

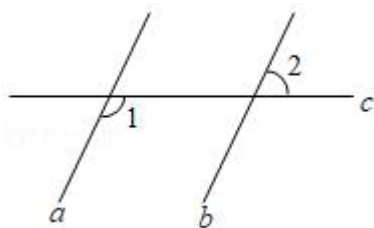
2019 年山东省临沂市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 42 分）

1. (3 分) $|-2019| = (\quad)$

- A. 2019 B. -2019 C. $\frac{1}{2019}$ D. $-\frac{1}{2019}$

2. (3 分) 如图, $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 100^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()

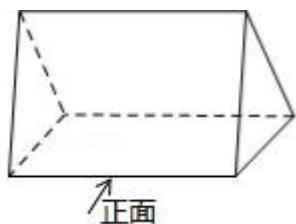


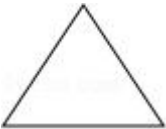
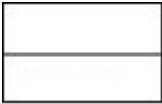
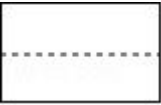
- A. 110° B. 80° C. 70° D. 60°

3. (3 分) 不等式 $1 - 2x \geq 0$ 的解集是 ()

- A. $x \geq 2$ B. $x \geq \frac{1}{2}$ C. $x \leq 2$ D. $x \leq \frac{1}{2}$

4. (3 分) 如图所示, 正三棱柱的左视图 ()

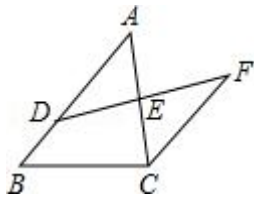


- A.  B. 
C.  D. 

5. (3 分) 将 $a^3b - ab$ 进行因式分解, 正确的是 ()

- A. $a(a^2b - b)$ B. $ab(a - 1)^2$
C. $ab(a + 1)(a - 1)$ D. $ab(a^2 - 1)$

6. (3 分) 如图, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E , $DE = FE$, $FC \parallel AB$, 若 $AB = 4$, $CF = 3$, 则 BD 的长是 ()



- A. 0.5 B. 1 C. 1.5 D. 2

7. (3分) 下列计算错误的是 ()

- A. $(a^3b) \cdot (ab^2) = a^4b^3$ B. $(-mn^3)^2 = m^2n^6$
C. $a^5 \div a^{-2} = a^3$ D. $xy^2 - \frac{1}{5}xy^2 = \frac{4}{5}xy^2$

8. (3分) 经过某十字路口的汽车, 可能直行, 也可能向左转或向右转, 如果这三种可能性大小相同, 则两辆汽车经过这个十字路口时, 一辆向右转, 一辆向左转的概率是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{9}$

9. (3分) 计算 $\frac{a^2}{a-1} - a - 1$ 的正确结果是 ()

- A. $-\frac{1}{a-1}$ B. $\frac{1}{a-1}$ C. $-\frac{2a-1}{a-1}$ D. $\frac{2a-1}{a-1}$

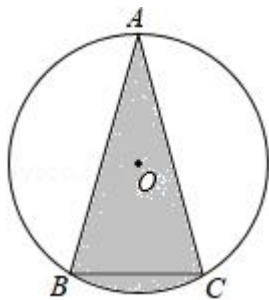
10. (3分) 小明记录了临沂市五月份某周每天的日最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$), 列成如表:

天数 (天)	1	2	1	3
最高气温 ($^{\circ}\text{C}$)	22	26	28	29

则这周最高气温的平均值是 ()

- A. 26.25°C B. 27°C C. 28°C D. 29°C

11. (3分) 如图, $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle ACB = 75^{\circ}$, $BC = 2$, 则阴影部分的面积是 ()



- A. $2 + \frac{2}{3}\pi$ B. $2 + \sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi$ C. $4 + \frac{2}{3}\pi$ D. $2 + \frac{4}{3}\pi$

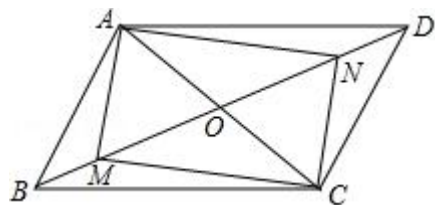
12. (3分) 下列关于一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$, $b > 0$) 的说法, 错误的是 ()

- A. 图象经过第一、二、四象限
B. y 随 x 的增大而减小

C. 图象与 y 轴交于点 $(0, b)$

D. 当 $x > -\frac{b}{k}$ 时, $y > 0$

13. (3 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, M 、 N 是 BD 上两点, $BM = DN$, 连接 AM 、 MC 、 CN 、 NA , 添加一个条件, 使四边形 $AMCN$ 是矩形, 这个条件是 ()

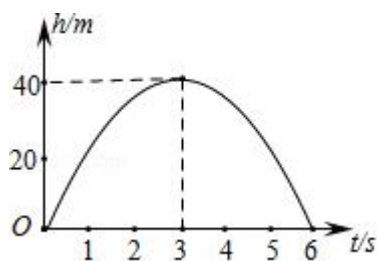


- A. $OM = \frac{1}{2}AC$ B. $MB = MO$ C. $BD \perp AC$ D. $\angle AMB = \angle CND$

14. (3 分) 从地面竖直向上抛出一小球, 小球的高度 h (单位: m) 与小球运动时间 t (单位: s) 之间的函数关系如图所示. 下列结论:

- ①小球在空中经过的路程是 $40m$;
②小球抛出 3 秒后, 速度越来越快;
③小球抛出 3 秒时速度为 0;
④小球的高度 $h = 30m$ 时, $t = 1.5s$.

其中正确的是 ()



- A. ①④ B. ①② C. ②③④ D. ②③

二、填空题: (每题 3 分, 共 15 分)

15. (3 分) 计算: $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{6} - \tan 45^\circ =$ _____.

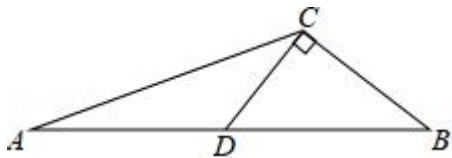
16. (3 分) 在平面直角坐标系中, 点 $P(4, 2)$ 关于直线 $x = 1$ 的对称点的坐标是_____.

17. (3 分) 用 1 块 A 型钢板可制成 4 件甲种产品和 1 件乙种产品; 用 1 块 B 型钢板可制成 3 件甲种产品和 2 件乙种产品; 要生产甲种产品 37 件, 乙种产品 18 件, 则恰好需用 A 、 B 两种型号的钢板共_____块.

18. (3 分) 一般地, 如果 $x^4 = a$ ($a \geq 0$), 则称 x 为 a 的四次方根, 一个正数 a 的四次方根

有两个，它们互为相反数，记为 $\pm\sqrt[4]{a}$ ，若 $\sqrt[4]{m}=10$ ，则 $m=$ _____.

19. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=120^\circ$ ， $BC=4$ ， D 为 AB 的中点， $DC\perp BC$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



三、解答题：(共 63 分)

20. (7分) 解方程： $\frac{5}{x-2}=\frac{3}{x}$.

