

2019 年山东省东营市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分。

1. (3 分) -2019 的相反数是 ()

A. -2019

B. 2019

C. $-\frac{1}{2019}$

D. $\frac{1}{2019}$

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

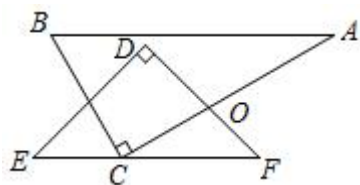
A. $3x^3 - 5x^3 = -2x$

B. $8x^3 \div 4x = 2x$

C. $\frac{xy}{xy-y^2} = \frac{x}{x-y}$

D. $\sqrt{3} + \sqrt{7} = \sqrt{10}$

3. (3 分) 将一副三角板 ($\angle A = 30^\circ$, $\angle E = 45^\circ$) 按如图所示方式摆放, 使得 $BA \parallel EF$, 则 $\angle AOF$ 等于 ()



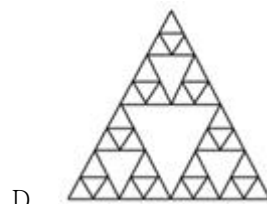
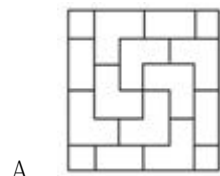
A. 75°

B. 90°

C. 105°

D. 115°

4. (3 分) 下列图形中, 是轴对称图形的是 ()



5. (3 分) 篮球联赛中, 每场比赛都要分出胜负, 每队胜 1 场得 2 分, 负 1 场得 1 分, 某队在 10 场比赛中
得到 16 分. 若设该队胜的场数为 x , 负的场数为 y , 则可列方程组为 ()

A. $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+y=16 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x-y=16 \end{cases}$

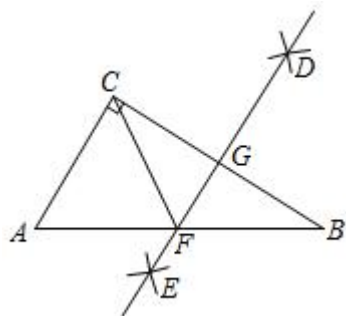
C. $\begin{cases} x+y=10 \\ x-2y=16 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+y=10 \\ x+2y=16 \end{cases}$

6. (3 分) 从 1, 2, 3, 4 中任取两个不同的数, 分别记为 a 和 b , 则 $a^2 + b^2 > 19$ 的概率是 ()

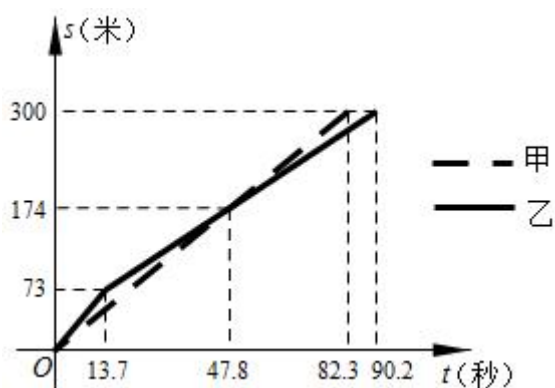
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{1}{3}$

7. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 分别以点 B 和点 C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 D 、 E 两点, 作直线 DE 交 AB 于点 F , 交 BC 于点 G , 连结 CF . 若 $AC=3$, $CG=2$, 则 CF 的长为 ()

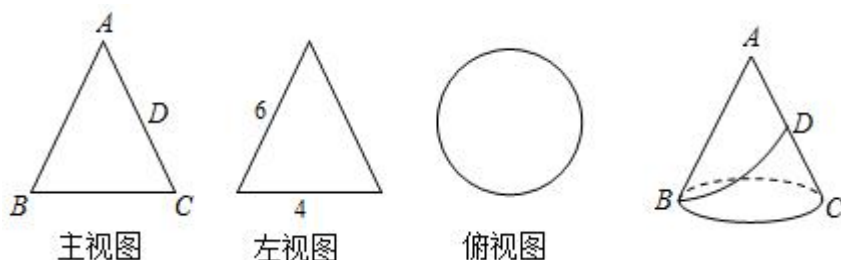


- A. $\frac{5}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{7}{2}$

8. (3分) 甲、乙两队参加了“端午情, 龙舟韵”赛龙舟比赛, 两队在比赛时的路程 s (米) 与时间 t (秒) 之间的函数图象如图所示, 请你根据图象判断, 下列说法正确的是 ()



