

2018 年山东省滨州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

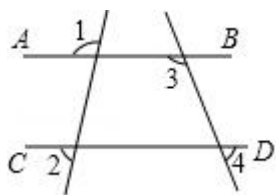
1. (3 分) 在直角三角形中，若勾为 3，股为 4，则弦为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

2. (3 分) 若数轴上点 A 、 B 分别表示数 2、-2，则 A 、 B 两点之间的距离可表示为 ()

- A. $2 + (-2)$ B. $2 - (-2)$ C. $(-2) + 2$ D. $(-2) - 2$

3. (3 分) 如图，直线 $AB \parallel CD$ ，则下列结论正确的是 ()

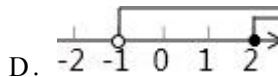
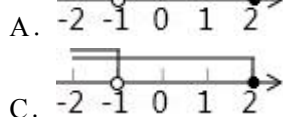
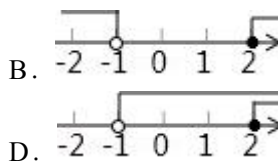
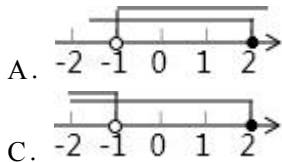


- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 3 = \angle 4$ C. $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ D. $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

4. (3 分) 下列运算：① $a^2 \cdot a^3 = a^6$ ，② $(a^3)^2 = a^6$ ，③ $a^5 \div a^5 = a$ ，④ $(ab)^3 = a^3b^3$ ，其中结果正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. (3 分) 把不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 3 \\ -2x-6 > -4 \end{cases}$ 中每个不等式的解集在同一条数轴上表示出来，正确的为 ()



6. (3 分) 在平面直角坐标系中，线段 AB 两个端点的坐标分别为 $A(6, 8)$ ， $B(10, 2)$ ，若以原点 O 为位似中心，在第一象限内将线段 AB 缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 后得到线段 CD ，则点

A 的对应点 C 的坐标为 ()

- A. (5, 1) B. (4, 3) C. (3, 4) D. (1, 5)

7. (3 分) 下列命题，其中是真命题的为 ()

- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 对角线相等的四边形是矩形
D. 一组邻边相等的矩形是正方形

8. (3分) 已知半径为5的 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\angle ABC = 25^\circ$, 则劣弧 $\widehat{AC}$ 的长为()

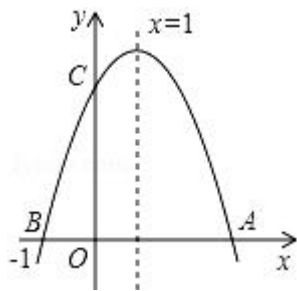
- A. $\frac{25\pi}{36}$ B. $\frac{125\pi}{36}$ C. $\frac{25\pi}{18}$ D. $\frac{5\pi}{36}$

9. (3分) 如果一组数据6、7、 x 、9、5的平均数是 $2x$, 那么这组数据的方差为()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

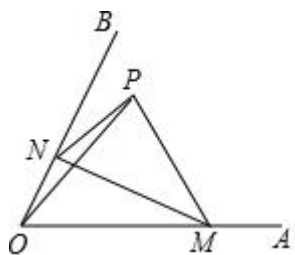
10. (3分) 如图, 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象的对称轴为 $x = 1$, 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 A 、点 $B(-1, 0)$, 则

- ①二次函数的最大值为 $a+b+c$;
② $a-b+c < 0$;
③ $b^2 - 4ac < 0$;
④当 $y > 0$ 时, $-1 < x < 3$. 其中正确的个数是()



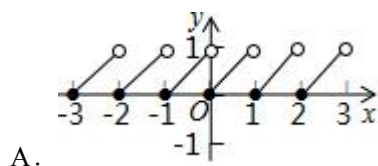
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. (3分) 如图, $\angle AOB = 60^\circ$, 点 P 是 $\angle AOB$ 内的定点且 $OP = \sqrt{3}$, 若点 M 、 N 分别是射线 OA 、 OB 上异于点 O 的动点, 则 $\triangle PMN$ 周长的最小值是()

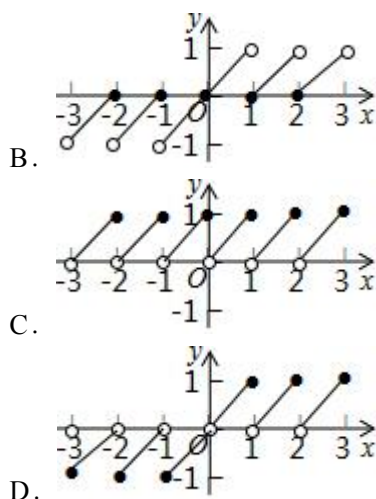


- A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 6 D. 3

12. (3分) 如果规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如 $[2.3] = 2$, 那么函数 $y = x - [x]$ 的图象为()



A.



