ 求得 $S_2 = 3$ ，即可求得 $S_1: S_2 = 4: 3$ 。

【解答】解：点 $P(m, 1)$ ，点 $Q(-2, n)$ 都在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上。

$$\therefore m \times 1 = -2n = 4,$$

$$\therefore m = 4, n = -2,$$

$$\therefore P(4, 1), Q(-2, -2),$$

$\therefore$ 过点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足分别为点 M ， N ，

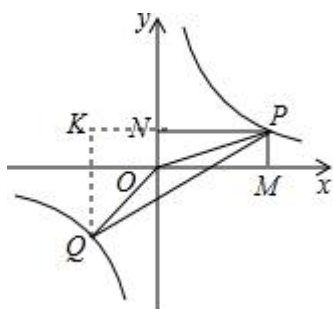
$$\therefore S_1 = 4,$$

作 $QK \perp PN$ ，交 PN 的延长线于 K ，则 $PN = 4$ ， $ON = 1$ ， $PK = 6$ ， $KQ = 3$ ，

$$\therefore S_2 = S_{\triangle POK} - S_{\triangle PON} - S_{\text{梯形} ONKQ} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{1}{2} (1+3) \times 2 = 3,$$

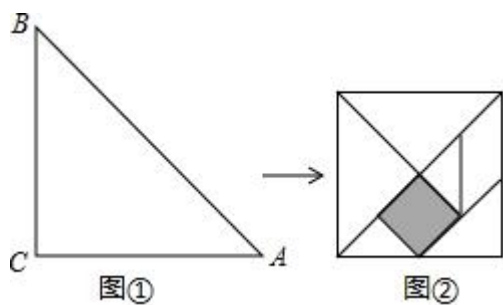
$$\therefore S_1: S_2 = 4: 3,$$

故选：C。



【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，反比例函数系数 k 的几何意义，分别求得 S_1 、 S_2 的值是解题的关键。

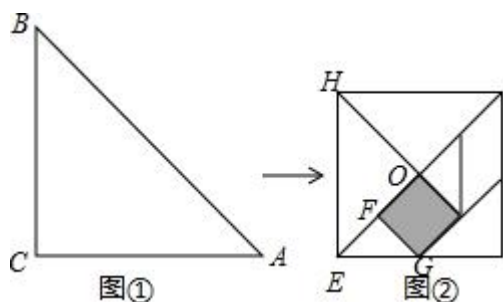
9. 七巧板是大家熟悉的一种益智玩具。用七巧板能拼出许多有趣的图案。小李将一块等腰直角三角形硬纸板(如图①)切割七块，正好制成一副七巧板(如图②)。已知 $AB = 40\text{cm}$ ，则图中阴影部分的面积为()



- A. 25cm^2 B. $\frac{100}{3}\text{cm}^2$ C. 50cm^2 D. 75cm^2

【分析】如图：设 $OF=EF=FG=x$ ，可得 $EH=2\sqrt{2}x=20$ ，解方程即可解决问题.

【解答】解：如图：设 $OF=EF=FG=x$,



$$\therefore OE=OH=2x,$$

在 $\text{Rt}\triangle EOH$ 中, $EH=2\sqrt{2}x$,

由题意 $EH=20\text{cm}$,

$$\therefore 20=2\sqrt{2}x,$$

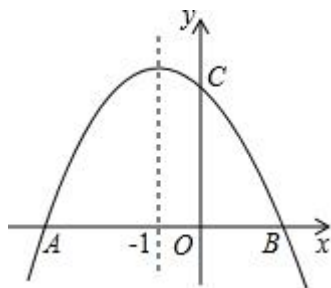
$$\therefore x=5\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = (5\sqrt{2})^2 = 50 (\text{cm}^2)$$

故选: C.

【点评】本题考查正方形的性质、勾股定理、等腰三角形的性质等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

10. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 交 x 轴于点 A, B , 交 y 轴于点 C . 若点 A 坐标为 $(-4, 0)$, 对称轴为直线 $x=-1$, 则下列结论错误的是 ()



- A. 二次函数的最大值为 $a-b+c$

B. $a+b+c>0$

C. $b^2-4ac>0$

D. $2a+b=0$

【分析】根据抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标、与 x 轴、 y 轴的交点以及过特殊点时相应的系数 a 、 b 、 c 满足的关系进行综合判断即可.

【解答】解：抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $A(-4, 0)$ ，对称轴为直线 $x=-1$ ，

因此有： $x=-1=-\frac{b}{2a}$ ，即 $2a-b=0$ ，因此选项 D 符合题意；

当 $x=-1$ 时， $y=a-b+c$ 的值最大，选项 A 不符合题意；

抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(2, 0)$ ，

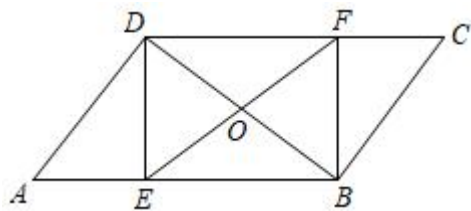
当 $x=1$ 时， $y=a+b+c>0$ ，因此选项 B 不符合题意；

抛物线与 x 轴有两个不同交点，因此 $b^2-4ac>0$ ，故选项 C 不符合题意；

故选： D .