21. (7分) 争创全国文明城市，从我做起，某学校在七年级开设了文明礼仪校本课程，为了解学生的学习情况，学校随机抽取 30 名学生进行测试，成绩如下(单位：分)

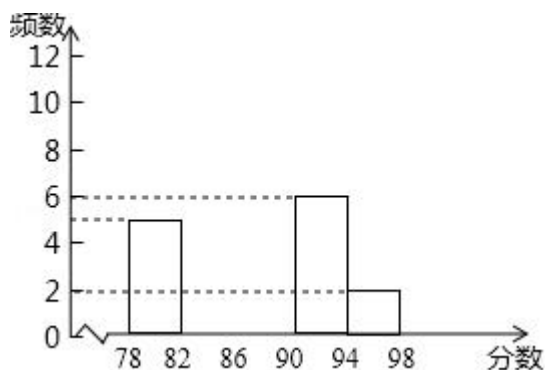
78 83 86 86 90 94 97 92 89 86 84 81 81 84 86 88 92 89 86
83 81 81 85 86 89 93 93 89 85 93

整理上面的数据得到频数分布表和频数分布直方图：

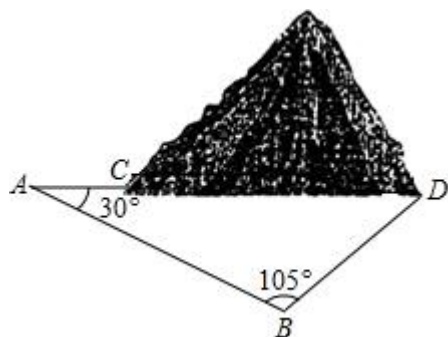
成绩(分)	频数
$78\leq x<82$	5
$82\leq x<86$	a
$86\leq x<90$	11
$90\leq x<94$	b
$94\leq x<98$	2

回答下列问题：

- (1) 以上 30 个数据中，中位数是_____；频数分布表中 $a=$ _____； $b=$ _____；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若成绩不低于 86 分为优秀，估计该校七年级 300 名学生中，达到优秀等级的人数.

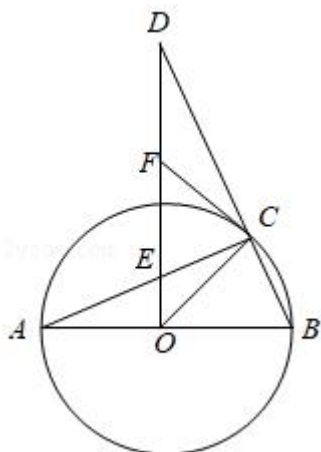


22. (7分) 鲁南高铁临沂段修建过程中需要经过一座小山. 如图, 施工方计划沿 AC 方向开挖隧道, 为了加快施工速度, 要在小山的另一侧 D (A 、 C 、 D 共线) 处同时施工. 测得 $\angle CAB = 30^\circ$, $AB = 4\text{km}$, $\angle ABD = 105^\circ$, 求 BD 的长.



23. (9分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 O 作 $OD \perp AB$, 交 BC 的延长线于 D , 交 AC 于点 E , F 是 DE 的中点, 连接 CF .

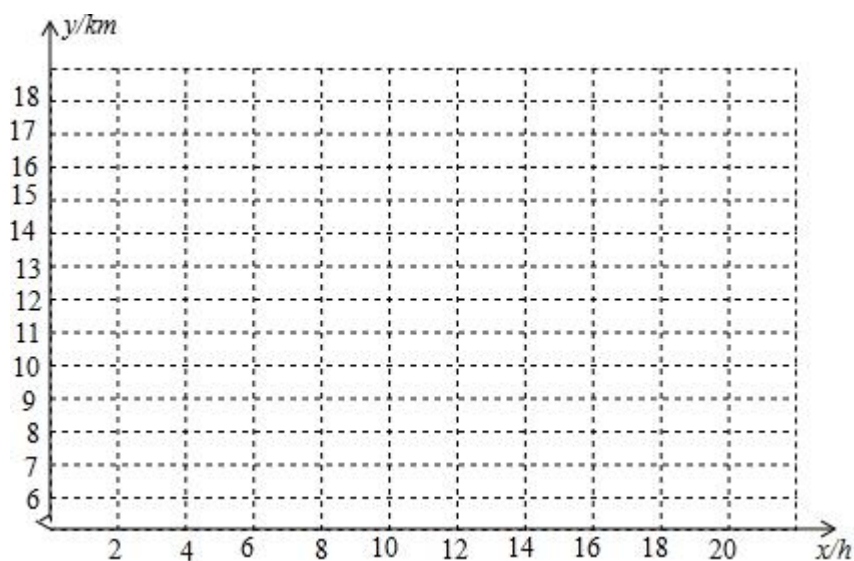
- (1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线.
 (2) 若 $\angle A = 22.5^\circ$, 求证: $AC = DC$.



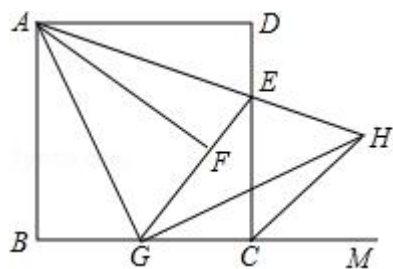
24. (9分) 汛期到来, 山洪暴发. 下表记录了某水库 $20h$ 内水位的变化情况, 其中 x 表示时间 (单位: h), y 表示水位高度 (单位: m), 当 $x = 8(h)$ 时, 达到警戒水位, 开始开闸放水.

x/h	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y/m	14	15	16	17	18	14.4	12	10.3	9	8	7.2

- (1) 在给出的平面直角坐标系中，根据表格中的数据描出相应的点.
- (2) 请分别求出开闸放水前和放水后最符合表中数据的函数解析式.
- (3) 据估计，开闸放水后，水位的这种变化规律还会持续一段时间，预测何时水位达到 $6m$.

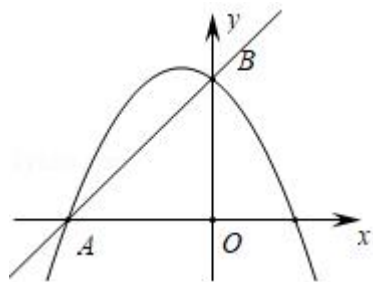


25. (11分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是 DC 边上一点，(与 D 、 C 不重合)，连接 AE ，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 所在的直线折叠得到 $\triangle AFE$ ，延长 EF 交 BC 于 G ，连接 AG ，作 $GH \perp AG$ ，与 AE 的延长线交于点 H ，连接 CH 。显然 AE 是 $\angle DAF$ 的平分线， EA 是 $\angle DEF$ 的平分线。仔细观察，请逐一找出图中其他的角平分线 (仅限于小于 180° 的角平分线)，并说明理由。



26. (13分) 在平面直角坐标系中，直线 $y = x + 2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 经过点 A 、 B 。
- (1) 求 a 、 b 满足的关系式及 c 的值.
 - (2) 当 $x < 0$ 时，若 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的函数值随 x 的增大而增大，求 a 的取值范围.