- A. 乙队率先到达终点
B. 甲队比乙队多走了 126 米
C. 在 47.8 秒时, 两队所走路程相等
D. 从出发到 13.7 秒的时间段内, 乙队的速度慢
9. (3分) 如图所示是一个几何体的三视图, 如果一只蚂蚁从这个几何体的点 B 出发, 沿表面爬到 AC 的中点 D 处, 则最短路线长为 ()



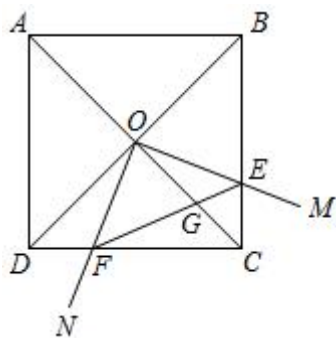
A. $3\sqrt{2}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. 3

D. $3\sqrt{3}$

10. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 O 是对角线 AC 、 BD 的交点, 过点 O 作射线 OM 、 ON 分别交 BC 、 CD 于点 E 、 F , 且 $\angle EOF = 90^\circ$, OC 、 EF 交于点 G . 给出下列结论: ① $\triangle COE \cong \triangle DOF$; ② $\triangle OGE \sim \triangle FGC$; ③ 四边形 $CEOF$ 的面积为正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$; ④ $DF^2 + BE^2 = OG \cdot OC$. 其中正确的是 ()



A. ①②③④

B. ①②③

C. ①②④

D. ③④

二、填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 3 分, 共 28 分. 只要求填写最后结果.

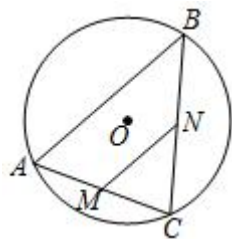
11. (3分) 2019 年 1 月 12 日, “五指山” 舰正式入列服役, 是我国第六艘 071 型综合登陆舰艇, 满载排水量超过 20000 吨, 20000 用科学记数法表示为_____.
12. (3分) 因式分解: $x(x-3) - x+3 =$ _____.
13. (3分) 东营市某中学为积极响应 “书香东营, 全民阅读” 活动, 助力学生良好阅读习惯的养成, 形成浓厚的阅读氛围, 随机调查了部分学生平均每天的阅读时间, 统计结果如表所示, 则在本次调查中, 学生阅读时间的中位数是_____.

时间 (小时)	0.5	1	1.5	2	2.5
人数 (人)	12	22	10	5	3

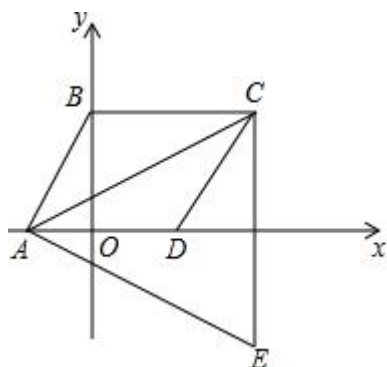
14. (3分) 已知等腰三角形的底角是 30° , 腰长为 $2\sqrt{3}$, 则它的周长是_____.

15. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2) > 4 \\ \frac{2x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2} \end{cases}$ 的解集为_____.

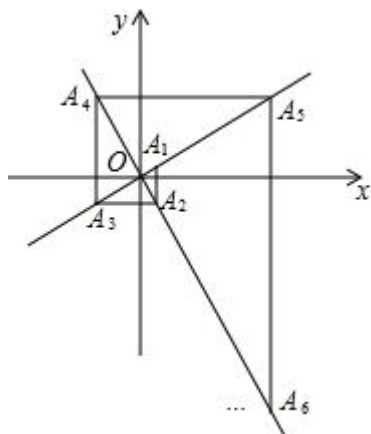
16. (4分) 如图, AC 是 $\odot O$ 的弦, $AC=5$, 点 B 是 $\odot O$ 上的一个动点, 且 $\angle ABC = 45^\circ$, 若点 M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中点, 则 MN 的最大值是_____.



17. (4分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ACE$ 是以菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 为边的等边三角形, $AC=2$, 点 C 与点 E 关于 x 轴对称, 则点 D 的坐标是_____.



