

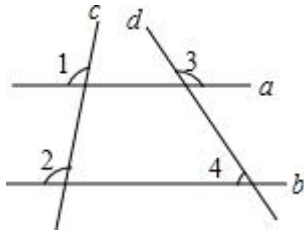
2019 年山东省济宁市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求

1. (3 分) 下列四个实数中，最小的是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. -5 C. 1 D. 4

2. (3 分) 如图，直线 a, b 被直线 c, d 所截，若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = 125^\circ$ ，则 $\angle 4$ 的度数是 ()



- A. 65° B. 60° C. 55° D. 75°

3. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 以下调查中，适宜全面调查的是 ()

- A. 调查某批次汽车的抗撞击能力
B. 调查某班学生的身高情况
C. 调查春节联欢晚会的收视率
D. 调查济宁市居民日平均用水量

5. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ B. $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[3]{5}$ C. $\sqrt{36} = \pm 6$ D. $-\sqrt{0.36} = -0.6$

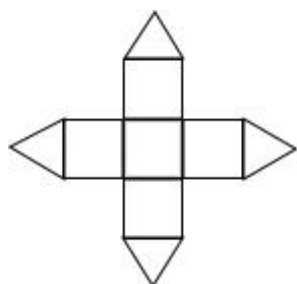
6. (3 分) 世界文化遗产“三孔”景区已经完成 5G 基站布设，“孔夫子家”自此有了 5G 网络. 5G 网络峰值速率为 4G 网络峰值速率的 10 倍，在峰值速率下传输 500 兆数据，5G 网络比 4G 网络快 45 秒，求这两种网络的峰值速率. 设 4G 网络的峰值速率为每秒传输 x 兆数据，依题意，可列方程是 ()

- A. $\frac{500}{x} - \frac{500}{10x} = 45$ B. $\frac{500}{10x} - \frac{500}{x} = 45$

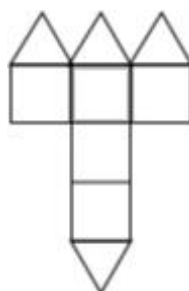
C. $\frac{5000}{x} - \frac{500}{x} = 45$

D. $\frac{500}{x} - \frac{5000}{x} = 45$

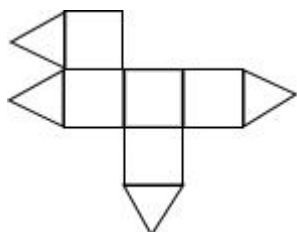
7. (3分) 如图, 一个几何体上半部为正四棱锥, 下半部为立方体, 且有一个面涂有颜色, 该几何体的表面展开图是 ()



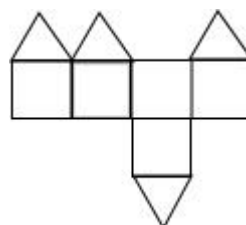
A.



B.



C.

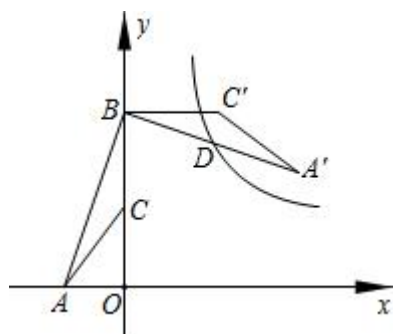


D.

8. (3分) 将抛物线 $y = x^2 - 6x + 5$ 向上平移两个单位长度, 再向右平移一个单位长度后, 得到的抛物线解析式是 ()

A. $y = (x-4)^2 - 6$ B. $y = (x-1)^2 - 3$ C. $y = (x-2)^2 - 2$ D. $y = (x-4)^2 - 2$

9. (3分) 如图, 点 A 的坐标是 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标是 $(0, 6)$, C 为 OB 的中点, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A'B'C'$. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象恰好经过 $A'B$ 的中点 D , 则 k 的值是 ()



A. 9

B. 12

C. 15

D. 18

10. (3分) 已知有理数 $a \neq 1$, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数, 如: 2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$,

-1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$. 如果 $a_1 = -2$, a_2 是 a_1 的差倒数, a_3 是 a_2 的差倒数, a_4 是

a_3 的差倒数……依此类推, 那么 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{100}$ 的值是 ()

- A. -7.5 B. 7.5 C. 5.5 D. -5.5

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分.

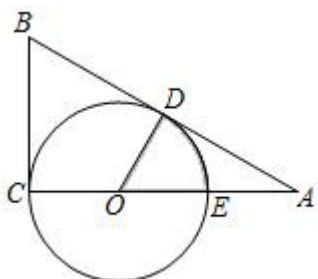
11. (3 分) 已知 $x=1$ 是方程 $x^2 + bx - 2 = 0$ 的一个根, 则方程的另一个根是_____.

12. (3 分) 如图, 该硬币边缘镌刻的正九边形每个内角的度数是_____.

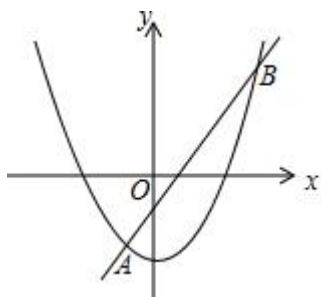


13. (3 分) 已知点 $P(x, y)$ 位于第四象限, 并且 $x \leq y + 4$ (x, y 为整数), 写出一个符合上述条件的点 P 的坐标_____.

14. (3 分) 如图, O 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 直角边 AC 上一点, 以 OC 为半径的 $\odot O$ 与斜边 AB 相切于点 D , 交 OA 于点 E , 已知 $BC = \sqrt{3}$, $AC = 3$. 则图中阴影部分的面积是_____.



15. (3 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = mx + n$ 交于 $A(-1, p)$, $B(3, q)$ 两点, 则不等式 $ax^2 + mx + c > n$ 的解集是_____.



