

2018 年山东省潍坊市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分）

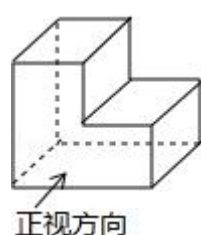
1. (3 分) (2018•潍坊) $|1 - \sqrt{2}| =$ ()

A. $1 - \sqrt{2}$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $1 + \sqrt{2}$ D. $-1 - \sqrt{2}$

2. (3 分) (2018•潍坊) 生物学家发现了某种花粉的直径约为 0.0000036 毫米，数据 0.0000036 用科学记数法表示正确的是 ()

A. 3.6×10^{-5} B. 0.36×10^{-5} C. 3.6×10^{-6} D. 0.36×10^{-6}

3. (3 分) (2018•潍坊) 如图所示的几何体的左视图是 ()

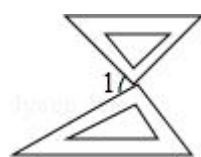


A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2018•潍坊) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^3 \div a = a^3$ C. $a - (b - a) = 2a - b$ D. $(-\frac{1}{2}a)^3 = -\frac{1}{6}a^3$

5. (3 分) (2018•潍坊) 把一副三角板放在同一水平桌面上，摆放成如图所示的形状，使两个直角顶点重合，两条斜边平行，则 $\angle 1$ 的度数是 ()



A. 45° B. 60° C. 75° D. 82.5°

6. (3分) (2018•潍坊) 如图, 木工师傅在板材边角处作直角时, 往往使用“三弧法”, 其作法是:

- (1) 作线段 AB , 分别以 A , B 为圆心, 以 AB 长为半径作弧, 两弧的交点为 C ;
- (2) 以 C 为圆心, 仍以 AB 长为半径作弧交 AC 的延长线于点 D ;
- (3) 连接 BD , BC .

下列说法不正确的是 ()



A. $\angle CBD = 30^\circ$ B. $S_{\triangle BDC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2$

C. 点 C 是 $\triangle ABD$ 的外心 D. $\sin^2 A + \cos^2 D = 1$

7. (3分) (2018•潍坊) 某篮球队 10 名队员的年龄结构如表, 已知该队队员年龄的中位数为 21.5, 则众数与方差分别为 ()

年龄	19	20	21	22	24	26
人数	1	1	x	y	2	1

A. 22, 3 B. 22, 4 C. 21, 3 D. 21, 4

8. (3分) (2018•潍坊) 在平面直角坐标系中, 点 $P(m, n)$ 是线段 AB 上一点, 以原点 O 为位似中心把 $\triangle AOB$ 放大到原来的两倍, 则点 P 的对应点的坐标为 ()

A. $(2m, 2n)$ B. $(2m, 2n)$ 或 $(-2m, -2n)$

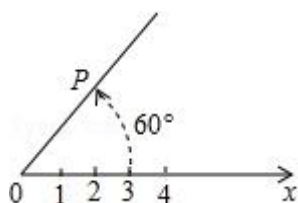
C. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ D. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ 或 $(-\frac{1}{2}m, -\frac{1}{2}n)$

9. (3分) (2018•潍坊) 已知二次函数 $y = -(x-h)^2$ (h 为常数), 当自变量 x

的值满足 $2 \leq x \leq 5$ 时，与其对应的函数值 y 的最大值为 -1 ，则 h 的值为 ()

- A. 3 或 6 B. 1 或 6 C. 1 或 3 D. 4 或 6

10. (3 分) (2018•潍坊) 在平面内由极点、极轴和极径组成的坐标系叫做极坐标系. 如图, 在平面上取定一点 O 称为极点; 从点 O 出发引一条射线 Ox 称为极轴; 线段 OP 的长度称为极径. 点 P 的极坐标就可以用线段 OP 的长度以及从 Ox 转动到 OP 的角度 (规定逆时针方向转动角度为正) 来确定, 即 $P(3, 60^\circ)$ 或 $P(3, -300^\circ)$ 或 $P(3, 420^\circ)$ 等, 则点 P 关于点 O 成中心对称的点 Q 的极坐标表示不正确的是 ()

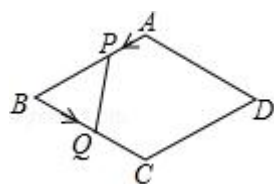


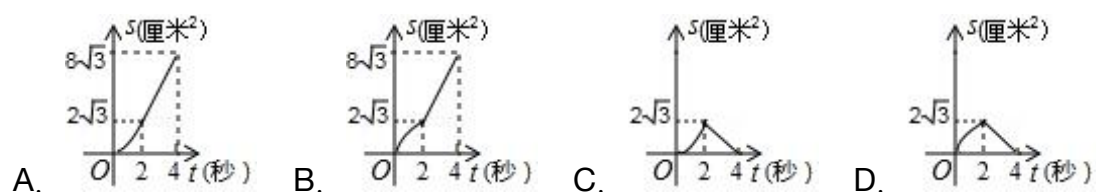
- A. $Q(3, 240^\circ)$ B. $Q(3, -120^\circ)$ C. $Q(3, 600^\circ)$ D. $Q(3, -500^\circ)$

11. (3 分) (2018•潍坊) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + \frac{m}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 . 若 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4m$, 则 m 的值是 ()

- A. 2 B. -1 C. 2 或 -1 D. 不存在

12. (3 分) (2018•潍坊) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长是 4 厘米, $\angle B = 60^\circ$, 动点 P 以 1 厘米/秒的速度自 A 点出发沿 AB 方向运动至 B 点停止, 动点 Q 以 2 厘米/秒的速度自 B 点出发沿折线 BCD 运动至 D 点停止. 若点 P, Q 同时出发运动了 t 秒, 记 $\triangle BPQ$ 的面积为 S 厘米², 下面图象中能表示 S 与 t 之间的函数关系的是 ()



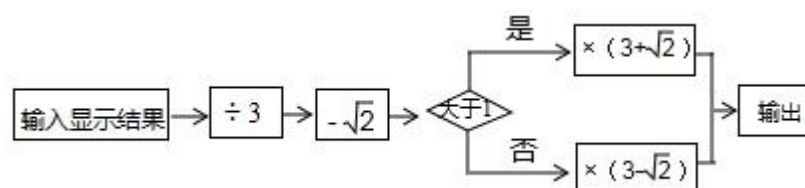


二、填空题（本大题共 6 小题，共 18 分，只要求填写最后结果，每小题填对得 3 分）

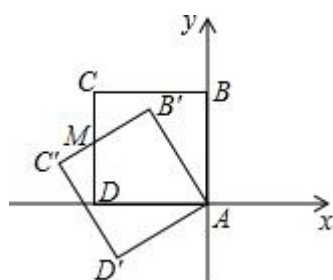
13. (3 分) (2018•潍坊) 因式分解: $(x+2)x - x - 2 =$ _____.

14. (3 分) (2018•潍坊) 当 $m =$ _____时, 解分式方程 $\frac{x-5}{x-3} = \frac{m}{3-x}$ 会出现增根.

15. (3 分) (2018•潍坊) 用教材中的计算器进行计算, 开机后依次按下 $3 \ x^2 =$, 把显示结果输入如图的程序中, 则输出的结果是_____.

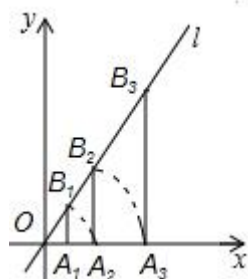


16. (3 分) (2018•潍坊) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 A 与原点重合, 点 B 在 y 轴的正半轴上, 点 D 在 x 轴的负半轴上, 将正方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 至正方形 $AB'C'D'$ 的位置, $B'C'$ 与 CD 相交于点 M , 则点 M 的坐标为_____.

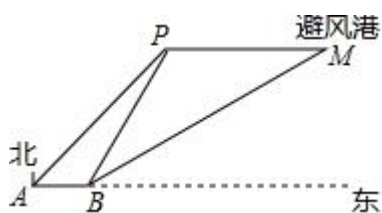


17. (3 分) (2018•潍坊) 如图, 点 A_1 的坐标为 $(2, 0)$, 过点 A_1 作 x 轴的垂线交直线 $l: y = \sqrt{3}x$ 于点 B_1 , 以原点 O 为圆心, OB_1 的长为半径画弧交 x 轴正半轴于点 A_2 ; 再过点 A_2 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 B_2 , 以原点 O 为圆心, 以 OB_2

的长为半径画弧交 x 轴正半轴于点 A_3 ; ... 按此作法进行下去, 则 $\overline{A_{2019}B_{2018}}$ 的长是_____.