(3) 如图, 当 $a = -1$ 时, 在抛物线上是否存在点 P , 使 $\triangle PAB$ 的面积为 1? 若存在, 请求出符合条件的所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年山东省临沂市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 42 分）

1. (3 分) $|-2019| = (\quad)$

- A. 2019 B. -2019 C. $\frac{1}{2019}$ D. $-\frac{1}{2019}$

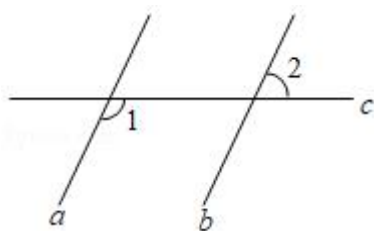
【分析】利用数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值，进而得出答案.

【解答】解： $|-2019| = 2019$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了绝对值，正确把握绝对值的定义是解题关键.

2. (3 分) 如图， $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 100^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 110° B. 80° C. 70° D. 60°

【分析】根据两直线平行，同位角相等，即可求得 $\angle 3$ 的度数，进而得出 $\angle 2$ 的度数.

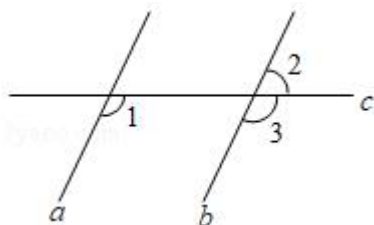
【解答】解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 100^\circ.$$

$$\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 80^\circ,$$

故选：B.



【点评】此题考查了平行线的性质与邻补角的定义. 注意两直线平行，同位角相等.

3. (3 分) 不等式 $1 - 2x \geq 0$ 的解集是 ()

A. $x \geq 2$

B. $x \geq \frac{1}{2}$

C. $x \leq 2$

D. $x \leq \frac{1}{2}$

【分析】先移项，再系数化为1即可．

【解答】解：移项，得 $-2x \geq -1$

系数化为1，得 $x \leq \frac{1}{2}$ ；

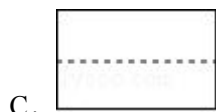
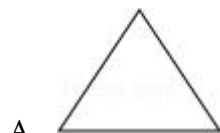
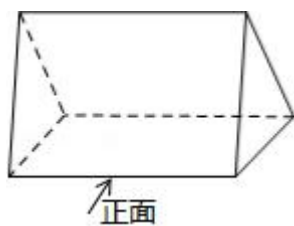
所以，不等式的解集为 $x \leq \frac{1}{2}$ ，

故选：D．

【点评】本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错．

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变．

4. (3分) 如图所示，正三棱柱的左视图 ()



【分析】根据简单几何体的三视图，可得答案．

【解答】解：主视图是一个矩形，俯视图是两个矩形，左视图是三角形，

故选：A．

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，利用三视图的定义是解题关键．

5. (3分) 将 $a^3b - ab$ 进行因式分解，正确的是 ()

A. $a(a^2b - b)$

B. $ab(a - 1)^2$

C. $ab(a+1)(a-1)$

D. $ab(a^2 - 1)$

【分析】多项式 $a^3b - ab$ 有公因式 ab ，首先考虑用提公因式法提公因式 ab ，提公因式后，

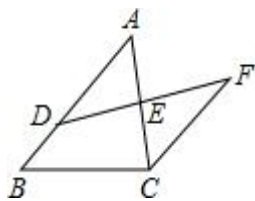
得到多项式 $(x^2 - 1)$ ，再利用平方差公式进行分解．

【解答】解： $a^3b - ab = ab(a^2 - 1) = ab(a+1)(a-1)$ ，

故选：C．

【点评】此题主要考查了了提公因式法和平方差公式综合应用，因式分解时通常先提公因式，再利用公式，最后再尝试分组分解；即：一提二套三分组．

6. (3分) 如图， D 是 AB 上一点， DF 交 AC 于点 E ， $DE = FE$ ， $FC \parallel AB$ ，若 $AB = 4$ ， $CF = 3$ ，则 BD 的长是 ()



A. 0.5

B. 1

C. 1.5

D. 2

【分析】根据平行线的性质，得出 $\angle A = \angle FCE$ ， $\angle ADE = \angle F$ ，根据全等三角形的判定，得出 $\triangle ADE \cong \triangle CFE$ ，根据全等三角形的性质，得出 $AD = CF$ ，根据 $AB = 4$ ， $CF = 3$ ，即可求线段 DB 的长．

【解答】解： $\because CF \parallel AB$ ，

$\therefore \angle A = \angle FCE$ ， $\angle ADE = \angle F$ ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CFE$ 中 $\begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle ADE = \angle F \\ DE = FE \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE$ (AAS)，

$\therefore AD = CF = 3$ ，

$\because AB = 4$ ，

$\therefore DB = AB - AD = 4 - 3 = 1$ ．

故选：B．

【点评】本题考查了全等三角形的性质和判定，平行线的性质的应用，能判定 $\triangle ADE \cong \triangle CFE$ 是解此题的关键，解题时注意运用全等三角形的对应边相等，对应角相等．

7. (3分) 下列计算错误的是 ()

A. $(a^3b) \cdot (ab^2) = a^4b^3$

B. $(-mn^3)^2 = m^2n^6$

C. $a^5 \div a^{-2} = a^3$

D. $xy^2 - \frac{1}{5}xy^2 = \frac{4}{5}xy^2$

【分析】选项 A 为单项式 $\times$ 单项式；选项 B 为积的乘方；选项 C 为同底数幂的除法；选

项 D 为合并同类项，根据相应的公式进行计算即可．

【解答】解：

选项 A ，单项式 $\times$ 单项式， $(a^3b) \cdot (ab^2) = a^3 \cdot a \cdot b \cdot b^2 = a^4b^3$ ，选项正确

选项 B ，积的乘方， $(-mn^3)^2 = m^2n^6$ ，选项正确

选项 C ，同底数幂的除法， $a^5 \div a^{-2} = a^{5-(-2)} = a^7$ ，选项错误

选项 D ，合并同类项， $xy^2 - \frac{1}{5}xy^2 = \frac{5}{5}xy^2 - \frac{1}{5}xy^2 = \frac{4}{5}xy^2$ ，选项正确

故选：C．

【点评】本题主要考查单项式乘单项式，合并同类项，幂的乘方与积的乘方，同底数幂的除法，熟练运用各运算公式是解题的关键．

8. (3分) 经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能向左转或向右转，如果这三种可能性大小相同，则两辆汽车经过这个十字路口时，一辆向右转，一辆向左转的概率是()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{9}$

【分析】可以采用列表法或树状图求解．可以得到一共有9种情况，一辆向右转，一辆向左转有2种结果数，根据概率公式计算可得．

【解答】解：画“树形图”如图所示：



$\therefore$ 这两辆汽车行驶方向共有9种可能的结果，其中一辆向右转，一辆向左转的情况有2种，

$\therefore$ 一辆向右转，一辆向左转的概率为 $\frac{2}{9}$ ；

故选：B．

【点评】此题考查了树状图法求概率．解题的关键是根据题意画出树状图，再由概率 = 所求情况数与总情况数之比求解．

9. (3分) 计算 $\frac{a^2}{a-1} - a - 1$ 的正确结果是()

A. $-\frac{1}{a-1}$

B. $\frac{1}{a-1}$

C. $-\frac{2a-1}{a-1}$

D. $\frac{2a-1}{a-1}$

【分析】先将后两项结合起来，然后再化成同分母分式，按照同分母分式加减的法则计

算就可以了.