二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

13.（5 分）在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____.

14.（5 分）若分式 $\frac{x^2-9}{x-3}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.

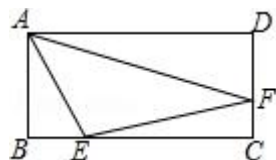
15.（5 分）在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\tan A = \frac{1}{2}$ ，则 $\sin B =$ _____.

16.（5 分）若从 -1, 1, 2 这三个数中，任取两个分别作为点 M 的横、纵坐标，则点 M 在第二象限的概率是_____.

17.（5 分）若关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x-my=5 \\ 2x+ny=6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ，则关于 a 、 b 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3(a+b)-m(a-b)=5 \\ 2(a+b)+n(a-b)=6 \end{cases}$ 的解是_____.

18.（5 分）若点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(1, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k^2-2k+3}{x}$ (k 为常数) 的图象上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为_____.

19.（5 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ，点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 上，若 $AE = \sqrt{5}$ ， $\angle EAF = 45^\circ$ ，则 AF 的长为_____.



20.（5 分）观察下列各式：

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1 \times 2},$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2 \times 3},$$

$$\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3\times 4},$$

.....

请利用你所发现的规律,

计算 $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{10^2}}$, 其结果为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 满分 74 分)

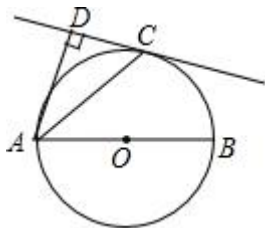
21. (10 分) 先化简, 再求值: $(xy^2+x^2y) \times \frac{x}{x^2+2xy+y^2} \div \frac{x^2y}{x^2-y^2}$, 其中 $x = \pi^0 - (\frac{1}{2})^{-1}$,

$$y = 2\sin 45^\circ - \sqrt{8}.$$

22. (12 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $AD \perp CD$ 于点 D , 且 AC 平分 $\angle DAB$, 求证:

(1) 直线 DC 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) AC^2 = 2AD \cdot AO.$$

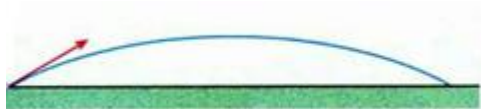


23. (12 分) 如图, 一小球沿与地面成一定角度的方向飞出, 小球的飞行路线是一条抛物线. 如果不考虑空气阻力, 小球的飞行高度 y (单位: m) 与飞行时间 x (单位: s) 之间具有函数关系 $y = -5x^2 + 20x$, 请根据要求解答下列问题:

(1) 在飞行过程中, 当小球的飞行高度为 $15m$ 时, 飞行时间是多少?

(2) 在飞行过程中, 小球从飞出到落地所用时间是多少?

(3) 在飞行过程中, 小球飞行高度何时最大? 最大高度是多少?

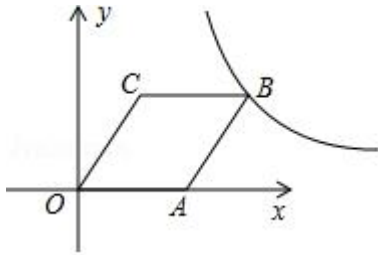


24. (13 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, 顶点 C 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$.

(1) 求图象过点 B 的反比例函数的解析式;

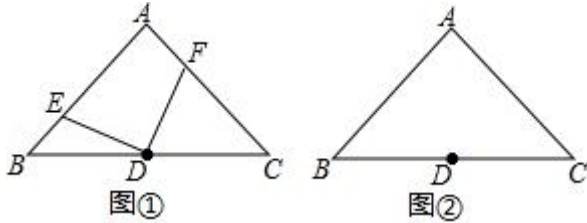
(2) 求图象过点 A, B 的一次函数的解析式;

(3) 在第一象限内, 当以上所求一次函数的图象在所求反比例函数的图象下方时, 请直接写出自变量 x 的取值范围.