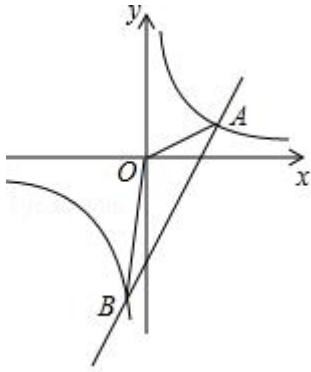
18. (3 分) (2018•潍坊) 如图, 一艘渔船正以 60 海里/小时的速度向正东方向航行, 在 A 处测得岛礁 P 在东北方向上, 继续航行 1.5 小时后到达 B 处, 此时测得岛礁 P 在北偏东 30° 方向, 同时测得岛礁 P 正东方向上的避风港 M 在北偏东 60° 方向. 为了在台风到来之前用最短时间到达 M 处, 渔船立刻加速以 75 海里/小时的速度继续航行_____小时即可到达. (结果保留根号)



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (7 分) (2018•潍坊) 如图, 直线 $y=3x-5$ 与反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象相交 A (2, m), B (n, -6) 两点, 连接 OA, OB.

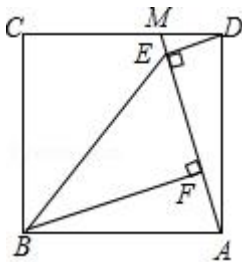
- (1) 求 k 和 n 的值;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



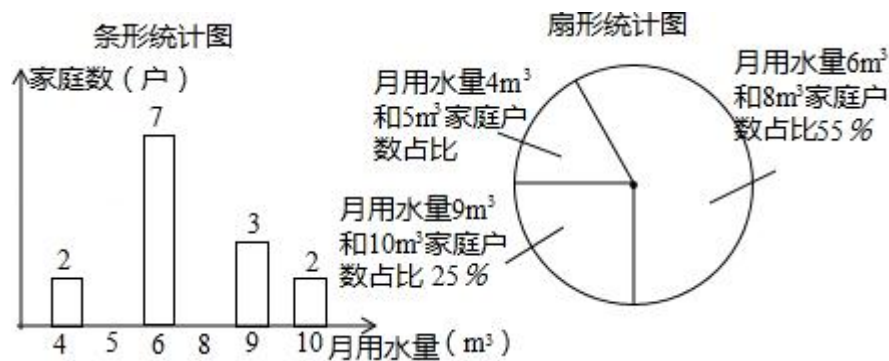
20. (8分) (2018•潍坊) 如图, 点 M 是正方形 $ABCD$ 边 CD 上一点, 连接 AM , 作 $DE \perp AM$ 于点 E , $BF \perp AM$ 于点 F , 连接 BE .

(1) 求证: $AE=BF$;

(2) 已知 $AF=2$, 四边形 $ABED$ 的面积为 24, 求 $\angle EBF$ 的正弦值.



21. (8分) (2018•潍坊) 为进一步提高全民“节约用水”意识, 某学校组织学生进行家庭月用水量情况调查活动, 小莹随机抽查了所住小区 n 户家庭的月用水量, 绘制了下面不完整的统计图.



(1) 求 n 并补全条形统计图;

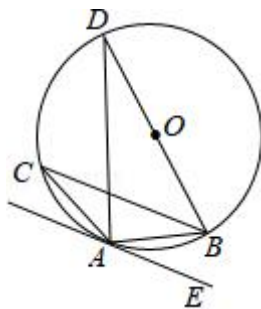
(2) 求这 n 户家庭的月平均用水量; 并估计小莹所住小区 420 户家庭中月用水量低于月平均用水量的家庭户数;

(3) 从月用水量为 5m^3 和 9m^3 的家庭中任选两户进行用水情况问卷调查, 求选出的两户中月用水量为 5m^3 和 9m^3 恰好各有一户家庭的概率.

22. (8 分) (2018•潍坊) 如图, BD 为 $\triangle ABC$ 外接圆 $\odot O$ 的直径, 且 $\angle BAE = \angle C$.

(1) 求证: AE 与 $\odot O$ 相切于点 A ;

(2) 若 $AE \parallel BC$, $BC = 2\sqrt{7}$, $AC = 2\sqrt{2}$, 求 AD 的长.



23. (11 分) (2018•潍坊) 为落实“绿水青山就是金山银山”的发展理念, 某市政部门招标一工程队负责在山脚下修建一座水库的土方施工任务. 该工程队有 A, B 两种型号的挖掘机, 已知 3 台 A 型和 5 台 B 型挖掘机同时施工一小时挖土 165 立方米; 4 台 A 型和 7 台 B 型挖掘机同时施工一小时挖土 225 立方米. 每台 A 型挖掘机一小时的施工费用为 300 元, 每台 B 型挖掘机一小时的施工费用为 180 元.

(1) 分别求每台 A 型, B 型挖掘机一小时挖土多少立方米?

(2) 若不同数量的 A 型和 B 型挖掘机共 12 台同时施工 4 小时, 至少完成 1080 立方米的挖土量, 且总费用不超过 12960 元, 问施工时有哪几种调配方案, 并指出哪种调配方案的施工费用最低, 最低费用是多少元?

24. (12 分) (2018•潍坊) 如图 1, 在 $\square ABCD$ 中, $DH \perp AB$ 于点 H , CD 的垂直平分线交 CD 于点 E , 交 AB 于点 F , $AB = 6$, $DH = 4$, $BF : FA = 1 : 5$.

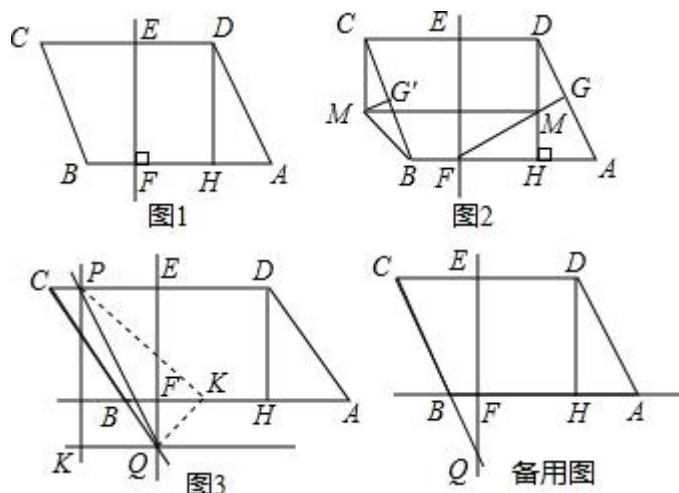
(1) 如图 2, 作 $FG \perp AD$ 于点 G , 交 DH 于点 M , 将 $\triangle DGM$ 沿 DC 方向平移,

得到 $\triangle CG'M'$ ，连接 $M'B$ 。

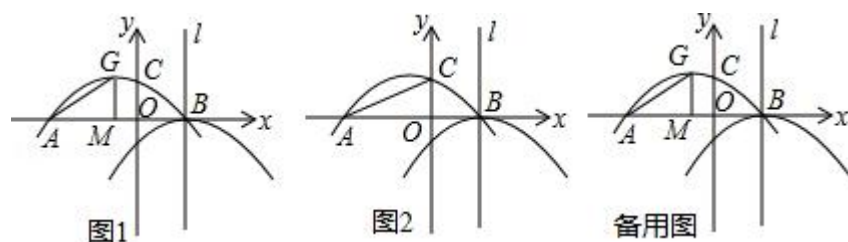
①求四边形 $BHMM'$ 的面积；

②直线 EF 上有一动点 N ，求 $\triangle DNM$ 周长的最小值。

(2) 如图 3，延长 CB 交 EF 于点 Q ，过点 Q 作 $QK \parallel AB$ ，过 CD 边上的动点 P 作 $PK \parallel EF$ ，并与 QK 交于点 K ，将 $\triangle PKQ$ 沿直线 PQ 翻折，使点 K 的对应点 K' 恰好落在直线 AB 上，求线段 CP 的长。



25. (12 分) (2018·潍坊) 如图 1，抛物线 $y_1 = ax^2 - \frac{1}{2}x + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 $B(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $C(0, \frac{3}{4})$ ，抛物线 y_1 的顶点为 G ， $GM \perp x$ 轴于点 M 。将抛物线 y_1 平移后得到顶点为 B 且对称轴为直线 l 的抛物线 y_2 。



(1) 求抛物线 y_2 的解析式；

(2) 如图 2，在直线 l 上是否存在点 T ，使 $\triangle TAC$ 是等腰三角形？若存在，请求出所有点 T 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 点 P 为抛物线 y_1 上一动点，过点 P 作 y 轴的平行线交抛物线 y_2 于点 Q ，

点 Q 关于直线 l 的对称点为 R , 若以 P, Q, R 为顶点的三角形与 $\triangle AMG$ 全等, 求直线 PR 的解析式.

