

2019 年山东省枣庄市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分。

1. (3 分) 下列运算，正确的是 ()

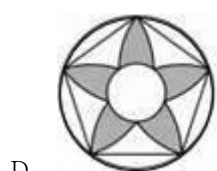
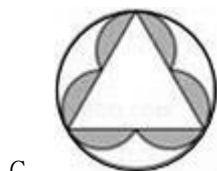
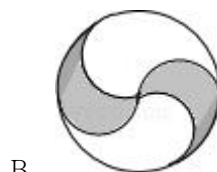
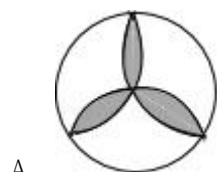
A. $2x+3y=5xy$

B. $(x-3)^2=x^2-9$

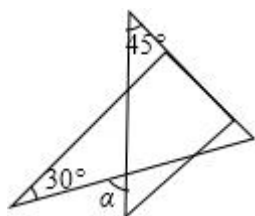
C. $(xy^2)^2=x^2y^4$

D. $x^6 \div x^3 = x^2$

2. (3 分) 下列图形，可以看作中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 将一副直角三角板按如图所示的位置放置，使含 30° 角的三角板的一条直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边放在同一条直线上，则 $\angle \alpha$ 的度数是 ()



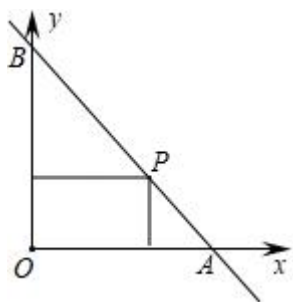
A. 45°

B. 60°

C. 75°

D. 85°

4. (3 分) 如图，一直线与两坐标轴的正半轴分别交于 A , B 两点， P 是线段 AB 上任意一点 (不包括端点)，过点 P 分别作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形的周长为 8，则该直线的函数表达式是 ()



- A. $y = -x+4$ B. $y = x+4$ C. $y = x+8$ D. $y = -x+8$

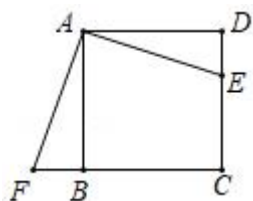
5. (3分) 从 -1 、 2 、 3 、 -6 这四个数中任取两数，分别记为 m 、 n ，那么点 (m, n) 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

6. (3分) 在平面直角坐标系中，将点 $A(1, -2)$ 向上平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度，得到点 A' ，则点 A' 的坐标是 ()

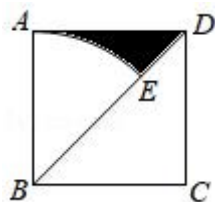
- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(1, 2)$

7. (3分) 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 DC 上一点，把 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ABF$ 的位置. 若四边形 $AECF$ 的面积为 20， $DE = 2$ ，则 AE 的长为 ()



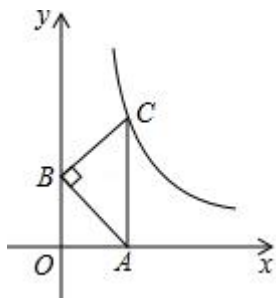
- A. 4 B. $2\sqrt{5}$ C. 6 D. $2\sqrt{6}$

8. (3分) 如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，以点 B 为圆心， AB 为半径画弧，交对角线 BD 于点 E ，则图中阴影部分的面积是 (结果保留 π) ()



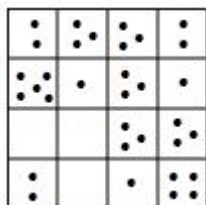
- A. $8 - \pi$ B. $16 - 2\pi$ C. $8 - 2\pi$ D. $8 - \frac{1}{2}\pi$

9. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，等腰直角三角形 ABC 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $CA \perp x$ 轴，点 C 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，若 $AB = 1$ ，则 k 的值为 ()



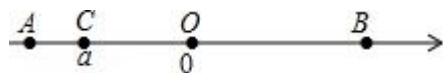
- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

10. (3分) 如图, 小正方形是按一定规律摆放的, 下面四个选项中的图片, 适合填补图中空白处的是 ()



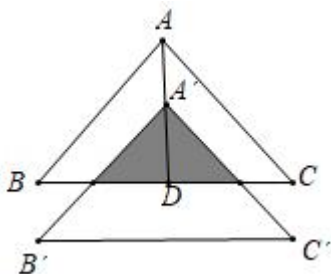
- A. B. C. D.

11. (3分) 点 O , A , B , C 在数轴上的位置如图所示, O 为原点, $AC=1$, $OA=OB$. 若点 C 所表示的数为 a , 则点 B 所表示的数为 ()



- A. $-(a+1)$ B. $-(a-1)$ C. $a+1$ D. $a-1$

12. (3分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 16, 阴影部分三角形的面积 9. 若 $AA'=1$, 则 $A'D$ 等于 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. $\frac{3}{2}$

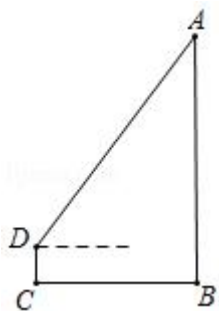
二、填空题: 本大题共 6 小题, 满分 24 分. 只填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

13. (4分) 若 $m - \frac{1}{m} = 3$, 则 $m^2 + \frac{1}{m^2} =$ _____.

14. (4分) 已知关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值范围是_____.

15. (4分) 如图, 小明为了测量校园里旗杆 AB 的高度, 将测角仪 CD 竖直放在距旗杆底部 B 点 $6m$ 的位置, 在 D 处测得旗杆顶端 A 的仰角为 53° , 若测角仪的高度是 $1.5m$, 则旗杆 AB 的高度约为_____ m . (精确到 $0.1m$. 参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$,

$\tan 53^\circ \approx 1.33$)



16. (4分) 用一条宽度相等的足够长的纸条打一个结 (如图 1 所示), 然后轻轻拉紧、压平就可以得到如图 2 所示的正五边形 $ABCDE$. 图中, $\angle BAC =$ _____ 度.