三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 55 分,

16. (6 分) 计算: $6\sin 60^\circ - \sqrt{12} + \left(\frac{1}{2}\right)^0 + |\sqrt{3} - 2018|$

17. (7 分) 某校为了了解学生课外阅读情况, 就学生每周阅读时间随机调查了部分学生, 调

查结果按性别整理如下：

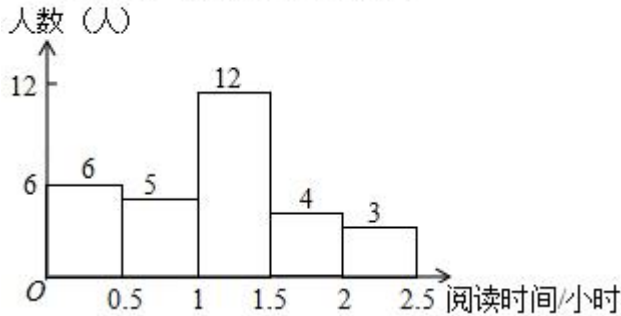
女生阅读时间人数统计表

阅读时间 t (小时)	人数	占女生人数百分比
$0 \leq t < 0.5$	4	20%
$0.5 \leq t < 1$	m	15%
$1 \leq t < 1.5$	5	25%
$1.5 \leq t < 2$	6	n
$2 \leq t < 2.5$	2	10%

根据图表解答下列问题：

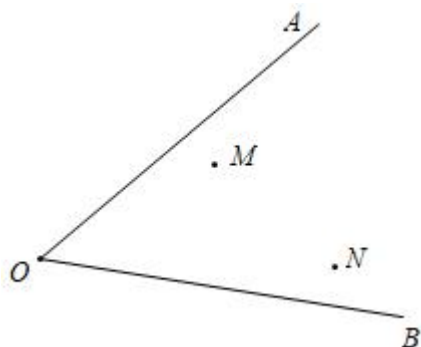
- (1) 在女生阅读时间人数统计表中， $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 此次抽样调查中，共抽取了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名学生，学生阅读时间的中位数在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时间段；
- (3) 从阅读时间在 2~2.5 小时的 5 名学生中随机抽取 2 名学生参加市级阅读活动，恰好抽到男女生各一名的概率是多少？

男生阅读时间频数分布直方图



18. (7 分) 如图，点 M 和点 N 在 $\angle AOB$ 内部.

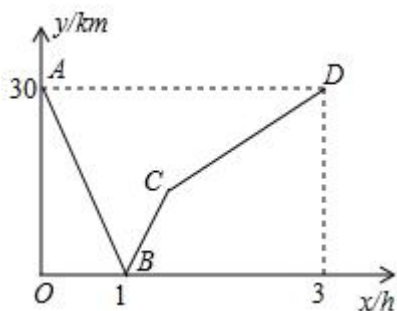
- (1) 请你作出点 P ，使点 P 到点 M 和点 N 的距离相等，且到 $\angle AOB$ 两边的距离也相等 (保留作图痕迹，不写作法)；
- (2) 请说明作图理由.



19. (8分) 小王骑车从甲地到乙地, 小李骑车从乙地到甲地, 小王的速度小于小李的速度, 两人同时出发, 沿同一条公路匀速前进. 图中的折线表示两人之间的距离 y (km) 与小王的行驶时间 x (h) 之间的函数关系.

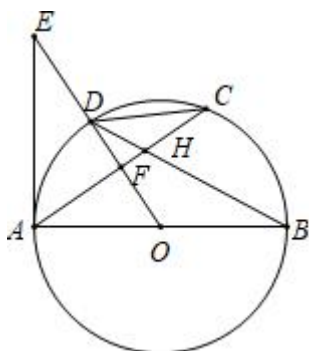
请你根据图象进行探究:

- (1) 小王和小李的速度分别是多少?
- (2) 求线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.



20. (8分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, D 是 $\widehat{AC}$ 的中点, E 为 OD 延长线上一点, 且 $\angle CAE = 2\angle C$, AC 与 BD 交于点 H , 与 OE 交于点 F .

- (1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $DH = 9$, $\tan C = \frac{3}{4}$, 求直径 AB 的长.



21. (8分) 阅读下面的材料:

如果函数 $y = f(x)$ 满足: 对于自变量 x 的取值范围内的任意 x_1, x_2 ,

(1) 若 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是增函数;

(2) 若 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是减函数.

例题: 证明函数 $f(x) = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 是减函数.

证明: 设 $0 < x_1 < x_2$,

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{6}{x_1} - \frac{6}{x_2} = \frac{6x_2 - 6x_1}{x_1x_2} = \frac{6(x_2 - x_1)}{x_1x_2}.$$

$$\because 0 < x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_2 - x_1 > 0, \quad x_1x_2 > 0.$$

$$\therefore \frac{6(x_2 - x_1)}{x_1x_2} > 0. \quad \text{即 } f(x_1) - f(x_2) > 0.$$

$$\therefore f(x_1) > f(x_2).$$

$\therefore$ 函数 $f(x) = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 是减函数.

根据以上材料, 解答下面的问题:

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ($x < 0$),

$$f(-1) = \frac{1}{(-1)^2} + (-1) = 0, \quad f(-2) = \frac{1}{(-2)^2} + (-2) = -\frac{7}{4}$$

(1) 计算: $f(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(-4) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 猜想: 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ($x < 0$) 是 函数 (填“增”或“减”);

(3) 请仿照例题证明你的猜想.

22. (11分) 如图1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=10$, E 是 CD 边上一点, 连接 AE , 将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 顶点 D 恰好落在 BC 边上点 F 处, 延长 AE 交 BC 的延长线于点 G .

(1) 求线段 CE 的长;

(2) 如图2, M , N 分别是线段 AG , DG 上的动点 (与端点不重合), 且 $\angle DMN = \angle DAM$, 设 $AM = x$, $DN = y$.