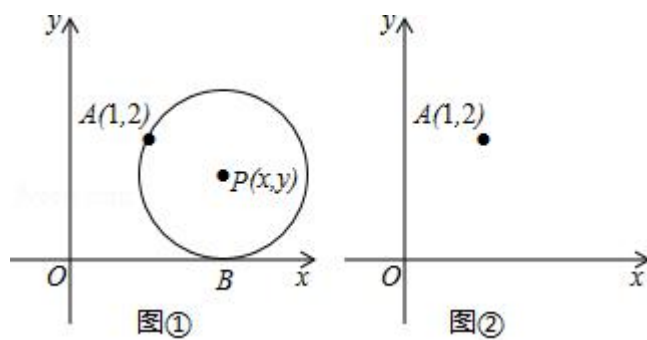
25. (13 分) 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D 为 BC 的中点.

- (1) 如图①, 若点 E 、 F 分别为 AB 、 AC 上的点, 且 $DE \perp DF$, 求证: $BE = AF$;
- (2) 若点 E 、 F 分别为 AB 、 CA 延长线上的点, 且 $DE \perp DF$, 那么 $BE = AF$ 吗? 请利用图②说明理由.



26. (14 分) 如图①, 在平面直角坐标系中, 圆心为 $P(x, y)$ 的动圆经过点 $A(1, 2)$ 且与 x 轴相切于点 B .

- (1) 当 $x = 2$ 时, 求 $\odot P$ 的半径;
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 请判断此函数图象的形状, 并在图②中画出此函数的图象;
- (3) 请类比圆的定义 (圆可以看成是到定点的距离等于定长的所有点的集合), 给 (2) 中所得函数图象进行定义: 此函数图象可以看成是到_____的距离等于到_____的距离的所有点的集合.
- (4) 当 $\odot P$ 的半径为 1 时, 若 $\odot P$ 与以上 (2) 中所得函数图象相交于点 C 、 D , 其中交点 $D(m, n)$ 在点 C 的右侧, 请利用图②, 求 $\cos \angle APD$ 的大小.



2018 年山东省滨州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. 【分析】 直接根据勾股定理求解即可.

【解答】 解: $\because$ 在直角三角形中, 勾为 3, 股为 4,

$$\therefore \text{弦为} \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

故选: A.

【点评】 本题考查了勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

2. 【分析】 根据数轴上两点间距离的定义进行解答即可.

【解答】 解: A、B 两点之间的距离可表示为: $2 - (-2)$.

故选: B.

【点评】 本题考查的是数轴上两点间的距离、数轴等知识, 熟知数轴上两点间的距离公式是解答此题的关键.

3. 【分析】 依据 $AB \parallel CD$, 可得 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, 再根据 $\angle 5 = \angle 4$, 即可得出 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$.

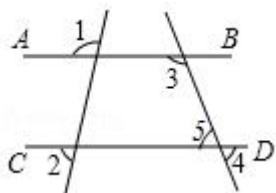
【解答】 解: 如图, $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 5 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ,$$

故选: D.



【点评】 本题考查了平行线的性质, 解题时注意: 两直线平行, 同旁内角互补.

4. 【分析】 根据同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减; 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加; 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘; 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘进行计算即可.

【解答】 解: ① $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故原题计算错误;

② $(a^3)^2 = a^6$, 故原题计算正确;

③ $a^5 \div a^5 = 1$ ，故原题计算错误；

④ $(ab)^3 = a^3b^3$ ，故原题计算正确；

正确的共 2 个，

故选：B.

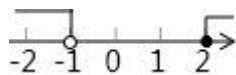
【点评】此题主要考查了同底数幂的除法、乘法、幂的乘方、积的乘方，关键是熟练掌握各计算法则.

5. 【分析】先求出不等式组中各个不等式的解集，再利用数轴确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $x+1 \geq 3$ ，得： $x \geq 2$ ，

解不等式 $-2x-6 > -4$ ，得： $x < -1$ ，

将两不等式解集表示在数轴上如下：



故选：B.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式的解集解不等式组时要注意解集的确定原则：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小无解了.

6. 【分析】利用位似图形的性质，结合两图形的位似比进而得出 C 点坐标.

【解答】解： $\because$ 以原点 O 为位似中心，在第一象限内将线段 AB 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ 后得到线段 CD，

$\therefore$ 端点 C 的横坐标和纵坐标都变为 A 点的横坐标和纵坐标的一半，

又 $\because A(6, 8)$ ，

$\therefore$ 端点 C 的坐标为 $(3, 4)$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了位似图形的性质，利用两图形的位似比得出对应点横纵坐标关系是解题关键.

7. 【分析】分析是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案.