图1

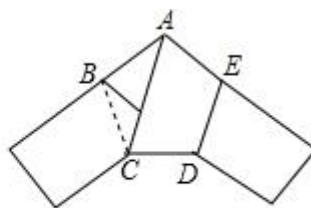
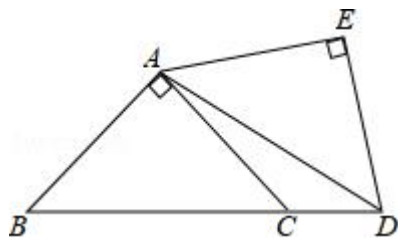


图2

17. (4分) 把两个同样大小含 45° 角的三角尺按如图所示的方式放置, 其中一个三角尺的锐角顶点与另一个三角尺的直角顶点重合于点 A , 且另外三个锐角顶点 B, C, D 在同一直线上. 若 $AB = 2$, 则 $CD =$ _____.



18. (4分) 观察下列各式:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1 \times 2} = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right),$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2 \times 3} = 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right),$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = 1 + \frac{1}{3 \times 4} = 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right),$$

...

请利用你发现的规律, 计算:

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{2018^2}+\frac{1}{2019^2}},$$

其结果为_____.

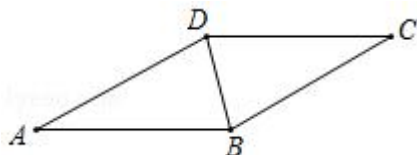
三、解答题：本大题共 7 小题，满分 60 分．解答时，要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

19. (8 分) 先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2-1} \div (\frac{1}{x-1}+1)$ ，其中 x 为整数且满足不等式组 $\begin{cases} x-1 > 1, \\ 5-2x \geq -2. \end{cases}$

20. (8 分) 如图， BD 是菱形 $ABCD$ 的对角线， $\angle CBD=75^\circ$ ，

(1) 请用尺规作图法，作 AB 的垂直平分线 EF ，垂足为 E ，交 AD 于 F ；(不要求写作法，保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 条件下，连接 BF ，求 $\angle DBF$ 的度数.



21. (8 分) 对于实数 a 、 b ，定义关于“ $\otimes$ ”的一种运算： $a \otimes b = 2a + b$ ，例如 $3 \otimes 4 = 2 \times 3 + 4 = 10$.

(1) 求 $4 \otimes (-3)$ 的值；

(2) 若 $x \otimes (-y) = 2$ ， $(2y) \otimes x = -1$ ，求 $x+y$ 的值.

22. (8 分) 4 月 23 日是世界读书日，习近平总书记说：“读书可以让人保持思想活力，让人得到智慧启发，让人滋养浩然之气。”某校响应号召，鼓励师生利用课余时间广泛阅读，该校文学社为了解学生课外阅读情况，抽样调查了部分学生每周用于课外阅读的时间，过程如下：

一、数据收集，从全校随机抽取 20 学生，进行每周用于课外阅读时间的调查，数据如下 (单位：min)：

30	60	81	50	44	110	130	146	80	100
60	80	120	140	75	81	10	30	81	92

二、整理数据，按如下分段整理样本数据并补全表格：

课外阅读时间 x (min)	$0 \leq x < 40$	$40 \leq x < 80$	$80 \leq x < 120$	$120 \leq x < 160$
------------------	-----------------	------------------	-------------------	--------------------

等级	D	C	B	A
人数	3	a	8	b

三、分析数据，补全下列表格中的统计量：

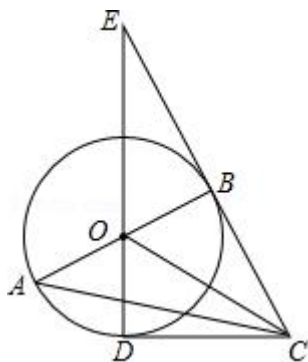
平均数	中位数	众数
80	c	81

四、得出结论：

- ①表格中的数据： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- ②用样本中的统计量估计该校学生每周用于课外阅读时间的等级为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- ③如果该校现有学生 400 人，估计等级为 “B” 的学生有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人；
- ④假设平均阅读一本课外书的时间为 320 分钟，请你用样本平均数估计该校学生每人一年（按 52 周计算）平均阅读 $\underline{\hspace{2cm}}$ 本课外书。

23. (8 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ ，点 D 为 $\odot O$ 上一点，且 $CD = CB$ ，连接 DO 并延长交 CB 的延长线于点 E 。

- (1) 判断直线 CD 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；
- (2) 若 $BE = 2$ ， $DE = 4$ ，求圆的半径及 AC 的长。



24. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D 。

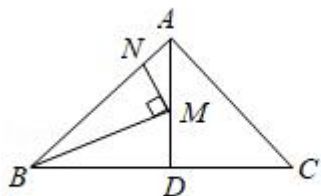


图 1

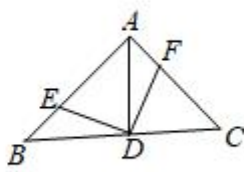


图 2

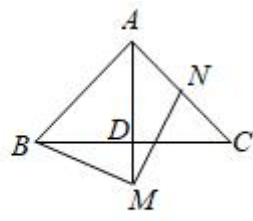


图 3

- (1) 如图 1，点 M ， N 分别在 AD ， AB 上，且 $\angle BMN = 90^\circ$ ，当 $\angle AMN = 30^\circ$ ， $AB = 2$ 时，求线段 AM 的长；

(2) 如图 2, 点 E, F 分别在 AB, AC 上, 且 $\angle EDF = 90^\circ$, 求证: $BE = AF$;

(3) 如图 3, 点 M 在 AD 的延长线上, 点 N 在 AC 上, 且 $\angle BMN = 90^\circ$, 求证: $AB + AN = \sqrt{2}AM$.

25. (10 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 的对称轴是直线 $x = 3$, 与 x 轴相交于 A, B 两点 (点 B 在点 A 右侧), 与 y 轴交于点 C .