2018 年山东省潍坊市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分）

1. (3 分) (2018•潍坊) $|1 - \sqrt{2}| =$ ()

A. $1 - \sqrt{2}$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $1 + \sqrt{2}$ D. $-1 - \sqrt{2}$

【分析】直接利用绝对值的性质化简得出答案.

【解答】解: $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了实数的性质, 正确掌握绝对值的性质是解题关键.

2. (3 分) (2018•潍坊) 生物学家发现了某种花粉的直径约为 0.0000036 毫米, 数据 0.0000036 用科学记数法表示正确的是 ()

A. 3.6×10^{-5} B. 0.36×10^{-5} C. 3.6×10^{-6} D. 0.36×10^{-6}

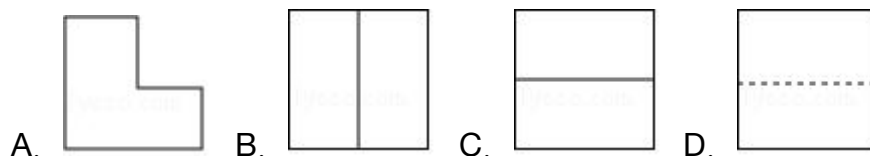
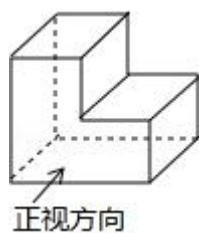
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: $0.0000036 = 3.6 \times 10^{-6}$;

故选: C.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3分) (2018•潍坊) 如图所示的几何体的左视图是 ()



【分析】根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：从左边看是两个等宽的矩形，矩形的公共边是虚线，
故选：D.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从左边看得到的图形是左视图，注意看不到而且是存在的线是虚线.

4. (3分) (2018•潍坊) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^3 \div a = a^3$ C. $a - (b - a) = 2a - b$ D. $(-\frac{1}{2}a)^3 = -\frac{1}{6}a^3$

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；同底数幂相除，底数不变指数相减；合并同类项法则，把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变；积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故 A 错误；

B、 $a^3 \div a = a^2$ ，故 B 错误；

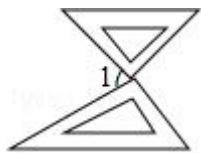
C、 $a - (b - a) = 2a - b$ ，故 C 正确；

D、 $(-\frac{1}{2}a)^3 = -\frac{1}{8}a^3$ ，故 D 错误.

故选：C.

【点评】本题考查合并同类项、积的乘方、同底数幂的乘除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

5. (3 分) (2018•潍坊) 把一副三角板放在同一水平桌面上，摆放成如图所示的形状，使两个直角顶点重合，两条斜边平行，则 $\angle 1$ 的度数是 ()



A. 45° B. 60° C. 75° D. 82.5°

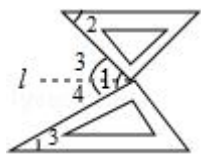
【分析】 直接利用平行线的性质结合已知角得出答案.

【解答】 解：作直线 l 平行于直角三角板的斜边，

可得： $\angle 2 = \angle 3 = 45^\circ$ ， $\angle 3 = \angle 4 = 30^\circ$ ，

故 $\angle 1$ 的度数是： $45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$.

故选： C.

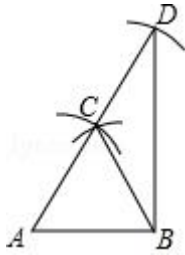


【点评】 此题主要考查了平行线的性质，正确作出辅助线是解题关键.

6. (3 分) (2018•潍坊) 如图，木工师傅在板材边角处作直角时，往往使用“三弧法”，其作法是：

- (1) 作线段 AB ，分别以 A ， B 为圆心，以 AB 长为半径作弧，两弧的交点为 C ；
- (2) 以 C 为圆心，仍以 AB 长为半径作弧交 AC 的延长线于点 D ；
- (3) 连接 BD ， BC .

下列说法不正确的是 ()



A. $\angle CBD = 30^\circ$ B. $S_{\triangle BDC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2$

C. 点 C 是 $\triangle ABD$ 的外心 D. $\sin^2 A + \cos^2 D = 1$

【分析】 根据等边三角形的判定方法，直角三角形的判定方法以及等边三角形的性质，直角三角形的性质一一判断即可；

【解答】 解：由作图可知： $AC = AB = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

由作图可知： $CB = CA = CD$ ，

$\therefore$ 点 C 是 $\triangle ABD$ 的外心， $\angle ABD = 90^\circ$ ，

$$BD = \sqrt{3}AB,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2,$$

$$\therefore AC = CD,$$

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2,$$

故 A、B、C 正确，

故选：D.

【点评】 本题考查作图 - 基本作图，线段的垂直平分线的性质，三角形的外心等知识，直角三角形等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

7. (3 分) (2018•潍坊) 某篮球队 10 名队员的年龄结构如表，已知该队队员年龄的中位数为 21.5，则众数与方差分别为 ()

年龄	19	20	21	22	24	26
人数	1	1	x	y	2	1

A. 22, 3 B. 22, 4 C. 21, 3 D. 21, 4

【分析】先根据数据的总个数及中位数得出 $x=3$ 、 $y=2$ ，再利用众数和方差的定义求解可得.

【解答】解：∵共有 10 个数据，

$$\therefore x+y=5,$$

又该队队员年龄的中位数为 21.5，即 $\frac{21+22}{2}$ ，

$$\therefore x=3、y=2,$$

则这组数据的众数为 21，平均数为 $\frac{19+20+21 \times 3+22 \times 2+24 \times 2+26}{10}=22$ ，

所以方差为 $\frac{1}{10} \times [(19-22)^2 + (20-22)^2 + 3 \times (21-22)^2 + 2 \times (22-22)^2 + 2 \times (24-22)^2 + (26-22)^2] = 4$ ，

故选：D.

【点评】本题主要考查中位数、众数、方差，解题的关键是根据中位数的定义得出 x 、 y 的值及方差的计算公式.

8. (3 分) (2018•潍坊) 在平面直角坐标系中，点 P (m, n) 是线段 AB 上一点，以原点 O 为位似中心把 $\triangle AOB$ 放大到原来的两倍，则点 P 的对应点的坐标为 ()

A. (2m, 2n) B. (2m, 2n) 或 (-2m, -2n)

C. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ D. $(\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}n)$ 或 $(-\frac{1}{2}m, -\frac{1}{2}n)$

【分析】根据位似变换的性质计算即可.

【解答】解：点 P (m, n) 是线段 AB 上一点，以原点 O 为位似中心把 $\triangle AOB$ 放大到原来的两倍，

则点 P 的对应点的坐标为 $(m \times 2, n \times 2)$ 或 $(m \times (-2), n \times (-2))$, 即 $(2m, 2n)$ 或 $(-2m, -2n)$,

故选: B.

【点评】 本题考查的是位似变换、坐标与图形的性质, 在平面直角坐标系中, 如果位似变换是以原点为位似中心, 相似比为 k , 那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$.

9. (3 分) (2018•潍坊) 已知二次函数 $y = -(x - h)^2$ (h 为常数), 当自变量 x 的值满足 $2 \leq x \leq 5$ 时, 与其对应的函数值 y 的最大值为 -1 , 则 h 的值为 ()

A. 3 或 6 B. 1 或 6 C. 1 或 3 D. 4 或 6

【分析】 分 $h < 2$ 、 $2 \leq h \leq 5$ 和 $h > 5$ 三种情况考虑: 当 $h < 2$ 时, 根据二次函数的性质可得出关于 h 的一元二次方程, 解之即可得出结论; 当 $2 \leq h \leq 5$ 时, 由此时函数的最大值为 0 与题意不符, 可得出该情况不存在; 当 $h > 5$ 时, 根据二次函数的性质可得出关于 h 的一元二次方程, 解之即可得出结论. 综上即可得出结论.

