

## 2019 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个正确的.每小题选对得 3 分，选错、不选或多选，均不得分）

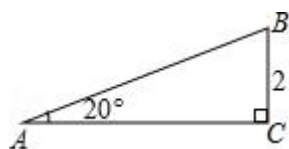
1.（3 分）-3 的相反数是（ ）

- A. -3                      B. 3                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{3}$

2.（3 分）据央视网报道，2019 年 1~4 月份我国社会物流总额为 88.9 万亿元人民币，“88.9 万亿”用科学记数法表示为（ ）

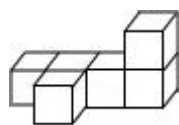
- A.  $8.89 \times 10^{13}$               B.  $8.89 \times 10^{12}$               C.  $88.9 \times 10^{12}$               D.  $8.89 \times 10^{11}$

3.（3 分）如图，一个人从山脚下的 A 点出发，沿山坡小路 AB 走到山顶 B 点. 已知坡角为  $20^\circ$ ，山高  $BC = 2$  千米. 用科学计算器计算小路 AB 的长度，下列按键顺序正确的是（ ）



- A.  $\boxed{2} \boxed{\div} \boxed{\sin} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{=}$                       B.  $\boxed{2} \boxed{\times} \boxed{\sin} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{=}$   
C.  $\boxed{2} \boxed{\div} \boxed{\cos} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{=}$                       D.  $\boxed{2} \boxed{\times} \boxed{\tan} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{=}$

4.（3 分）如图所示的几何体是由几个大小相同的小正方体搭成的，其俯视图是（ ）



- A.              B.              C.              D.

5.（3 分）下列运算正确的是（ ）

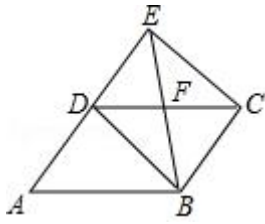
- A.  $(a^2)^3 = a^5$                       B.  $3a^2 + a = 3a^3$   
C.  $a^5 \div a^2 = a^3 (a \neq 0)$                       D.  $a(a+1) = a^2 + 1$

6.（3 分）为配合全科大阅读活动，学校团委对全校学生阅读兴趣调查的数据进行整理. 欲反映学生感兴趣的各类图书所占百分比，最适合的统计图是（ ）

- A. 条形统计图              B. 频数直方图              C. 折线统计图              D. 扇形统计图

7.（3 分）如图，E 是  $\square ABCD$  边 AD 延长线上一点，连接 BE，CE，BD，BE 交 CD 于点 F. 添

加以下条件，不能判定四边形  $BCED$  为平行四边形的是（ ）

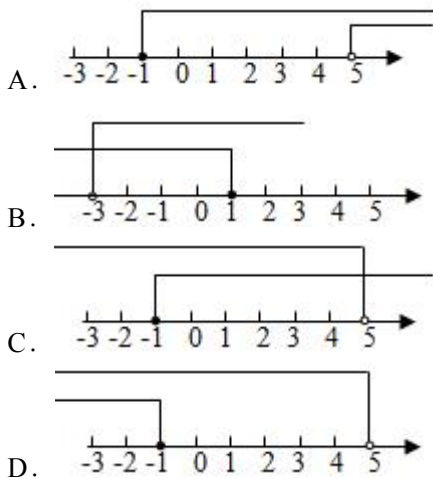


- A.  $\angle ABD = \angle DCE$  B.  $DF = CF$  C.  $\angle AEB = \angle BCD$  D.  $\angle AEC = \angle CBD$

8. (3分) 计算  $(\sqrt{12} - 3)^0 + \sqrt{27} - (-\frac{\sqrt{3}}{3})^{-1}$  的结果是（ ）

- A.  $1 + \frac{8}{3}\sqrt{3}$  B.  $1 + 2\sqrt{3}$  C.  $\sqrt{3}$  D.  $1 + 4\sqrt{3}$

9. (3分) 解不等式组  $\begin{cases} 3-x \geq 4 & \text{①} \\ \frac{2}{3}x+1 > x-\frac{2}{3} & \text{②} \end{cases}$  时，不等式①②的解集在同一条数轴上表示正确的是（ ）



10. (3分) 已知  $a, b$  是方程  $x^2 + x - 3 = 0$  的两个实数根，则  $a^2 - b + 2019$  的值是（ ）

- A. 2023 B. 2021 C. 2020 D. 2019

11. (3分) 甲、乙施工队分别从两端修一段长度为 380 米的公路. 在施工过程中，乙队曾因技术改进而停工一天，之后加快了施工进度并与甲队共同按期完成了修路任务. 下表是根据每天工程进度绘制而成的.

| 施工时间/天    | 1  | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|-----------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 累计完成施工量/米 | 35 | 70 | 105 | 140 | 160 | 215 | 270 | 325 | 380 |

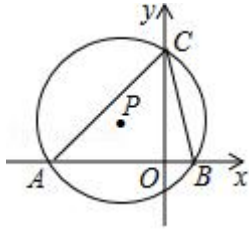
下列说法错误的是（ ）

- A. 甲队每天修路 20 米  
B. 乙队第一天修路 15 米

C. 乙队技术改进后每天修路 35 米

D. 前七天甲, 乙两队修路长度相等

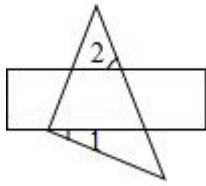
12. (3 分) 如图,  $\odot P$  与  $x$  轴交于点  $A(-5, 0)$ ,  $B(1, 0)$ , 与  $y$  轴的正半轴交于点  $C$ . 若  $\angle ACB = 60^\circ$ , 则点  $C$  的纵坐标为 ( )



- A.  $\sqrt{13} + \sqrt{3}$       B.  $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$       C.  $4\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2} + 2$

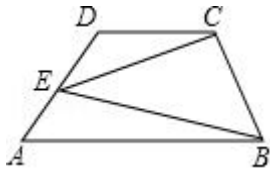
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 只要求填出最后结果)

13. (3 分) 把一块含有  $45^\circ$  角的直角三角板与两条长边平行的直尺如图放置 (直角顶点在直尺的一条长边上). 若  $\angle 1 = 23^\circ$ , 则  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .