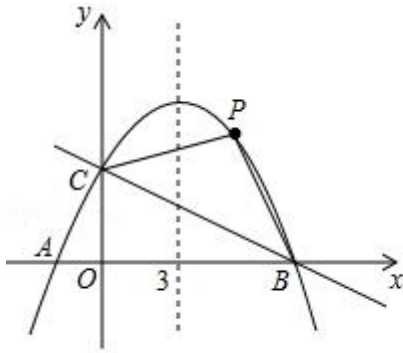


图1

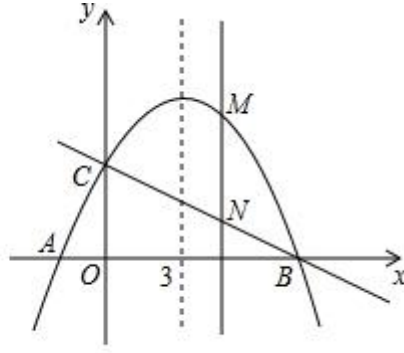


图2

(1) 求抛物线的解析式和 A, B 两点的坐标;

(2) 如图 1, 若点 P 是抛物线上 B, C 两点之间的一个动点 (不与 B, C 重合), 是否存在点 P , 使四边形 $PBOC$ 的面积最大? 若存在, 求点 P 的坐标及四边形 $PBOC$ 面积的最大值; 若不存在, 请说明理由;

(3) 如图 2, 若点 M 是抛物线上任意一点, 过点 M 作 y 轴的平行线, 交直线 BC 于点 N , 当 $MN = 3$ 时, 求点 M 的坐标.

2019 年山东省枣庄市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分。

1. (3 分) 下列运算，正确的是 ()

A. $2x+3y=5xy$

B. $(x-3)^2=x^2-9$

C. $(xy^2)^2=x^2y^4$

D. $x^6\div x^3=x^2$

【分析】直接利用合并同类项法则以及完全平方公式和积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $2x+3y$ ，无法计算，故此选项错误；

B、 $(x-3)^2=x^2-6x+9$ ，故此选项错误；

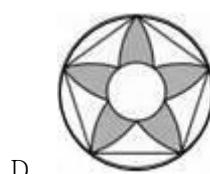
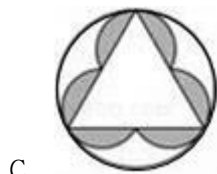
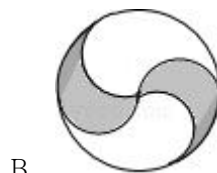
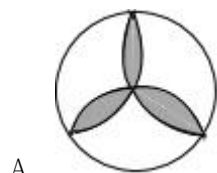
C、 $(xy^2)^2=x^2y^4$ ，正确；

D、 $x^6\div x^3=x^3$ ，故此选项错误；

故选：C.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及完全平方公式和积的乘方运算、同底数幂的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

2. (3 分) 下列图形，可以看作中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B、是中心对称图形，故本选项符合题意；

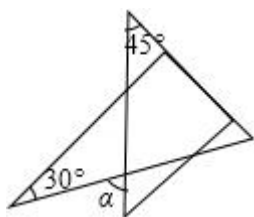
C、不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D、不是中心对称图形，故本选项不符合题意.

故选: B.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 后两部分重合.

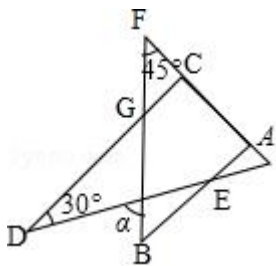
3. (3分) 将一副直角三角板按如图所示的位置放置, 使含 30° 角的三角板的一条直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边放在同一条直线上, 则 $\angle \alpha$ 的度数是 ()



- A. 45° B. 60° C. 75° D. 85°

【分析】先根据三角形的内角和得出 $\angle CGF = \angle DGB = 45^\circ$, 再利用 $\angle \alpha = \angle D + \angle DGB$ 可得答案.

【解答】解: 如图,



$$\because \angle ACD = 90^\circ, \angle F = 45^\circ,$$

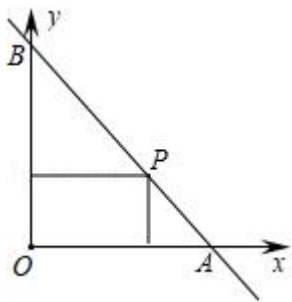
$$\therefore \angle CGF = \angle DGB = 45^\circ,$$

$$\text{则 } \angle \alpha = \angle D + \angle DGB = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ,$$

故选: C.

【点评】本题主要考查三角形的外角的性质, 解题的关键是掌握三角形的内角和定理和三角形外角的性质.

4. (3分) 如图, 一直线与两坐标轴的正半轴分别交于 A, B 两点, P 是线段 AB 上任意一点 (不包括端点), 过点 P 分别作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形的周长为 8, 则该直线的函数表达式是 ()



- A. $y = -x+4$ B. $y = x+4$ C. $y = x+8$ D. $y = -x+8$

【分析】 设 P 点坐标为 (x, y) ，由坐标的意义可知 $PC = x$ ， $PD = y$ ，根据围成的矩形的周长为 8，可得到 x 、 y 之间的关系式。

【解答】 解：如图，过 P 点分别作 $PD \perp x$ 轴， $PC \perp y$ 轴，垂足分别为 D 、 C ，

设 P 点坐标为 (x, y) ，

$\because P$ 点在第一象限，

$\therefore PD = y$ ， $PC = x$ ，

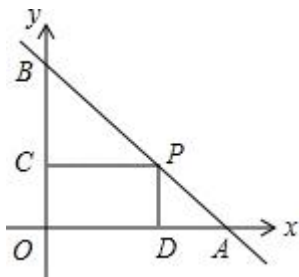
$\because$ 矩形 $PDOC$ 的周长为 8，

$\therefore 2(x+y) = 8$ ，

$\therefore x+y = 4$ ，

即该直线的函数表达式是 $y = -x+4$ ，

故选：A.



【点评】 本题主要考查矩形的性质及一次函数图象上点的坐标特征，直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx+b$ 。根据坐标的意义得出 x 、 y 之间的关系是解题的关键。

5. (3 分) 从 -1 、 2 、 3 、 -6 这四个数中任取两数，分别记为 m 、 n ，那么点 (m, n) 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

【分析】 根据反比例函数图象上点的坐标特征可得出 $mn = 6$ ，列表找出所有 mn 的值，根据表格中 $mn = 6$ 所占比例即可得出结论。

【解答】解：∵点 (m, n) 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，

$$\therefore mn = 6.$$

列表如下：

m	-1	-1	-1	2	2	2	3	3	3	-6	-6	-6
n	2	3	-6	-1	3	-6	-1	2	-6	-1	2	3
mn	-2	-3	6	-2	6	-12	-3	6	-18	6	-12	-18

mn 的值为 6 的概率是 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

故选：B.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征以及列表法与树状图法，通过列表找出 $mn = 6$ 的概率是解题的关键.