【点评】本题考查二次函数的图象和性质，掌握抛物线的位置与系数 a 、 b 、 c 的关系式正确判断的前提.

11. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 $BD \perp AD$ ， $AB=10$ ， $AD=6$ ， O 为 BD 的中点， E 为边 AB 上一点，直线 EO 交 CD 于点 F ，连结 DE ， BF 。下列结论不成立的是（ ）



- A. 四边形 $DEBF$ 为平行四边形
 B. 若 $AE=3.6$ ，则四边形 $DEBF$ 为矩形
 C. 若 $AE=5$ ，则四边形 $DEBF$ 为菱形
 D. 若 $AE=4.8$ ，则四边形 $DEBF$ 为正方形

【分析】根据平行四边形的判定方法，矩形的判定方法，菱形的判定方法，正方形的判定方法解答即可.

【解答】解： $\because O$ 为 BD 的中点，

$$\therefore OB=OD,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore DC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CDO = \angle EBO, \quad \angle DFO = \angle OEB,$$

$$\therefore \triangle FDO \cong \triangle EBO \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore OE = OF,$$

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 为平行四边形,

故 A 选项结论正确,

若 $AE = 3.6$, $AD = 6$,

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{3.6}{6} = \frac{3}{5},$$

$$\text{又} \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAD,$$

$$\therefore \triangle DAE \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ADB = 90^\circ.$$

故 B 选项结论正确,

$$\therefore AB = 10, AE = 5,$$

$$\therefore BE = 5,$$

$$\text{又} \therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = 5,$$

$$\therefore DE = BE,$$

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 为菱形.

故 C 选项结论正确,

$\therefore AE = 3.6$ 时, 四边形 $DEBF$ 为矩形, $AE = 5$ 时, 四边形 $DEBF$ 为菱形,

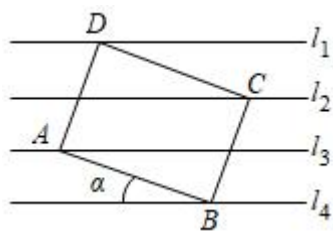
$\therefore AE = 4.8$ 时, 四边形 $DEBF$ 不可能是正方形.

故 D 不正确.

故选: D .

【点评】 本题考查了矩形的判定、菱形的判定、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、正方形的判定等知识; 熟练掌握矩形的判定和菱形的判定, 证明三角形全等是解题的关键.

12. 如图, 矩形 $ABCD$ 的四个顶点分别在直线 l_3 , l_4 , l_2 , l_1 上. 若直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$ 且间距相等, $AB = 4$, $BC = 3$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 ()



- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{15}$

【分析】根据题意，可以得到 BG 的长，再根据 $\angle ABG = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ，可以得到 $\angle BAG$ 的正切值，再根据平行线的性质，可以得到 $\angle BAG = \angle \alpha$ ，从而可以得到 $\tan \alpha$ 的值.

【解答】解：作 $CF \perp l_4$ 于点 F ，交 l_3 于点 E ，设 CB 交 l_3 于点 G ，
由已知可得，

$$GE \parallel BF, \quad CE = EF,$$

$$\therefore \triangle CEG \sim \triangle CFB,$$

$$\therefore \frac{CE}{CF} = \frac{CG}{CB},$$

$$\therefore \frac{CE}{CF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CG}{CB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BC = 3,$$

$$\therefore GB = \frac{3}{2},$$

$$\therefore l_3 \parallel l_4,$$

$$\therefore \angle \alpha = \angle GAB,$$

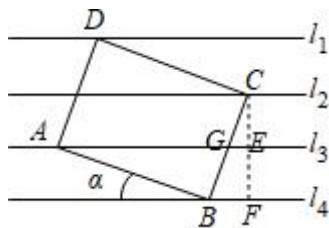
$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形, } AB = 4,$$

$$\therefore \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BAG = \frac{BG}{AB} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8},$$

$$\therefore \tan \alpha \text{ 的值为 } \frac{3}{8},$$

故选：A.



【点评】本题考查矩形的性质，解直角三角形，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．只要求填出最后结果）

13. 计算 $\sqrt{3}-\sqrt{12}-(\sqrt{8}-1)^0$ 的结果是 $-\sqrt{3}-1$.

【分析】根据二次根式的性质以及任何非零数的零次幂等于 1 计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \sqrt{3}-\sqrt{12}-(\sqrt{8}-1)^0 \\ & =\sqrt{3}-2\sqrt{3}-1 \\ & =-\sqrt{3}-1. \end{aligned}$$

故答案为: $-\sqrt{3}-1$.

【点评】本题主要考查了实数的运算. 熟练掌握二次根式的性质是解答本题的关键.

14. 一元二次方程 $4x(x-2)=x-2$ 的解为 $x_1=2, x_2=\frac{1}{4}$.