【解答】解：A、例如等腰梯形，故本选项错误；

B、根据菱形的判定，应是对角线互相垂直的平行四边形，故本选项错误；

C、对角线相等且互相平分的平行四边形是矩形，故本选项错误；

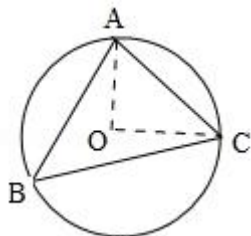
D、一组邻边相等的矩形是正方形，故本选项正确.

故选：D.

【点评】 本题主要考查平行四边形的判定与命题的真假区别. 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理, 难度适中.

8. 【分析】 根据圆周角定理和弧长公式解答即可.

【解答】 解: 如图: 连接 AO , CO ,



$$\because \angle ABC = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 50^\circ,$$

$$\therefore \text{劣弧 } \widehat{AC} \text{ 的长} = \frac{50\pi \times 5}{180} = \frac{25\pi}{18},$$

故选：C.

【点评】 此题考查三角形的外接圆与外心, 关键是根据圆周角定理和弧长公式解答.

9. 【分析】 先根据平均数的定义确定出 x 的值, 再根据方差公式进行计算即可求出答案.

【解答】 解: 根据题意, 得: $\frac{6+7+x+9+5}{5} = 2x$,

解得: $x = 3$,

则这组数据为 6、7、3、9、5, 其平均数是 6,

$$\text{所以这组数据的方差为 } \frac{1}{5} \times [(6-6)^2 + (7-6)^2 + (3-6)^2 + (9-6)^2 + (5-6)^2] = 4,$$

故选：A.

【点评】 此题考查了平均数和方差的定义. 平均数是所有数据的和除以数据的个数. 方差是一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数.

10. 【分析】 直接利用二次函数的开口方向以及图象与 x 轴的交点, 进而分别分析得出答案.

【解答】 解: ① $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象的对称轴为 $x = 1$, 且开口向下,

$\therefore x = 1$ 时, $y = a + b + c$, 即二次函数的最大值为 $a + b + c$, 故①正确;

② 当 $x = -1$ 时, $a - b + c = 0$, 故②错误;

③ 图象与 x 轴有 2 个交点, 故 $b^2 - 4ac > 0$, 故③错误;

④ $\because$ 图象的对称轴为 $x = 1$, 与 x 轴交于点 A、点 B ($-1, 0$),

$\therefore A(3, 0)$,

故当 $y > 0$ 时, $-1 < x < 3$, 故④正确.

故选: B .

【点评】 此题主要考查了二次函数的性质以及二次函数最值等知识, 正确得出 A 点坐标是解题关键.

11. **【分析】** 作 P 点分别关于 OA 、 OB 的对称点 C 、 D , 连接 CD 分别交 OA 、 OB 于 M 、 N , 如图, 利用轴对称的性质得 $MP = MC$, $NP = ND$, $OP = OD = OC = \sqrt{3}$, $\angle BOP = \angle BOD$, $\angle AOP = \angle AOC$, 所以 $\angle COD = 2\angle AOB = 120^\circ$, 利用两点之间线段最短判断此时 $\triangle PMN$ 周长最小, 作 $OH \perp CD$ 于 H , 则 $CH = DH$, 然后利用含 30° 的直角三角形三边的关系计算出 CD 即可.

【解答】 解: 作 P 点分别关于 OA 、 OB 的对称点 C 、 D , 连接 CD 分别交 OA 、 OB 于 M 、 N , 如图,

则 $MP = MC$, $NP = ND$, $OP = OD = OC = \sqrt{3}$, $\angle BOP = \angle BOD$, $\angle AOP = \angle AOC$,

$\therefore PN + PM + MN = ND + MN + MC = DC$, $\angle COD = \angle BOP + \angle BOD + \angle AOP + \angle AOC = 2\angle AOB = 120^\circ$,

$\therefore$ 此时 $\triangle PMN$ 周长最小,

作 $OH \perp CD$ 于 H , 则 $CH = DH$,

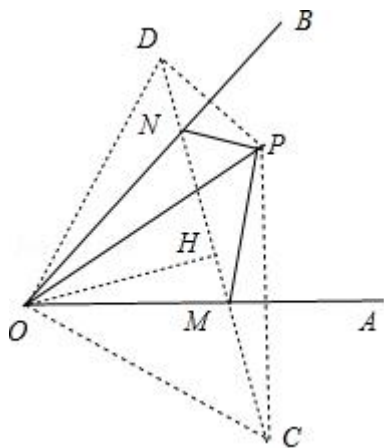
$\because \angle OCH = 30^\circ$,

$\therefore OH = \frac{1}{2}OC = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$CH = \sqrt{3}OH = \frac{3}{2}$,

$\therefore CD = 2CH = 3$.