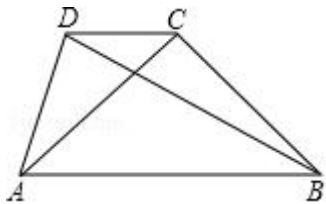
14. (3 分) 分解因式:  $2x^2 - 2x + \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. (3 分) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel DC$ , 过点  $C$  作  $CE \perp BC$ , 交  $AD$  于点  $E$ , 连接  $BE$ ,  $\angle BEC = \angle DEC$ , 若  $AB = 6$ , 则  $CD = \underline{\hspace{2cm}}$ .



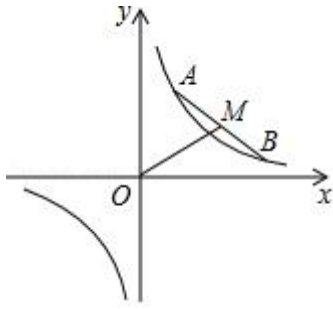
16. (3 分) 一元二次方程  $3x^2 = 4 - 2x$  的解是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

17. (3 分) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ , 连接  $AC$ ,  $BD$ . 若  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $AB = BD$ , 则  $\angle ADC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .



18. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A, B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上运动, 且始终保持线段  $AB = 4\sqrt{2}$  的长度不变.  $M$  为线段  $AB$  的中点, 连接  $OM$ . 则线段  $OM$

长度的最小值是\_\_\_\_\_（用含  $k$  的代数式表示）.



### 三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19.（7 分）列方程解应用题：

小明和小刚约定周末到某体育公园打羽毛球.他们两家到体育公园的距离分别是 1200 米，3000 米，小刚骑自行车的速度是小明步行速度的 3 倍，若二人同时到达，则小明需提前 4 分钟出发，求小明和小刚两人的速度.

20.（8 分）在一个箱内装入只有标号不同的三颗小球，标号分别为 1，2，3. 每次随机取出一颗小球，记下标号作为得分，再将小球放回箱内. 小明现已取球三次，得分分别为 1 分，3 分，2 分，小明又从箱内取球两次，若五次得分的平均数不小于 2.2 分，请用画树状图或列表的方法，求发生“五次取球得分的平均数不小于 2.2 分”情况的概率.

21.（8 分）（1）阅读理解

如图，点  $A, B$  在反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象上，连接  $AB$ ，取线段  $AB$  的中点  $C$ . 分别过点  $A, C, B$  作  $x$  轴的垂线，垂足为  $E, F, G$ ， $CF$  交反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象于点  $D$ . 点  $E, F, G$  的横坐标分别为  $n-1, n, n+1$  ( $n > 1$ ).

小红通过观察反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象，并运用几何知识得出结论：

$$AE + BG = 2CF, CF > DF$$

由此得出一个关于  $\frac{1}{n-1}, \frac{1}{n+1}, \frac{2}{n}$ ，之间数量关系的命题：

若  $n > 1$ ，则\_\_\_\_\_.

（2）证明命题

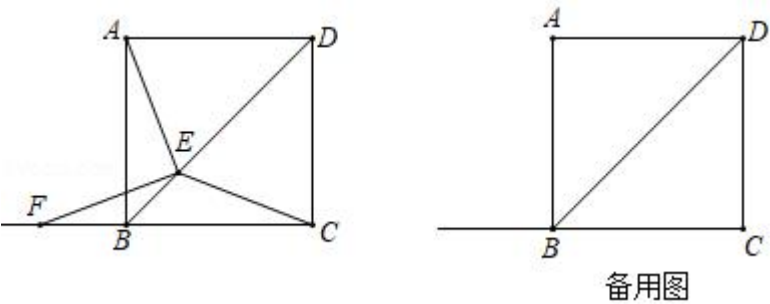
小东认为：可以通过“若  $a - b \geq 0$ ，则  $a \geq b$ ”的思路证明上述命题.

小晴认为：可以通过“若  $a > 0, b > 0$ ，且  $a \div b \geq 1$ ，则  $a \geq b$ ”的思路证明上述命题.

请你选择一种方法证明（1）中的命题.



的速度运动，当点  $E$  与点  $D$  重合时，运动停止．设  $\triangle BEF$  的面积为  $ycm^2$ ， $E$  点的运动时间为  $x$  秒．



- (1) 求证：  $CE = EF$ ；
- (2) 求  $y$  与  $x$  之间关系的函数表达式，并写出自变量  $x$  的取值范围；
- (3) 求  $\triangle BEF$  面积的最大值．

25. (12 分)(1) 方法选择

如图①，四边形  $ABCD$  是  $\odot O$  的内接四边形，连接  $AC$ ， $BD$ ， $AB = BC = AC$ ．求证：  $BD = AD + CD$ ．

小颖认为可用截长法证明：在  $DB$  上截取  $DM = AD$ ，连接  $AM$ ...

小军认为可用补短法证明：延长  $CD$  至点  $N$ ，使得  $DN = AD$ ...