18. (4分) 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 和 $y = -\sqrt{3}x$ 的图象分别为直线 l_1 , l_2 , 过 l_1 上的点 $A_1(1, \frac{\sqrt{3}}{3})$ 作 x 轴的垂线交 l_2 于点 A_2 , 过点 A_2 作 y 轴的垂线交 l_1 于点 A_3 , 过点 A_3 作 x 轴的垂线交 l_2 于点 A_4 , $\dots$ 依次进行下去, 则点 A_{2019} 的横坐标为_____.



三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8分) (1) 计算: $(\frac{1}{2019})^{-1} + (3.14 - \pi)^0 + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sin 45^\circ - \sqrt{12}$;

- (2) 化简求值: $(\frac{a}{a-b} - \frac{b^2}{a^2-ab}) \div \frac{a^2+2ab+b^2}{a}$, 当 $a = -1$ 时, 请你选择一个适当的数作为 b 的值,

代入求值.

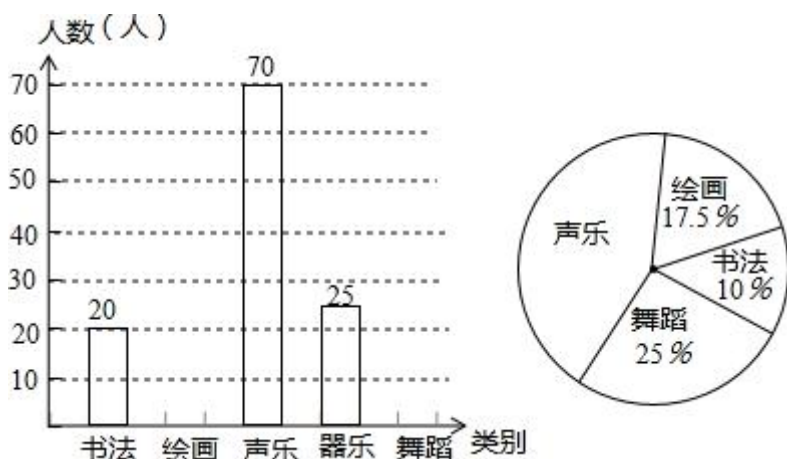
20. (8分) 为庆祝建国 70 周年, 东营市某中学决定举办校园艺术节. 学生从“书法”、“绘画”、“声乐”、“器乐”、“舞蹈”五个类别中选择一类报名参加. 为了了解报名情况, 组委会在全校随机抽取了若干名学生进行问卷调查, 现将报名情况绘制成如图所示的不完整的统计图. 请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题:

(1) 在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?

(2) 补全条形统计图;

(3) 在扇形统计图中, 求“声乐”类对应扇形圆心角的度数;

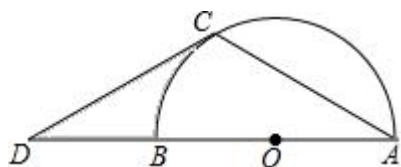
(4) 小东和小颖报名参加“器乐”类比赛，现从小提琴、单簧管、钢琴、电子琴四种乐器中随机选择一种乐器，用列表法或画树状图法求出他们选中同一种乐器的概率.



21. (8分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是 AB 延长线上的一点, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $AC = CD$, $\angle ACD = 120^\circ$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

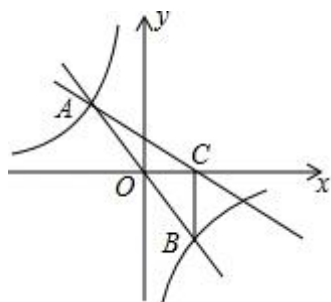
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, 求图中阴影部分的面积.



22. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 相交于 $A(-2, a)$ 、 B 两点, $BC \perp x$ 轴, 垂足为 C , $\triangle AOC$ 的面积是 2.

(1) 求 m 、 n 的值;

(2) 求直线 AC 的解析式.



23. (8分) 为加快新旧动能转换, 提高公司经济效益, 某公司决定对近期研发出的一种电子产品进行降价促销, 使生产的电子产品能够及时售出, 根据市场调查: 这种电子产品销售单价定为 200 元时, 每天可售出 300 个; 若销售单价每降低 1 元, 每天可多售出 5 个. 已知每个电子产品的固定成本为 100 元, 问这种电子产品降价后的销售单价为多少元时, 公司每天可获利 32000 元?