故选: D .



【点评】 本题考查了轴对称 - 最短路线问题: 熟练掌握轴对称的性质, 会利用两点之间

线段最短解决路径最短问题.

12. 【分析】根据定义可将函数进行化简.

【解答】解: 当 $-1 \leq x < 0$, $[x] = -1$, $y = x+1$

当 $0 \leq x < 1$ 时, $[x] = 0$, $y = x$

当 $1 \leq x < 2$ 时, $[x] = 1$, $y = x - 1$

.....

故选: A.

【点评】本题考查函数的图象, 解题的关键是正确理解 $[x]$ 的定义, 然后对函数进行化简, 本题属于中等题型.

二、填空题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 满分 40 分)

13. 【分析】直接利用三角形内角和定理进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 50^\circ$,

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ.$$

故答案为: 100°

【点评】此题主要考查了三角形内角和定理, 正确把握定义是解题关键.

14. 【分析】分式的值为 0 的条件是: (1) 分子 = 0; (2) 分母 $\neq 0$. 两个条件需同时具备, 缺一不可. 据此可以解答本题.

【解答】解: 因为分式 $\frac{x^2-9}{x-3}$ 的值为 0, 所以 $\frac{x^2-9}{x-3} = 0$,

化简得 $x^2 - 9 = 0$, 即 $x^2 = 9$.

解得 $x = \pm 3$

因为 $x - 3 \neq 0$, 即 $x \neq 3$

所以 $x = -3$.

故答案为 -3 .

【点评】本题主要考查分式的值为 0 的条件, 注意分母不为 0.

15. 【分析】直接根据题意表示出三角形的各边, 进而利用锐角三角函数关系得出答案.

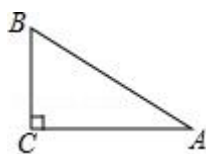
【解答】解: 如图所示:

$$\because \angle C = 90^\circ, \tan A = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{设 } BC = x, \text{ 则 } AC = 2x, \text{ 故 } AB = \sqrt{5}x,$$

$$\text{则 } \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{2x}{\sqrt{5}x} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



【点评】此题主要考查了锐角三角函数关系，正确表示各边长是解题关键.

16. 【分析】列表得出所有等可能结果，从中找到点 M 在第二象限的结果数，再根据概率公式计算可得.

【解答】解：列表如下：

	-1	1	2
-1		(1,-1)	(2,-1)
1	(-1,1)		(2,1)
2	(-1,2)	(1,2)	

由表可知，共有 6 种等可能结果，其中点 M 在第二象限的有 2 种结果，

$$\text{所以点 } M \text{ 在第二象限的概率是 } \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{3}.$$

【点评】本题考查了利用列表法与树状图法求概率的方法：先列表展示所有等可能的结果数 n ，再找出某事件发生的结果数 m ，然后根据概率的定义计算出这个事件的概率 $= \frac{m}{n}$.

17. 【分析】利用关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x-my=5 \\ 2x+ny=6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 可得 m 、 n 的数值，代入关于 a 、 b 的方程组即可求解，利用整体的思想整理找到两个方程组的联系求解的方法更好.

【解答】解：方法一：

$$\because \text{关于 } x、y \text{ 的二元一次方程组 } \begin{cases} 3x-my=5 \\ 2x+ny=6 \end{cases} \text{ 的解是 } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{将解 } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \text{ 代入方程组 } \begin{cases} 3x-my=5 \\ 2x+ny=6 \end{cases}$$

$$\text{可得 } m = -1, n = 2$$

∴关于 a 、 b 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3(a+b)-m(a-b)=5 \\ 2(a+b)+n(a-b)=6 \end{cases}$ 可整理为: $\begin{cases} 4a+2b=5 \\ 4a=6 \end{cases}$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

方法二:

关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x-my=5 \\ 2x+ny=6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$,

由关于 a 、 b 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3(a+b)-m(a-b)=5 \\ 2(a+b)+n(a-b)=6 \end{cases}$ 可知 $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=2 \end{cases}$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

【点评】 本题考查二元一次方程组的求解, 重点是整体考虑的数学思想的理解运用在此题体现明显.

18. **【分析】** 设 $t = k^2 - 2k + 3$, 配方后可得出 $t > 0$, 利用反比例函数图象上点的坐标特征可求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值, 比较后即可得出结论.

