

2018 年山东省淄博市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

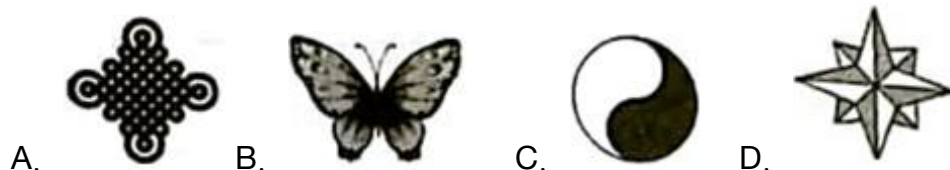
1. (4 分) 计算 $|\frac{1}{2}| - \frac{1}{2}$ 的结果是 ()

A. 0 B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{4}$

2. (4 分) 下列语句描述的事件中，是随机事件的为 ()

A. 水能载舟，亦能覆舟 B. 只手遮天，偷天换日
C. 瓜熟蒂落，水到渠成 D. 心想事成，万事如意

3. (4 分) 下列图形中，不是轴对称图形的是 ()



4. (4 分) 若单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，则 n^m 的值是 ()

A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

5. (4 分) 与 $\sqrt{37}$ 最接近的整数是 ()

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

6. (4 分) 一辆小车沿着如图所示的斜坡向上行驶了 100 米，其铅直高度上升了 15 米. 在用科学计算器求坡角 α 的度数时，具体按键顺序是 ()

A



B



C



D. $\tan 0 \cdot 15^{\circ} 2' =$

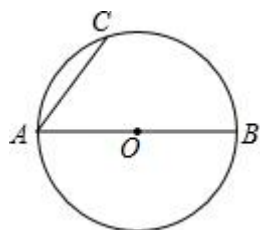
7. (4分) 化简 $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1-2a}{1-a}$ 的结果为 ()

- A. $\frac{a+1}{a-1}$ B. $a-1$ C. a D. 1

8. (4分) 甲、乙、丙、丁 4 人进行乒乓球单循环比赛 (每两个人都要比赛一场), 结果甲胜了丁, 并且甲、乙、丙胜的场数相同, 则丁胜的场数是 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

9. (4分) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=6$, 若 $\angle BAC=50^{\circ}$, 则劣弧 AC 的长为 ()

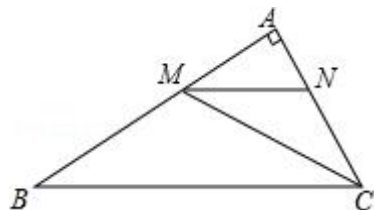


- A. 2π B. $\frac{8\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

10. (4分) “绿水青山就是金山银山”. 某工程队承接了 60 万平方米的荒山绿化任务, 为了迎接雨季的到来, 实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 25%, 结果提前 30 天完成了这一任务. 设实际工作时每天绿化的面积为 x 万平方米, 则下面所列方程中正确的是 ()

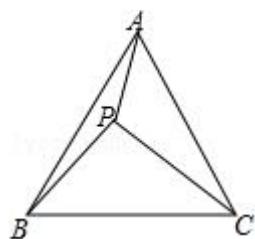
- A. $\frac{60}{x} - \frac{60}{(1+25\%)x} = 30$ B. $\frac{60}{(1+25\%)x} - \frac{60}{x} = 30$
C. $\frac{60 \times (1+25\%)}{x} - \frac{60}{x} = 30$ D. $\frac{60}{x} - \frac{60 \times (1+25\%)}{x} = 30$

11. (4分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, CM 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 M , 过点 M 作 $MN \parallel BC$ 交 AC 于点 N , 且 MN 平分 $\angle AMC$, 若 $AN=1$, 则 BC 的长为 ()



- A. 4 B. 6 C. $4\sqrt{3}$ D. 8

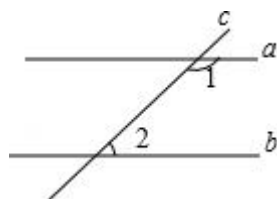
12. (4分) 如图, P 为等边三角形 ABC 内的一点, 且 P 到三个顶点 A, B, C 的距离分别为 3, 4, 5, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



- A. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$ B. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$ C. $18 + 25\sqrt{3}$ D. $18 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$

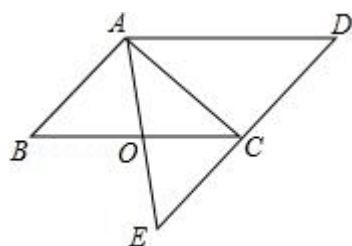
二、填空题 (每题 4 分, 共 5 个小题, 满分 20 分, 将直接填写最后结果)

13. (4分) 如图, 直线 $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 140^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____ 度.