【解答】解：原式 $= \frac{a^2}{a-1} - (a+1),$
 $= \frac{a^2}{a-1} - \frac{a^2-1}{a-1},$
 $= \frac{1}{a-1}.$

故选：A.

【点评】本题考查了数学整体思想的运用，分式的通分和分式的约分的运用，解答的过程中注意符号的运用及平方差公式的运用.

10. (3分) 小明记录了临沂市五月份某周每天的日最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$), 列成如表:

天数 (天)	1	2	1	3
最高气温 ($^{\circ}\text{C}$)	22	26	28	29

则这周最高气温的平均值是 ()

- A. 26.25°C B. 27°C C. 28°C D. 29°C

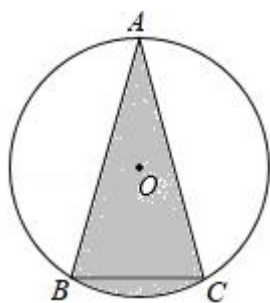
【分析】由加权平均数公式即可得出结果.

【解答】解：这周最高气温的平均值为 $\frac{1}{7} (1 \times 22 + 2 \times 26 + 1 \times 28 + 3 \times 29) = 27 (^{\circ}\text{C})$;

故选：B.

【点评】本题考查了加权平均数公式；熟练掌握加权平均数的计算是解决问题的关键.

11. (3分) 如图, $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle ACB = 75^{\circ}$, $BC = 2$, 则阴影部分的面积是 ()



- A. $2 + \frac{2}{3}\pi$ B. $2 + \sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi$ C. $4 + \frac{2}{3}\pi$ D. $2 + \frac{4}{3}\pi$

【分析】连接 OB 、 OC , 先利用同弧所对的圆周角等于所对的圆心角的一半, 求出扇形的圆心角为 60 度, 即可求出半径的长 2 , 利用三角形和扇形的面积公式即可求解;

【解答】解: $\because \widehat{AB} = \widehat{AC},$

$\therefore AB = AC,$

$$\because \angle ACB = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\because OB = OC,$$

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形,

$$\therefore OA = OB = OC = BC = 2,$$

作 $AD \perp BC$,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$\therefore AD$ 经过圆心 O ,

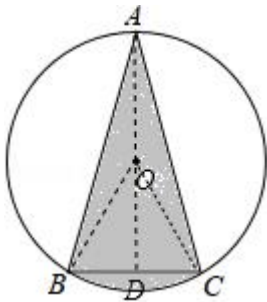
$$\therefore OD = \frac{\sqrt{3}}{2}OB = \sqrt{3},$$

$$\therefore AD = 2 + \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = 2 + \sqrt{3}, \quad S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}BC \cdot OD = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABC} + S_{\text{扇形} BOC} - S_{\triangle BOC} = 2 + \sqrt{3} + \frac{60\pi \times 2^2}{360} - \sqrt{3} = 2 + \frac{2\pi}{3},$$

故选: A.



【点评】 本题主要考查了扇形的面积公式, 圆周角定理, 垂径定理等, 明确 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABC} + S_{\text{扇形} BOC} - S_{\triangle BOC}$ 是解题的关键.

12. (3分) 下列关于一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$, $b > 0$) 的说法, 错误的是 ()

A. 图象经过第一、二、四象限

B. y 随 x 的增大而减小

C. 图象与 y 轴交于点 $(0, b)$

D. 当 $x > -\frac{b}{k}$ 时, $y > 0$

【分析】由 $k < 0$, $b > 0$ 可知图象经过第一、二、四象限；由 $k < 0$, 可得 y 随 x 的增大而减小；图象与 y 轴的交点为 $(0, b)$ ；当 $x > -\frac{b}{k}$ 时, $y < 0$ ；

【解答】解：∵ $y = kx + b$ ($k < 0$, $b > 0$),

∴ 图象经过第一、二、四象限,

A 正确；

∵ $k < 0$,

∴ y 随 x 的增大而减小,

B 正确；

令 $x = 0$ 时, $y = b$,

∴ 图象与 y 轴的交点为 $(0, b)$,

∴ C 正确；

令 $y = 0$ 时, $x = -\frac{b}{k}$,

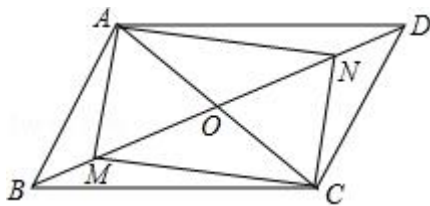
当 $x > -\frac{b}{k}$ 时, $y < 0$ ；

D 不正确；

故选：D.

【点评】本题考查一次函数的图象及性质；熟练掌握一次函数解析式 $y = kx + b$ 中, k 与 b 对函数图象的影响是解题的关键.

13. (3 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, M 、 N 是 BD 上两点, $BM = DN$, 连接 AM 、 MC 、 CN 、 NA , 添加一个条件, 使四边形 $AMCN$ 是矩形, 这个条件是 ()



- A. $OM = \frac{1}{2}AC$ B. $MB = MO$ C. $BD \perp AC$ D. $\angle AMB = \angle CND$

【分析】由平行四边形的性质可知: $OA = OC$, $OB = OD$, 再证明 $OM = ON$ 即可证明四边形 $AMCN$ 是平行四边形.

【解答】证明: ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $OA = OC$, $OB = OD$

∵ 对角线 BD 上的两点 M 、 N 满足 $BM = DN$,

$\therefore OB - BM = OD - DN$, 即 $OM = ON$,

$\therefore$ 四边形 $AMCN$ 是平行四边形,

$$\because OM = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore MN = AC,$$

$\therefore$ 四边形 $AMCN$ 是矩形.

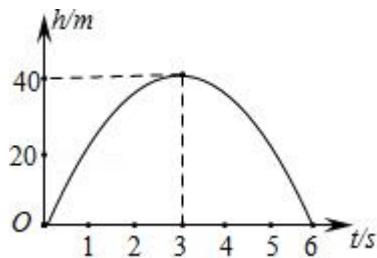
故选: A .

【点评】 本题考查了矩形的判定, 平行四边形的判定与性质, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

14. (3 分) 从地面竖直向上抛出一小球, 小球的高度 h (单位: m) 与小球运动时间 t (单位: s) 之间的函数关系如图所示. 下列结论:

- ① 小球在空中经过的路程是 $40m$;
- ② 小球抛出 3 秒后, 速度越来越快;
- ③ 小球抛出 3 秒时速度为 0;
- ④ 小球的高度 $h = 30m$ 时, $t = 1.5s$.