【分析】根据因式分解法解一元二次方程即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & 4x(x-2)=x-2 \\ 4x(x-2)-(x-2) & =0 \\ (x-2)(4x-1) & =0 \\ x-2=0 \text{ 或 } 4x-1 & =0 \\ \text{解得 } x_1=2, x_2 & =\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

故答案为: $x_1=2, x_2=\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查了一元二次方程 - 因式分解法, 解决本题的关键是掌握因式分解法.

15. 下表中 y 与 x 的数据满足我们初中学过的某种函数关系. 其函数表达式为 $y=-x^2+2x+3$.

x	...	-1	0	1	3	...
y	...	0	3	4	0	...

【分析】根据表中 y 与 x 的数据设函数关系式为: $y=ax^2+bx+c$, 将表中 (1, 4)、(-1, 0)、(0, 3) 代入函数关系式, 即可得结论.

【解答】解: 根据表中 y 与 x 的数据设函数关系式为: $y=ax^2+bx+c$,

将表中 (1, 4)、(-1, 0)、(0, 3) 代入函数关系式, 得

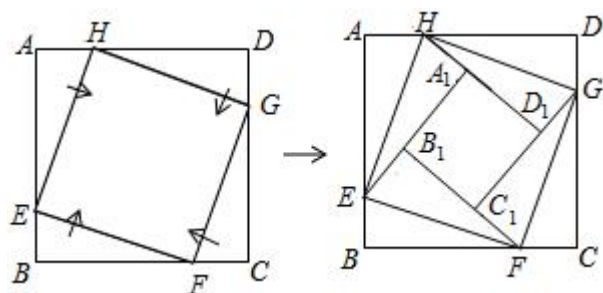
$$\begin{aligned} & \begin{cases} a+b+c=4 \\ a-b+c=0, \\ c=3 \end{cases} \\ \text{解得 } & \begin{cases} a=-1 \\ b=2, \\ c=3 \end{cases} \end{aligned}$$

$\therefore$ 函数表达式为 $y=-x^2+2x+3$.

故答案为: $y = -x^2 + 2x + 3$.

【点评】本题考查了函数的表示方法, 解决本题的关键是掌握函数的三种表示方法: 列表法、解析式法、图象法.

16. 如图, 四边形 $ABCD$ 是一张正方形纸片, 其面积为 25cm^2 . 分别在边 AB , BC , CD , DA 上顺次截取 $AE = BF = CG = DH = a\text{cm}$ ($AE > BE$), 连接 EF , FG , GH , HE . 分别以 EF , FG , GH , HE 为轴将纸片向内翻折, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$. 若四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积为 9cm^2 , 则 $a = \underline{4}$.



【分析】根据正方形的面积可得正方形的边长为 5, 根据正方形的面积和折叠的性质和面积的和差关系可得 8 个三角形的面积, 进而得到 1 个三角形的面积, 再根据三角形面积公式即可求解.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是一张正方形纸片, 其面积为 25cm^2 ,

$\therefore$ 正方形纸片的边长为 5cm ,

$\therefore AE = BF = CG = DH = a\text{cm}$,

$\therefore BE = (5 - a)\text{cm}$,

$\therefore AH = (5 - a)\text{cm}$,

$\therefore$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积为 9cm^2 ,

$\therefore$ 三角形 AEH 的面积为 $(25 - 9) \div 8 = 2 (\text{cm}^2)$,

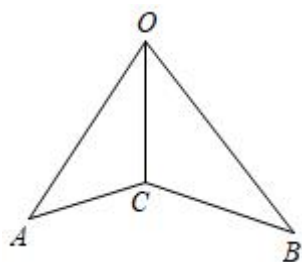
$$\frac{1}{2}a(5 - a) = 2,$$

解得 $a_1 = 1$ (舍去), $a_2 = 4$.

故答案为: 4.

【点评】本题考查了折叠问题, 正方形的性质, 三角形的面积, 关键是熟练运用这些性质解决问题.

17. 如图, 点 C 在 $\angle AOB$ 的内部, $\angle OCA = \angle OCB$, $\angle OCA$ 与 $\angle AOB$ 互补. 若 $AC = 1.5$, $BC = 2$, 则 $OC = \underline{\sqrt{3}}$.



【分析】通过证明 $\triangle ACO \sim \triangle OCB$ ，可得 $\frac{OC}{AC} = \frac{BC}{OC}$ ，可求 $OC = \sqrt{3}$ 。

【解答】解： $\because \angle OCA = \angle OCB$ ， $\angle OCA$ 与 $\angle AOB$ 互补，

$$\therefore \angle OCA + \angle AOB = 180^\circ, \quad \angle OCB + \angle AOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OCA + \angle COA + \angle OAC = 180^\circ, \quad \angle OCB + \angle OBC + \angle COB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle COA + \angle OAC, \quad \angle AOB = \angle OBC + \angle COB,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle OBC, \quad \angle COB = \angle OAC,$$