24. (10分) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2$, 点 D 、 E 分别是边 BC 、 AC 的中点,

连接 DE . 将 $\triangle CDE$ 绕点 C 逆时针方向旋转, 记旋转角为 α .

(1) 问题发现

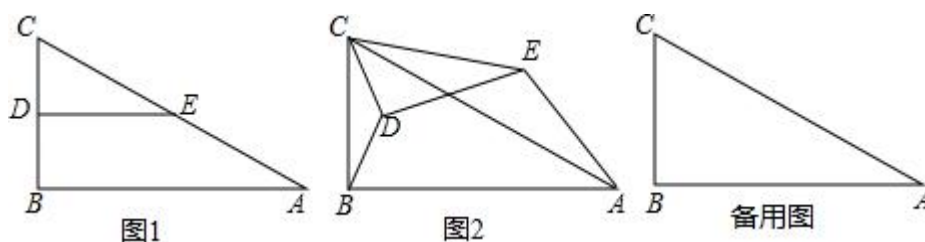
①当 $\alpha = 0^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$; ②当 $\alpha = 180^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 拓展探究

试判断: 当 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD}$ 的大小有无变化? 请仅就图 2 的情形给出证明.

(3) 问题解决

$\triangle CDE$ 绕点 C 逆时针旋转至 A 、 B 、 E 三点在同一条直线上时, 求线段 BD 的长.

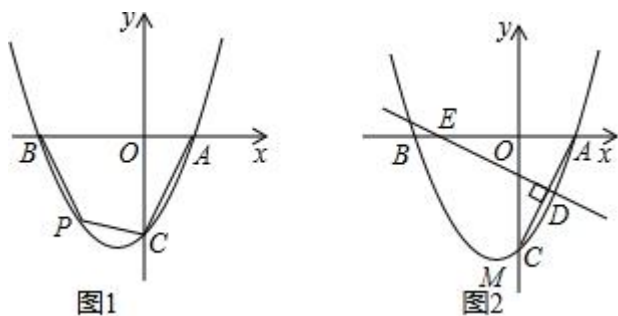


25. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 经过点 $A(2, 0)$ 、 $B(-4, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 点 P 是第三象限内抛物线上的一个动点, 当四边形 $ABPC$ 的面积最大时, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 线段 AC 的垂直平分线交 x 轴于点 E , 垂足为 D , M 为抛物线的顶点, 在直线 DE 上是否存在一点 G , 使 $\triangle CMG$ 的周长最小? 若存在, 求出点 G 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年山东省东营市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分。

1. 【解答】解：-2019 的相反数是：2019.

故选：B.

2. 【解答】解：A、 $3x^3 - 5x^3 = -2x^3$ ，故此选项错误；

B、 $8x^3 \div 4x = 2x^2$ ，故此选项错误；

C、 $\frac{xy}{xy-y^2} = \frac{x}{x-y}$ ，正确；

D、 $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ 无法计算，故此选项错误.

故选：C.

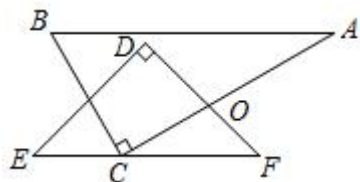
3. 【解答】解： $\because BA \parallel EF$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle FCA = \angle A = 30^\circ$.

$\therefore \angle F = \angle E = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AOF = \angle FCA + \angle F = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$.

故选：A.



4. 【解答】解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、不是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，故本选项正确.

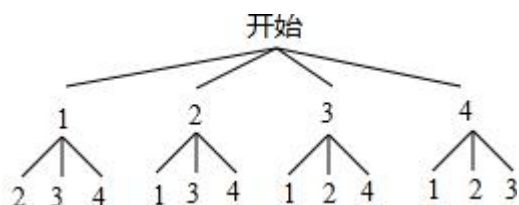
故选：D.

5. 【解答】解：设这个队胜 x 场，负 y 场，

根据题意，得
$$\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+y=16 \end{cases}$$

故选：A.

6. 【解答】解：画树状图得：



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，任取两个不同的数， $a^2+b^2 > 19$ 的有 4 种结果，

$\therefore a^2+b^2 > 19$ 的概率是 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ，

故选：D.

7. 【解答】解：由作法得 GF 垂直平分 BC ，

$\therefore FB = FC$ ， $CG = BG = 2$ ， $FG \perp BC$ ，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore FG \parallel AC$ ，

$\therefore BF = CF$ ，

$\therefore CF$ 为斜边 AB 上的中线，

$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\therefore CF = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}$ 。

故选：A.