【解答】 解: 设 $t = k^2 - 2k + 3$,

$$\because k^2 - 2k + 3 = (k - 1)^2 + 2 > 0,$$

$$\therefore t > 0.$$

$\because$ 点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(1, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k^2 - 2k + 3}{x}$ (k 为常数)

的图象上,

$$\therefore y_1 = -\frac{t}{2}, y_2 = -t, y_3 = t,$$

$$\text{又} \because -t < -\frac{t}{2} < t,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < y_3.$$

故答案为: $y_2 < y_1 < y_3$.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 利用反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值是解题的关键.

19. 【分析】取 AB 的中点 M ，连接 ME ，在 AD 上截取 $ND = DF$ ，设 $DF = DN = x$ ，则 $NF = \sqrt{2}x$ ，再利用矩形的性质和已知条件证明 $\triangle AME \sim \triangle FNA$ ，利用相似三角形的性质：对应边的比值相等可求出 x 的值，在直角三角形 ADF 中利用勾股定理即可求出 AF 的长．

【解答】解：取 AB 的中点 M ，连接 ME ，在 AD 上截取 $ND = DF$ ，设 $DF = DN = x$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle D = \angle BAD = \angle B = 90^\circ$ ， $AD = BC = 4$ ，

$\therefore NF = \sqrt{2}x$ ， $AN = 4 - x$ ，

$\because AB = 2$ ，

$\therefore AM = BM = 1$ ，

$\because AE = \sqrt{5}$ ， $AB = 2$ ，

$\therefore BE = 1$ ，

$\therefore ME = \sqrt{BM^2 + BE^2} = \sqrt{2}$ ，

$\because \angle EAF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle MAE + \angle NAF = 45^\circ$ ，

$\because \angle MAE + \angle AEM = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle MEA = \angle NAF$ ，

$\therefore \triangle AME \sim \triangle FNA$ ，

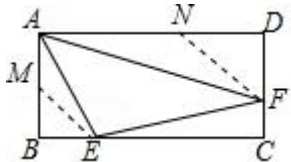
$\therefore \frac{AM}{FN} = \frac{ME}{AN}$ ，

$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{4-x}$ ，

解得： $x = \frac{4}{3}$ ，

$\therefore AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \frac{4\sqrt{10}}{3}$ ．

故答案为： $\frac{4\sqrt{10}}{3}$ ．



【点评】本题考查了矩形的性质、相似三角形的判断和性质以及勾股定理的运用，正确添加辅助线构造相似三角形是解题的关键，

20. 【分析】直接根据已知数据变化规律进而将原式变形求出答案．

【解答】解：由题意可得：

$$\begin{aligned}& \sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{10^2}} \\&= 1+\frac{1}{1\times 2}+1+\frac{1}{2\times 3}+1+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+1+\frac{1}{9\times 10} \\&= 9+\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right) \\&= 9+\frac{9}{10} \\&= 9\frac{9}{10}.\end{aligned}$$

故答案为： $9\frac{9}{10}$.

【点评】此题主要考查了数字变化规律，正确将原式变形是解题关键.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 74 分）

21. 【分析】原式利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 x 与 y 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= xy(x+y) \cdot \frac{x}{(x+y)^2} \cdot \frac{(x+y)(x-y)}{x^2y} = x-y$,

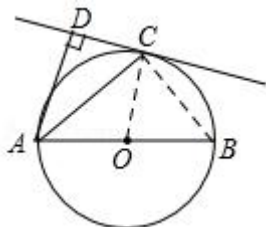
当 $x=1-2=-1$, $y=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$ 时，原式 $=\sqrt{2}-1$.

【点评】此题考查了分式的化简求值，以及实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

22. 【分析】（1）连接 OC ，由 $OA=OC$ 、 AC 平分 $\angle DAB$ 知 $\angle OAC = \angle OCA = \angle DAC$ ，据此知 $OC \parallel AD$ ，根据 $AD \perp DC$ 即可得证；

（2）连接 BC ，证 $\triangle DAC \sim \triangle CAB$ 即可得.

【解答】解：（1）如图，连接 OC ，



$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA,$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle DAB,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OCA,$$

$$\therefore OC \parallel AD,$$

$$\text{又} \because AD \perp CD,$$

$$\therefore OC \perp DC,$$

$\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BC ,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore AB = 2AO, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp DC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle DAC = \angle CAB,$$

$$\therefore \triangle DAC \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}, \text{ 即 } AC^2 = AB \cdot AD,$$

$$\because AB = 2AO,$$

$$\therefore AC^2 = 2AD \cdot AO.$$

【点评】 本题主要考查圆的切线，解题的关键是掌握切线的判定、圆周角定理及相似三角形的判定与性质.