① 写出 y 关于 x 的函数解析式, 并求出 y 的最小值;

② 是否存在这样的点 M , 使 $\triangle DMN$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

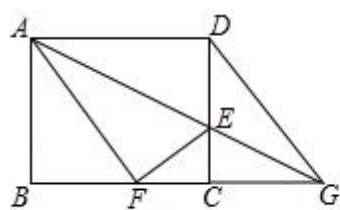


图1

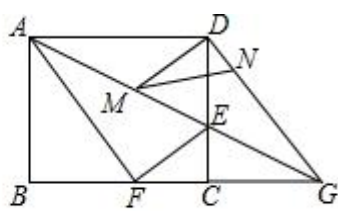


图2

2019 年山东省济宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求

1. (3 分) 下列四个实数中，最小的是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. -5 C. 1 D. 4

【分析】正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据实数大小比较的方法，可得

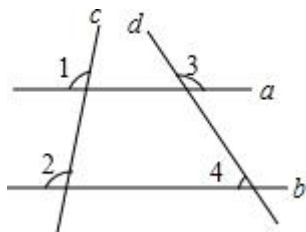
$$-5 < -\sqrt{2} < 1 < 4,$$

所以四个实数中，最小的数是 -5 .

故选：B.

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

2. (3 分) 如图，直线 a , b 被直线 c , d 所截，若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 125^\circ$, 则 $\angle 4$ 的度数是 ()



- A. 65° B. 60° C. 55° D. 75°

【分析】首先证明 $a \parallel b$, 推出 $\angle 4 = \angle 5$, 求出 $\angle 5$ 即可.

【解答】解： $\because \angle 1 = \angle 2$,

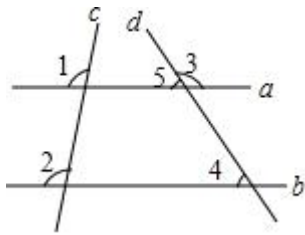
$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

$$\because \angle 5 = 180^\circ - \angle 3 = 55^\circ,$$

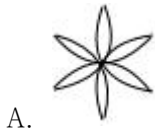
$$\therefore \angle 4 = 55^\circ,$$

故选：C.



【点评】 本题考查平行线的判定和性质，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

3. (3分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



【分析】 直接利用轴对称图形和中心对称图形的概念求解.

【解答】 解: A、既是中心对称图形也是轴对称图形，故此选项正确;

B、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项错误;

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误;

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了中心对称与轴对称的概念: 轴对称的关键是寻找对称轴，两边图象折叠后可重合，中心对称是要寻找对称中心，旋转 180° 后与原图重合.

4. (3分) 以下调查中，适宜全面调查的是 ()

A. 调查某批次汽车的抗撞击能力

B. 调查某班学生的身高情况

C. 调查春节联欢晚会的收视率

D. 调查济宁市居民日平均用水量

【分析】 根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似解答.

【解答】 解: A、调查某批次汽车的抗撞击能力，适合抽样调查，故 A 选项错误;

B、调查某班学生的身高情况，适合全面调查，故 B 选项正确;

C、调查春节联欢晚会的收视率，适合抽样调查，故 C 选项错误;

D、调查济宁市居民日平均用水量，适于抽样调查，故 D 选项错误.

故选: B.

【点评】 本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

5. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ B. $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[3]{5}$ C. $\sqrt{36} = \pm 6$ D. $-\sqrt{0.36} = -0.6$

【分析】 直接利用二次根式的性质以及立方根的性质分析得出答案.

【解答】 解: A、 $\sqrt{(-3)^2} = 3$, 故此选项错误;

B、 $\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5}$, 故此选项错误;

C、 $\sqrt{36} = 6$, 故此选项错误;

D、 $-\sqrt{0.36} = -0.6$, 正确.

故选: D.

【点评】 此题主要考查了二次根式的性质以及立方根的性质, 正确掌握相关性质是解题关键.

6. (3分) 世界文化遗产“三孔”景区已经完成 5G 基站布设, “孔夫子家”自此有了 5G 网络. 5G 网络峰值速率为 4G 网络峰值速率的 10 倍, 在峰值速率下传输 500 兆数据, 5G 网络比 4G 网络快 45 秒, 求这两种网络的峰值速率. 设 4G 网络的峰值速率为每秒传输 x 兆数据, 依题意, 可列方程是 ()

A. $\frac{500}{x} - \frac{500}{10x} = 45$ B. $\frac{500}{10x} - \frac{500}{x} = 45$
C. $\frac{5000}{x} - \frac{500}{x} = 45$ D. $\frac{500}{x} - \frac{5000}{x} = 45$

【分析】 直接利用 5G 网络比 4G 网络快 45 秒得出等式进而得出答案.

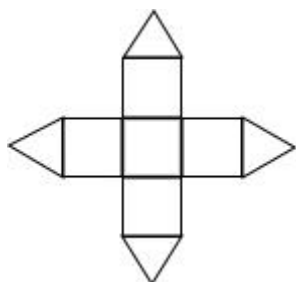
【解答】 解: 设 4G 网络的峰值速率为每秒传输 x 兆数据, 依题意, 可列方程是:

$$\frac{500}{x} - \frac{500}{10x} = 45.$$

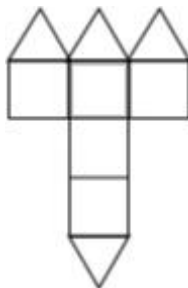
故选: A.

【点评】 此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程, 正确得出等式是解题关键.

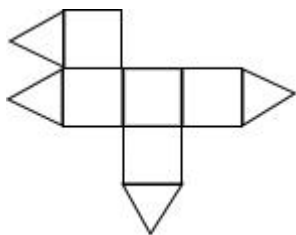
7. (3分) 如图, 一个几何体上半部为正四棱锥, 下半部为立方体, 且有一个面涂有颜色, 该几何体的表面展开图是 ()



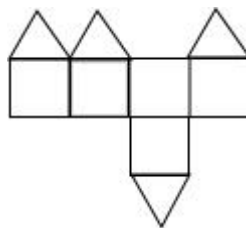
A.



B.



C.



D.

【分析】由平面图形的折叠及几何体的展开图解题，注意带图案的一个面不是底面.

【解答】解：选项 A 和 C 带图案的一个面是底面，不能折叠成原几何体的形式；

选项 B 能折叠成原几何体的形式；

选项 D 折叠后下面带三角形的面与原几何体中的位置不同.