8. 【解答】解：A、由函数图象可知，甲走完全程需要 82.3 秒，乙走完全程需要 90.2 秒，甲队率先到达终点，本选项错误；

B、由函数图象可知，甲、乙两队都走了 300 米，路程相同，本选项错误；

C、由函数图象可知，在 47.8 秒时，两队所走路程相等，均无 174 米，本选项正确；

D、由函数图象可知，从出发到 13.7 秒的时间段内，甲队的速度慢，本选项错误；

故选：C.

9. 【解答】解：如图将圆锥侧面展开，得到扇形 ABB' ，则线段 BF 为所求的最短路程。

设 $\angle BAB' = n^\circ$ 。

$\therefore \frac{n\pi \cdot 6}{180} = 4\pi$ ，

$\therefore n = 120$ 即 $\angle BAB' = 120^\circ$ 。

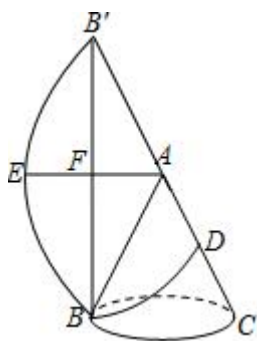
$\therefore E$ 为弧 BB' 中点，

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$ ， $\angle BAF = 60^\circ$ ，

$\therefore BF = AB \cdot \sin \angle BAF = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 最短路线长为 $3\sqrt{3}$ 。

故选: D .



10. 【解答】解: ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore OC = OD, AC \perp BD, \angle ODF = \angle OCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COM = \angle DOF,$$

$$\therefore \triangle COE \cong \triangle DOF \text{ (ASA)},$$

故①正确;

$$\textcircled{2} \because \angle EOF = \angle ECF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 O 、 E 、 C 、 F 四点共圆,

$$\therefore \angle EOG = \angle CFG, \angle OEG = \angle FCG,$$

$$\therefore \triangle OEG \sim \triangle FGC,$$

故②正确;

$$\textcircled{3} \because \triangle COE \cong \triangle DOF,$$

$$\therefore S_{\triangle COE} = S_{\triangle DOF},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}CEOF} = S_{\triangle OCD} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形}ABCD},$$

故③正确;

$$\textcircled{4}) \because \triangle COE \cong \triangle DOF,$$

$$\therefore OE = OF, \text{ 又 } \because \angle EOF = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle EOF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle OEG = \angle OCE = 45^\circ,$$

$$\because \angle EOG = \angle COE,$$

$$\therefore \triangle OEG \sim \triangle OCE,$$

$$\therefore OE:OC = OG:OE,$$

$$\therefore OG \cdot OC = OE^2,$$

$$\because OC = \frac{1}{2}AC, \quad OE = \frac{\sqrt{2}}{2}EF,$$

$$\therefore OG \cdot AC = EF^2,$$

$$\because CE = DF, \quad BC = CD,$$

$$\therefore BE = CF,$$

$$\text{又} \because \text{Rt} \triangle CEF \text{ 中, } CF^2 + CE^2 = EF^2,$$

$$\therefore BE^2 + DF^2 = EF^2,$$

$$\therefore OG \cdot AC = BE^2 + DF^2,$$

故④错误,

故选: B.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 3 分, 共 28 分. 只要求填写最后结果.

11. 【解答】解: 20000 用科学记数法表示为 2×10^4 .

故答案是: 2×10^4 .

12. 【解答】解: 原式 $= x(x-3) - (x-3) = (x-1)(x-3)$,

故答案为: $(x-1)(x-3)$

13. 【解答】解: 由统计表可知共有: $12+22+10+5+3=52$ 人, 中位数应为第 26 与第 27 个的平均数,

而第 26 个数和第 27 个数都是 1, 则中位数是 1.

故答案为: 1.

14. 【解答】解: 作 $AD \perp BC$ 于 D ,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BD = DC,$$

在 $\text{Rt} \triangle ABD$ 中, $\angle B = 30^\circ$,

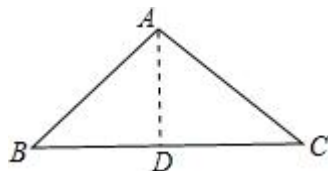
$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3},$$

由勾股定理得, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 3,$

$$\therefore BC = 2BD = 6,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为: } 6 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6 + 4\sqrt{3},$$

故答案为: $6 + 4\sqrt{3}$.