$$\therefore \triangle ACO \sim \triangle OCB,$$

$$\therefore \frac{OC}{AC} = \frac{BC}{OC},$$

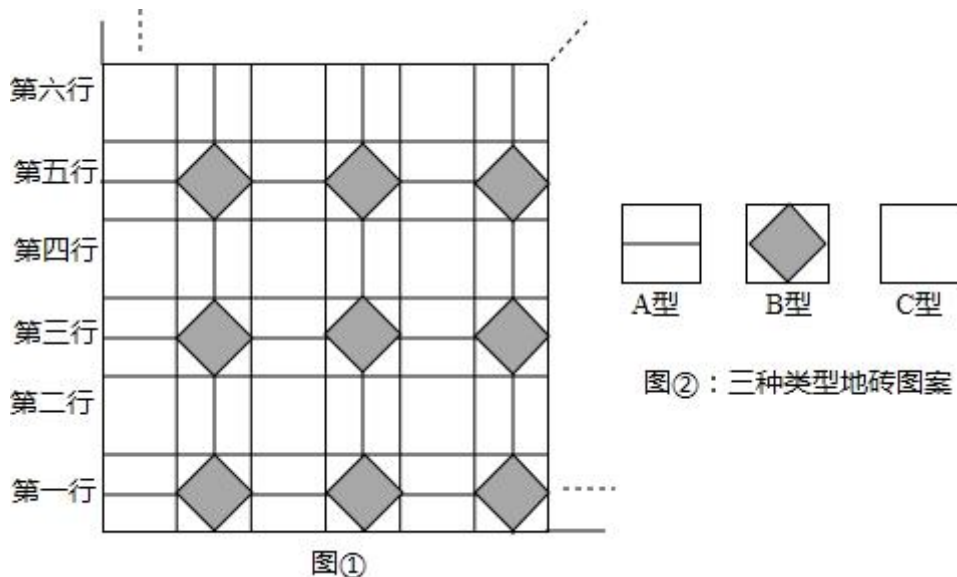
$$\therefore OC^2 = 2 \times \frac{3}{2} = 3,$$

$$\therefore OC = \sqrt{3},$$

故答案为 $\sqrt{3}$ 。

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，证明 $\triangle ACO \sim \triangle OCB$ 是本题的关键。

18. 如图①，某广场地面是用 A, B, C 三种类型地砖平铺而成的。三种类型地砖上表面图案如图②所示。现用有序数对表示每一块地砖的位置：第一行的第一块 (A 型) 地砖记作 (1, 1)，第二块 (B 型) 地砖记作 (2, 1) …若 (m, n) 位置恰好为 A 型地砖，则正整数 m, n 须满足的条件是 m, n 同为奇数和 m, n 同为偶数。



【分析】几何图形，观察 A 型地砖的位置得到当列数为奇数时，行数也为奇数，当列数为偶数，行数也为偶数的，从而得到 m 、 n 满足的条件.

【解答】解：观察图形，A 型地砖在列数为奇数，行数也为奇数的位置上或列数为偶数，行数也为偶数的位置上，

若用 (m, n) 位置恰好为 A 型地砖，正整数 m, n 须满足的条件为 m, n 同为奇数和 m, n 同为偶数.

故答案为 m, n 同为奇数和 m, n 同为偶数.

【点评】本题考查了坐标表示位置：通过类比点的坐标解决实际问题的能力和阅读理解能力. 分析图形，寻找规律是关键.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19. (7 分) 解不等式组，并把解集在数轴上表示出来.

$$\begin{cases} 4x-2 \geq 3(x-1), & ① \\ \frac{x-5}{2}+1 > x-3. & ② \end{cases}$$

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出这些不等式解集的公共部分.

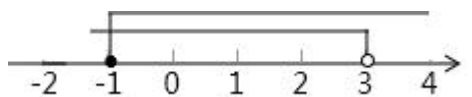
【解答】解：
$$\begin{cases} 4x-2 \geq 3(x-1), & ① \\ \frac{x-5}{2}+1 > x-3. & ② \end{cases}$$

由①得： $x \geq -1$;

由②得： $x < 3$;

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-1 \leq x < 3$,

在坐标轴上表示：



【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组，以及在数轴上表示不等式的解集，把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

20. (8 分) 在“旅游示范公路”建设的过程中，工程队计划在海边某路段修建一条长 $1200m$ 的步行道. 由于采用新的施工方式，平均每天修建步行道的长度是计划的 1.5 倍，结果提前 5 天完成任务. 求计划平均每天修建步行道的长度.

【分析】设计划平均每天修建步行道的长度为 xm ，则采用新的施工方式后平均每天修建步行道的长度为 $1.5xm$ ，根据工作时间 = 工作总量 $\div$ 工作效率结合实际比原计划提前 5 天完成任务，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

【解答】解：设计划平均每天修建步行道的长度为 xm ，则采用新的施工方式后平均每天修建步行道的长度为 $1.5xm$ ，

依题意，得：
$$\frac{1200}{x} - \frac{1200}{1.5x} = 5,$$

解得： $x = 80$ ，

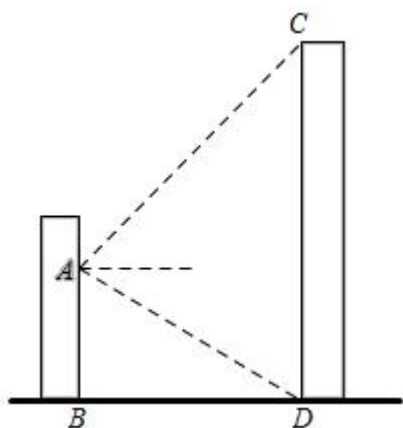
经检验， $x = 80$ 是原方程的解，且符合题意.