【解答】 解: 当 $h < 2$ 时, 有 $-(2 - h)^2 = -1$,

解得: $h_1 = 1$, $h_2 = 3$ (舍去);

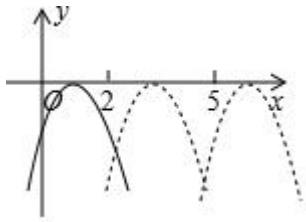
当 $2 \leq h \leq 5$ 时, $y = -(x - h)^2$ 的最大值为 0 , 不符合题意;

当 $h > 5$ 时, 有 $-(5 - h)^2 = -1$,

解得: $h_3 = 4$ (舍去), $h_4 = 6$.

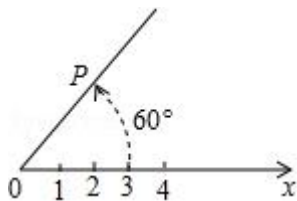
综上所述: h 的值为 1 或 6 .

故选: B.



【点评】 本题考查了二次函数的最值以及二次函数的性质，分 $h < 2$ 、 $2 \leq h \leq 5$ 和 $h > 5$ 三种情况求出 h 值是解题的关键.

10. (3 分) (2018•潍坊) 在平面内由极点、极轴和极径组成的坐标系叫做极坐标系. 如图, 在平面上取定一点 O 称为极点; 从点 O 出发引一条射线 Ox 称为极轴; 线段 OP 的长度称为极径. 点 P 的极坐标就可以用线段 OP 的长度以及从 Ox 转动到 OP 的角度 (规定逆时针方向转动角度为正) 来确定, 即 $P(3, 60^\circ)$ 或 $P(3, -300^\circ)$ 或 $P(3, 420^\circ)$ 等, 则点 P 关于点 O 成中心对称的点 Q 的极坐标表示不正确的是 ()



A. $Q(3, 240^\circ)$ B. $Q(3, -120^\circ)$ C. $Q(3, 600^\circ)$ D. $Q(3, -500^\circ)$

【分析】 根据中心对称的性质解答即可.

【解答】 解: $\because P(3, 60^\circ)$ 或 $P(3, -300^\circ)$ 或 $P(3, 420^\circ)$,

由点 P 关于点 O 成中心对称的点 Q 可得: 点 Q 的极坐标为 $(3, 240^\circ)$, $(3, -120^\circ)$, $(3, 600^\circ)$,

故选: D.

【点评】 此题考查中心对称的问题, 关键是根据中心对称的性质解答.

11. (3分) (2018•潍坊) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + \frac{m}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 . 若 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4m$, 则 m 的值是 ()

A. 2 B. -1 C. 2 或 -1 D. 不存在

【分析】 先由二次项系数非零及根的判别式 $\Delta > 0$, 得出关于 m 的不等式组, 解之得出 m 的取值范围, 再根据根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = \frac{m+2}{m}$, $x_1 x_2 = \frac{1}{4}$, 结合 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4m$, 即可求出 m 的值.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + \frac{m}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ,

$$\therefore \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = (m+2)^2 - 4m \cdot \frac{m}{4} > 0 \end{cases},$$

解得: $m > -1$ 且 $m \neq 0$.

$\therefore x_1, x_2$ 是方程 $mx^2 - (m+2)x + \frac{m}{4} = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{m+2}{m}, \quad x_1 x_2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4m,$$

$$\therefore \frac{\frac{m+2}{m}}{\frac{1}{4}} = 4m,$$

$$\therefore m = 2 \text{ 或 } -1,$$

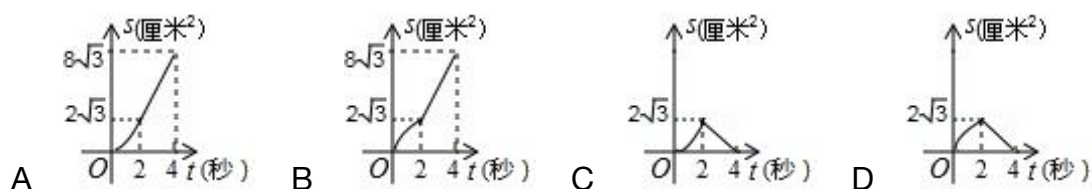
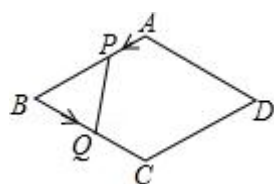
$$\therefore m > -1,$$

$$\therefore m = 2.$$

故选: A.

【点评】 本题考查了根与系数的关系、一元二次方程的定义以及根的判别式, 解题的关键是: (1) 根据二次项系数非零及根的判别式 $\Delta > 0$, 找出关于 m 的不等式组; (2) 牢记两根之和等于 $-\frac{b}{a}$ 、两根之积等于 $\frac{c}{a}$.

12. (3分) (2018•潍坊) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长是 4 厘米, $\angle B=60^\circ$, 动点 P 以 1 厘米/秒的速度自 A 点出发沿 AB 方向运动至 B 点停止, 动点 Q 以 2 厘米/秒的速度自 B 点出发沿折线 BCD 运动至 D 点停止. 若点 P 、 Q 同时出发运动了 t 秒, 记 $\triangle BPQ$ 的面积为 S 厘米², 下面图象中能表示 S 与 t 之间的函数关系的是 ()



【分析】 应根据 $0 \leq t < 2$ 和 $2 \leq t < 4$ 两种情况进行讨论. 把 t 当作已知数值, 就可以求出 S , 从而得到函数的解析式, 进一步即可求解.

【解答】 解: 当 $0 \leq t < 2$ 时, $S = 2t \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times (4 - t) = -\sqrt{3}t^2 + 4\sqrt{3}t$;
当 $2 \leq t < 4$ 时, $S = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times (4 - t) = -2\sqrt{3}t + 8\sqrt{3}$;

只有选项 D 的图形符合.

故选: D.

【点评】 本题主要考查了动点问题的函数图象, 利用图形的关系求函数的解析式, 注意数形结合是解决本题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 共 18 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分)

13. (3分) (2018•潍坊) 因式分解: $(x+2)x - x - 2 = \underline{(x+2)(x-1)}$.

【分析】通过提取公因式 $(x+2)$ 进行因式分解.

【解答】解：原式 = $(x+2)(x-1)$.

故答案是： $(x+2)(x-1)$.

【点评】考查了因式分解 - 提公因式法：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

14. (3 分) (2018•潍坊) 当 $m = \underline{2}$ 时，解分式方程 $\frac{x-5}{x-3} = \frac{m}{3-x}$ 会出现增根.

【分析】分式方程的增根是分式方程转化为整式方程的根，且使分式方程的分母为 0 的未知数的值.

【解答】解：分式方程可化为： $x-5 = -m$,

由分母可知，分式方程的增根是 3,

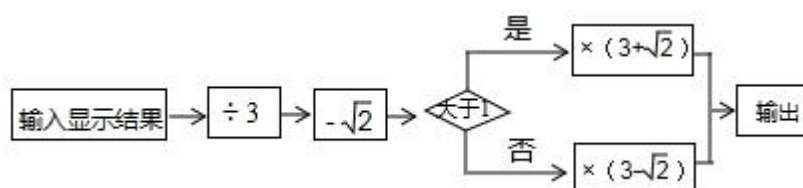
当 $x=3$ 时， $3-5 = -m$ ，解得 $m=2$,

故答案为： 2.

【点评】本题考查了分式方程的增根. 增根问题可按如下步骤进行：

- ①让最简公分母为 0 确定增根；
- ②化分式方程为整式方程；
- ③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

15. (3 分) (2018•潍坊) 用教材中的计算器进行计算，开机后依次按下 $3 \ x^2 =$ ，把显示结果输入如图的程序中，则输出的结果是 7.



【分析】先根据计算器计算出输入的值，再根据程序框图列出算式，继而根据二

次根式的混合运算计算可得.

【解答】解：由题意知输入的值为 $3^2=9$,

则输出的结果为 $[(9 \div 3) - \sqrt{2}] \times (3 + \sqrt{2})$

$$= (3 - \sqrt{2}) \times (3 + \sqrt{2})$$

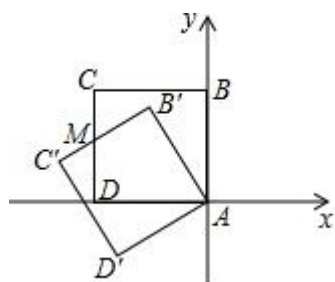
$$= 9 - 2$$

$$= 7$$

故答案为：7.