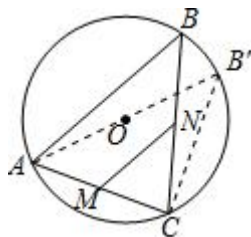
15. 【解答】解：解不等式 $x - 3(x - 2) > 4$ ，得： $x < 1$ ，

解不等式 $\frac{2x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}$ ，得： $x \geq -7$ ，

则不等式组的解集为 $-7 \leq x < 1$ ，

故答案为： $-7 \leq x < 1$ 。

16. 【解答】解： $\because$ 点 M ， N 分别是 BC ， AC 的中点，



$$\therefore MN = \frac{1}{2}AB,$$

$\therefore$ 当 AB 取得最大值时， MN 就取得最大值，当 AB 是直径时， AB 最大，

连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 B' ，连接 CB' ，

$\because AB'$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB' = 90^\circ.$$

$$\because \angle ABC = 45^\circ, AC = 5,$$

$$\therefore \angle AB'C = 45^\circ,$$

$$\therefore AB' = \frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore MN_{\text{最大}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

17. 【解答】解：如图，

$\because \triangle ACE$ 是以菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 为边的等边三角形， $AC = 2$ ，

$$\therefore CH = 1,$$

$$\therefore AH = \sqrt{3},$$

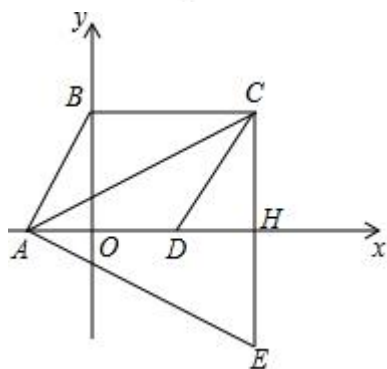
$$\because \angle ABO = \angle DCH = 30^\circ,$$

$$\therefore DH = AO = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OD = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标是 } \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right).$$

故答案为: $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$.



18. 【解答】解: 由题意可得,

$$A_1 (1, \frac{\sqrt{3}}{3}), A_2 (1, -\sqrt{3}), A_3 (-3, -\sqrt{3}), A_4 (-3, 3\sqrt{3}), A_5 (9, 3\sqrt{3}), A_6 (9, -9\sqrt{3}), \dots,$$

可得 A_{2n+1} 的横坐标为 $(-3)^n$

$$\because 2019 = 2 \times 1009 + 1,$$

$$\therefore \text{点 } A_{2019} \text{ 的横坐标为: } (-3)^{1009} = -3^{1009},$$

故答案为: -3^{1009} .

三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 【解答】解: (1) 原式 $= 2019 + 1 + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{3}$

$$= 2020 + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$= 2020;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{a^2 - b^2}{a(a-b)} \cdot \frac{a}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)}{a(a-b)} \cdot \frac{a}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{1}{a+b},$$

当 $a = -1$ 时, 取 $b = 2$,

$$\text{原式} = \frac{1}{-1+2} = 1.$$

20. 【解答】解: (1) $\because$ 被抽到的学生中, 报名“书法”类的人数有 20 人,

占整个被抽取到学生总数的 10%,

$$\therefore \text{在这次调查中, 一共抽取了学生为: } 20 \div 10\% = 200 \text{ (人);}$$

$$(2) \text{ 被抽到的学生中, 报名“绘画”类的人数为: } 200 \times 17.5\% = 35 \text{ (人),}$$

$$\text{报名“舞蹈”类的人数为: } 200 \times 25\% = 50 \text{ (人);}$$

补全条形统计图如下:

(3) 被抽到的学生中, 报名“声乐”类的人数为 70 人,

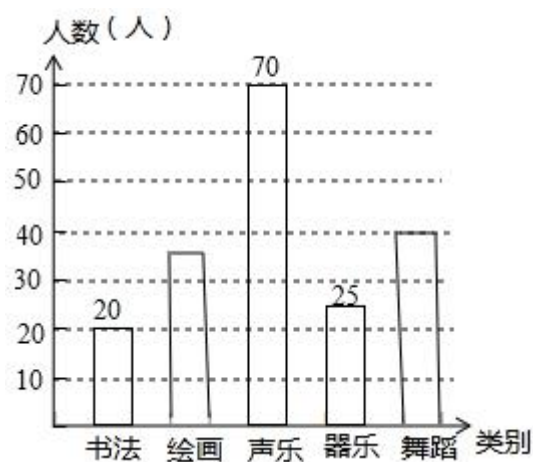
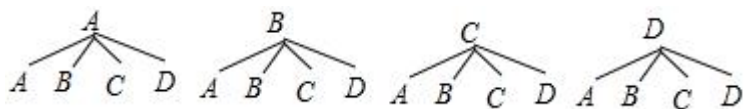
$\therefore$ 扇形统计图中, “声乐”类对应扇形圆心角的度数为: $\frac{70}{200} \times 360^\circ = 126^\circ$;

(4) 设小提琴、单簧管、钢琴、电子琴四种乐器分别为 A 、 B 、 C 、 D ,

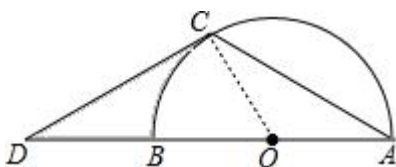
画树状图如图所示:

共有 16 个等可能的结果, 小东和小颖选中同一种乐器的结果有 4 个,

$\therefore$ 小东和小颖选中同一种乐器的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.



21. 【解答】(1) 证明: 连接 OC .



$\because AC = CD$, $\angle ACD = 120^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle D = 30^\circ$.

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle ACO = \angle A = 30^\circ$.

$\therefore \angle OCD = \angle ACD - \angle ACO = 90^\circ$. 即 $OC \perp CD$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle COB = 2\angle A = 60^\circ$.

$\therefore S_{\text{扇形} BOC} = \frac{60\pi \cdot 3^2}{360} = \frac{3\pi}{2}$,

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, $CD = OC \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} OC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} - S_{\text{扇形BOC}} = \frac{9\sqrt{3} - 3\pi}{2},$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积为} \frac{9\sqrt{3} - 3\pi}{2}.$$

22. 【解答】解：(1) $\because$ 直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 相交于 $A(-2, a)$ 、 B 两点，

$\therefore$ 点 A 与点 B 关于原点中心对称，

$$\therefore B(2, -a),$$

$$\therefore C(2, 0);$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times a = 2, \text{ 解得 } a = 2,$$

$$\therefore A(-2, 2),$$

把 $A(-2, 2)$ 代入 $y = mx$ 和 $y = \frac{n}{x}$ 得 $-2m = 2$, $2 = \frac{n}{-2}$, 解得 $m = -1$, $n = -4$;

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$,

$\because$ 直线 AC 经过 A 、 C ,

$$\therefore \begin{cases} -2k + b = 2 \\ 2k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 1.$$

23. 【解答】解：设降价后的销售单价为 x 元，则降价后每天可售出 $[300 + 5(200 - x)]$ 个，

依题意，得： $(x - 100)[300 + 5(200 - x)] = 32000$,

整理，得： $x^2 - 360x + 32400 = 0$,

解得： $x_1 = x_2 = 180$.

$180 < 200$ ，符合题意.

答：这种电子产品降价后的销售单价为 180 元时，公司每天可获利 32000 元.

24. 【解答】解：(1) ①当 $\alpha = 0^\circ$ 时，

$\because$ $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$\because$ 点 D 、 E 分别是边 BC 、 AC 的中点，

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = \sqrt{5}, \quad BD = \frac{1}{2}BC = 1,$$

$$\therefore \frac{AE}{BD} = \sqrt{5}.$$

②如图 1-1 中,

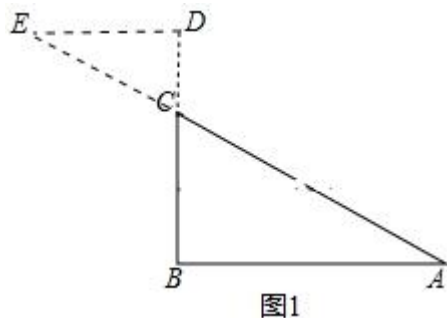


图1

当 $\alpha = 180^\circ$ 时,

可得 $AB \parallel DE$,

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{BD},$$

$$\therefore \frac{AE}{BD} = \frac{AC}{BC} = \sqrt{5}.$$

故答案为: ① $\sqrt{5}$, ② $\sqrt{5}$.