请你选择一种方法证明．

(2) 类比探究

【探究 1】

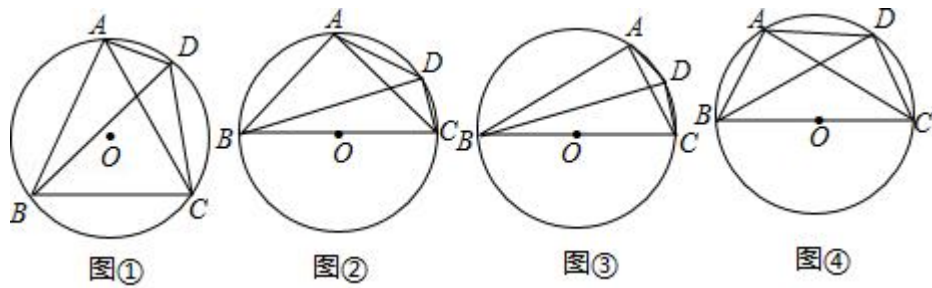
如图②，四边形  $ABCD$  是  $\odot O$  的内接四边形，连接  $AC$ ， $BD$ ， $BC$  是  $\odot O$  的直径， $AB = AC$ ．试用等式表示线段  $AD$ ， $BD$ ， $CD$  之间的数量关系，并证明你的结论．

【探究 2】

如图③，四边形  $ABCD$  是  $\odot O$  的内接四边形，连接  $AC$ ， $BD$ ．若  $BC$  是  $\odot O$  的直径， $\angle ABC = 30^\circ$ ，则线段  $AD$ ， $BD$ ， $CD$  之间的等量关系式是\_\_\_\_\_．

(3) 拓展猜想

如图④，四边形  $ABCD$  是  $\odot O$  的内接四边形，连接  $AC$ ， $BD$ ．若  $BC$  是  $\odot O$  的直径， $BC: AC: AB = a: b: c$ ，则线段  $AD$ ， $BD$ ， $CD$  之间的等量关系式是\_\_\_\_\_．



# 2019 年山东省威海市中考数学试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个正确的.每小题选对得 3 分，选错、不选或多选，均不得分）

1. 【分析】依据相反数的定义解答即可.

【解答】解：-3 的相反数是 3.

故选：B.

【点评】本题主要考查的是相反数的定义，掌握相反数的定义是解题的关键.

2. 【分析】利用科学记数法的表示形式进行解答即可

【解答】解：法一：88.9 万亿 =  $88.9 \times 10^4 \times 10^8 = 88.9 \times 10^{12}$

用科学记数法表示： $88.9 \times 10^{12} = 8.89 \times 10^{13}$

法二：科学记数法表示为：88.9 万亿 = 889 000 000 000 0 =  $8.89 \times 10^{13}$

故选：A.

【点评】本题主要考查科学记数法，科学记数法是指把一个数表示成  $a \times 10^n$  的  $n$  次幂的形式（ $1 \leq a < 10$ ， $n$  为正整数.）

3. 【分析】在  $\triangle ABC$  中，通过解直角三角形可得出  $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ，则  $AB = \frac{BC}{\sin 20^\circ}$ ，即可得出结论.

【解答】解：在  $\triangle ABC$  中， $\sin A = \sin 20^\circ = \frac{BC}{AB}$ ,

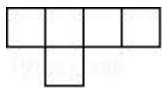
$$\therefore AB = \frac{BC}{\sin 20^\circ} = \frac{2}{\sin 20^\circ},$$

$\therefore$  按键顺序为： $2 \div \sin 20 =$

故选：A.

【点评】本题主要考查解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题以及计算器，熟练应用计算器是解题关键.

4. 【分析】根据俯视图是从上面看到的图形进而得出答案.



【解答】解：从上面看，得到的视图是：

故选：C.

【点评】本题考查了三视图的知识，关键是找准俯视图所看的方向.

5. 【分析】根据合并同类项法则，幂的乘方的性质，单项式与多项式乘法法则，同底数幂的除法的性质对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解： $A$ 、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故本选项错误；

$B$ 、 $3a^2+a$ ，不是同类项，不能合并，故本选项错误；

$C$ 、 $a^5 \div a^2 = a^3$  ( $a \neq 0$ )，正确；

$D$ 、 $a(a+1) = a^2+a$ ，故本选项错误.

故选： $C$ .

【点评】本题考查了合并同类项法则，幂的乘方的性质，单项式与多项式乘法法则，同底数幂的除法的性质. 熟练掌握法则是解题的关键.

6. 【分析】根据题意，需要反映部分与总体的关系，故最适合的统计图是扇形统计图.

【解答】解：欲反映学生感兴趣的各类图书所占百分比，最适合的统计图是扇形统计图.

故选： $D$ .

【点评】本题主要考查了统计图的应用，熟练掌握各种统计图的特点是解答本题的关键.

7. 【分析】根据平行四边形的性质得到  $AD \parallel BC$ ,  $AB \parallel CD$ , 求得  $DE \parallel BC$ ,  $\angle ABD = \angle CDB$ , 推出  $BD \parallel CE$ , 于是得到四边形  $BCED$  为平行四边形, 故  $A$  正确; 根据平行线的性质得到  $\angle DEF = \angle CBF$ , 根据全等三角形的性质得到  $EF = BF$ , 于是得到四边形  $BCED$  为平行四边形, 故  $B$  正确; 根据平行线的性质得到  $\angle AEB = \angle CBF$ , 求得  $\angle CBF = \angle BCD$ , 求得  $CF = BF$ , 同理,  $EF = DF$ , 不能判定四边形  $BCED$  为平行四边形; 故  $C$  错误; 根据平行线的性质得到  $\angle DEC + \angle BCE = \angle EDB + \angle DBC = 180^\circ$ , 推出  $\angle BDE = \angle BCE$ , 于是得到四边形  $BCED$  为平行四边形, 故  $D$  正确.