故选：B.

【点评】本题主要考查了几何体的展开图. 解题时勿忘记正四棱柱的特征及正方体展开图的各种情形. 注意做题时可亲自动手操作一下，增强空间想象能力.

8. (3 分) 将抛物线 $y = x^2 - 6x + 5$ 向上平移两个单位长度，再向右平移一个单位长度后，得到的抛物线解析式是 ()

A. $y = (x - 4)^2 - 6$ B. $y = (x - 1)^2 - 3$ C. $y = (x - 2)^2 - 2$ D. $y = (x - 4)^2 - 2$

【分析】先把 $y = x^2 - 6x + 5$ 配成顶点式，得到抛物线的顶点坐标为 (3, -4)，再把点 (3, -4) 向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度得到点的坐标为 (4, -2)，然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

【解答】解： $y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 4$ ，即抛物线的顶点坐标为 (3, -4)，

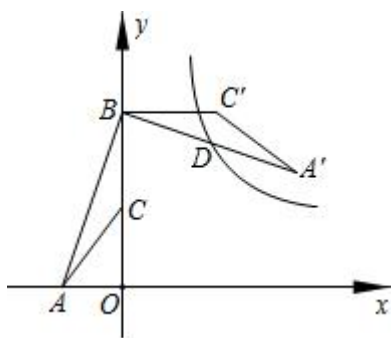
把点 (3, -4) 向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度得到点的坐标为 (4, -2)，

所以平移后得到的抛物线解析式为 $y = (x - 4)^2 - 2$.

故选：D.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式。

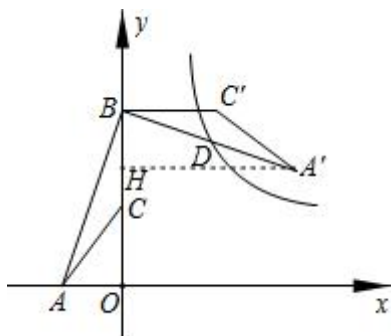
9. (3分) 如图，点 A 的坐标是 $(-2, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(0, 6)$ ， C 为 OB 的中点，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A'B'C'$ 。若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象恰好经过 $A'B$ 的中点 D ，则 k 的值是 ()



- A. 9 B. 12 C. 15 D. 18

【分析】 作 $A'H \perp y$ 轴于 H 。证明 $\triangle AOB \cong \triangle BHA'$ (AAS)，推出 $OA = BH$ ， $OB = A'H$ ，求出点 A' 坐标，再利用中点坐标公式求出点 D 坐标即可解决问题。

【解答】 解：作 $A'H \perp y$ 轴于 H 。



$\because \angle AOB = \angle A'HB = \angle ABA' = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABO + \angle A'BH = 90^\circ$ ， $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAO = \angle A'BH$ ，
 $\because BA = BA'$ ，
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle BHA'$ (AAS)，
 $\therefore OA = BH$ ， $OB = A'H$ ，
 $\because$ 点 A 的坐标是 $(-2, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(0, 6)$ ，
 $\therefore OA = 2$ ， $OB = 6$ ，

$$\therefore BH = OA = 2, A'H = OB = 6,$$

$$\therefore OH = 4,$$

$$\therefore A' (6, 4),$$

$$\therefore BD = A'D,$$

$$\therefore D (3, 5),$$

$$\therefore \text{反比例函数 } y = \frac{k}{x} \text{ 的图象经过点 } D,$$

$$\therefore k = 15.$$

故选: C.

【点评】 本题考查反比例函数图形上的点的坐标特征, 坐标与图形的变化 - 旋转等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考选择题中的压轴题.

10. (3分) 已知有理数 $a \neq 1$, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数, 如: 2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$, -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$. 如果 $a_1 = -2$, a_2 是 a_1 的差倒数, a_3 是 a_2 的差倒数, a_4 是 a_3 的差倒数……依此类推, 那么 $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$ 的值是 ()

A. -7.5

B. 7.5

C. 5.5

D. -5.5

【分析】 求出数列的前 4 个数, 从而得出这个数列以 $-2, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}$ 依次循环, 且 $-2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{6}$, 再求出这 100 个数中有多少个周期, 从而得出答案.

【解答】 解: $\because a_1 = -2$,

$$\therefore a_2 = \frac{1}{1-(-2)} = \frac{1}{3}, a_3 = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}, a_4 = \frac{1}{1-\frac{3}{2}} = -2, \dots$$

$$\therefore \text{这个数列以 } -2, \frac{1}{3}, \frac{3}{2} \text{ 依次循环, 且 } -2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{6},$$

$$\therefore 100 \div 3 = 33 \dots 1,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 33 \times \left(-\frac{1}{6}\right) - 2 = -\frac{15}{2} = -7.5,$$

故选: A.

【点评】 本题考查了规律型: 数字的变化类: 通过从一些特殊的数字变化中发现不变的因素或按规律变化的因素, 然后推广到一般情况.

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分.

11. (3分) 已知 $x=1$ 是方程 $x^2+bx-2=0$ 的一个根, 则方程的另一个根是 -2.

【分析】根据根与系数的关系得出 $x_1x_2=\frac{c}{a}=-2$, 即可得出另一根的值.

【解答】解: $\because x=1$ 是方程 $x^2+bx-2=0$ 的一个根,

$$\therefore x_1x_2=\frac{c}{a}=-2,$$

$$\therefore 1 \times x_2 = -2,$$

则方程的另一个根是: -2,

故答案为 -2.

【点评】此题主要考查了一元二次方程根与系数的关系, 得出两根之积求出另一根是解决问题的关键.

12. (3分) 如图, 该硬币边缘镌刻的正九边形每个内角的度数是 140° .



【分析】先根据多边形内角和定理: $180^\circ \cdot (n-2)$ 求出该多边形的内角和, 再求出每一个内角的度数.

【解答】解: 该正九边形内角和 $= 180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ$,

$$\text{则每个内角的度数} = \frac{1260^\circ}{9} = 140^\circ.$$

故答案为: 140° .