其中正确的是 ()



- A. ①④ B. ①② C. ②③④ D. ②③

【分析】 根据函数的图象中的信息判断即可.

【解答】 解: ① 由图象知小球在空中达到的最大高度是 $40m$; 故①错误;

② 小球抛出 3 秒后, 速度越来越快; 故②正确;

③ 小球抛出 3 秒时达到最高点即速度为 0; 故③正确;

④ 设函数解析式为: $h = a(t - 3)^2 + 40$,

把 $O(0, 0)$ 代入得 $0 = a(0 - 3)^2 + 40$, 解得 $a = -\frac{40}{9}$,

$\therefore$ 函数解析式为 $h = -\frac{40}{9}(t - 3)^2 + 40$,

把 $h = 30$ 代入解析式得, $30 = -\frac{40}{9}(t-3)^2 + 40$,

解得: $t = 4.5$ 或 $t = 1.5$,

$\therefore$ 小球的高度 $h = 30m$ 时, $t = 1.5s$ 或 $4.5s$, 故④错误;

故选: D .

【点评】 本题考查了二次函数的应用, 解此题的关键是正确的理解题意, 属于中考基础题, 常考题型.

二、填空题: (每题 3 分, 共 15 分)

15. (3 分) 计算: $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{6} - \tan 45^\circ = \underline{\sqrt{3} - 1}$.

【分析】 根据二次根式的乘法运算的法则和特殊角的三角函数值计算即可.

【解答】 解: $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{6} - \tan 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2} \times 6} - 1 = \sqrt{3} - 1$,

故答案为: $\sqrt{3} - 1$.

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算, 特殊角的三角函数值, 熟记法则是解题的关键.

16. (3 分) 在平面直角坐标系中, 点 $P(4, 2)$ 关于直线 $x = 1$ 的对称点的坐标是 $\underline{(-2, 2)}$.

【分析】 先求出点 P 到直线 $x = 1$ 的距离, 再根据对称性求出对称点 P' 到直线 $x = 1$ 的距离, 从而得到点 P' 的横坐标, 即可得解.

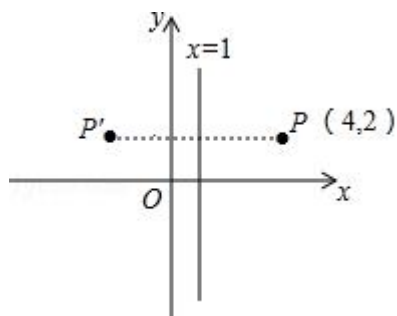
【解答】 解: $\because$ 点 $P(4, 2)$,

$\therefore$ 点 P 到直线 $x = 1$ 的距离为 $4 - 1 = 3$, $\therefore$ 点 P 关于直线 $x = 1$ 的对称点 P' 到直线 $x = 1$ 的距离为 3,

$\therefore$ 点 P' 的横坐标为 $1 - 3 = -2$,

$\therefore$ 对称点 P' 的坐标为 $(-2, 2)$.

故答案为: $(-2, 2)$.



【点评】本题考查了坐标与图形变化 - 对称，根据轴对称性求出对称点到直线 $x = 1$ 的距离，从而得到横坐标是解题的关键，作出图形更形象直观.

17. (3分) 用1块A型钢板可制成4件甲种产品和1件乙种产品；用1块B型钢板可制成3件甲种产品和2件乙种产品；要生产甲种产品37件，乙种产品18件，则恰好需用A、B两种型号的钢板共 11 块.

【分析】设需用A型钢板 x 块，B型钢板 y 块，根据“用1块A型钢板可制成4件甲种产品和1件乙种产品；用1块B型钢板可制成3件甲种产品和2件乙种产品”，可得出关于 x, y 的二元一次方程组，用 $(①+②) \div 5$ 可求出 $x+y$ 的值，此题得解.

【解答】解：设需用A型钢板 x 块，B型钢板 y 块，

依题意，得：
$$\begin{cases} 4x+3y=37① \\ x+2y=18② \end{cases},$$

$(①+②) \div 5$ ，得： $x+y = 11$.

故答案为：11.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

18. (3分) 一般地，如果 $x^4 = a$ ($a \geq 0$)，则称 x 为 a 的四次方根，一个正数 a 的四次方根有两个. 它们互为相反数，记为 $\pm \sqrt[4]{a}$ ，若 $\sqrt[4]{m^4} = 10$ ，则 $m = \underline{\pm 10}$.

【分析】利用题中四次方根的定义求解.

【解答】解： $\because \sqrt[4]{m^4} = 10$,

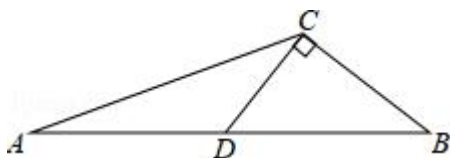
$\therefore m^4 = 10^4$,

$\therefore m = \pm 10$.

故答案为： ± 10

【点评】本题考查了方根的定义. 关键是求四次方根时，注意正数的四次方根有2个.

19. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 120^\circ$ ， $BC = 4$ ， D 为 AB 的中点， $DC \perp BC$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 $8\sqrt{3}$.



【分析】根据垂直的定义得到 $\angle BCD = 90^\circ$ ，得到长 CD 到 H 使 $DH = CD$ ，由线段中点的定义得到 $AD = BD$ ，根据全等三角形的性质得到 $AH = BC = 4$ ， $\angle H = \angle BCD = 90^\circ$ ，

求得 $CD = 2\sqrt{3}$, 于是得到结论.

【解答】解: $\because DC \perp BC$,

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ,$$

延长 CD 到 H 使 $DH = CD$,

$\because D$ 为 AB 的中点,

$$\therefore AD = BD,$$

$$\text{在 } \triangle ADH \text{ 与 } \triangle BCD \text{ 中, } \begin{cases} CD = DH \\ \angle ADH = \angle BDC \\ AD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADH \cong \triangle BCD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AH = BC = 4, \angle H = \angle BCD = 90^\circ,$$

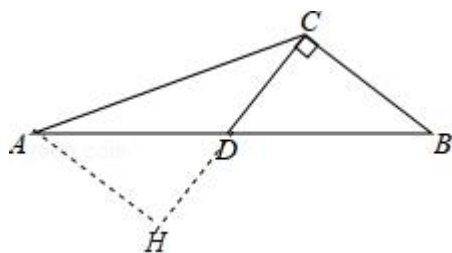
$$\because \angle ACH = 30^\circ,$$

$$\therefore CH = \sqrt{3}AH = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = 2S_{\triangle BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3},$$

故答案为: $8\sqrt{3}$.



【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质, 解直角三角形, 三角形的面积的计算, 正确的作出辅助线是解题的关键.

三、解答题: (共 63 分)

20. (7 分) 解方程: $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $5x = 3x - 6$,

解得: $x = -3$,

经检验 $x = -3$ 是分式方程的解.

【点评】 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定注意要验根.