【解答】解： $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$$

$$\therefore DE \parallel BC, \angle ABD = \angle CDB,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle DCE,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle CDB,$$

$$\therefore BD \parallel CE,$$

$$\therefore BCED \text{ 为平行四边形, 故 } A \text{ 正确;}$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle CBF,$$

$$\text{在} \triangle DEF \text{ 与 } \triangle CBF \text{ 中, } \begin{cases} \angle DEF = \angle CBF \\ \angle DFE = \angle CFB, \\ DF = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle CBF (AAS),$$

$$\therefore EF = BF,$$

$$\therefore DF = CF,$$

$\therefore$  四边形  $BCED$  为平行四边形, 故  $B$  正确;

$$\therefore AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBF,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle BCD,$$

$$\therefore CF = BF,$$

同理,  $EF = DF$ ,

$\therefore$  不能判定四边形  $BCED$  为平行四边形; 故  $C$  错误;

$$\therefore AE \parallel BC,$$

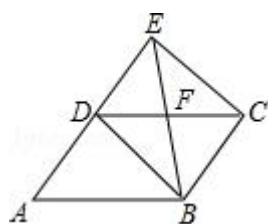
$$\therefore \angle DEC + \angle BCE = \angle EDB + \angle DBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BCE,$$

$\therefore$  四边形  $BCED$  为平行四边形, 故  $D$  正确,

故选:  $C$ .



**【点评】** 本题考查了平行四边形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握平行四边形的判定定理是解题的关键.

8. **【分析】** 分别根据零次幂、二次根式的性质以及负指数幂化简即可求解.

$$\text{【解答】解: 原式} = 1 + 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + 4\sqrt{3}.$$

故选:  $D$ .

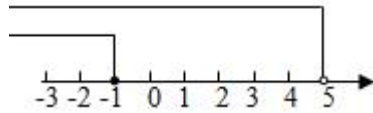
**【点评】** 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

9. 【分析】先求出不等式组中各个不等式的解集，再利用数轴确定不等式组的解集．

【解答】解：解不等式①得： $x \leq -1$ ，

解不等式②得： $x < 5$ ，

将两不等式解集表示在数轴上如下：



故选：D．

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式的解集解不等式组时要注意解集的确定原则：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小无解了．

10. 【分析】根据题意可知  $b = 3 - b^2$ ， $a + b = -1$ ， $ab = 3$ ，所求式子化为  $a^2 - b + 2019 = a^2 - 3 + b^2 + 2019 = (a + b)^2 - 2ab + 2016$  即可求解；

【解答】解： $a$ ， $b$  是方程  $x^2 + x - 3 = 0$  的两个实数根，

$$\therefore b = 3 - b^2, a + b = -1, ab = -3,$$

$$\therefore a^2 - b + 2019 = a^2 - 3 + b^2 + 2019 = (a + b)^2 - 2ab + 2016 = 1 + 6 + 2016 = 2023;$$

故选：A．

【点评】本题考查一元二次方程的根与系数的关系；根据根与系数的关系将所求式子进行化简代入是解题的关键．

11. 【分析】根据题意和表格中的数据可以判断各个选项中的说法是否正确，本题得以解决．

【解答】解：由题意可得，

甲队每天修路： $160 - 140 = 20$ （米），故选项 A 正确；

乙队第一天修路： $35 - 20 = 15$ （米），故选项 B 正确；

乙队技术改进后每天修路： $215 - 160 - 20 = 35$ （米），故选项 C 正确；

前 7 天，甲队修路： $20 \times 7 = 140$  米，乙队修路： $270 - 140 = 130$  米，故选项 D 错误；

故选：D．

【点评】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答．

12. 【分析】连接  $PA$ ， $PB$ ， $PC$ ，过  $P$  作  $PD \perp AB$  于  $D$ ， $PE \perp OC$  于  $E$ ，根据圆周角定理得到  $\angle APB = 120^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到  $\angle PAB = \angle PBA = 30^\circ$ ，由垂径定理得到  $AD = BD = 3$ ，解直角三角形得到  $PD = \sqrt{3}$ ， $PA = PB = PC = 2\sqrt{3}$ ，根据勾股定理得到  $CE$

$$= \sqrt{PC^2 - PE^2} = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}, \text{ 于是得到结论.}$$

【解答】解：连接  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ , 过  $P$  作  $PD \perp AB$  于  $D$ ,  $PE \perp OC$  于  $E$ ,

$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 120^\circ,$$

$$\because PA = PB,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = 30^\circ,$$

$$\because A(-5, 0), B(1, 0),$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore AD = BD = 3,$$

$$\therefore PD = \sqrt{3}, PA = PB = PC = 2\sqrt{3},$$

$$\because PD \perp AB, PE \perp OC, \angle AOC = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $PEOD$  是矩形,

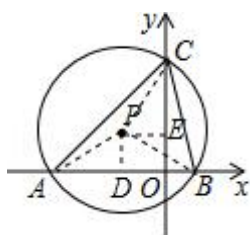
$$\therefore OE = PD = \sqrt{3}, PE = OD = 2,$$

$$\therefore CE = \sqrt{PC^2 - PE^2} = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore OC = CE + OE = 2\sqrt{2} + \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标为 } 2\sqrt{2} + \sqrt{3},$$

故选:  $B$ .



【点评】本题考查了圆周角定理, 坐标与图形性质, 垂径定理, 勾股定理, 正确的作出辅助线是解题的关键.

## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 只要求填出最后结果)

13. 【分析】由等腰直角三角形的性质得出  $\angle A = \angle C = 45^\circ$ , 由三角形的外角性质得出  $\angle AGB = 68^\circ$ , 再由平行线的性质即可得出  $\angle 2$  的度数.

【解答】解:  $\because \triangle ABC$  是含有  $45^\circ$  角的直角三角板,

$$\therefore \angle A = \angle C = 45^\circ,$$

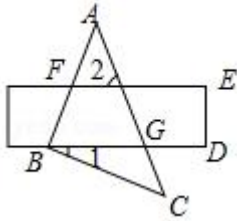
$$\therefore \angle 1 = 23^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle C + \angle 1 = 68^\circ,$$

$$\because EF \parallel BD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle AGB = 68^\circ;$$

故答案为：68.



【点评】此题主要考查了等腰直角三角形的性质、平行线的性质以及三角形的外角性质，关键是掌握两直线平行，同位角相等.