答：计划平均每天修建步行道的长度为 $80m$.

【点评】本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

21. (8分) 居家学习期间，小晴同学运用所学知识在自家阳台测对面大楼的高度. 如图，她利用自制的测角仪测得该大楼顶部的仰角为 45° ，底部的俯角为 38° ；又用绳子测得测角仪距地面的高度 AB 为 $31.6m$. 求该大楼的高度 (结果精确到 $0.1m$).

(参考数据： $\sin 38^\circ \approx 0.62$ ， $\cos 38^\circ \approx 0.79$ ， $\tan 38^\circ \approx 0.78$)



【分析】作 $AH \perp CD$ 于 H ，则四边形 $ABDH$ 是矩形，得出 $HD = AB = 31.6m$ ，由三角函数定义求出 $AH \approx 40.51 (m)$ ，证出 $CH = AH = 40.51m$ ，进而得出答案.

【解答】解：作 $AH \perp CD$ 于 H ，如图：

则四边形 $ABDH$ 是矩形，

$$\therefore HD = AB = 31.6m,$$

在 $Rt\triangle ADH$ 中， $\angle HAD = 38^\circ$ ， $\tan \angle HAD = \frac{HD}{AH}$ ，

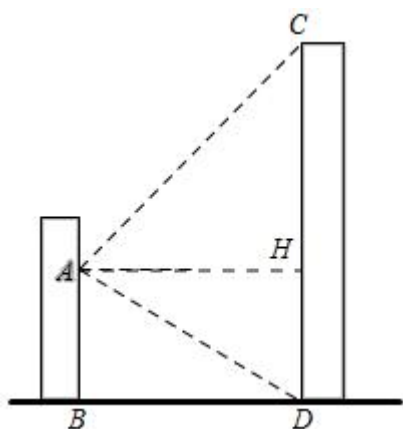
$$\therefore AH = \frac{HD}{\tan \angle HAD} = \frac{31.6}{\tan 38^\circ} = \frac{31.6}{0.78} \approx 40.51 (m),$$

在 $Rt\triangle ACH$ 中， $\angle CAH = 45^\circ$ ，

$$\therefore CH = AH = 40.51m,$$

$$\therefore CD = CH + HD = 40.51 + 31.6 \approx 72.1 (m),$$

答：该大楼的高度约为 $72.1m$.

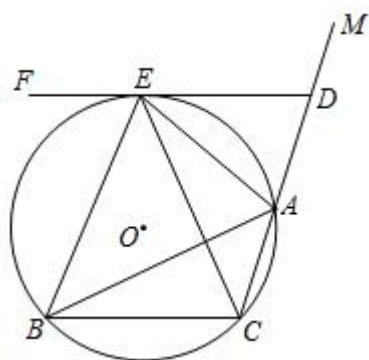


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题以及等腰直角三角形的判定，解答本题的关键是根据仰角构造直角三角形，利用三角函数的知识求解.

22. (9分) 如图， $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BAM$ 的平分线与它的外接圆相交于点 E ，连接 BE ， CE ，过点 E 作 $EF \parallel BC$ ，交 CM 于点 D .

求证：(1) $BE = CE$;

(2) EF 为 $\odot O$ 的切线.



【分析】 (1) 根据圆内接四边形的想知道的 $\angle EAM = \angle EBC$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle BAE = \angle EAM$ ，得到 $\angle BCE = \angle EBC$ ，于是得到 $BE = CE$;

(2) 如图，连接 EO 并延长交 BC 于 H ，连接 OB ， OC ，推出直线 EO 垂直平分 BC ，得到 $EH \perp BC$ ，求得 $EH \perp EF$ ，根据切线的判定定理即可得到结论.

【解答】 证明：(1) $\because$ 四边形 $ACBE$ 是圆内接四边形，

$$\therefore \angle EAM = \angle EBC,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAM,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAM,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle EAM,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle EBC,$$

$\therefore BE = CE$;

(2) 如图, 连接 EO 并延长交 BC 于 H , 连接 OB , OC ,

$\therefore OB = OC$, $EB = EC$,

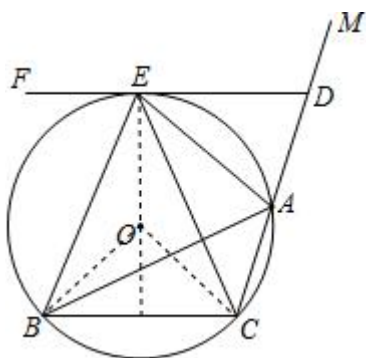
$\therefore$ 直线 EO 垂直平分 BC ,

$\therefore EH \perp BC$,

$\therefore EH \perp EF$,

$\therefore OE$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore EF$ 为 $\odot O$ 的切线.