23. **【分析】** (1) 根据题目中的函数解析式，令 $y = 15$ 即可解答本题；

(2) 令 $y = 0$ ，代入题目中的函数解析式即可解答本题；

(3) 将题目中的函数解析式化为顶点式即可解答本题.

【解答】 解：(1) 当 $y = 15$ 时，

$$15 = -5x^2 + 20x,$$

$$\text{解得，} x_1 = 1, x_2 = 3,$$

答：在飞行过程中，当小球的飞行高度为 $15m$ 时，飞行时间是 $1s$ 或 $3s$ ；

(2) 当 $y = 0$ 时，

$$0 = -5x^2 + 20x,$$

$$\text{解得，} x_1 = 0, x_2 = 4,$$

$$\because 4 - 0 = 4,$$

$\therefore$ 在飞行过程中，小球从飞出到落地所用时间是 4s；

$$(3) y = -5x^2 + 20x = -5(x-2)^2 + 20,$$

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时， y 取得最大值，此时， $y = 20$ ，

答：在飞行过程中，小球飞行高度第 2s 时最大，最大高度是 20m.

【点评】 本题考查二次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

24. **【分析】** (1) 由 C 的坐标求出菱形的边长，利用平移规律确定出 B 的坐标，利用待定系数法求出反比例函数解析式即可；

(2) 由菱形的边长确定出 A 坐标，利用待定系数法求出直线 AB 解析式即可；

(3) 联立一次函数与反比例函数解析式求出交点坐标，由图象确定出满足题意 x 的范围即可.

【解答】 解：(1) 由 C 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ ，得到 $OC = 2$ ，

$\because$ 菱形 $OABC$ ，

$\therefore BC = OC = OA = 2$ ， $BC \parallel x$ 轴，

$\therefore B(3, \sqrt{3})$ ，

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ，

把 B 坐标代入得： $k = 3\sqrt{3}$ ，

则反比例解析式为 $y = \frac{3\sqrt{3}}{x}$ ；

(2) 设直线 AB 解析式为 $y = mx + n$ ，

把 $A(2, 0)$ ， $B(3, \sqrt{3})$ 代入得：
$$\begin{cases} 2m + n = 0 \\ 3m + n = \sqrt{3} \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} m = \sqrt{3} \\ n = -2\sqrt{3} \end{cases}$$

则直线 AB 解析式为 $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$ ；

(3) 由题意得：一次函数与反比例函数在第一象限交点坐标为 $(3, \sqrt{3})$ ，

则在第一象限内，当一次函数的图象在反比例函数的图象下方时，自变量 x 的取值范围为 $2 < x < 3$.

【点评】 此题考查了待定系数法求反比例函数解析式与一次函数解析式，一次函数、反比例函数的性质，以及一次函数与反比例函数的交点，熟练掌握待定系数法是解本题的

关键.

25. 【分析】(1) 连接 AD , 根据等腰三角形的性质可得出 $AD = BD$ 、 $\angle EBD = \angle FAD$, 根据同角的余角相等可得出 $\angle BDE = \angle ADF$, 由此即可证出 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ (ASA), 再根据全等三角形的性质即可证出 $BE = AF$;

(2) 连接 AD , 根据等腰三角形的性质及等角的补角相等可得出 $\angle EBD = \angle FAD$ 、 $BD = AD$, 根据同角的余角相等可得出 $\angle BDE = \angle ADF$, 由此即可证出 $\triangle EDB \cong \triangle FDA$ (ASA), 再根据全等三角形的性质即可得出 $BE = AF$.

【解答】(1) 证明: 连接 AD , 如图①所示.

$$\because \angle A = 90^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 为等腰直角三角形, } \angle EBD = 45^\circ.$$

$$\because \text{点 } D \text{ 为 } BC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC = BD, \angle FAD = 45^\circ.$$

$$\because \angle BDE + \angle EDA = 90^\circ, \angle EDA + \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle ADF.$$

$$\text{在 } \triangle BDE \text{ 和 } \triangle ADF \text{ 中, } \begin{cases} \angle EBD = \angle FAD \\ BD = AD \\ \angle BDE = \angle ADF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle ADF \text{ (ASA),}$$

$$\therefore BE = AF;$$

(2) $BE = AF$, 证明如下:

连接 AD , 如图②所示.

$$\because \angle ABD = \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle FAD = 135^\circ.$$

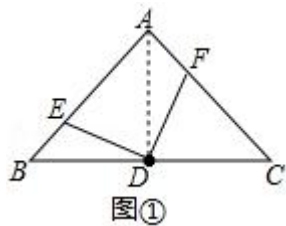
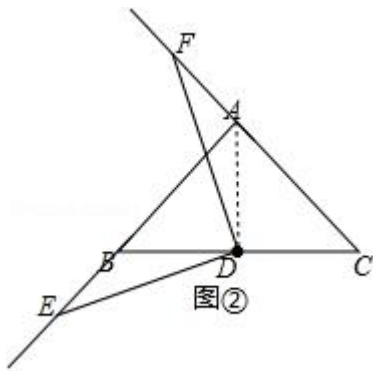
$$\because \angle EDB + \angle BDF = 90^\circ, \angle BDF + \angle FDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle FDA.$$

$$\text{在 } \triangle EDB \text{ 和 } \triangle FDA \text{ 中, } \begin{cases} \angle EBD = \angle FAD \\ BD = AD \\ \angle EDB = \angle FDA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EDB \cong \triangle FDA \text{ (ASA),}$$

$$\therefore BE = AF.$$



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形、补角及余角，解题的关键是：（1）根据全等三角形的判定定理 ASA 证出 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ ；（2）根据全等三角形的判定定理 ASA 证出 $\triangle EDB \cong \triangle FDA$ 。

26. **【分析】**（1）由题意得到 $AP = PB$ ，求出 y 的值，即为圆 P 的半径；
- （2）利用两点间的距离公式，根据 $AP = PB$ ，确定出 y 关于 x 的函数解析式，画出函数图象即可；
- （3）类比圆的定义描述此函数定义即可；
- （4）画出相应图形，求出 m 的值，进而确定出所求角的余弦值即可。

【解答】 解：（1）由 $x = 2$ ，得到 $P(2, y)$ ，

连接 AP ， PB ，

$\because$ 圆 P 与 x 轴相切，

$\therefore PB \perp x$ 轴，即 $PB = y$ ，

由 $AP = PB$ ，得到 $\sqrt{(1-2)^2 + (2-y)^2} = y$ ，

解得： $y = \frac{5}{4}$ ，

则圆 P 的半径为 $\frac{5}{4}$ ；

（2）同（1），由 $AP = PB$ ，得到 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = y^2$ ，

整理得： $y = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$ ，即图象为开口向上的抛物线，

画出函数图象，如图②所示；

(3) 给(2)中所得函数图象进行定义：此函数图象可以看成是到点 A 的距离等于到 x 轴的距离的所有点的集合；

故答案为：点 A ； x 轴；

(4) 连接 CD ，连接 AP 并延长，交 x 轴于点 B ， CD 与 AB 交于点 E ，
由对称性及切线的性质可得： $CD \perp AB$ ，

设 $PE = a$ ，则有 $EB = a+1$ ， $ED = \sqrt{1-a^2}$ ，

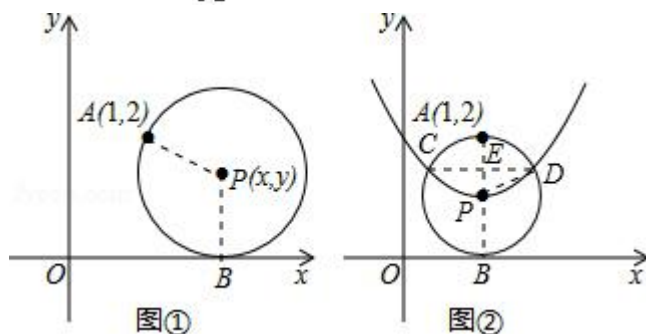
$\therefore D$ 坐标为 $(1+\sqrt{1-a^2}, a+1)$ ，

代入抛物线解析式得： $a+1 = \frac{1}{4}(1-a^2)+1$ ，

解得： $a = -2+\sqrt{5}$ 或 $a = -2-\sqrt{5}$ (舍去)，即 $PE = -2+\sqrt{5}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PED$ 中， $PE = \sqrt{5}-2$ ， $PD = 1$ ，

则 $\cos \angle APD = \frac{PE}{PD} = \sqrt{5}-2$ 。



【点评】 此题属于圆的综合题，涉及的知识有：两点间的距离公式，二次函数的图象与性质，圆的性质，勾股定理，弄清题意是解本题的关键。