14. 【分析】直接提取公因式 2，再利用公式法分解因式即可.

$$\text{【解答】解：原式} = 2 \left( x^2 - x + \frac{1}{4} \right)$$

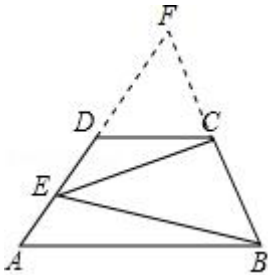
$$= 2 \left( x - \frac{1}{2} \right)^2.$$

$$\text{故答案为：} 2 \left( x - \frac{1}{2} \right)^2.$$

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确应用公式是解题关键.

15. 【分析】延长 BC、AD 相交于点 F，可证  $\triangle EBC \cong \triangle EFC$ ，可得  $BC = CF$ ，则 CD 为  $\triangle ABF$  的中位线，故  $CD = \frac{1}{2}AB$  可求出.

【解答】解：如图，延长 BC、AD 相交于点 F，



$$\because CE \perp BC,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle FCE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BEC = \angle DEC, CE = CE,$$

$$\therefore \triangle EBC \cong \triangle EFC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BC = CF,$$

$$\because AB \parallel DC,$$

$$\therefore AD = DF,$$

$$\therefore DC = \frac{1}{2}AB = 6 \times \frac{1}{2} = 3.$$

故答案为：3.

【点评】本题考查了平行线的性质，全等三角形的判定与性质，三角形的中位线定理等知识，解题的关键是正确作出辅助线.

16. 【分析】直接利用公式法解方程得出答案.

$$\text{【解答】解：} 3x^2 = 4 - 2x$$

$$3x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$\text{则 } b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 3 \times (-4) = 52 > 0,$$

$$\text{故 } x = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{6},$$

$$\text{解得：} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{3}, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{故答案为：} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{3}, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{3}.$$

【点评】此题主要考查了公式法解方程，正确掌握公式法是解题关键.

17. 【分析】作  $DE \perp AB$  于  $E$ ， $CF \perp AB$  于  $F$ ，则  $DE = CF$ ，由等腰直角三角形的性质得出

$$CF = AF = BF = \frac{1}{2}AB, \text{ 得出 } DE = CF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BD, \angle BAD = \angle BDA, \text{ 由直角三角形的}$$

性质得出  $\angle ABD = 30^\circ$ ，得出  $\angle BAD = \angle BDA = 75^\circ$ ，再由平行线的性质即可得出答案.

【解答】解：作  $DE \perp AB$  于  $E$ ， $CF \perp AB$  于  $F$ ，如图所示：

则  $DE = CF$ ,

$$\because CF \perp AB, \angle ACB = 90^\circ, AC = BC,$$

$$\therefore CF = AF = BF = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AB = BD, \therefore DE = CF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BD, \angle BAD = \angle BDA,$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ,$$

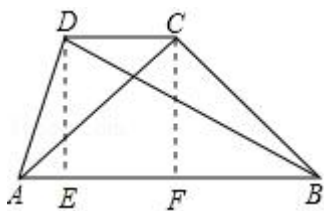
$$\therefore \angle BAD = \angle BDA = 75^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ADC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 105^\circ;$$

故答案为： $105^\circ$ .



【点评】 本题考查了等腰直角三角形的性质、平行线的性质、含  $30^\circ$  角的直角三角形的性质、等腰三角形的性质等知识；熟练掌握等腰三角形的性质，证出  $\angle ABD = 30^\circ$  是解题的关键.

18. 【分析】 如图，当  $OM \perp AB$  时，线段  $OM$  长度的最小. 首先证明点  $A$  与点  $B$  关于直线  $y = x$  对称，因为点  $A, B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上， $AB = 4\sqrt{2}$ ，所以可以假设  $A(m, \frac{k}{m})$ ，则  $B(m+4, \frac{k}{m} - 4)$ ，则  $(m+4)(\frac{k}{m} - 4) = k$ ，整理得  $k = m^2 + 4m$ ，推出  $A(m, m+4)$ ， $B(m+4, m)$ ，可得  $M(m+2, m+2)$ ，求出  $OM$  即可解决问题.

【解答】 解：如图，当  $OM \perp AB$  时，线段  $OM$  长度的最小，

$\because M$  为线段  $AB$  的中点，

$\therefore OA = OB$ ，

$\because$  点  $A, B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上，

$\therefore$  点  $A$  与点  $B$  关于直线  $y = x$  对称，

$\because AB = 4\sqrt{2}$ ，

$\therefore$  可以假设  $A(m, \frac{k}{m})$ ，则  $B(m+4, \frac{k}{m} - 4)$ ，

$\therefore (m+4)(\frac{k}{m} - 4) = k$ ，

整理得  $k = m^2 + 4m$ ，

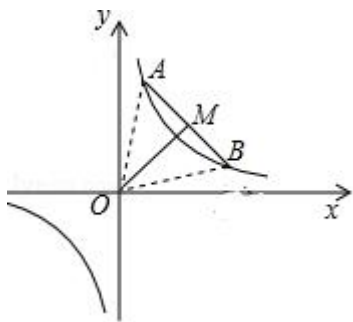
$\therefore A(m, m+4)$ ， $B(m+4, m)$ ，

$\therefore M(m+2, m+2)$ ，

$\therefore OM = \sqrt{2(m+2)^2} = \sqrt{2(m^2 + 4m) + 8} = \sqrt{2k + 8}$ ，

$\therefore OM$  的最小值为  $\sqrt{2k + 8}$ .

故答案为  $\sqrt{2k + 8}$ .