21. (7分) 争创全国文明城市，从我做起，某学校在七年级开设了文明礼仪校本课程，为了解学生的学习情况，学校随机抽取 30 名学生进行测试，成绩如下 (单位：分)

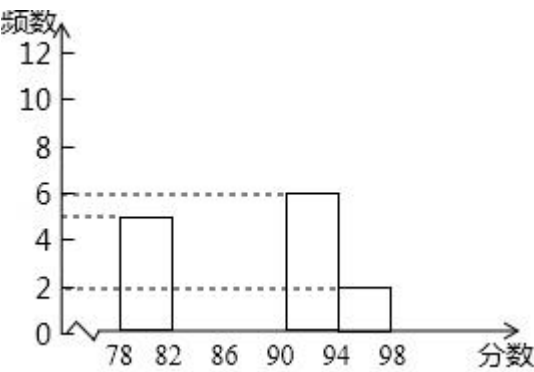
78 83 86 86 90 94 97 92 89 86 84 81 81 84 86 88 92 89 86
83 81 81 85 86 89 93 93 89 85 93

整理上面的数据得到频数分布表和频数分布直方图：

成绩 (分)	频数
$78 \leq x < 82$	5
$82 \leq x < 86$	a
$86 \leq x < 90$	11
$90 \leq x < 94$	b
$94 \leq x < 98$	2

回答下列问题：

- (1) 以上 30 个数据中，中位数是 86；频数分布表中 $a =$ 6； $b =$ 6；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若成绩不低于 86 分为优秀，估计该校七年级 300 名学生中，达到优秀等级的人数.



【分析】 (1) 将各数按照从小到大顺序排列，找出中位数，根据统计图与表格确定出 a 与 b 的值即可；

(2) 补全直方图即可；

(3) 求出样本中游戏学生的百分比，乘以 300 即可得到结果.

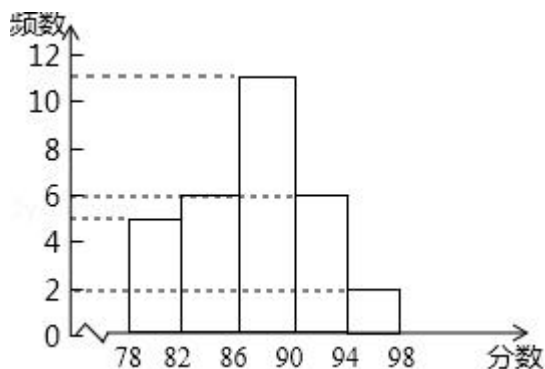
【解答】 解：(1) 根据题意排列得：78，81，81，81，81，83，83，84，84，85，85，

86, 86, 86, 86, 86, 86, 88, 89, 89, 89, 89, 90, 92, 92, 93, 93, 93, 94, 97,

可得中位数为 86, 频数分布表中 $a = 6$, $b = 6$;

故答案为: 86; 6; 6;

(2) 补全频数直方图, 如图所示:

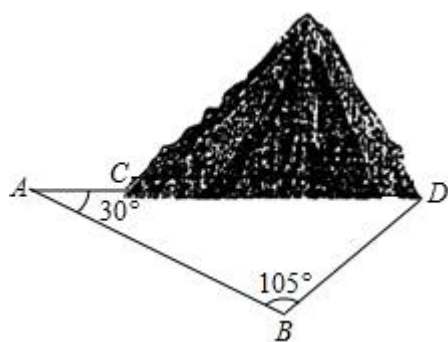


(3) 根据题意得: $300 \times \frac{19}{30} = 190$,

则该校七年级 300 名学生中, 达到优秀等级的人数为 190 人.

【点评】 此题考查了频数分布直方图, 用样本估计总体, 以及中位数, 弄清题意是解本题的关键.

22. (7 分) 鲁南高铁临沂段修建过程中需要经过一座小山. 如图, 施工方计划沿 AC 方向开挖隧道, 为了加快施工速度, 要在小山的另一侧 D (A 、 C 、 D 共线) 处同时施工. 测得 $\angle CAB = 30^\circ$, $AB = 4\text{km}$, $\angle ABD = 105^\circ$, 求 BD 的长.



【分析】 根据 $\angle CAB = 30^\circ$, $AB = 4\text{km}$, 可以求得 BE 的长和 $\angle ABE$ 的度数, 进而求得 $\angle EBD$ 的度数, 然后利用勾股定理即可求得 BD 的长.

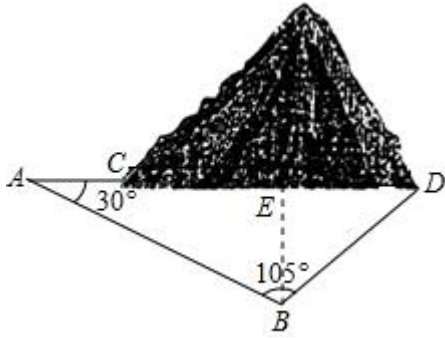
【解答】 解: 作 $BE \perp AD$ 于点 E ,

$$\because \angle CAB = 30^\circ, AB = 4\text{km},$$

$$\therefore \angle ABE = 60^\circ, BE = 2\text{km},$$

$$\because \angle ABD = 105^\circ,$$

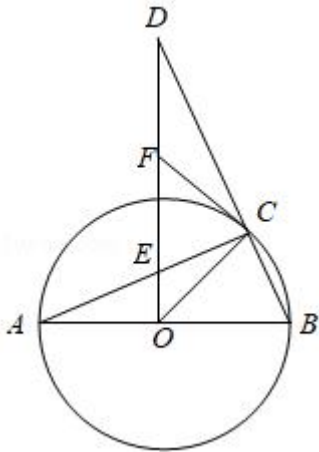
$$\begin{aligned}\therefore \angle EBD &= 45^\circ, \\ \therefore \angle EDB &= 45^\circ, \\ \therefore BE &= DE = 2\text{km}, \\ \therefore BD &= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}\text{km}, \\ \text{即 } BD \text{ 的长是 } &2\sqrt{2}\text{km}.\end{aligned}$$



【点评】本题考查解直角三角形的应用，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

23. (9分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点，过点 O 作 $OD \perp AB$ ，交 BC 的延长线于 D ，交 AC 于点 E ， F 是 DE 的中点，连接 CF ．

- (1) 求证： CF 是 $\odot O$ 的切线．
- (2) 若 $\angle A = 22.5^\circ$ ，求证： $AC = DC$ ．



【分析】(1) 根据圆周角定理得到 $\angle ACB = \angle ACD = 90^\circ$ ，根据直角三角形的性质得到 $CF = EF = DF$ ，求得 $\angle AEO = \angle FEC = \angle FCE$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle OCA = \angle OAC$ ，于是得到结论；

(2) 根据三角形的内角和得到 $\angle OAE = \angle CDE = 22.5^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle$

$CAD = \angle ADC = 45^\circ$ ，于是得到结论．

【解答】（1）证明： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = \angle ACD = 90^\circ,$$

$\because$ 点 F 是 ED 的中点，

$$\therefore CF = EF = DF,$$

$$\therefore \angle AEO = \angle FEC = \angle FCE,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OAC,$$

$$\because OD \perp AB,$$

$$\therefore \angle OAC + \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCA + \angle FCE = 90^\circ, \text{ 即 } OC \perp FC,$$