【点评】本题主要考查了多边形的内角和定理: $180^\circ \cdot (n-2)$, 比较简单, 解答本题的关键是直接根据内角和公式计算可得内角和.

13. (3分) 已知点 $P(x, y)$ 位于第四象限, 并且 $x \leq y+4$ (x, y 为整数), 写出一个符合上述条件的点 P 的坐标 $(1, -2)$ (答案不唯一).

【分析】直接利用第四象限内点的坐标特点得出 x, y 的取值范围, 进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 点 $P(x, y)$ 位于第四象限, 并且 $x \leq y+4$ (x, y 为整数),

$$\therefore x > 0, y < 0,$$

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } 1 \leq y+4,$$

$$\text{解得: } 0 > y \geq -3,$$

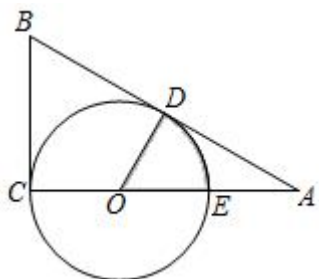
$$\therefore y \text{ 可以为: } -2,$$

故写一个符合上述条件的点 P 的坐标可以为: $(1, -2)$ (答案不唯一).

故答案为: $(1, -2)$ (答案不唯一).

【点评】 此题主要考查了点的坐标, 正确把握横纵坐标的符号是解题关键.

14. (3分) 如图, O 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 直角边 AC 上一点, 以 OC 为半径的 $\odot O$ 与斜边 AB 相切于点 D , 交 OA 于点 E , 已知 $BC = \sqrt{3}$, $AC = 3$. 则图中阴影部分的面积是 $\frac{\pi}{6}$.



【分析】 首先利用勾股定理求出 AB 的长, 再证明 $BD = BC$, 进而由 $AD = AB - BD$ 可求出 AD 的长度; 利用特殊角的锐角三角函数可求出 $\angle A$ 的度数, 则圆心角 $\angle DOA$ 的度数可求出, 在直角三角形 ODA 中求出 OD 的长, 最后利用扇形的面积公式即可求出阴影部分的面积.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because BC = \sqrt{3}$, $AC = 3$.

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\because BC \perp OC,$$

$\therefore BC$ 是圆的切线,

$\because \odot O$ 与斜边 AB 相切于点 D ,

$$\therefore BD = BC,$$

$$\therefore AD = AB - BD = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \because \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$\because \odot O$ 与斜边 AB 相切于点 D ,

$$\therefore OD \perp AB,$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

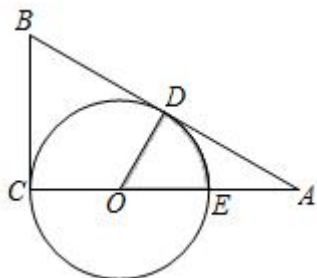
$$\therefore \frac{OD}{AD} = \tan A = \tan 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{OD}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OD = 1,$$

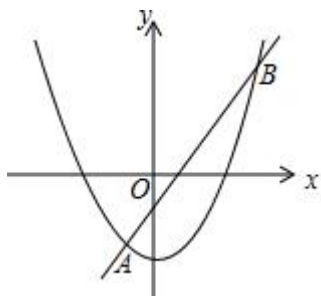
$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{60\pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{6}.$$

故答案是: $\frac{\pi}{6}$.



【点评】 本题考查了切线的性质定理、切线长定理以及勾股定理的运用，熟记和圆有关的各种性质定理是解题的关键.

15. (3分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = mx + n$ 交于 $A(-1, p)$, $B(3, q)$ 两点，则不等式 $ax^2 + mx + c > n$ 的解集是 $x < -3$ 或 $x > 1$.



【分析】 观察两函数图象的上下位置关系，即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = mx + n$ 交于 $A(-1, p)$, $B(3, q)$ 两点,

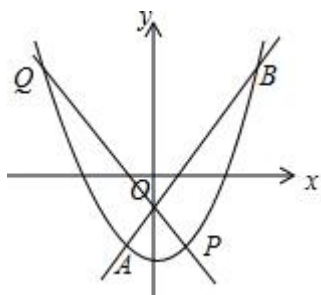
$$\therefore -m + n = p, \quad 3m + n = q,$$

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = -mx + n$ 交于 $P(1, p)$, $Q(-3, q)$ 两点,

观察函数图象可知: 当 $x < -3$ 或 $x > 1$ 时, 直线 $y = -mx + n$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的下方,

$\therefore$ 不等式 $ax^2 + mx + c > n$ 的解集为 $x < -3$ 或 $x > 1$.

故答案为: $x < -3$ 或 $x > 1$.



【点评】本题考查了二次函数与不等式，根据两函数图象的上下位置关系找出不等式的解集是解题的关键.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 55 分，

16. (6 分) 计算： $6\sin 60^\circ - \sqrt{12} + \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \sqrt{3} - 2018$

【分析】本题涉及零指数幂、绝对值、特殊角的三角函数值、二次根式化简 4 个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} + 1 + 2018 - \sqrt{3}$
 $= 2019$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (7 分) 某校为了解学生课外阅读情况，就学生每周阅读时间随机调查了部分学生，调查结果按性别整理如下：

女生阅读时间人数统计表

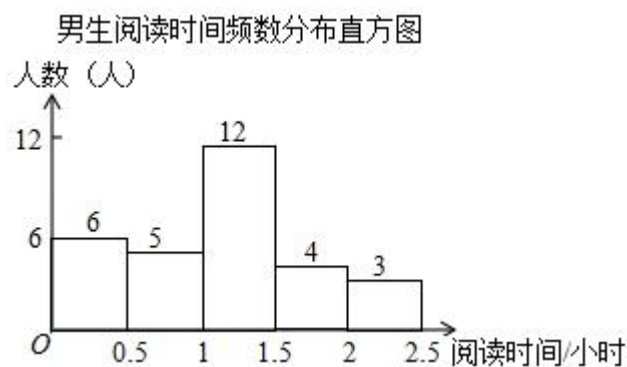
阅读时间 t (小时)	人数	占女生人数百分比
$0 \leq t < 0.5$	4	20%
$0.5 \leq t < 1$	m	15%
$1 \leq t < 1.5$	5	25%
$1.5 \leq t < 2$	6	n
$2 \leq t < 2.5$	2	10%