【点评】 本题考查反比例函数图象上的点的特征，反比例函数的性质等知识，解题的关键是理解题意，学会利用参数解决问题，属于中考填空题中的压轴题．

### 三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19. 【分析】 直接利用小刚骑自行车的速度是小明步行速度的 3 倍，若二人同时到达，则小明需提前 4 分钟出发，进而得出等式求出答案．

【解答】 解：设小明的速度是  $x$  米/分钟，则小刚骑自行车的速度是  $3x$  米/分钟，根据题意可得：

$$\frac{1200}{x} - 4 = \frac{3000}{3x},$$

解得：  $x = 50$ ，

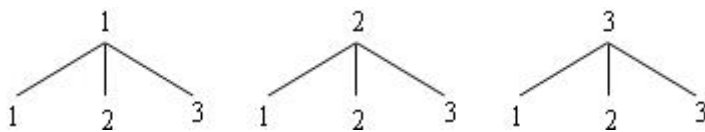
经检验得：  $x = 50$  是原方程的根，故  $3x = 150$ ，

答：小明的速度是 50 米/分钟，则小刚骑自行车的速度是 150 米/分钟．

【点评】 此题主要考查了分式方程的应用，正确得出等量关系是解题关键．

20. 【分析】 先画树状图展示所有 9 种等可能的结果数，再找出发生“五次取球得分的平均数不小于 2.2 分”的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】 解：树状图如下：



共有 9 种等可能的结果数，

由于五次得分的平均数不小于 2.2 分，

∴ 五次的总得分不小于 11 分，

∴ 后 2 次的得分不小于 5 分，

而在这 9 种结果中，得出不小于 5 分的有 3 种结果，

∴ 发生“五次取球得分的平均数不小于 2.2 分”情况的概率为  $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ．

【点评】 本题考查了列表法或树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果

求出  $n$ ，再从中选出符合事件  $A$  或  $B$  的结果数目  $m$ ，然后根据概率公式求出事件  $A$  或  $B$  的概率．

21. 【分析】(1) 求出  $AE$ ,  $BG$ ,  $DF$ , 利用  $AE+BG=2CF$ , 可得  $\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}>\frac{2}{n}$ .

(2) 方法一利用求差法比较大小, 方法二: 利用求商法比较大小.

【解答】解: (1)  $\because AE+BG=2CF$ ,  $CF>DF$ ,  $AE=\frac{1}{n-1}$ ,  $BG=\frac{1}{n+1}$ ,  $DF=\frac{1}{n}$ ,

$$\therefore \frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}>\frac{2}{n}.$$

故答案为:  $\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}>\frac{2}{n}$ .

$$(2) \text{ 方法一: } \because \frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}-\frac{2}{n}=\frac{n^2+n+n^2-n-2n^2+2}{n(n-1)(n+1)}=\frac{2}{n(n-1)(n+1)},$$

$$\because n>1,$$

$$\therefore n(n-1)(n+1)>0,$$

$$\therefore \frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}-\frac{2}{n}>0,$$

$$\therefore \frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}>\frac{2}{n}.$$

$$\text{方法二: } \because \frac{\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}}{\frac{2}{n}}=\frac{n^2}{n^2-1}>1,$$

$$\therefore \frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}>\frac{2}{n}.$$

【点评】本题考查反比例函数图形上的点的坐标特征, 反比例函数的图象等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

22. 【分析】根据题意作出合适的辅助线, 然后利用锐角三角函数求出  $BJ+EK$  的长度, 再与 2 比较大小即可解答本题.

【解答】解:  $\because BH=0.6$  米,  $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ ,

$$\therefore AB=\frac{BH}{\sin\alpha}=\frac{0.6}{\frac{3}{5}}=1 \text{ 米},$$

$$\therefore AH=0.8 \text{ 米},$$

$$\therefore AF=FC=2 \text{ 米},$$

$\therefore BF = 1$  米,

作  $FJ \perp BG$  于点  $J$ , 作  $EK \perp FJ$  于点  $K$ ,

$\angle EKF = \angle FJB = \angle AHB = 90^\circ$ ,  $\angle EFK = \angle FBJ = \angle ABH$ ,  $BF = AB$ ,

$\therefore \triangle EFK \sim \triangle FBJ \sim \triangle ABH$ ,  $\triangle FBJ \cong \triangle ABH$ ,

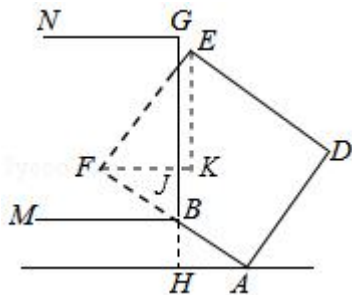
$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FK}{BH} = \frac{EK}{AH}$ ,  $BJ = BH = 0.6$  米,

即  $\frac{1.6}{1} = \frac{FK}{0.6} = \frac{EK}{0.8}$ ,

解得,  $EK = 1.28$ ,

$\therefore BJ + EK = 0.6 + 1.28 = 1.88 < 2$ ,

$\therefore$  木箱上部顶点  $E$  不会触碰到汽车货厢顶部.



**【点评】** 本题考查解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题, 解答本题的关键是明确题意, 利用锐角三角函数和数形结合的思想解答.

23. **【分析】** (1) 由甲同学的错误可知  $c = 3$ , 由乙同学提供的数据选  $x = -1$ ,  $y = -2$ ;  $x = 1$ ,  $y = 2$ , 代入解析式求出  $a$  和  $b$  即可;

(2)  $y = -3x^2 + 2x + 3$  的对称轴为直线  $x = \frac{1}{3}$ , 抛物线开口向下;

(3)  $-3x^2 + 2x + 3 - k = 0$  有两个不相等的实数根, 判别式  $\Delta > 0$  即可;

**【解答】** 解: (1) 由甲同学的错误可知  $c = 3$ ,

由甲同学提供的数据选  $x = -1$ ,  $y = 6$ ;  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,

$$\text{有} \begin{cases} 6 = a - b + 3 \\ 2 = a + b + 3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore a = 1$ ,

由甲同学给的数据  $a = 1$ ,  $c = 3$  是正确的;