6. (3分) 在平面直角坐标系中，将点 $A(1, -2)$ 向上平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度，得到点 A' ，则点 A' 的坐标是 ()

A. $(-1, 1)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(1, 2)$

【分析】 根据向左平移横坐标减，向上平移纵坐标加求解即可.

【解答】解：∵将点 $A(1, -2)$ 向上平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度，得到点 A' ，

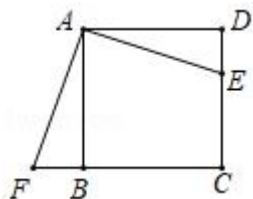
$$\therefore \text{点 } A' \text{ 的横坐标为 } 1 - 2 = -1, \text{ 纵坐标为 } -2 + 3 = 1,$$

$$\therefore A' \text{ 的坐标为 } (-1, 1).$$

故选：A.

【点评】 本题考查了坐标与图形变化 - 平移，平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减.

7. (3分) 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 DC 上一点，把 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ABF$ 的位置. 若四边形 $AECF$ 的面积为 20， $DE = 2$ ，则 AE 的长为 ()



A. 4 B. $2\sqrt{5}$ C. 6 D. $2\sqrt{6}$

【分析】 利用旋转的性质得出四边形 $AECF$ 的面积等于正方形 $ABCD$ 的面积，进而可求

出正方形的边长，再利用勾股定理得出答案.

【解答】解：∵ $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ABF$ 的位置.

∴ 四边形 $AECF$ 的面积等于正方形 $ABCD$ 的面积等于 20,

$$\therefore AD = DC = 2\sqrt{5},$$

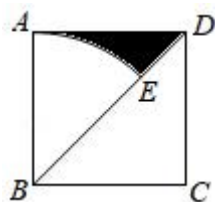
$$\therefore DE = 2,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 2\sqrt{6}$$

故选: D .

【点评】 本题主要考查了旋转的性质以及正方形的性质，正确利用旋转的性质得出对应边关系是解题关键.

8. (3分) 如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，以点 B 为圆心， AB 为半径画弧，交对角线 BD 于点 E ，则图中阴影部分的面积是 (结果保留 π) ()



- A. $8 - \pi$ B. $16 - 2\pi$ C. $8 - 2\pi$ D. $8 - \frac{1}{2}\pi$

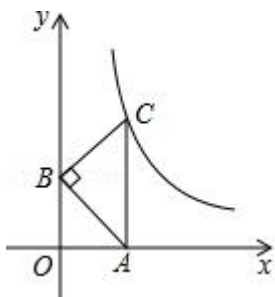
【分析】 根据 $S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABD} - S_{\text{扇形} BAE}$ 计算即可.

$$\text{【解答】解: } S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABD} - S_{\text{扇形} BAE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{45 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} = 8 - 2\pi,$$

故选: C .

【点评】 本题考查扇形的面积的计算，正方形的性质等知识，解题的关键是学会用分割法求阴影部分面积.

9. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，等腰直角三角形 ABC 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $CA \perp x$ 轴，点 C 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，若 $AB = 1$ ，则 k 的值为 ()



- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

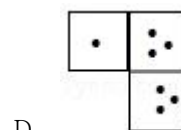
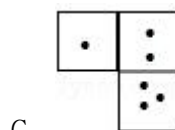
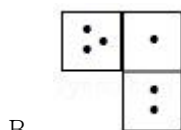
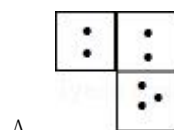
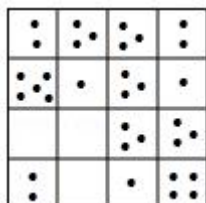
【分析】根据题意可以求得 OA 和 AC 的长, 从而可以求得点 C 的坐标, 进而求得 k 的值, 本题得以解决.

【解答】解: $\because$ 等腰直角三角形 ABC 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, $\angle ABC = 90^\circ$, $CA \perp x$ 轴, $AB = 1$,
 $\therefore \angle BAC = \angle BAO = 45^\circ$,
 $\therefore OA = OB = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AC = \sqrt{2}$,
 $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2})$,
 $\because$ 点 C 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,
 $\therefore k = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} = 1$,

故选: A.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征、等腰直角三角形, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

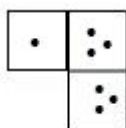
10. (3 分) 如图, 小正方形是按一定规律摆放的, 下面四个选项中的图片, 适合填补图中空白处的是 ()



【分析】根据题意知原图形中各行、各列中点数之和为 10, 据此可得.

【解答】解: 由题意知, 原图形中各行、各列中点数之和为 10,

符合此要求的只有



故选: D.

【点评】 本题主要考查图形的变化规律，解题的关键是得出原图形中各行、各列中点数之和为 10.

11. (3 分) 点 O, A, B, C 在数轴上的位置如图所示, O 为原点, $AC=1, OA=OB$. 若点 C 所表示的数为 a , 则点 B 所表示的数为 ()



- A. $-(a+1)$ B. $-(a-1)$ C. $a+1$ D. $a-1$

【分析】 根据题意和数轴可以用含 a 的式子表示出点 B 表示的数, 本题得以解决.

【解答】 解: $\because O$ 为原点, $AC=1, OA=OB$, 点 C 所表示的数为 a ,

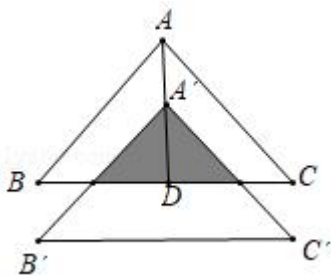
$\therefore$ 点 A 表示的数为 $a-1$,

$\therefore$ 点 B 表示的数为: $-(a-1)$,

故选: B .