【点评】本题考查了切线的判定定理, 等腰三角形的性质, 圆内接四边形的性质, 正确的作出辅助线是解题的关键.

23. (10 分) 小伟和小梅两位同学玩掷骰子的游戏, 两人各掷一次均匀的骰子. 以掷出的点数之差的绝对值判断输赢. 若所得数值等于 0, 1, 2, 则小伟胜; 若所得数值等于 3, 4, 5, 则小梅胜.

(1) 请利用表格分别求出小伟、小梅获胜的概率;

(2) 判断上述游戏是否公平. 如果公平, 请说明理由; 如果不公平, 请利用表格修改游戏规则, 以确保游戏的公平性.

【分析】(1) 利用列表法表示所有可能出现的结果情况, 并求出小伟胜、小梅胜的概率;

(2) 依据获胜的概率判断游戏的公平性, 修改规则时, 可使两人获胜的概率相等, 或利用积分的形式, 使两人的积分相等即可.

【解答】解 (1) 用列表法表示所有可能出现的结果如下:

差的绝对值 \ 小伟 小梅	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

表中总共有 36 种可能的结果，每一种结果出现的可能性相同，“差的绝对值”为 0, 1, 2 共有 24 种，“差的绝对值”为 3, 4, 5 的共有 12 种，

$$\text{所以, } P_{(\text{小伟胜})} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}, \quad P_{(\text{小梅胜})} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3},$$

$$\text{答: } P_{(\text{小伟胜})} = \frac{2}{3}, \quad P_{(\text{小梅胜})} = \frac{1}{3};$$

$$(2) \because \frac{2}{3} \neq \frac{1}{3},$$

$\therefore$ 游戏不公平;

根据表格中“差的绝对值”的不同情况，要使游戏公平，即两人获胜的概率相等，

于是修改为：两次掷的点数之差为 1, 2，则小伟胜；否则小梅胜.

这样小伟、小梅获胜的概率均为 $\frac{1}{2}$.

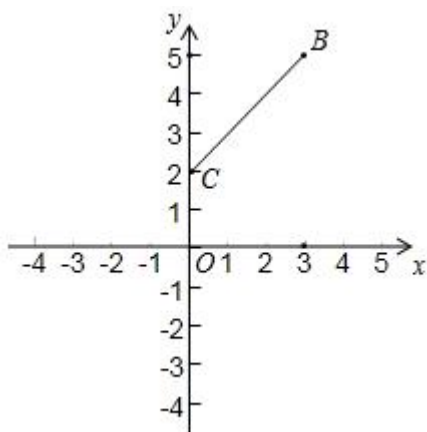
【点评】 此题主要考查了游戏的公平性，主要是通过列举出所有的可能结果，求出相应的概率是解决问题的关键.

24. (12 分) 已知，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 的顶点为 A . 点 B 的坐标为 (3, 5).

(1) 求抛物线过点 B 时顶点 A 的坐标;

(2) 点 A 的坐标记为 (x, y) ，求 y 与 x 的函数表达式;

(3) 已知 C 点的坐标为 (0, 2)，当 m 取何值时，抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 与线段 BC 只有一个交点.



【分析】(1) 根据待定系数法求得解析式，然后把解析式化成顶点式即可求得；

(2) 化成顶点式，求得顶点坐标，即可得出 y 与 x 的函数表达式；

(3) 把 $C(0, 2)$ 代入 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ ，求得 $m = 1$ 或 -3 ，结合 (1) 根据图象即可求得.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 过点 $B(3, 5)$ ，

$\therefore$ 把 $B(3, 5)$ 代入 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ ，整理得， $m^2 - 4m + 3 = 0$ ，

解，得 $m_1 = 1$ ， $m_2 = 3$ ，

当 $m = 1$ 时， $y = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ ，

其顶点 A 的坐标为 $(1, 1)$ ；

当 $m = 3$ 时， $y = x^2 - 6x + 14 = (x - 3)^2 + 5$ ，

其顶点 A 的坐标为 $(3, 5)$ ；

综上，顶点 A 的坐标为 $(1, 1)$ 或 $(3, 5)$ ；

(2) $\because y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1 = (x - m)^2 + 2m - 1$ ，

$\therefore$ 顶点 A 的坐标为 $(m, 2m - 1)$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标记为 (x, y) ，

$\therefore x = m$ ，

$\therefore y = 2x - 1$ ；

(3) 由 (2) 可知，抛物线的顶点在直线 $y = 2x - 1$ 上运动，且形状不变，

由 (1) 知，当 $m = 1$ 或 3 时，抛物线过 $B(3, 5)$ ，

把 $C(0, 2)$ 代入 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ ，得 $m^2 + 2m - 1 = 2$ ，