由乙同学提供的数据, 可知  $c = -1$ ,

选  $x = -1$ ,  $y = -2$ ;  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,

$$\text{有} \begin{cases} -2=a-b-1, \\ 2=a+b-1 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=1, \\ b=2 \end{cases},$$

$$\therefore a=1, b=2,$$

$$\therefore y=x^2+2x+3;$$

(2)  $y=x^2+2x+3$  的对称轴为直线  $x=-1$ ,

$\therefore$  抛物线开口向上,

$\therefore$  当  $x \geq -1$  时,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大;

故答案为  $\geq -1$ ;

(3) 方程  $ax^2+bx+c=k$  ( $a \neq 0$ ) 有两个不相等的实数根,

即  $x^2+2x+3-k=0$  有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 4 - 4(3-k) > 0,$$

$$\therefore k > 2;$$

**【点评】** 本题考查二次函数的图象及性质; 掌握待定系数法求函数解析式, 熟练函数图象是解题的关键.

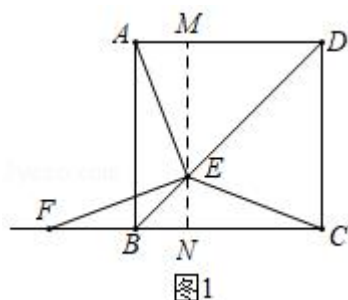
24. **【分析】** (1) 作辅助线, 构建三角形全等, 证明  $\triangle AEM \cong \triangle EFN$  和  $\triangle ADE \cong \triangle CDE$  (SAS),

可得  $AE = CE = EF$ ;

(2) 分两种情况: 根据三角形的面积公式可得  $y$  与  $x$  之间关系的函数表达式, 根据勾股定理计算  $BD$  的长可得  $x$  的取值;

(3) 根据 (2) 中的两种情况, 分别利用配方法和二次函数的增减性可得结论.

**【解答】** (1) 证明: 如图 1, 过  $E$  作  $MN \parallel AB$ , 交  $AD$  于  $M$ , 交  $BC$  于  $N$ ,



$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore AD \parallel BC, AB \perp AD,$

$\therefore MN \perp AD, MN \perp BC,$

$\therefore \angle AME = \angle FNE = 90^\circ = \angle NFE + \angle FEN,$

$\because AE \perp EF$ ,  
 $\therefore \angle AEF = \angle AEM + \angle FEN = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle AEM = \angle NFE$ ,  
 $\because \angle DBC = 45^\circ$ ,  $\angle BNE = 90^\circ$ ,  
 $\therefore BN = EN = AM$ ,  
 $\therefore \triangle AEM \cong \triangle ENF$  (AAS),  
 $\therefore AE = EF$ ,  
 $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  
 $\therefore AD = CD$ ,  $\angle ADE = \angle CDE$ ,  
 $\because DE = DE$ ,  
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE$  (SAS),  
 $\therefore AE = CE$ ,  
 $\therefore CE = EF$ ;

(2) 解: 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中, 由勾股定理得:  $BD = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$ ,

$$\therefore 0 \leq x \leq 5\sqrt{2},$$

由题意得:  $BE = 2x$ ,

$$\therefore BN = EN = \sqrt{2}x,$$

由 (1) 知:  $AE = EF = EC$ ,

分两种情况:

① 当  $0 \leq x \leq \frac{5\sqrt{2}}{2}$  时, 如图 1,

$$\because AB = MN = 10,$$

$$\therefore ME = FN = 10 - \sqrt{2}x,$$

$$\therefore BF = FN - BN = 10 - \sqrt{2}x - \sqrt{2}x = 10 - 2\sqrt{2}x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}BF \cdot EN = \frac{1}{2}(10 - 2\sqrt{2}x) \cdot \sqrt{2}x = -2x^2 + 5\sqrt{2}x;$$

② 当  $\frac{5\sqrt{2}}{2} < x \leq 5\sqrt{2}$  时, 如图 2, 过  $E$  作  $EN \perp BC$  于  $N$ ,

$$\therefore EN = BN = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore FN = CN = 10 - \sqrt{2}x,$$

$$\therefore BF = BC - 2CN = 10 - 2(10 - \sqrt{2}x) = 2\sqrt{2}x - 10,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}BF \cdot EN = \frac{1}{2}(2\sqrt{2}x - 10) \cdot \sqrt{2}x = 2x^2 - 5\sqrt{2}x;$$

综上,  $y$  与  $x$  之间关系的函数表达式为: 
$$\begin{cases} y = -2x^2 + 5\sqrt{2}x & (0 \leq x \leq \frac{5\sqrt{2}}{2}) \\ y = 2x^2 - 5\sqrt{2}x & (\frac{5\sqrt{2}}{2} < x \leq 5\sqrt{2}) \end{cases};$$

(3) 解: ①当  $0 \leq x \leq \frac{5\sqrt{2}}{2}$  时, 如图 1,

$$y = -2x^2 + 5\sqrt{2}x = -2(x - \frac{5\sqrt{2}}{4})^2 + \frac{25}{4},$$

$$\because -2 < 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{5\sqrt{2}}{4} \text{ 时, } y \text{ 有最大值是 } \frac{25}{4};$$

②当  $\frac{5\sqrt{2}}{2} < x \leq 5\sqrt{2}$  时, 如图 2,

$$\therefore y = 2x^2 - 5\sqrt{2}x = 2(x - \frac{5\sqrt{2}}{4})^2 - \frac{25}{4},$$

$$\because 2 > 0,$$

$$\therefore \text{当 } x > \frac{5\sqrt{2}}{4} \text{ 时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而增大}$$

$$\therefore \text{当 } x = 5\sqrt{2} \text{ 时, } y \text{ 有最大值是 } 50;$$

综上,  $\triangle BEF$  面积的最大值是 50.