【点评】 本题考查数轴, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

12. (3 分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 16, 阴影部分三角形的面积 9. 若 $AA'=1$, 则 $A'D$ 等于 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. $\frac{3}{2}$

【分析】 由 $S_{\triangle ABC}=16$ 、 $S_{\triangle A'EF}=9$ 且 AD 为 BC 边的中线知 $S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}=\frac{9}{2}$, $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=8$, 根据 $\triangle DA'E \sim \triangle DAB$ 知 $(\frac{A'D}{AD})^2=\frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}$, 据此求解可得.

【解答】 解: $\because S_{\triangle ABC}=16$ 、 $S_{\triangle A'EF}=9$, 且 AD 为 BC 边的中线,

$$\therefore S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}=\frac{9}{2}, S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=8,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移得到 $\triangle A'B'C'$,

$\therefore A'E \parallel AB$,

$\therefore \triangle DA'E \sim \triangle DAB$,

$$\text{则 } \left(\frac{A'D}{AD}\right)^2 = \frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}, \text{ 即 } \left(\frac{A'D}{A'D+1}\right)^2 = \frac{\frac{9}{2}}{8} = \frac{9}{16},$$

$$\text{解得 } A'D = 3 \text{ 或 } A'D = -\frac{3}{7} \text{ (舍)},$$

故选: B.

【点评】 本题主要平移的性质, 解题的关键是熟练掌握平移变换的性质与三角形中线的性质、相似三角形的判定与性质等知识点.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 满分 24 分. 只填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

13. (4 分) 若 $m - \frac{1}{m} = 3$, 则 $m^2 + \frac{1}{m^2} = \underline{11}$.

【分析】 根据完全平方公式, 把已知式子变形, 然后整体代入求值计算即可得出答案.

【解答】 解: $\because \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = m^2 - 2 + \frac{1}{m^2} = 9,$

$$\therefore m^2 + \frac{1}{m^2} = 11,$$

故答案为 11.

【点评】 本题主要考查了完全平方公式的运用, 把已知式子变形, 然后整体代入求值计算, 难度适中.

14. (4 分) 已知关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值范围是 $\underline{a > -\frac{1}{3} \text{ 且 } a \neq 0}$.

【分析】 由方程有两个不相等的实数根, 则运用一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式是 $b^2 - 4ac > 0$ 即可进行解答

【解答】 解: 由关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有两个不相等的实数根

$$\text{得 } \Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4 \times 3a > 0,$$

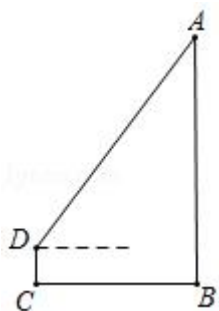
$$\text{解得 } a > -\frac{1}{3}$$

$$\text{则 } a > -\frac{1}{3} \text{ 且 } a \neq 0$$

$$\text{故答案为 } a > -\frac{1}{3} \text{ 且 } a \neq 0$$

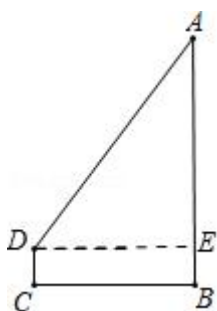
【点评】 本题重点考查了一元二次方程根的判别式, 在一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中, (1) 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; (2) 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; (3) 当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实数根.

15. (4分) 如图, 小明为了测量校园里旗杆 AB 的高度, 将测角仪 CD 竖直放在距旗杆底部 B 点 $6m$ 的位置, 在 D 处测得旗杆顶端 A 的仰角为 53° , 若测角仪的高度是 $1.5m$, 则旗杆 AB 的高度约为 9.5 m . (精确到 $0.1m$. 参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$)



【分析】根据三角函数和直角三角形的性质解答即可.

【解答】解: 过 D 作 $DE \perp AB$,



$\therefore$ 在 D 处测得旗杆顶端 A 的仰角为 53° ,

$\therefore \angle ADE = 53^\circ$,

$\therefore BC = DE = 6m$,

$\therefore AE = DE \cdot \tan 53^\circ \approx 6 \times 1.33 \approx 7.98m$,

$\therefore AB = AE + BE = AE + CD = 7.98 + 1.5 = 9.48m \approx 9.5m$,

故答案为: 9.5

【点评】此题考查了考查仰角的定义, 要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形. 注意方程思想与数形结合思想的应用.

16. (4分) 用一条宽度相等的足够长的纸条打一个结 (如图 1 所示), 然后轻轻拉紧、压平就可以得到如图 2 所示的正五边形 $ABCDE$. 图中, $\angle BAC =$ 36 度.



图1

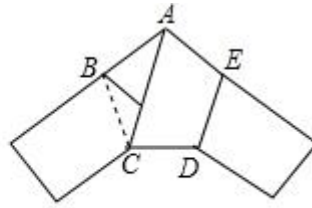


图2

【分析】 利用多边形的内角和定理和等腰三角形的性质即可解决问题.

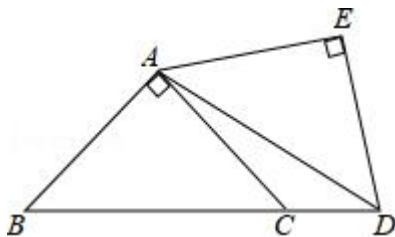
【解答】 解: $\because \angle ABC = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$, $\triangle ABC$ 是等腰三角形,

$\therefore \angle BAC = \angle BCA = 36^\circ$.

【点评】 本题主要考查了多边形的内角和定理和等腰三角形的性质.

n 边形的内角和为: $180^\circ (n-2)$.

17. (4 分) 把两个同样大小含 45° 角的三角尺按如图所示的方式放置, 其中一个三角尺的锐角顶点与另一个三角尺的直角顶点重合于点 A , 且另外三个锐角顶点 B, C, D 在同一直线上. 若 $AB=2$, 则 $CD = \underline{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$.



【分析】 先利用等腰直角三角形的性质求出 $BC = 2\sqrt{2}$, $BF = AF = \sqrt{2}$, 再利用勾股定理求出 DF , 即可得出结论.