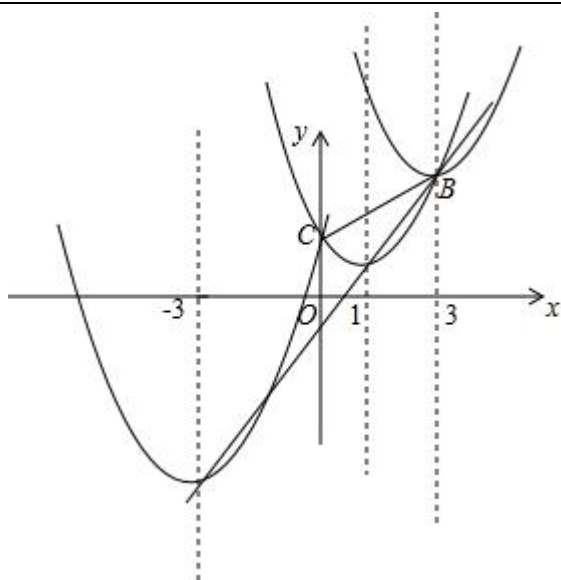
解，得 $m = 1$ 或 -3 ，

所以当 $m = 1$ 或 -3 时，抛物线经过点 $C(0, 2)$ ，

如图所示，当 $m = -3$ 或 3 时，抛物线与线段 BC 只有一个交点（即线段 CB 的端点），

当 $m = 1$ 时，抛物线同时过点 B 、 C ，不合题意，

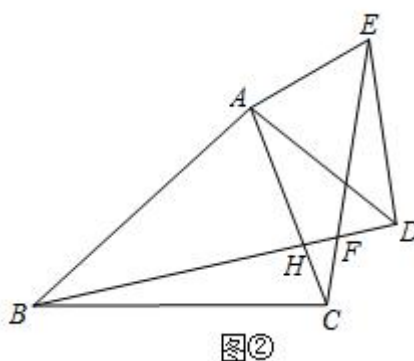
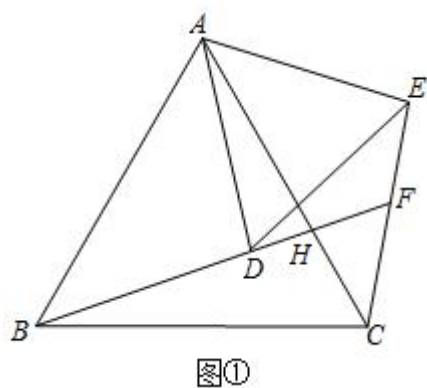
所以 m 的取值范围是 $-3 \leq m \leq 3$ 且 $m \neq 1$.



【点评】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式，二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，数形结合是解题的关键.

25. (12 分) 发现规律

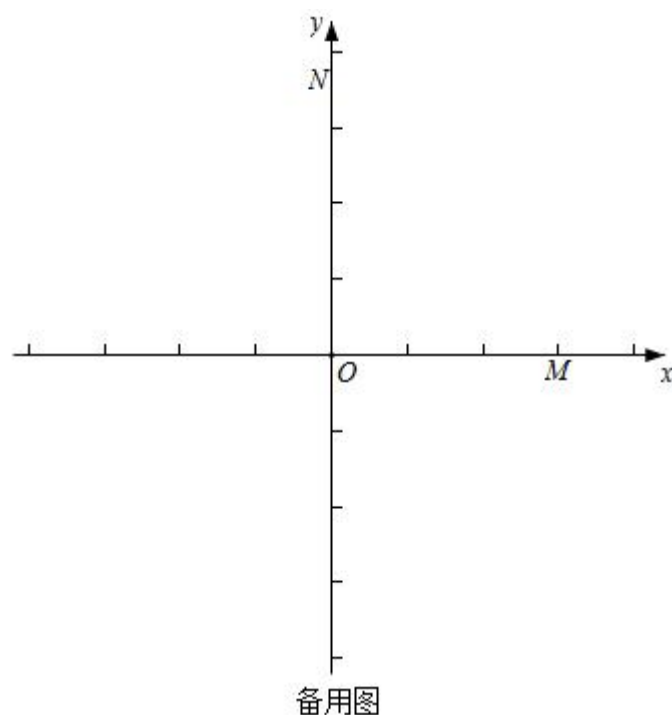
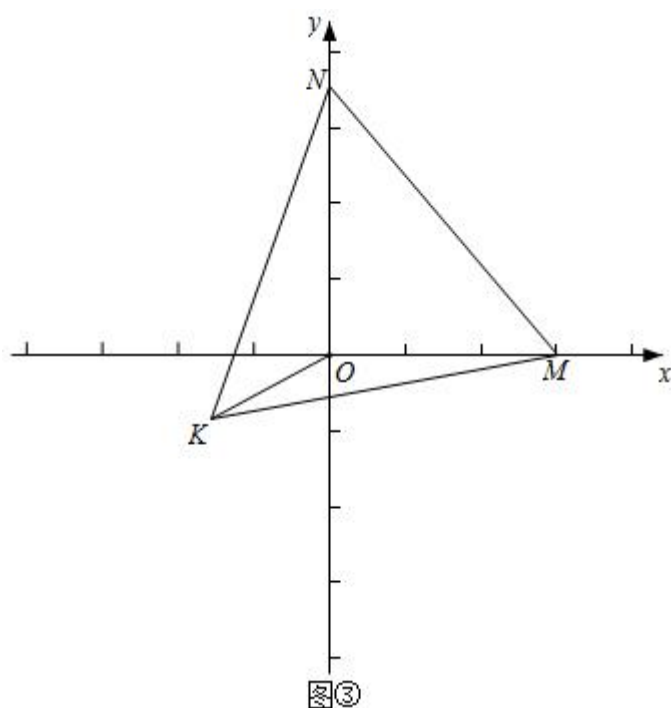
(1) 如图①, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 直线 BD , CE 交于点 F . 直线 BD , AC 交于点 H . 求 $\angle BFC$ 的度数.