根据图表解答下列问题：

(1) 在女生阅读时间人数统计表中， $m = \underline{3}$ ， $n = \underline{30\%}$ ；

(2) 此次抽样调查中，共抽取了 50 名学生，学生阅读时间的中位数在 $1 \leq t < 1.5$ 时间段；

(3) 从阅读时间在 2 ~ 2.5 小时的 5 名学生中随机抽取 2 名学生参加市级阅读活动，恰好抽到男女生各一名的概率是多少？



【分析】 (1) 由 $0 \leq t < 0.5$ 时间段的人数及其所占百分比可得女生人数，再根据百分比的意义求解可得；

(2) 将男女生人数相加可得总人数，再根据中位数的概念求解可得；

(3) 利用列举法求得所有结果的个数，然后利用概率公式即可求解.

【解答】 解：(1) 女生总人数为 $4 \div 20\% = 20$ (人)，

$$\therefore m = 20 \times 15\% = 3, \quad n = \frac{6}{20} \times 100\% = 30\%,$$

故答案为：3，30%；

(2) 学生总人数为 $20 + 6 + 5 + 12 + 4 + 3 = 50$ (人)，

这组数据的中位数是第 25、26 个数据的平均数，而第 25、26 个数据均落在 $1 \leq t < 1.5$ 范围内，

$\therefore$ 学生阅读时间的中位数在 $1 \leq t < 1.5$ 时间段，

故答案为：50， $1 \leq t < 1.5$ ；

(3) 学习时间在 2 ~ 2.5 小时的有女生 2 人，男生 3 人.



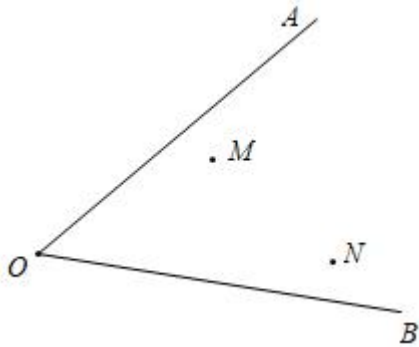
共有 20 种可能情况，则恰好抽到男女各一名的概率是 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

【点评】 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

18. (7 分) 如图，点 M 和点 N 在 $\angle AOB$ 内部.

(1) 请你作出点 P ，使点 P 到点 M 和点 N 的距离相等，且到 $\angle AOB$ 两边的距离也相等 (保留作图痕迹，不写作法)；

(2) 请说明作图理由.

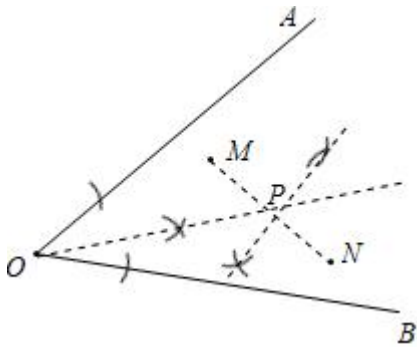


【分析】(1) 根据角平分线的作法、线段垂直平分线的作法作图;

(2) 根据角平分线的性质、线段垂直平分线的性质解答.

【解答】解: (1) 如图, 点 P 到点 M 和点 N 的距离相等, 且到 $\angle AOB$ 两边的距离也相等;

(2) 理由: 角的平分线上的点到角的两边的距离相等、直平分线上的点到线段两端点的距离相等.



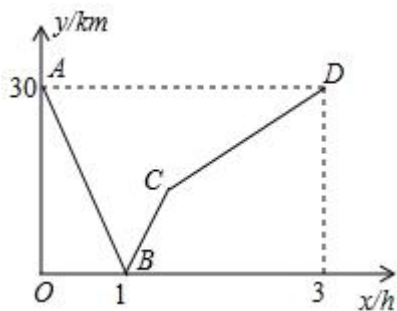
【点评】本题考查的是复杂作图、角平分线的性质、线段垂直平分线的性质, 掌握基本作图的一般步骤、角平分线的性质、线段垂直平分线的性质是解题的关键.

19. (8 分) 小王骑车从甲地到乙地, 小李骑车从乙地到甲地, 小王的速度小于小李的速度, 两人同时出发, 沿同一条公路匀速前进. 图中的折线表示两人之间的距离 y (km) 与小王的行驶时间 x (h) 之间的函数关系.

请你根据图象进行探究:

(1) 小王和小李的速度分别是多少?

(2) 求线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.



【分析】(1) 根据题意和函数图象中的数据可以分别求得王和小李的速度；

(2) 根据 (1) 中的结果和图象中的数据可以求得点 C 的坐标，从而可以解答本题．

【解答】解：(1) 由图可得，

小王的速度为： $30 \div 3 = 10 \text{ km/h}$ ，

小李的速度为： $(30 - 10 \times 1) \div 1 = 20 \text{ km/h}$ ，

答：小王和小李的速度分别是 10 km/h 、 20 km/h ；

(2) 小李从乙地到甲地用的时间为： $30 \div 20 = 1.5 \text{ h}$ ，

当小李到达甲地时，两人之间的距离为： $10 \times 1.5 = 15 \text{ km}$ ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1.5, 15)$ ，

设线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = kx + b$ ，

$$\begin{cases} k + b = 0 \\ 1.5k + b = 15 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k = 30 \\ b = -30 \end{cases},$$

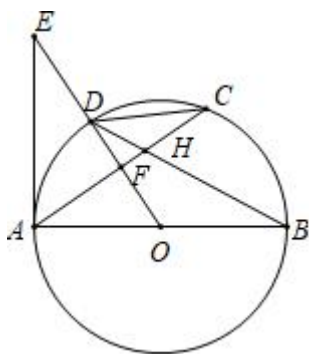
即线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式是 $y = 30x - 30$ ($1 \leq x \leq 1.5$)．