【解答】 解: 如图, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于 F ,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$,

$$\therefore BC = \sqrt{2}AB = 2\sqrt{2}, \quad BF = AF = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \sqrt{2},$$

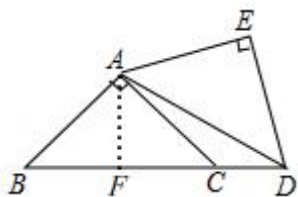
$\because$ 两个同样大小的含 45° 角的三角尺,

$$\therefore AD = BC = 2\sqrt{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, 根据勾股定理得, $DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = \sqrt{6}$,

$$\therefore CD = BF + DF - BC = \sqrt{2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{2} = \sqrt{6} - \sqrt{2},$$

故答案为: $\sqrt{6} - \sqrt{2}$.



【点评】此题主要考查了勾股定理，等腰直角三角形的性质，正确作出辅助线是解本题的关键.

18. (4分) 观察下列各式:

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}=1+\frac{1}{1\times 2}=1+\left(1-\frac{1}{2}\right),$$

$$\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}=1+\frac{1}{2\times 3}=1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right),$$

$$\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3\times 4}=1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right),$$

...

请利用你发现的规律，计算:

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{2018^2}+\frac{1}{2019^2}},$$

其结果为 $\frac{2018 \times 2019}{2019}$.

【分析】根据题意找出规律，根据二次根式的性质计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{2018^2}+\frac{1}{2019^2}} \\ &= 1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+1+\left(\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}\right) \\ &= 2018+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019} \\ &= 2018\frac{2018}{2019}, \end{aligned}$$

故答案为: $2018\frac{2018}{2019}$.

【点评】本题考查的是二次根式的化简、数字的变化规律，掌握二次根式的性质是解题的关键.

三、解答题: 本大题共 7 小题，满分 60 分. 解答时，要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2}{x^2-1} \div (\frac{1}{x-1} + 1)$, 其中 x 为整数且满足不等式组 $\begin{cases} x-1 > 1, \\ 5-2x \geq -2. \end{cases}$

【分析】 先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式, 再解不等式组求出其整数解, 继而代入计算可得.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \div (\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x-1})$
 $= \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x}$
 $= \frac{x}{x+1},$

解不等式组 $\begin{cases} x-1 > 1, \\ 5-2x \geq -2. \end{cases}$ 得 $2 < x \leq \frac{7}{2},$

则不等式组的整数解为 3,

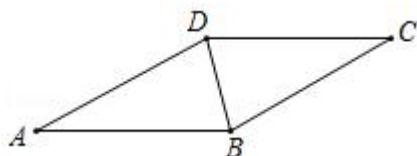
当 $x=3$ 时, 原式 $= \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}.$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值, 解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则及解一元一次不等式组的能力.

20. (8分) 如图, BD 是菱形 $ABCD$ 的对角线, $\angle CBD = 75^\circ$,

(1) 请用尺规作图法, 作 AB 的垂直平分线 EF , 垂足为 E , 交 AD 于 F ; (不要求写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 条件下, 连接 BF , 求 $\angle DBF$ 的度数.



【分析】 (1) 分别以 A 、 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧, 过两弧的交点作直线即可;

(2) 根据 $\angle DBF = \angle ABD - \angle ABF$ 计算即可;

【解答】 解: (1) 如图所示, 直线 EF 即为所求;

【点评】此题考查了解二元一次方程组，以及实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (8分) 4月23日是世界读书日，习近平总书记说：“读书可以让人保持思想活力，让人得到智慧启发，让人滋养浩然之气.”某校响应号召，鼓励师生利用课余时间广泛阅读，该校文学社为了解学生课外阅读情况，抽样调查了部分学生每周用于课外阅读的时间，过程如下：

一、数据收集，从全校随机抽取20学生，进行每周用于课外阅读时间的调查，数据如下(单位： min):

30	60	81	50	44	110	130	146	80	100
60	80	120	140	75	81	10	30	81	92

二、整理数据，按如下分段整理样本数据并补全表格：

课外阅读时间 x (min)	$0 \leq x < 40$	$40 \leq x < 80$	$80 \leq x < 120$	$120 \leq x < 160$
等级	D	C	B	A
人数	3	a	8	b

三、分析数据，补全下列表格中的统计量：

平均数	中位数	众数
80	c	81

四、得出结论：

- ①表格中的数据： $a = \underline{5}$ ， $b = \underline{4}$ ， $c = \underline{80.5}$ ；
- ②用样本中的统计量估计该校学生每周用于课外阅读时间的等级为 B ；
- ③如果该校现有学生400人，估计等级为“ B ”的学生有 160 人；
- ④假设平均阅读一本课外书的时间为320分钟，请你用样本平均数估计该校学生每人一年（按52周计算）平均阅读 13 本课外书.

【分析】①根据已知数据和中位数的概念可得；

②由样本中位数和众数、平均数都是 B 等级可得答案；

③利用样本估计总体思想求解可得；

④用没有阅读书籍的平均时间乘以一年的周数，再除以阅读每本书所需时间即可得.

【解答】解：①由已知数据知 $a = 5$ ， $b = 4$ ，

$\therefore$ 第10、11个数据分别为80、81，

$$\therefore \text{中位数 } c = \frac{80+81}{2} = 80.5,$$

故答案为：5、4、80.5；

②用样本中的统计量估计该校学生每周用于课外阅读时间的等级为 B ，

故答案为： B ；

$$\text{③估计等级为“B”的学生有 } 400 \times \frac{8}{20} = 160 \text{ (人),}$$

故答案为：160；

$$\text{④估计该校学生每人一年 (按 52 周计算) 平均阅读课外书 } \frac{80}{320} \times 52 = 13 \text{ (本),}$$

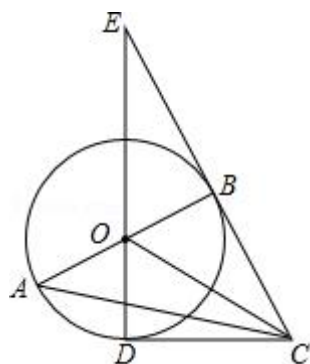
故答案为：13.

【点评】 此题主要考查数据的统计和分析的知识. 准确把握三数 (平均数、中位数、众数) 和理解样本和总体的关系是关键.

23. (8 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 点 D 为 $\odot O$ 上一点, 且 $CD = CB$, 连接 DO 并延长交 CB 的延长线于点 E .