(2) 已知: $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 的位置如图②所示, 直线 BD , CE 交于点 F . 直线 BD , AC 交于点 H . 若 $\angle ABC = \angle ADE = \alpha$, $\angle ACB = \angle AED = \beta$, 求 $\angle BFC$ 的度数.

应用结论

(3) 如图③, 在平面直角坐标系中, 点 O 的坐标为 $(0, 0)$, 点 M 的坐标为 $(3, 0)$, N 为 y 轴上一动点, 连接 MN . 将线段 MN 绕点 M 逆时针旋转 60° 得到线段 MK , 连接 NK , OK . 求线段 OK 长度的最小值.



【分析】(1) 由“SAS”可证 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，可得 $\angle ABD = \angle ACE$ ，由三角形内角和定理可求解；

(2) 通过证明 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，可得 $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ，可证 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ ，可得 $\angle ABD = \angle ACE$ ，由外角性质可得 $\angle BFC = \angle BAC$ ，由三角形内角和定理可求解；

(3) 由旋转的性质可得 $\triangle MNK$ 是等边三角形，可得 $MK = MN = NK$ ， $\angle NMK = \angle NKM = \angle KNM = 60^\circ$ ，如图③，将 $\triangle MOK$ 绕点 M 顺时针旋转 60° ，得到 $\triangle MQN$ ，连接 OQ ，可得 $\angle OMQ = 60^\circ$ ， $OK = NQ$ ， $MO = MQ$ ，则当 NQ 为最小值时， OK 有最小值，由垂线段最短可得当 $QN \perp y$ 轴时， NQ 有最小值，由直角三角形的性质可求解。

【解答】解：(1) 如图①，

$\because \triangle ABC, \triangle ADE$ 是等边三角形，

$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ = \angle ABC = \angle ACB$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$ ，

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS)，

$\therefore \angle ABD = \angle ACE$ ，

$\therefore \angle ABD + \angle EBC = \angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ACE + \angle EBC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BFC = 180^\circ - \angle EBC - \angle ACE - \angle ACB = 60^\circ$ ；

(2) 如图②，

$\therefore \angle ABC = \angle ADE = \alpha, \angle ACB = \angle AED = \beta$ ，

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE, \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE, \quad \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE},$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle BHC = \angle ABD + \angle BAC = \angle BFC + \angle ACE,$$

$$\therefore \angle BFC = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BFC + \alpha + \beta = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BFC = 180^\circ - \alpha - \beta;$$

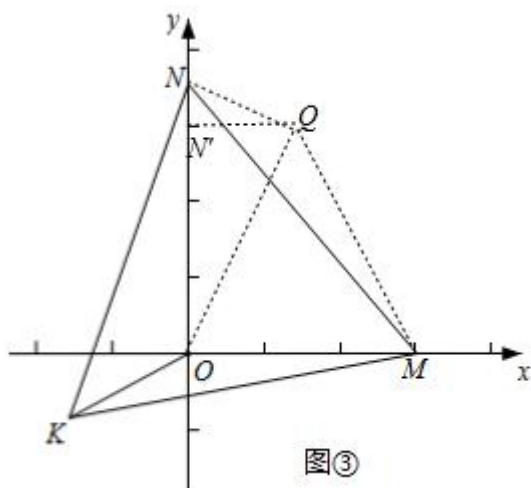
(3) $\because$ 将线段 MN 绕点 M 逆时针旋转 60° 得到线段 MK ,

$$\therefore MN = NK, \quad \angle MNK = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle MNK$ 是等边三角形,

$$\therefore MK = MN = NK, \quad \angle NMK = \angle NKM = \angle KMN = 60^\circ,$$

如图③, 将 $\triangle MOK$ 绕点 M 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle MQN$, 连接 OQ ,



$$\therefore \triangle MOK \cong \triangle MQN, \quad \angle OMQ = 60^\circ,$$

$$\therefore OK = NQ, \quad MO = MQ,$$

$\therefore \triangle MOQ$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle QOM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle NOQ = 30^\circ,$$

$$\therefore OK = NQ,$$

$\therefore$ 当 NQ 为最小值时, OK 有最小值,

由垂线段最短可得：当 $QN \perp y$ 轴时， NQ 有最小值，

此时， $QN \perp y$ 轴， $\angle NOQ = 30^\circ$ ，

$$\therefore NQ = \frac{1}{2}OQ = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 线段 OK 长度的最小值为 $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题是几何变换综合题，考查了等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，旋转的性质，三角形内角和定理等知识，灵活运用这些性质进行推理是本题的关键.