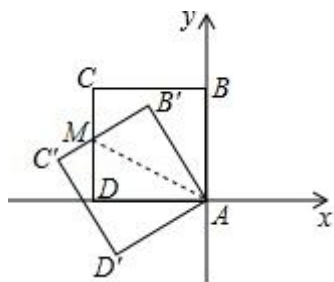
【点评】本题主要考查计算器 - 基础知识, 解题的关键是根据程序框图列出算式, 并熟练掌握二次根式的混合运算顺序和运算法则.

16. (3 分) (2018•潍坊) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 A 与原点重合, 点 B 在 y 轴的正半轴上, 点 D 在 x 轴的负半轴上, 将正方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 至正方形 $AB'C'D'$ 的位置, $B'C'$ 与 CD 相交于点 M , 则点 M 的坐标为 $(-1, \frac{\sqrt{3}}{3})$.



【分析】连接 AM , 由旋转性质知 $AD=AB'=1$ 、 $\angle BAB'=30^\circ$ 、 $\angle B'AD=60^\circ$, 证 $\text{Rt}\triangle ADM \cong \text{Rt}\triangle AB'M$ 得 $\angle DAM = \frac{1}{2} \angle B'AD = 30^\circ$, 由 $DM = AD \tan \angle DAM$ 可得答案.

【解答】解：如图, 连接 AM ,



∴将边长为 1 的正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转 30° 得到正方形 $AB'C'D'$,

∴ $AD=AB'=1$, $\angle BAB'=30^\circ$,

∴ $\angle B'AD=60^\circ$,

在 $Rt\triangle ADM$ 和 $Rt\triangle AB'M$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AD=AB' \\ AM=AM \end{cases},$$

∴ $Rt\triangle ADM \cong Rt\triangle AB'M$ (HL),

∴ $\angle DAM = \angle B'AM = \frac{1}{2} \angle B'AD = 30^\circ$,

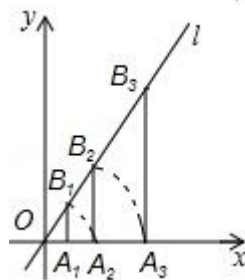
∴ $DM = AD \tan \angle DAM = 1 \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3-3}$,

∴点 M 的坐标为 $(-1, \frac{\sqrt{3}}{3})$,

故答案为: $(-1, \frac{\sqrt{3}}{3})$.

【点评】 本题主要考查旋转的性质、正方形的性质, 解题的关键是掌握旋转变换的不变性与正方形的性质、全等三角形的判定与性质及三角函数的应用.

17. (3 分) (2018•潍坊) 如图, 点 A_1 的坐标为 $(2, 0)$, 过点 A_1 作 x 轴的垂线交直线 $l: y=\sqrt{3}x$ 于点 B_1 , 以原点 O 为圆心, OB_1 的长为半径画弧交 x 轴正半轴于点 A_2 ; 再过点 A_2 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 B_2 , 以原点 O 为圆心, 以 OB_2 的长为半径画弧交 x 轴正半轴于点 A_3 ; 按此作法进行下去, 则 $\overbrace{A_{2019}B_{2018}}$ 的长是 $\frac{2^{2019} \pi}{3}$.



【分析】先根据一次函数方程式求出 B_1 点的坐标，再根据 B_1 点的坐标求出 A_2 点的坐标，得出 B_2 的坐标，以此类推总结规律便可求出点 A_{2019} 的坐标，再根据弧长公式计算即可求解，.

【解答】解：直线 $y=\sqrt{3}x$ ，点 A_1 坐标为 $(2, 0)$ ，过点 A_1 作 x 轴的垂线交 直线于点 B_1 可知 B_1 点的坐标为 $(2, 2\sqrt{3})$ ，

以原 O 为圆心， OB_1 长为半径画弧 x 轴于点 A_2 ， $OA_2=OB_1$ ，

$OA_2=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$ ，点 A_2 的坐标为 $(4, 0)$ ，

这种方法可求得 B_2 的坐标为 $(4, 4\sqrt{3})$ ，故点 A_3 的坐标为 $(8, 0)$ ， $B_3(8, 8\sqrt{3})$

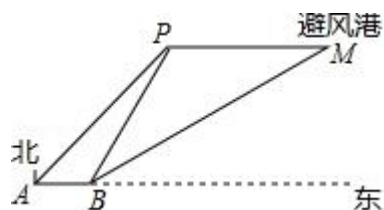
以此类推便可求出点 A_{2019} 的坐标为 $(2^{2019}, 0)$ ，

则 $\widehat{A_{2019}B_{2018}}$ 的长是 $\frac{60 \times \pi \times 2^{2019}}{180} = \frac{2^{2019} \pi}{3}$.

故答案为： $\frac{2^{2019} \pi}{3}$.

【点评】本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征，做题时要注意数形结合思想的运用，是各地的中考热点，学生在平常要多加训练，属于中档题.

18. (3 分) (2018•潍坊) 如图，一艘渔船正以 60 海里/小时的速度向正东方向航行，在 A 处测得岛礁 P 在东北方向上，继续航行 1.5 小时后到达 B 处，此时测得岛礁 P 在北偏东 30° 方向，同时测得岛礁 P 正东方向上的避风港 M 在北偏东 60° 方向. 为了在台风到来之前用最短时间到达 M 处，渔船立刻加速以 75 海里/小时的速度继续航行 $\frac{18+6\sqrt{3}}{5}$ 小时即可到达. (结果保留根号)



【分析】如图，过点 P 作 $PQ \perp AB$ 交 AB 延长线于点 Q，过点 M 作 $MN \perp AB$ 交 AB 延长线于点 N，通过解直角 $\triangle AQP$ 、直角 $\triangle BPQ$ 求得 PQ 的长度，即 MN 的长度，然后通过解直角 $\triangle BMN$ 求得 BM 的长度，则易得所需时间.

【解答】解：如图，过点 P 作 $PQ \perp AB$ 交 AB 延长线于点 Q，过点 M 作 $MN \perp AB$ 交 AB 延长线于点 N，

在直角 $\triangle AQP$ 中， $\angle PAQ = 45^\circ$ ，则 $AQ = PQ = 60 \times 1.5 + BQ = 90 + BQ$ （海里），

所以 $BQ = PQ - 90$.

在直角 $\triangle BPQ$ 中， $\angle BPQ = 30^\circ$ ，则 $BQ = PQ \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}PQ$ （海里），

所以 $PQ - 90 = \frac{\sqrt{3}}{3}PQ$,

所以 $PQ = 45(3 + \sqrt{3})$ （海里）

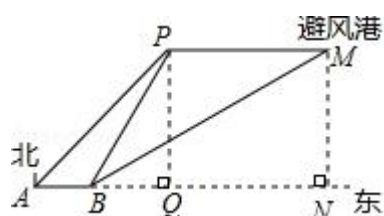
所以 $MN = PQ = 45(3 + \sqrt{3})$ （海里）

在直角 $\triangle BMN$ 中， $\angle MBN = 30^\circ$,

所以 $BM = 2MN = 90(3 + \sqrt{3})$ （海里）

所以 $\frac{90(3 + \sqrt{3})}{75} = \frac{18 + 6\sqrt{3}}{5}$ （小时）

故答案是： $\frac{18 + 6\sqrt{3}}{5}$.



【点评】本题考查的是解直角三角形的应用，此题是一道方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生

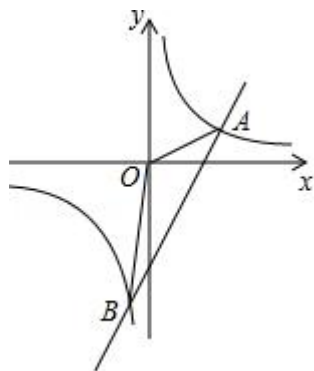
活的思想.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (7 分) (2018•潍坊) 如图, 直线 $y=3x-5$ 与反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象相交

A (2, m), B (n, -6) 两点, 连接 OA, OB.