【点评】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和数形结合的思想解答．

20. (8分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点， D 是 $\widehat{AC}$ 的中点， E 为 OD 延长线上一点，且 $\angle CAE = 2\angle C$ ， AC 与 BD 交于点 H ，与 OE 交于点 F ．

(1) 求证： AE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $DH = 9$ ， $\tan C = \frac{3}{4}$ ，求直径 AB 的长．



【分析】(1) 根据垂径定理得到 $OE \perp AC$ ，求得 $\angle AFE = 90^\circ$ ，求得 $\angle EAO = 90^\circ$ ，于是得到结论；

(2) 根据等腰三角形的性质和圆周角定理得到 $\angle ODB = \angle C$ ，求得 $\tan C = \tan \angle ODB = \frac{HF}{DF} = \frac{3}{4}$ ，设 $HF = 3x$ ， $DF = 4x$ ，根据勾股定理得到 $DF = \frac{36}{5}$ ， $HF = \frac{27}{5}$ ，根据相似三角形的性质得到 $CF = \frac{\frac{36}{5} \times \frac{36}{5}}{\frac{27}{5}} = \frac{48}{5}$ ，求得 $AF = CF = \frac{48}{5}$ ，设 $OA = OD = x$ ，根据勾股定理即可得到结论。

【解答】解：(1) $\because D$ 是 $\widehat{AC}$ 的中点，

$\therefore OE \perp AC$ ，

$\therefore \angle AFE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle E + \angle EAF = 90^\circ$ ，

$\because \angle AOE = 2\angle C$ ， $\angle CAE = 2\angle C$ ，

$\therefore \angle CAE = \angle AOE$ ，

$\therefore \angle E + \angle AOE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EAO = 90^\circ$ ，

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\because \angle C = \angle B$ ，

$\because OD = OB$ ，

$\therefore \angle B = \angle ODB$ ，

$\therefore \angle ODB = \angle C$ ，

$\therefore \tan C = \tan \angle ODB = \frac{HF}{DF} = \frac{3}{4}$ ，

$\therefore$ 设 $HF = 3x$ ， $DF = 4x$ ，

$$\therefore DH = 5x = 9,$$

$$\therefore x = \frac{9}{5},$$

$$\therefore DF = \frac{36}{5}, \quad HF = \frac{27}{5},$$

$$\because \angle C = \angle FDH, \quad \angle DFH = \angle CFD,$$

$$\therefore \triangle DFH \sim \triangle CFD,$$

$$\therefore \frac{DF}{CF} = \frac{FH}{DF},$$

$$\therefore CF = \frac{\frac{36}{5} \times \frac{36}{5}}{\frac{27}{5}} = \frac{48}{5},$$

$$\therefore AF = CF = \frac{48}{5},$$

$$\text{设 } OA = OD = x,$$

$$\therefore OF = x - \frac{36}{5},$$

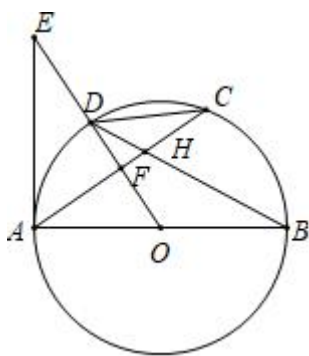
$$\because AF^2 + OF^2 = OA^2,$$

$$\therefore \left(\frac{48}{5}\right)^2 + \left(x - \frac{36}{5}\right)^2 = x^2,$$

$$\text{解得: } x = 10,$$

$$\therefore OA = 10,$$

$$\therefore \text{直径 } AB \text{ 的长为 } 20.$$



【点评】 本题考查了切线的判定和性质，圆周角定理，垂径定理，相似三角形的判定和性质，正确的识别图形是解题的关键.

21. (8分) 阅读下面的材料:

如果函数 $y = f(x)$ 满足: 对于自变量 x 的取值范围内的任意 x_1, x_2 ,

(1) 若 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是增函数;

(2) 若 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是减函数.

例题: 证明函数 $f(x) = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 是减函数.

证明: 设 $0 < x_1 < x_2$,

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{6}{x_1} - \frac{6}{x_2} = \frac{6x_2 - 6x_1}{x_1x_2} = \frac{6(x_2 - x_1)}{x_1x_2}.$$

$$\because 0 < x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_2 - x_1 > 0, \quad x_1x_2 > 0.$$

$$\therefore \frac{6(x_2 - x_1)}{x_1x_2} > 0. \quad \text{即 } f(x_1) - f(x_2) > 0.$$

$$\therefore f(x_1) > f(x_2).$$

$$\therefore \text{函数 } f(x) = \frac{6}{x} \quad (x > 0) \text{ 是减函数.}$$

根据以上材料, 解答下面的问题:

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ($x < 0$),

$$f(-1) = \frac{1}{(-1)^2} + (-1) = 0, \quad f(-2) = \frac{1}{(-2)^2} + (-2) = -\frac{7}{4}$$

$$(1) \text{ 计算: } f(-3) = -\frac{26}{9}, \quad f(-4) = -\frac{63}{16};$$

$$(2) \text{ 猜想: 函数 } f(x) = \frac{1}{x^2} + x \quad (x < 0) \text{ 是 } \underline{\text{增}} \text{ 函数 (填“增”或“减”);}$$

(3) 请仿照例题证明你的猜想.

【分析】 (1) 根据题目中函数解析式可以解答本题;

(2) 由 (1) 结论可得;

(3) 根据题目中例子的证明方法可以证明 (1) 中的猜想成立.