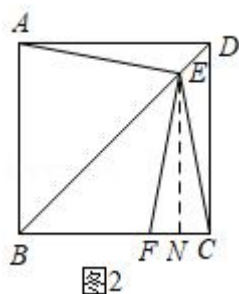


图2

**【点评】** 此题是四边形的综合题, 主要考查正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理, 三角形面积, 二次函数的最值等知识点的理解和掌握, 难度适中, 熟练掌握正方形中利用辅助线构建全等来解决问题是本题的关键.

25. **【分析】** (1) 方法选择: 根据等边三角形的性质得到  $\angle ACB = \angle ABC = 60^\circ$ , 如图①, 在  $BD$  上截取  $DM = AD$ , 连接  $AM$ , 由圆周角定理得到  $\angle ADB = \angle ACB = 60^\circ$ , 得到  $AM = AD$ , 根据全等三角形的性质得到  $BM = CD$ , 于是得到结论;

(2) 类比探究: 如图②, 由  $BC$  是  $\odot O$  的直径, 得到  $\angle BAC = 90^\circ$ , 根据等腰直角三角形的性质得到  $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ , 过  $A$  作  $AM \perp AD$  交  $BD$  于  $M$ , 推出  $\triangle ADM$  是等腰

直角三角形，求得  $DM = \sqrt{2}AD$  根据全等三角形的性质得到结论；

【探究 2】如图③，根据圆周角定理和三角形的内角和得到  $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，过  $A$  作  $AM \perp AD$  交  $BD$  于  $M$ ，求得  $\angle AMD = 30^\circ$ ，根据直角三角形的性质得到  $MD = 2AD$ ，根据相似三角形的性质得到  $BM = \sqrt{3}CD$ ，于是得到结论；

(3) 如图④，由  $BC$  是  $\odot O$  的直径，得到  $\angle BAC = 90^\circ$ ，过  $A$  作  $AM \perp AD$  交  $BD$  于  $M$ ，求得  $\angle MAD = 90^\circ$ ，根据相似三角形的性质得到  $BM = \frac{c}{b}CD$ ， $DM = \frac{a}{b}AD$ ，于是得到结论。

【解答】解：(1) 方法选择：  $\because AB = BC = AC$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ，$$

如图①，在  $BD$  上截取  $DM = AD$ ，连接  $AM$ ，

$$\because \angle ADB = \angle ACB = 60^\circ，$$

$\therefore \triangle ADM$  是等边三角形，

$$\therefore AM = AD，$$

$$\because \angle ABM = \angle ACD，$$

$$\because \angle AMB = \angle ADC = 120^\circ，$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACD (AAS)，$$

$$\therefore BM = CD，$$

$$\therefore BD = BM + DM = CD + AD；$$

(2) 类比探究：如图②，

$\because BC$  是  $\odot O$  的直径，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ，$$

$$\because AB = AC，$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ，$$

过  $A$  作  $AM \perp AD$  交  $BD$  于  $M$ ，

$$\because \angle ADB = \angle ACB = 45^\circ，$$

$\therefore \triangle ADM$  是等腰直角三角形，

$$\therefore AM = AD，\angle AMD = 45^\circ，$$

$$\therefore DM = \sqrt{2}AD，$$

$$\therefore \angle AMB = \angle ADC = 135^\circ，$$

$$\because \angle ABM = \angle ACD,$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BM = CD,$$

$$\therefore BD = BM + DM = CD + \sqrt{2}AD;$$

【探究2】如图③， $\because$ 若  $BC$  是  $\odot O$  的直径， $\angle ABC = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \angle ACB = 60^\circ,$$

过  $A$  作  $AM \perp AD$  交  $BD$  于  $M$ ，

$$\because \angle ADB = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AMD = 30^\circ,$$

$$\therefore MD = 2AD,$$

$$\because \angle ABD = \angle ACD, \angle AMB = \angle ADC = 150^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{BM}{CD} = \frac{AB}{AC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BM = \sqrt{3}CD,$$

$$\therefore BD = BM + DM = \sqrt{3}CD + 2AD;$$

故答案为： $BD = \sqrt{3}CD + 2AD$ ；

$$(3) \text{ 拓展猜想: } BD = BM + DM = \frac{c}{b}CD + \frac{a}{b}AD;$$

理由：如图④， $\because$ 若  $BC$  是  $\odot O$  的直径，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

过  $A$  作  $AM \perp AD$  交  $BD$  于  $M$ ，

$$\therefore \angle MAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle DAC,$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{BM}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b},$$

$$\therefore BM = \frac{c}{b}CD,$$

$$\because \angle ADB = \angle ACB, \angle BAC = \angle NAD = 90^\circ,$$

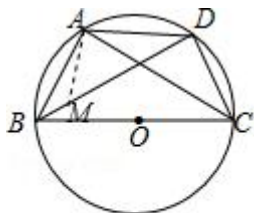
$$\therefore \triangle ADM \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{DM} = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a},$$

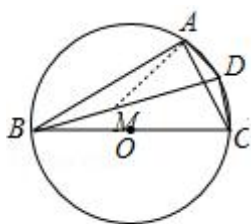
$$\therefore DM = \frac{a}{b}AD,$$

$$\therefore BD = BM + DM = \frac{c}{b}CD + \frac{a}{b}AD.$$

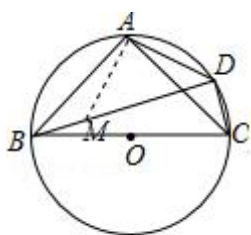
故答案为:  $BD = \frac{c}{b}CD + \frac{a}{b}AD$



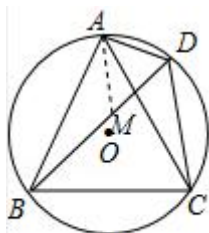
图④



图③



图②



图①

**【点评】** 本题考查了圆周角定理，圆内接四边形的性质，相似三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，等边三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键．