- (1) 求 k 和 n 的值;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



【分析】 (1) 先求出 B 点的坐标, 再代入反比例函数解析式求出即可;

(2) 先求出直线与 x 轴、y 轴的交点坐标, 再求出即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 B (n, -6) 在直线 $y=3x-5$ 上,

$$\therefore -6=3n-5,$$

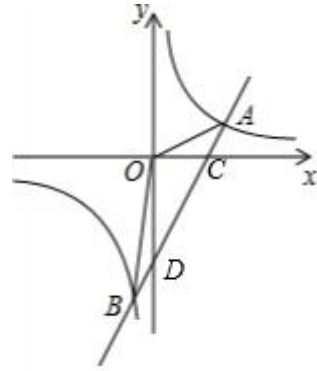
$$\text{解得: } n=-\frac{1}{3},$$

$$\therefore B\left(-\frac{1}{3}, -6\right),$$

$\because$ 反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象过点 B,

$$\therefore k-1=-\frac{1}{3} \times (-6),$$

解得: $k=3$;



(2) 设直线 $y=3x-5$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 C 、 D ,

当 $y=0$ 时, $3x-5=0$, $x=\frac{5}{3}$,

即 $OC=\frac{5}{3}$,

当 $x=0$ 时, $y=-5$,

即 $OD=5$,

$\because A(2, m)$ 在直线 $y=3x-5$ 上,

$\therefore m=3 \times 2 - 5 = 1$,

即 $A(2, 1)$,

$\therefore \triangle AOB$ 的面积 $S=S_{\triangle BOD}+S_{\triangle COD}+S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 5+\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 5+\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 1=\frac{35}{6}$.

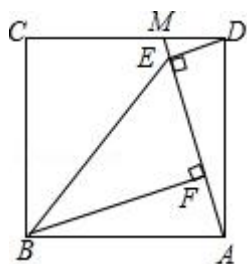
【点评】 本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式, 反比例函数与一次函数的交点问题、函数图象上点的坐标特征等知识点, 能求出反比例函数的解析式是解此题的关键.

20. (8 分) (2018•潍坊) 如图, 点 M 是正方形 $ABCD$ 边 CD 上一点, 连接 AM ,

作 $DE \perp AM$ 于点 E , $BF \perp AM$ 于点 F , 连接 BE .

(1) 求证: $AE=BF$;

(2) 已知 $AF=2$, 四边形 $ABED$ 的面积为 24, 求 $\angle EBF$ 的正弦值.



【分析】(1) 通过证明 $\triangle ABF \cong \triangle DEA$ 得到 $BF=AE$;

(2) 设 $AE=x$, 则 $BF=x$, $DE=AF=2$, 利用四边形 $ABED$ 的面积等于 $\triangle ABE$ 的面积与 $\triangle ADE$ 的面积之和得到 $\frac{1}{2} \cdot x \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2 = 24$, 解方程求出 x 得到 $AE=BF=6$, 则 $EF=x-2=4$, 然后利用勾股定理计算出 BE , 最后利用正弦的定义求解.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore BA=AD$, $\angle BAD=90^\circ$,

$\because DE \perp AM$ 于点 E , $BF \perp AM$ 于点 F ,

$\therefore \angle AFB=90^\circ$, $\angle DEA=90^\circ$,

$\because \angle ABF + \angle BAF = 90^\circ$, $\angle EAD + \angle BAF = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABF = \angle EAD$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DEA$ 中

$$\begin{cases} \angle BFA = \angle DEA \\ \angle ABF = \angle EAD, \\ AB = DA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEA$ (AAS),

$\therefore BF=AE$;

(2) 解: 设 $AE=x$, 则 $BF=x$, $DE=AF=2$,

$\because$ 四边形 $ABED$ 的面积为 24,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot x \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2 = 24$, 解得 $x_1=6$, $x_2=-8$ (舍去),

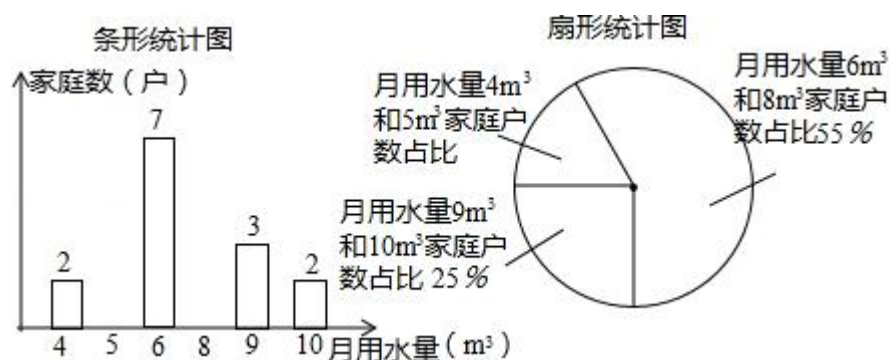
$\therefore EF=x-2=4$,

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $BE = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$,

$$\therefore \sin \angle EBF = \frac{EF}{BE} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$$

【点评】 本题考查了正方形的性质：正方形的四条边都相等，四个角都是直角；正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质．会运用全等三角形的知识解决线段相等的问题．也考查了解直角三角形．

21. (8 分) (2018•潍坊) 为进一步提高全民“节约用水”意识，某学校组织学生进行家庭月用水量情况调查活动，小莹随机抽查了所住小区 n 户家庭的月用水量，绘制了下面不完整的统计图．



(1) 求 n 并补全条形统计图；

(2) 求这 n 户家庭的月平均用水量；并估计小莹所住小区 420 户家庭中月用水量低于月平均用水量的家庭户数；

(3) 从月用水量为 5m^3 和 9m^3 的家庭中任选两户进行用水情况问卷调查，求选出的两户中月用水量为 5m^3 和 9m^3 恰好各有一户家庭的概率．

【分析】 (1) 根据月用水量为 9m^3 和 10m^3 的户数及其所占百分比可得总户数，再求出 5m^3 和 8m^3 的户数即可补全图形；

(2) 根据加权平均数的定义计算可得月平均用水量，再用总户数乘以样本中低于月平均用水量的家庭户数所占比例可得；

(3) 列表得出所有等可能结果，从中找到满足条件的结果数，根据概率公式计

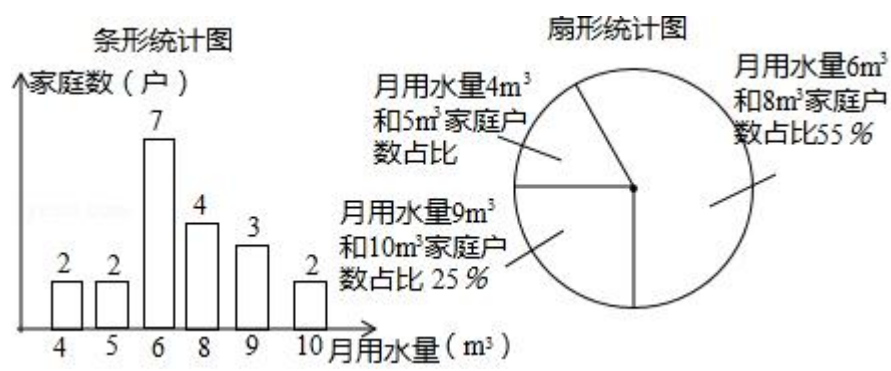
算可得.

【解答】解：(1) $n = (3+2) \div 25\% = 20$,

月用水量为 8m^3 的户数为 $20 \times 55\% - 7 = 4$ 户,

月用水量为 5m^3 的户数为 $20 - (2+7+4+3+2) = 2$ 户,

补全图形如下:



(2) 这 20 户家庭的月平均用水量为 $\frac{4 \times 2 + 5 \times 2 + 6 \times 7 + 8 \times 4 + 9 \times 3 + 10 \times 2}{20} = 6.95$ (m^3),

因为月用水量低于 6.95m^3 的有 11 户,

所以估计小莹所住小区 420 户家庭中月用水量低于 6.95m^3 的家庭户数为 $420 \times \frac{11}{20} = 231$ 户;

(3) 月用水量为 5m^3 的两户家庭记为 a、b, 月用水量为 9m^3 的 3 户家庭记为 c、d、e,

列表如下:

	a	b	c	d	e
a		(b, a)	(c, a)	(d, a)	(e, a)
b	(a, b)		(c, b)	(d, b)	(e, b)
c	(a, c)	(b, c)		(d, c)	(e, c)

d	(a, d)	(b, d)	(c, d)		(e, d)
e	(a, e)	(b, e)	(c, e)	(d, e)	

由表可知，共有 20 种等可能结果，其中满足条件的共有 12 种情况，

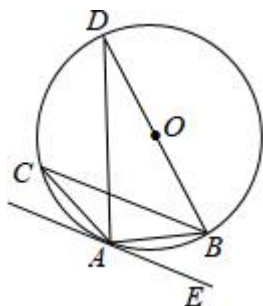
所以选出的两户中月用水量为 5m^3 和 9m^3 恰好各有一户家庭的概率为 $\frac{12-3}{20} = \frac{3}{5}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率. 也考查了统计图和用样本估计总体.