【解答】 解: (1) $\because f(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ($x < 0$),

$$\therefore f(-3) = \frac{1}{(-3)^2} - 3 = -\frac{26}{9}, \quad f(-4) = \frac{1}{(-4)^2} - 4 = -\frac{63}{16}$$

$$\text{故答案为: } -\frac{26}{9}, \quad -\frac{63}{16}$$

$$(2) \because -4 < -3, \quad f(-4) > f(-3)$$

$$\therefore \text{函数 } f(x) = \frac{1}{x^2} + x \quad (x < 0) \text{ 是增函数}$$

故答案为: 增

(3) 设 $x_1 < x_2 < 0$,

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1^2} + x_1 - \frac{1}{x_2^2} - x_2 = (x_1 - x_2) \left(1 - \frac{x_1 + x_2}{x_1^2 x_2^2}\right)$$

$$\because x_1 < x_2 < 0,$$

$$\therefore x_1 - x_2 < 0, \quad x_1 + x_2 < 0,$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$$

$$\therefore f(x_1) < f(x_2)$$

$$\therefore \text{函数 } f(x) = \frac{1}{x^2} + x \quad (x < 0) \text{ 是增函数}$$

【点评】 本题考查反比例函数图象上的坐标特征、反比例函数的性质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用反比例函数的性质解答.

22. (11分) 如图1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=10$, E 是 CD 边上一点, 连接 AE , 将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 顶点 D 恰好落在 BC 边上点 F 处, 延长 AE 交 BC 的延长线于点 G .

(1) 求线段 CE 的长;

(2) 如图2, M , N 分别是线段 AG , DG 上的动点 (与端点不重合), 且 $\angle DMN = \angle DAM$, 设 $AM = x$, $DN = y$.

①写出 y 关于 x 的函数解析式, 并求出 y 的最小值;

②是否存在这样的点 M , 使 $\triangle DMN$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

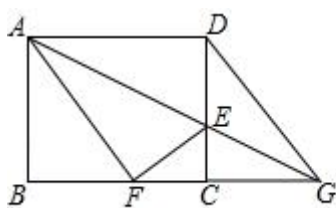


图1

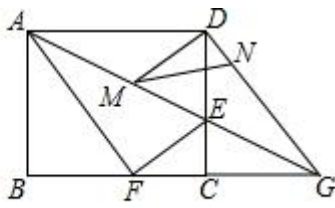


图2

【分析】 (1) 由翻折可知: $AD = AF = 10$. $DE = EF$, 设 $EC = x$, 则 $DE = EF = 8 - x$. 在 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中, 利用勾股定理构建方程即可解决问题.

(2) ①证明 $\triangle ADM \sim \triangle GMN$, 可得 $\frac{AD}{MG} = \frac{AM}{GN}$, 由此即可解决问题.

②存在. 有两种情形: 如图3-1中, 当 $MN = MD$ 时. 如图3-2中, 当 $MN = DN$ 时, 作 $MH \perp DG$ 于 H . 分别求解即可解决问题.

【解答】 解: (1) 如图1中,

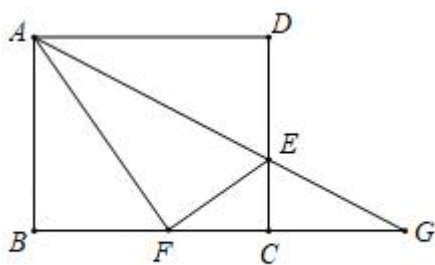


图1

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD = BC = 10, AB = CD = 8,$

$\therefore \angle B = \angle BCD = 90^\circ,$

由翻折可知: $AD = AF = 10, DE = EF$, 设 $EC = x$, 则 $DE = EF = 8 - x$.

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = 6,$

$\therefore CF = BC - BF = 10 - 6 = 4,$

在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中, 则有: $(8 - x)^2 = x^2 + 4^2,$

$\therefore x = 3,$

$\therefore EC = 3.$

(2) ①如图 2 中,

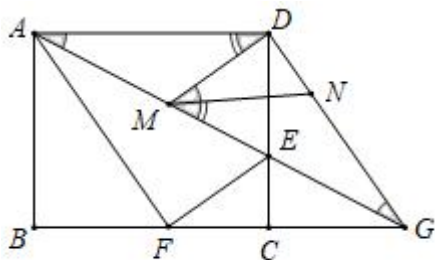


图2

$\because AD \parallel CG,$

$\therefore \frac{AD}{CG} = \frac{DE}{CE},$

$\therefore \frac{10}{CG} = \frac{5}{3},$

$\therefore CG = 6,$

$\therefore BG = BC + CG = 16,$

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, $AG = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5},$

在 $\text{Rt}\triangle DCG$ 中, $DG = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$$\therefore AD = DG = 10,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle AGD,$$

$$\therefore \angle DMG = \angle DMN + \angle NMG = \angle DAM + \angle ADM, \quad \angle DMN = \angle DAM,$$

$$\therefore \angle ADM = \angle NMG,$$

$$\therefore \triangle ADM \sim \triangle GMN,$$

$$\therefore \frac{AD}{MG} = \frac{AM}{GN},$$

$$\therefore \frac{10}{8\sqrt{5}-x} = \frac{x}{10-y},$$

$$\therefore y = \frac{1}{10}x^2 - \frac{4\sqrt{5}}{5}x + 10.$$

当 $x = 4\sqrt{5}$ 时, y 有最小值, 最小值 = 2.

②存在. 有两种情形: 如图 3-1 中, 当 $MN = MD$ 时,

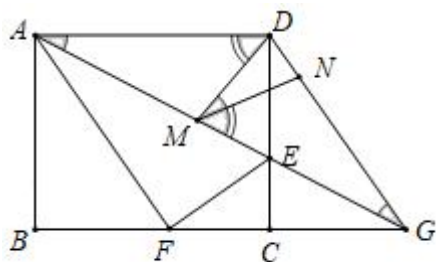


图3-1

$$\therefore \angle MDN = \angle GMD, \quad \angle DMN = \angle DGM,$$

$$\therefore \triangle DMN \sim \triangle DGM,$$

$$\therefore \frac{DM}{DG} = \frac{MN}{GM},$$

$$\therefore MN = DM,$$

$$\therefore DG = GM = 10,$$

$$\therefore x = AM = 8\sqrt{5} - 10.$$

如图 3-2 中, 当 $MN = DN$ 时, 作 $MH \perp DG$ 于 H .

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....