(1) 判断直线 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $BE = 2$, $DE = 4$, 求圆的半径及 AC 的长.



【分析】 (1) 欲证明 CD 是切线, 只要证明 $OD \perp CD$, 利用全等三角形的性质即可证明;

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r . 在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中, 根据 $OE^2 = EB^2 + OB^2$, 可得 $(4-r)^2 = r^2 + 2^2$, 推出 $r = 1.5$, 由 $\tan \angle E = \frac{OB}{EB} = \frac{CD}{DE}$, 推出 $\frac{1.5}{2} = \frac{CD}{4}$, 可得 $CD = BC = 3$, 再利用勾股定理即可解决问题;

【解答】 (1) 证明: 连接 OC .

$$\because CB = CD, CO = CO, OB = OD,$$

$$\therefore \triangle OCB \cong \triangle OCD \text{ (SSS),}$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OBC = 90^\circ,$$

$\therefore OD \perp DC$,

$\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 设 $\odot O$ 的半径为 r .

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中, $\therefore OE^2 = EB^2 + OB^2$,

$$\therefore (4-r)^2 = r^2 + 2^2,$$

$$\therefore r = 1.5,$$

$$\therefore \tan \angle E = \frac{OB}{EB} = \frac{CD}{DE},$$

$$\therefore \frac{1.5}{2} = \frac{CD}{4},$$

$$\therefore CD = BC = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.

$\therefore$ 圆的半径为 1.5, AC 的长为 $3\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查直线与圆的位置关系、圆周角定理、勾股定理、锐角三角函数等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 属于中考常考题型.

24. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, $AD \perp BC$ 于点 D .

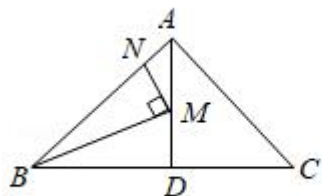


图 1

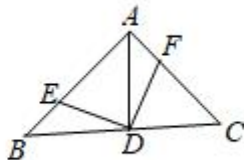


图 2

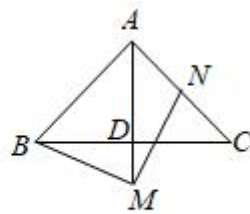


图 3

(1) 如图 1, 点 M , N 分别在 AD , AB 上, 且 $\angle BMN = 90^\circ$, 当 $\angle AMN = 30^\circ$, $AB = 2$ 时, 求线段 AM 的长;

(2) 如图 2, 点 E , F 分别在 AB , AC 上, 且 $\angle EDF = 90^\circ$, 求证: $BE = AF$;

(3) 如图 3, 点 M 在 AD 的延长线上, 点 N 在 AC 上, 且 $\angle BMN = 90^\circ$, 求证: $AB + AN = \sqrt{2}AM$.

【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质、直角三角形的性质得到 $AD = BD = DC = \sqrt{2}$, 求出 $\angle MBD = 30^\circ$, 根据勾股定理计算即可;

(2) 证明 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$, 根据全等三角形的性质证明;

(3) 过点 M 作 $ME \parallel BC$ 交 AB 的延长线于 E , 证明 $\triangle BME \cong \triangle AMN$, 根据全等三角形的

性质得到 $BE=AN$ ，根据等腰直角三角形的性质、勾股定理证明结论.

【解答】(1) 解: $\because \angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, $AD\perp BC$,

$$\therefore AD=BD=DC, \angle ABC=\angle ACB=45^\circ, \angle BAD=\angle CAD=45^\circ,$$

$$\because AB=2,$$

$$\therefore AD=BD=DC=\sqrt{2},$$

$$\because \angle AMN=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BMD=180^\circ-90^\circ-30^\circ=60^\circ,$$

$$\therefore \angle MBD=30^\circ,$$

$$\therefore BM=2DM,$$

由勾股定理得, $BM^2-DM^2=BD^2$, 即 $(2DM)^2-DM^2=(\sqrt{2})^2$,

$$\text{解得, } DM=\frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore AM=AD-DM=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{3};$$

(2) 证明: $\because AD\perp BC$, $\angle EDF=90^\circ$,

$$\therefore \angle BDE=\angle ADF,$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle ADF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B=\angle DAF \\ DB=DA \\ \angle BDE=\angle ADF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDE\cong\triangle ADF \text{ (ASA)}$$

$$\therefore BE=AF;$$

(3) 证明: 过点 M 作 $ME\parallel BC$ 交 AB 的延长线于 E ,

$$\therefore \angle AME=90^\circ,$$

$$\text{则 } AE=\sqrt{2}AM, \angle E=45^\circ,$$

$$\therefore ME=MA,$$

$$\because \angle AME=90^\circ, \angle BMN=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BME=\angle AMN,$$

在 $\triangle BME$ 和 $\triangle AMN$ 中,

$$\begin{cases} \angle E=\angle MAN \\ ME=MA \\ \angle BME=\angle AMN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BME\cong\triangle AMN \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = AN,$$

$$\therefore AB + AN = AB + BE = AE = \sqrt{2}AM.$$

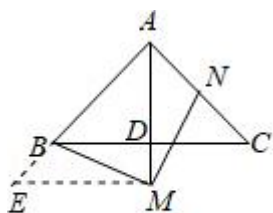


图 3

【点评】 本题考查的是等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质、直角三角形的性质，掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键。

25. (10 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 的对称轴是直线 $x = 3$ ，与 x 轴相交于 A, B 两点 (点 B 在点 A 右侧)，与 y 轴交于点 C 。