22. (8 分) (2018•潍坊) 如图， BD 为 $\triangle ABC$ 外接圆 $\odot O$ 的直径，且 $\angle BAE = \angle C$.

(1) 求证： AE 与 $\odot O$ 相切于点 A ;

(2) 若 $AE \parallel BC$, $BC = 2\sqrt{7}$, $AC = 2\sqrt{2}$, 求 AD 的长.



【分析】 (1) 连接 OA ，根据同圆的半径相等可得： $\angle D = \angle DAO$ ，由同弧所对的圆周角相等及已知得： $\angle BAE = \angle DAO$ ，再由直径所对的圆周角是直角得： $\angle BAD = 90^\circ$ ，可得结论；

(2) 先证明 $OA \perp BC$ ，由垂径定理得： $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $FB = \frac{1}{2}BC$ ，根据勾股定理计算 AF 、 OB 、 AD 的长即可.

【解答】 证明：(1) 连接 OA ，交 BC 于 F ，则 $OA = OB$,

$\therefore \angle D = \angle DAO$,

$$\therefore \angle D = \angle C,$$

$$\therefore \angle C = \angle DAO,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle C,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAO, \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore BD \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle DAO + \angle BAO = 90^\circ, \quad (3 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle BAE + \angle BAO = 90^\circ, \text{ 即 } \angle OAE = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp OA,$$

$$\therefore AE \text{ 与 } \odot O \text{ 相切于点 } A; \quad (4 \text{ 分})$$

$$(2) \therefore AE \parallel BC, \quad AE \perp OA,$$

$$\therefore OA \perp BC, \quad (5 \text{ 分})$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC}, \quad FB = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{7}, \quad AC = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore BF = \sqrt{7}, \quad AB = 2\sqrt{2},$$

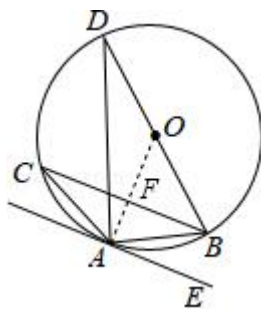
$$\text{在 Rt} \triangle ABF \text{ 中}, \quad AF = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = 1,$$

$$\text{在 Rt} \triangle OFB \text{ 中}, \quad OB^2 = BF^2 + (OB - AF)^2,$$

$$\therefore OB = 4, \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore BD = 8,$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle ABD \text{ 中}, \quad AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{64 - 8} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}. \quad (8 \text{ 分})$$



【点评】 本题考查了圆的切线的判定、勾股定理及垂径定理的应用，属于基础题，熟练掌握切线的判定方法是关键：有切线时，常常“遇到切点连圆心得半径，证垂直”。

23. (11 分) (2018•潍坊) 为落实“绿水青山就是金山银山”的发展理念，某市政部门招标一工程队负责在山脚下修建一座水库的土方施工任务. 该工程队有 A, B 两种型号的挖掘机, 已知 3 台 A 型和 5 台 B 型挖掘机同时施工一小时挖土 165 立方米; 4 台 A 型和 7 台 B 型挖掘机同时施工一小时挖土 225 立方米. 每台 A 型挖掘机一小时的施工费用为 300 元, 每台 B 型挖掘机一小时的施工费用为 180 元.

(1) 分别求每台 A 型, B 型挖掘机一小时挖土多少立方米?

(2) 若不同数量的 A 型和 B 型挖掘机共 12 台同时施工 4 小时, 至少完成 1080 立方米的挖土量, 且总费用不超过 12960 元, 问施工时有哪几种调配方案, 并指出哪种调配方案的施工费用最低, 最低费用是多少元?

【分析】 (1) 根据题意列出方程组即可;

(2) 利用总费用不超过 12960 元求出方案数量, 再利用一次函数增减性求出最低费用.

【解答】 解: (1) 设每台 A 型, B 型挖据机一小时分别挖土 x 立方米和 y 立方米, 根据题意得

$$\begin{cases} 3x+5y=165 \\ 4x+7y=225 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=30 \\ y=15 \end{cases}$

∴ 每台 A 型挖掘机一小时挖土 30 立方米, 每台 B 型挖掘机一小时挖土 15 立方米

(2) 设 A 型挖掘机有 m 台, 总费用为 W 元, 则 B 型挖掘机有 $(12 - m)$ 台. 根据题意得

$$W = 4 \times 300m + 4 \times 180(12 - m) = 480m + 8640$$

$$\therefore \begin{cases} 4 \times 30m + 4 \times 15(12 - m) \geq 1080 \\ 4 \times 300m + 4 \times 180(12 - m) \leq 12960 \end{cases}$$

$$\therefore \text{解得} \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq 9 \end{cases}$$

$$\therefore m \neq 12 - m, \text{ 解得 } m \neq 6$$

$$\therefore 7 \leq m \leq 9$$

∴ 共有三种调配方案,

方案一: 当 $m=7$ 时, $12 - m=5$, 即 A 型挖掘机 7 台, B 型挖掘机 5 台;

方案二: 当 $m=8$ 时, $12 - m=4$, 即 A 型挖掘机 8 台, B 型挖掘机 4 台;

方案三: 当 $m=9$ 时, $12 - m=3$, 即 A 型挖掘机 9 台, B 型挖掘机 3 台. ...

∵ $480 > 0$, 由一次函数的性质可知, W 随 m 的减小而减小,

$$\therefore \text{当 } m=7 \text{ 时, } W_{\text{小}} = 480 \times 7 + 8640 = 12000$$

此时 A 型挖掘机 7 台, B 型挖掘机 5 台的施工费用最低, 最低费用为 12000 元.

【点评】 本题考查了二元一次方程组和一次函数增减性, 解答时先根据题意确定自变量取值范围, 再应用一次函数性质解答问题.

24. (12 分) (2018•潍坊) 如图 1, 在 $\square ABCD$ 中, $DH \perp AB$ 于点 H , CD 的垂直平分线交 CD 于点 E , 交 AB 于点 F , $AB=6$, $DH=4$, $BF:FA=1:5$.

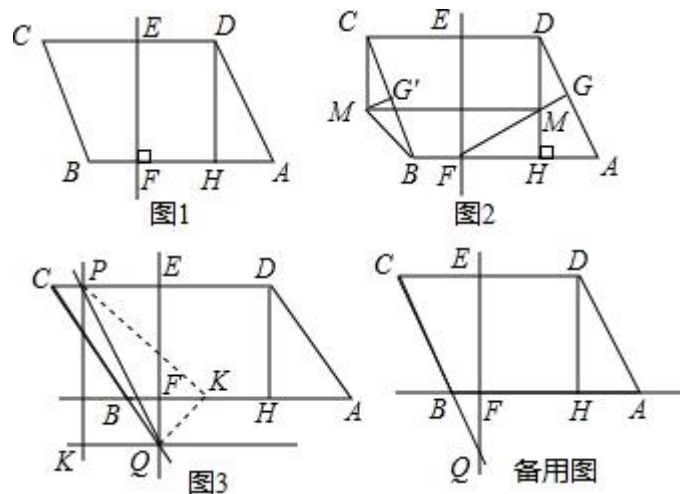
(1) 如图 2, 作 $FG \perp AD$ 于点 G , 交 DH 于点 M , 将 $\triangle DGM$ 沿 DC 方向平移,

得到 $\triangle CG'M'$ ，连接 $M'B$ 。

①求四边形 $BHMM'$ 的面积；

②直线 EF 上有一动点 N ，求 $\triangle DNM$ 周长的最小值。

(2) 如图 3，延长 CB 交 EF 于点 Q ，过点 Q 作 $QK \parallel AB$ ，过 CD 边上的动点 P 作 $PK \parallel EF$ ，并与 QK 交于点 K ，将 $\triangle PKQ$ 沿直线 PQ 翻折，使点 K 的对应点 K' 恰好落在直线 AB 上，求线段 CP 的长。