$\therefore CF$ 与 $\odot O$ 相切；

（2）解： $\because OD \perp AB, AC \perp BD$,

$$\therefore \angle AOE = \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because \angle AEO = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle CDE = 22.5^\circ,$$

$$\because AO = BO,$$

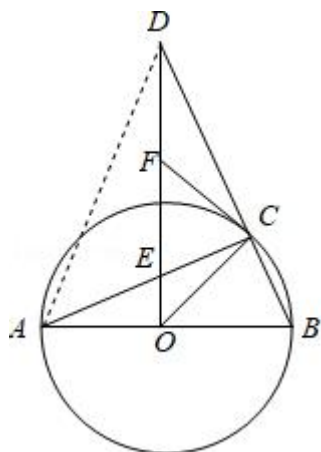
$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle BDO = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADC = 45^\circ,$$

$$\therefore AC = CD.$$

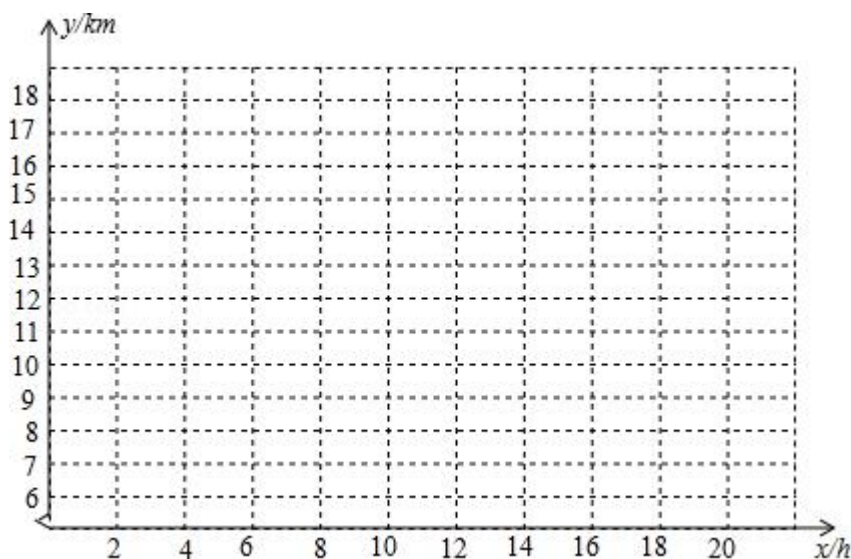


【点评】 本题考查了切线的判定，等腰三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质，直角三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

24. (9分) 汛期到来，山洪暴发. 下表记录了某水库 $20h$ 内水位的变化情况，其中 x 表示时间 (单位: h), y 表示水位高度 (单位: m), 当 $x=8(h)$ 时，达到警戒水位，开始开闸放水.

x/h	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y/m	14	15	16	17	18	14.4	12	10.3	9	8	7.2

- (1) 在给出的平面直角坐标系中，根据表格中的数据描出相应的点.
- (2) 请分别求出开闸放水前和放水后最符合表中数据的函数解析式.
- (3) 据估计，开闸放水后，水位的这种变化规律还会持续一段时间，预测何时水位达到 $6m$.



【分析】 根据描点的趋势，猜测函数类型，发现当 $0 < x < 8$ 时， y 与 x 可能是一次函数关系：当 $x > 8$ 时， y 与 x 就不是一次函数关系：通过观察数据发现 y 与 x 的关系最符合反比例函数.

【解答】 解：(1) 在平面直角坐标系中，根据表格中的数据描出相应的点，如图所示.

(2) 观察图象当 $0 < x < 8$ 时， y 与 x 可能是一次函数关系：设 $y=kx+b$ ，把 $(0, 14)$, $(8, 18)$ 代入得

$$\begin{cases} b=14 \\ 8k+b=18 \end{cases} \quad \text{解得：} k=\frac{1}{2}, b=14, y \text{ 与 } x \text{ 的关系式为：} y=\frac{1}{2}x+14, \text{ 经验证}$$

$(2, 15)$, $(4, 16)$, $(6, 17)$ 都满足 $y=\frac{1}{2}x+14$

因此放水前 y 与 x 的关系式为: $y = \frac{1}{2}x + 14$ ($0 < x < 8$)

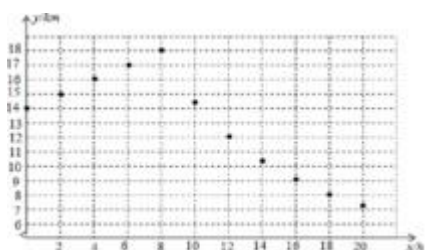
观察图象当 $x > 8$ 时, y 与 x 就不是一次函数关系: 通过观察数据发现: $8 \times 18 = 10 \times 10.4 = 12 \times 12 = 16 \times 9 = 18 \times 8 = 144$.

因此放水后 y 与 x 的关系最符合反比例函数, 关系式为: $y = \frac{144}{x}$. ($x > 8$)

所以开闸放水前和放水后最符合表中数据的函数解析式为: $y = \frac{1}{2}x + 14$ ($0 < x < 8$) 和 $y = \frac{144}{x}$. ($x > 8$)

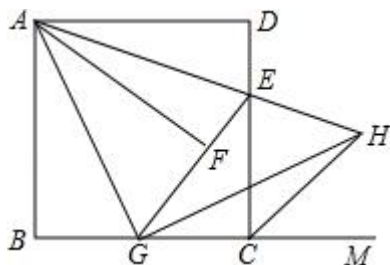
(3) 当 $y = 6$ 时, $6 = \frac{144}{x}$, 解得: $x = 24$,

因此预计 24h 水位达到 6m.



【点评】 根据图象猜测函数类型, 尝试求出, 再验证确切性; 也可根据自变量和函数的变化关系进行猜测, 关系式确定后, 可以求自变量函数的对应值.

25. (11 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 DC 边上一点, (与 D 、 C 不重合), 连接 AE , 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 所在的直线折叠得到 $\triangle AFE$, 延长 EF 交 BC 于 G , 连接 AG , 作 $GH \perp AG$, 与 AE 的延长线交于点 H , 连接 CH . 显然 AE 是 $\angle DAF$ 的平分线, EA 是 $\angle DEF$ 的平分线. 仔细观察, 请逐一找出图中其他的角平分线 (仅限于小于 180° 的角平分线), 并说明理由.



【分析】 过点 H 作 $HN \perp BM$ 于 N , 利用正方形的性质及轴对称的性质, 证明 $\triangle ABG \cong \triangle AFG$, 可推出 AG 是 $\angle BAF$ 的平分线, GA 是 $\angle BGF$ 的平分线; 证明 $\triangle ABG \cong \triangle GNH$, 推出 $HN = CN$, 得到 $\angle DCH = \angle NCH$, 推出 CH 是 $\angle DCN$ 的平分线; 再证 $\angle HGN = \angle EGH$, 可知 GH 是 $\angle EGM$ 的平分线.