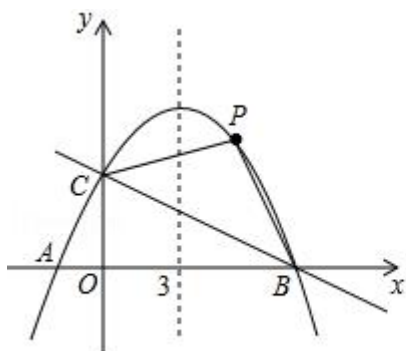


图1

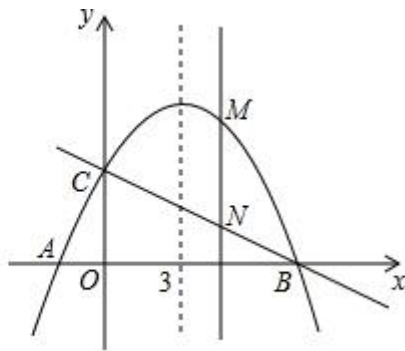


图2

- (1) 求抛物线的解析式和 A, B 两点的坐标；
- (2) 如图 1，若点 P 是抛物线上 B, C 两点之间的一个动点 (不与 B, C 重合)，是否存在点 P ，使四边形 $PBOC$ 的面积最大？若存在，求点 P 的坐标及四边形 $PBOC$ 面积的最大值；若不存在，请说明理由；
- (3) 如图 2，若点 M 是抛物线上任意一点，过点 M 作 y 轴的平行线，交直线 BC 于点 N ，当 $MN = 3$ 时，求点 M 的坐标。

【分析】 (1) 由抛物线的对称轴是直线 $x = 3$ ，解出 a 的值，即可求得抛物线解析式，在令其 y 值为零，解一元二次方程即可求出 A 和 B 的坐标；

(2) 易求点 C 的坐标为 $(0, 4)$ ，设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，将 $B(8, 0)$ ， $C(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$ ，解出 k 和 b 的值，即得直线 BC 的解析式；设点 P 的坐标为 $(x, -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4)$ ，过点 P 作 $PD \parallel y$ 轴，交直线 BC 于点 D ，则点 D 的坐标为 $(x, -\frac{1}{2}x + 4)$ ，利用关系式 $S_{\text{四边形 } PBOC} = S_{\triangle BOC} + S_{\triangle PBC}$ 得出关于 x 的二次函数，从而求得其最值；

(3) 设点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4)$ 则点 N 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m + 4)$, $MN = |-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4 - (-\frac{1}{2}m + 4)| = |-\frac{1}{4}m^2 + 2m|$, 分当 $0 < m < 8$ 时, 或当 $m < 0$ 或 $m > 8$ 时来化简绝对值, 从而求解.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线的对称轴是直线 $x = 3$,

$$\therefore -\frac{\frac{3}{2}}{2a} = 3, \text{ 解得 } a = -\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4.$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 = 0, \text{ 解得 } x_1 = -2, x_2 = 8,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(8, 0)$.

答: 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$; 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(8, 0)$.

$$(2) \text{ 当 } x = 0 \text{ 时, } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 = 4,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 4)$.

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 将 $B(8, 0)$, $C(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$ 得

$$\begin{cases} 8k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 4.$$

假设存在点 P , 使四边形 $PBOC$ 的面积最大,

设点 P 的坐标为 $(x, -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4)$, 如图所示, 过点 P 作 $PD \parallel y$ 轴, 交直线 BC 于点 D ,

则点 D 的坐标为 $(x, -\frac{1}{2}x + 4)$,

$$\text{则 } PD = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 - (-\frac{1}{2}x + 4) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } PBOC} = S_{\triangle BOC} + S_{\triangle PBC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 + \frac{1}{2} PD \cdot OB$$

$$= 16 + \frac{1}{2} \times 8 \left(-\frac{1}{4}x^2 + 2x\right)$$

$$= -x^2 + 8x + 16$$

$$= -(x - 4)^2 + 32$$

∴当 $x=4$ 时, 四边形 $PBOC$ 的面积最大, 最大值是 32

∵ $0 < x < 8$,

∴存在点 $P(4, 6)$, 使得四边形 $PBOC$ 的面积最大.

答: 存在点 P , 使四边形 $PBOC$ 的面积最大; 点 P 的坐标为 $(4, 6)$, 四边形 $PBOC$ 面积的最大值为 32.

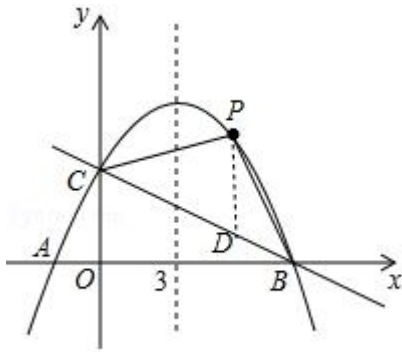


图1

(3) 设点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4)$ 则点 N 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m + 4)$,

$$\therefore MN = |-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4 - (-\frac{1}{2}m + 4)| = |-\frac{1}{4}m^2 + 2m|,$$

又 $\because MN = 3$,

$$\therefore |-\frac{1}{4}m^2 + 2m| = 3,$$

当 $0 < m < 8$ 时, $-\frac{1}{4}m^2 + 2m - 3 = 0$, 解得 $m_1 = 2$, $m_2 = 6$,

∴点 M 的坐标为 $(2, 6)$ 或 $(6, 4)$;

当 $m < 0$ 或 $m > 8$ 时, $-\frac{1}{4}m^2 + 2m + 3 = 0$, 解得 $m_3 = 4 - 2\sqrt{7}$, $m_4 = 4 + 2\sqrt{7}$,

∴点 M 的坐标为 $(4 - 2\sqrt{7}, \sqrt{7} - 1)$ 或 $(4 + 2\sqrt{7}, -\sqrt{7} - 1)$.

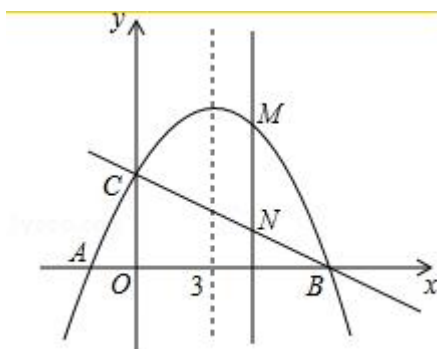


图2

答: 点 M 的坐标为 $(2, 6)$ 、 $(6, 4)$ 、 $(4 - 2\sqrt{7}, \sqrt{7} - 1)$ 或 $(4 + 2\sqrt{7}, -\sqrt{7} - 1)$.

【点评】 本题属于二次函数压轴题，综合考查了待定系数法求解析式，解析法求面积及点的坐标的存在性，最大值等问题，难度较大.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日
活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积分兑换更超值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；
衡水名校试卷悄悄的上线了；
扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！
会员qq专享等你来撩.....