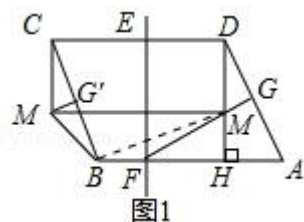


【分析】(1) ①根据相似三角形的判定和性质以及平移的性质进行解答即可；

②连接 CM 交直线 EF 于点 N ，连接 DN ，利用勾股定理解答即可；

(2) 分点 P 在线段 CE 上和点 P 在线段 ED 上两种情况进行解答。

【解答】解：(1) ①在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ，直线 EF 垂直平分 CD ，



$$\therefore DE=FH=3,$$

$$\text{又 } BF:FA=1:5,$$

$$\therefore AH=2,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AHD \sim \text{Rt}\triangle MHF,$$

$$\therefore \frac{HM}{FH} = \frac{AH}{DH},$$

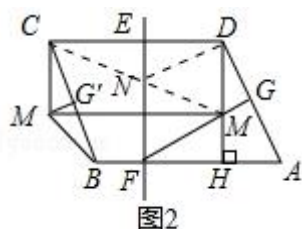
$$\text{即 } \frac{HM}{3} = \frac{2}{4},$$

$$\therefore HM = 1.5,$$

根据平移的性质， $MM' = CD = 6$ ，连接 BM ，如图 1，

$$\text{四边形 BHMM' 的面积} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1.5 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1.5 = 7.5;$$

②连接 CM 交直线 EF 于点 N ，连接 DN ，如图 2，



$\therefore$ 直线 EF 垂直平分 CD ，

$$\therefore CN = DN,$$

$$\therefore MH = 1.5,$$

$$\therefore DM = 2.5,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDM$ 中， $MC^2 = DC^2 + DM^2$ ，

$$\therefore MC^2 = 6^2 + (2.5)^2,$$

$$\text{即 } MC = 6.5,$$

$$\therefore MN + DN = MN + CN = MC,$$

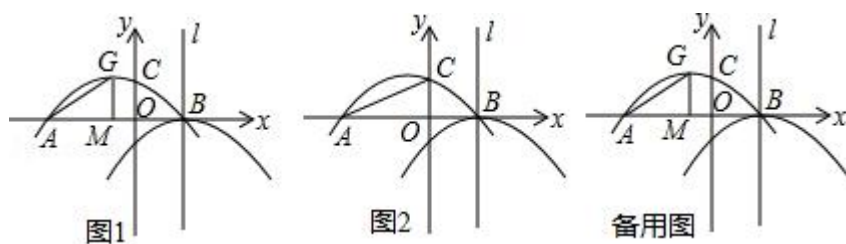
$\therefore \triangle DNM$ 周长的最小值为 9.

$$(2) \therefore BF \parallel CE,$$

$$\therefore \frac{QF}{QF+4} = \frac{BF}{CE} = \frac{1}{3},$$

【点评】此题考查四边形的综合题，关键是根据相似三角形的性质和平移的性质解答，注意（2）分两种情况分析.

25. (12分) (2018•潍坊) 如图1, 抛物线 $y_1 = ax^2 - \frac{1}{2}x + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 $B(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, \frac{3}{4})$, 抛物线 y_1 的顶点为 G , $GM \perp x$ 轴于点 M . 将抛物线 y_1 平移后得到顶点为 B 且对称轴为直线 l 的抛物线 y_2 .



- (1) 求抛物线 y_2 的解析式;
- (2) 如图2, 在直线 l 上是否存在点 T , 使 $\triangle TAC$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出所有点 T 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 点 P 为抛物线 y_1 上一动点, 过点 P 作 y 轴的平行线交抛物线 y_2 于点 Q , 点 Q 关于直线 l 的对称点为 R , 若以 P, Q, R 为顶点的三角形与 $\triangle AMG$ 全等, 求直线 PR 的解析式.

【分析】 (1) 应用待定系数法求解析式;

(2) 设出点 T 坐标, 表示 $\triangle TAC$ 三边, 进行分类讨论;

(3) 设出点 P 坐标, 表示 Q, R 坐标及 PQ, QR , 根据以 P, Q, R 为顶点的三角形与 $\triangle AMG$ 全等, 分类讨论对应边相等的可能性即可.

【解答】 解: (1) 由已知, $c = \frac{3}{4}$,
 将 $B(1, 0)$ 代入, 得: $a - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 0$,
 解得 $a = -\frac{1}{4}$,

抛物线解析式为 $y_1 = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$,

$\therefore$ 抛物线 y_1 平移后得到 y_2 , 且顶点为 $B(1, 0)$,

$$\therefore y_2 = -\frac{1}{4}(x-1)^2,$$

$$\text{即 } y_2 = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}.$$

(2) 存在,

如图 1:

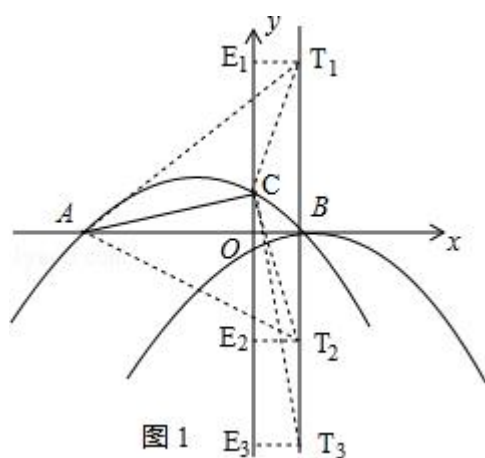


图 1

抛物线 y_2 的对称轴 l 为 $x=1$, 设 $T(1, t)$,

已知 $A(-3, 0)$, $C(0, \frac{3}{4})$,

过点 T 作 $TE \perp y$ 轴于 E , 则

$$TC^2 = TE^2 + CE^2 = 1^2 + (\frac{3}{4} - t)^2 = t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{25}{16},$$

$$TA^2 = TB^2 + AB^2 = (1+3)^2 + t^2 = t^2 + 16,$$

$$AC^2 = \frac{153}{16},$$

$$\text{当 } TC=AC \text{ 时, } t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{25}{16} = \frac{153}{16}$$

$$\text{解得: } t_1 = \frac{3+\sqrt{137}}{4}, \quad t_2 = \frac{3-\sqrt{137}}{4};$$

$$\text{当 } TA=AC \text{ 时, } t^2 + 16 = \frac{153}{16}, \text{ 无解;}$$

$$\text{当 } TA=TC \text{ 时, } t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{25}{16} = t^2 + 16,$$

解得 $t_3 = -\frac{77}{8}$;

当点 T 坐标分别为 $(1, \frac{3+\sqrt{137}}{4})$, $(1, \frac{3-\sqrt{137}}{4})$, $(1, -\frac{77}{8})$ 时, $\triangle TAC$ 为等腰三角形.

(3) 如图 2:

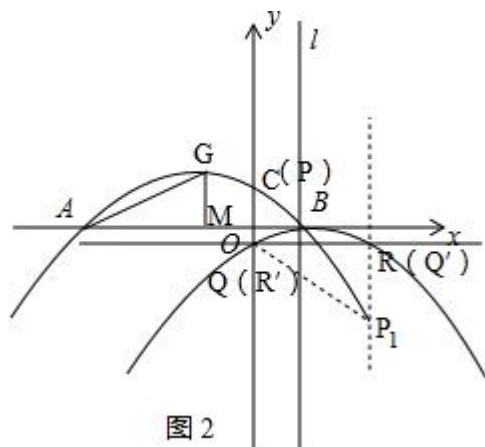


图 2

设 $P(m, -\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{3}{4})$, 则 $Q(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - \frac{1}{4})$

$\therefore Q, R$ 关于 $x=1$ 对称

$\therefore R(2-m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - \frac{1}{4})$,

①当点 P 在直线 l 左侧时,

$PQ=1-m$, $QR=2-2m$,

$\therefore \triangle PQR$ 与 $\triangle AMG$ 全等,

$\therefore$ 当 $PQ=GM$ 且 $QR=AM$ 时, $m=0$,

$\therefore P(0, \frac{3}{4})$, 即点 P、C 重合.

$\therefore R(2, -\frac{1}{4})$,

由此求直线 PR 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$,

当 $PQ=AM$ 且 $QR=GM$ 时, 无解;

②当点 P 在直线 l 右侧时,

同理：PQ=m-1，QR=2m-2，

则 P (2, $-\frac{5}{4}$), R (0, $-\frac{1}{4}$),

PQ 解析式为： $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$;

∴ PR 解析式为： $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ 或 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

【点评】 本题是代数几何综合题，考查了二次函数性质、三角形全等和等腰三角形判定，应用了数形结合和分类讨论的数学思想.