【解答】解：过点 H 作 $HN \perp BM$ 于 N ，

则 $\angle HNC = 90^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AD = AB = BC$ ， $\angle D = \angle DAB = \angle B = \angle DCB = \angle DCM = 90^\circ$ ，

① $\because$ 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 所在的直线折叠得到 $\triangle AFE$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle AFE$ ，

$\therefore \angle D = \angle AFE = \angle AFG = 90^\circ$ ， $AD = AF$ ， $\angle DAE = \angle FAE$ ，

$\therefore AF = AB$ ，

又 $\because AG = AG$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle AFG$ (HL)，

$\therefore \angle BAG = \angle FAG$ ， $\angle AGB = \angle AGF$ ，

$\therefore AG$ 是 $\angle BAF$ 的平分线， GA 是 $\angle BGF$ 的平分线；

② 由①知， $\angle DAE = \angle FAE$ ， $\angle BAG = \angle FAG$ ，

又 $\because \angle BAD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle GAF + \angle EAF = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ ，

即 $\angle GAH = 45^\circ$ ，

$\because GH \perp AG$ ，

$\therefore \angle GHA = 90^\circ - \angle GAH = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AGH$ 为等腰直角三角形，

$\therefore AG = GH$ ，

$\because \angle AGB + \angle BAG = 90^\circ$ ， $\angle AGB + \angle HGN = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAG = \angle NGH$ ，

又 $\because \angle B = \angle HNG = 90^\circ$ ， $AG = GH$ ，

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle GNH$ (AAS)，

$\therefore BG = NH$ ， $AB = GN$ ，

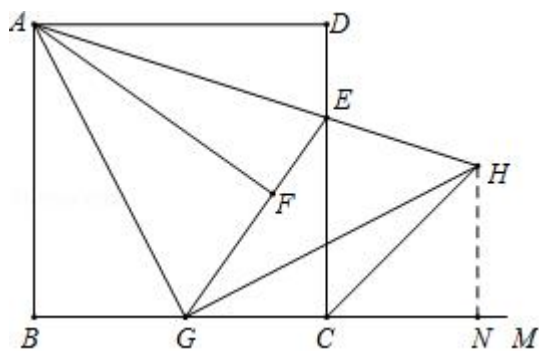
$\therefore BC = GN$ ，

$\because BC - CG = GN - CG$ ，

$\therefore BG = CN$,
 $\therefore CN = HN$,
 $\because \angle DCM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle NCH = \angle NHC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$,
 $\therefore \angle DCH = \angle DCM - \angle NCH = 45^\circ$,
 $\therefore \angle DCH = \angle NCH$,
 $\therefore CH$ 是 $\angle DCN$ 的平分线;

③ $\because \angle AGB + \angle HGN = 90^\circ$, $\angle AGF + \angle EGH = 90^\circ$,
 由①知, $\angle AGB = \angle AGF$,
 $\therefore \angle HGN = \angle EGH$,
 $\therefore GH$ 是 $\angle EGM$ 的平分线;

综上所述, AG 是 $\angle BAF$ 的平分线, GA 是 $\angle BGF$ 的平分线, CH 是 $\angle DCN$ 的平分线, GH 是 $\angle EGM$ 的平分线.



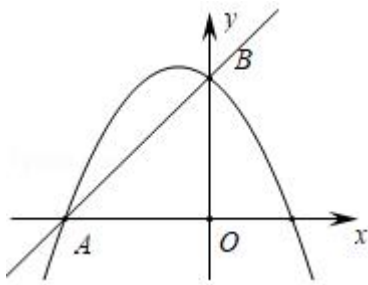
【点评】 本题考查了正方形的性质, 轴对称的性质, 全等三角形的判定与性质等, 解题关键是能够灵活运用轴对称的性质及全等的判定方法.

26. (13 分) 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 经过点 A 、 B .

(1) 求 a 、 b 满足的关系式及 c 的值.

(2) 当 $x < 0$ 时, 若 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的函数值随 x 的增大而增大, 求 a 的取值范围.

(3) 如图, 当 $a = -1$ 时, 在抛物线上是否存在点 P , 使 $\triangle PAB$ 的面积为 1? 若存在, 请求出符合条件的所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) 求出点 A 、 B 的坐标，即可求解；

(2) 当 $x < 0$ 时，若 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的函数值随 x 的增大而增大，则函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a} \geq 0$ ，而 $b = 2a + 1$ ，即： $-\frac{2a+1}{2a} \geq 0$ ，即可求解；

(3) 过点 P 作直线 $l \parallel AB$ ，作 $PQ \parallel y$ 轴交 BA 于点 Q ，作 $PH \perp AB$ 于点 H ， $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times AB \times PH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times PQ \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$ ，则 $|y_P - y_Q| = 1$ ，即可求解。

【解答】解：(1) $y = x + 2$ ，令 $x = 0$ ，则 $y = 2$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = -2$ ，

故点 A 、 B 的坐标分别为 $(-2, 0)$ 、 $(0, 2)$ ，则 $c = 2$ ，

则函数表达式为： $y = ax^2 + bx + 2$ ，

将点 A 坐标代入上式并整理得： $b = 2a + 1$ ；

(2) 当 $x < 0$ 时，若 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的函数值随 x 的增大而增大，

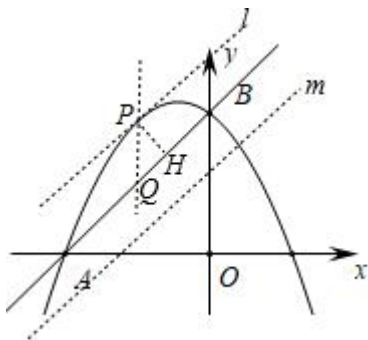
则函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a} \geq 0$ ，而 $b = 2a + 1$ ，

即： $-\frac{2a+1}{2a} \geq 0$ ，解得： $a \geq -\frac{1}{2}$ ，

故： a 的取值范围为： $-\frac{1}{2} \leq a < 0$ ；

(3) 当 $a = -1$ 时，二次函数表达式为： $y = -x^2 - x + 2$ ，

过点 P 作直线 $l \parallel AB$ ，作 $PQ \parallel y$ 轴交 BA 于点 Q ，作 $PH \perp AB$ 于点 H ，



$\because OA = OB$ ， $\therefore \angle BAO = \angle PQH = 45^\circ$ ，

$$S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times AB \times PH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times PQ \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,$$

则 $y_P - y_Q = 1$,

在直线 AB 下方作直线 m , 使直线 m 和 l 与直线 AB 等距离,

则直线 m 与抛物线两个交点坐标, 分别与点 AB 组成的三角形的面积也为 1,

故: $|y_P - y_Q| = 1$,

设点 $P(x, -x^2 - x + 2)$, 则点 $Q(x, x + 2)$,

即: $-x^2 - x + 2 - x - 2 = \pm 1$,

解得: $x = -1$ 或 $-1 \pm \sqrt{2}$,

故点 $P(-1, 2)$ 或 $(-1 + \sqrt{2}, 1)$ 或 $(-1 - \sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.