(2) 如图 2,

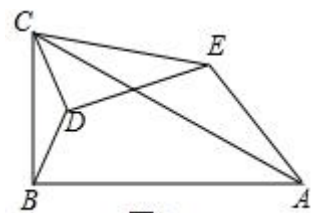


图2

当 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD}$ 的大小没有变化,

$$\therefore \angle ECD = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ECA = \angle DCB,$$

$$\text{又} \therefore \frac{EC}{DC} = \frac{AC}{BC} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \triangle ECA \sim \triangle DCB,$$

$$\therefore \frac{AE}{BD} = \frac{EC}{DC} = \sqrt{5}.$$

(3) ①如图 3-1 中, 当点 E 在 AB 的延长线上时,

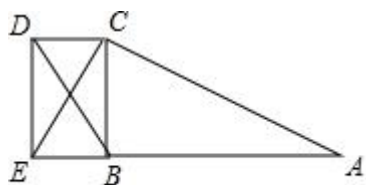


图3-1

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $CE = \sqrt{5}$, $BC = 2$,

$$\therefore BE = \sqrt{EC^2 - BC^2} = \sqrt{5 - 4} = 1,$$

$$\therefore AE = AB + BE = 5,$$

$$\therefore \frac{AE}{BD} = \sqrt{5},$$

$$\therefore BD = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

②如图 3-2 中, 当点 E 在线段 AB 上时,

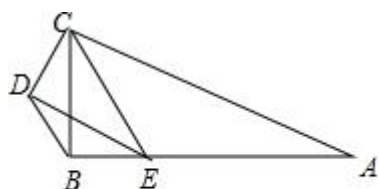


图3-2

易知 $BE = 1$, $AE = 4 - 1 = 3$,

$$\therefore \frac{AE}{BD} = \sqrt{5},$$

$$\therefore BD = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

综上所述, 满足条件的 BD 的长为 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

25. 【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 经过点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 4a + 2b - 4 = 0 \\ 16a - 4b - 4 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 4;$$

(2) 如图 1, 连接 OP , 设点 $P(x, -\frac{1}{2}x^2 + x - 4)$, 其中 $-4 < x < 0$, 四边形 $ABPC$ 的面积为 S , 由题意得 $C(0, -4)$,

$$\therefore S = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle OCP} + S_{\triangle OBP}$$

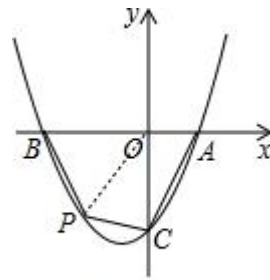


图1

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times (-x) + \frac{1}{2} \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}x^2 - x + 4\right),$$

$$= 4 - 2x - x^2 - 2x + 8,$$

$$= -x^2 - 4x + 12,$$

$$= -(x+2)^2 + 16.$$

$\therefore -1 < 0$, 开口向下, S 有最大值,

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, 四边形 $ABPC$ 的面积最大,

此时, $y = -4$, 即 $P(-2, -4)$.

因此当四边形 $ABPC$ 的面积最大时, 点 P 的坐标为 $(-2, -4)$.

$$(3) \quad y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{9}{2},$$

$\therefore$ 顶点 $M(-1, -\frac{9}{2})$.

如图 2, 连接 AM 交直线 DE 于点 G , 此时, $\triangle CMG$ 的周长最小.

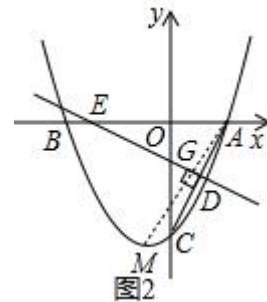


图2

设直线 AM 的解析式为 $y = kx + b$, 且过点 $A(2, 0)$, $M(-1, -\frac{9}{2})$,

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ -k + b = -\frac{9}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AM 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 3$.

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

$\therefore D$ 为 AC 的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = \sqrt{5},$$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle AOC$,

$$\therefore \frac{AD}{AO} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{AE}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore AE = 5,$$

$$\therefore OE = AE - AO = 5 - 2 = 3,$$

$$\therefore E(-3, 0),$$

由图可知 $D(1, -2)$

设直线 DE 的函数解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore \begin{cases} m + n = -2 \\ -3m + n = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } DE \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2}x - 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = -\frac{15}{8} \end{cases},$$

$$\therefore G\left(\frac{3}{4}, -\frac{15}{8}\right).$$