14. (4分) 分解因式: $2x^3 - 6x^2 + 4x =$ _____.

15. (4分) 在如图所示的平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=3$, 将 $\triangle ACD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 D 落在 $\triangle ABC$ 所在平面内的点 E 处, 且 AE 过 BC 的中点 O , 则 $\triangle ADE$ 的周长等于 _____.



16. (4分) 已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 将这条抛物线向右平移 m ($m > 0$) 个单位, 平移后的抛物线于 x 轴交于 C, D 两点 (点 C 在点 D 的左侧), 若 B, C 是线段 AD 的三等分点, 则 m 的值为 _____.

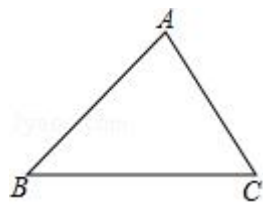
17. (4 分) 将从 1 开始的自然数按以下规律排列，例如位于第 3 行、第 4 列的数是 12，则位于第 45 行、第 8 列的数是_____.

1	2	5	10	
4	3	6	11	
9	8	7	12	
16	15	14	13	
....				

三、解答题 (本大题共 7 小题，共 52 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

18. (5 分) 先化简，再求值: $a(a+2b) - (a+1)^2 + 2a$, 其中 $a=\sqrt{2}+1$, $b=\sqrt{2}-1$.

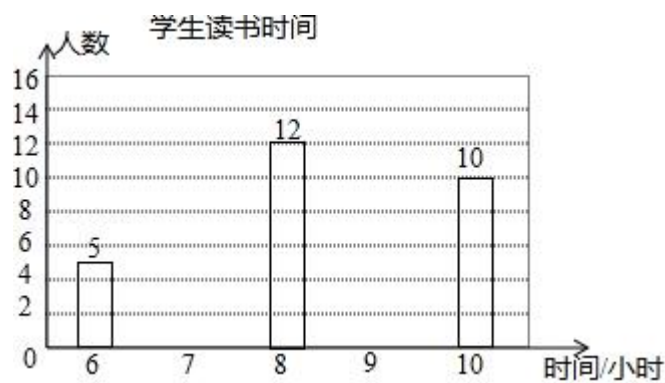
19. (5 分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是任意一个三角形, 求证: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.



20. (8 分) “推进全科阅读，培育时代新人”. 某学校为了更好地开展学生读书活动，随机调查了八年级 50 名学生最近一周的读书时间，统计数据如下表:

时间 (小时)	6	7	8	9	10
人数	5	8	12	15	10

- (1) 写出这 50 名学生读书时间的众数、中位数、平均数;
- (2) 根据上述表格补全下面的条形统计图.
- (3) 学校欲从这 50 名学生中，随机抽取 1 名学生参加上级部门组织的读书活动，其中被抽到学生的读书时间不少于 9 小时的概率是多少?

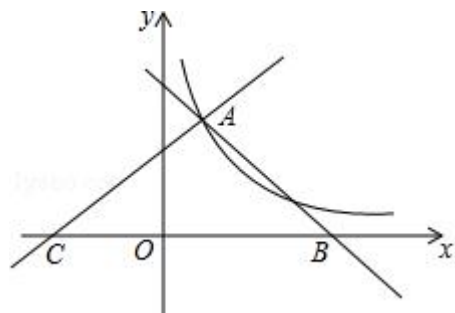


21. (8分) 如图, 直线 $y_1 = -x + 4$, $y_2 = \frac{3}{4}x + b$ 都与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $A(1, m)$, 这两条直线分别与 x 轴交于 B, C 两点.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 直接写出当 $x > 0$ 时, 不等式 $\frac{3}{4}x + b > \frac{k}{x}$ 的解集;

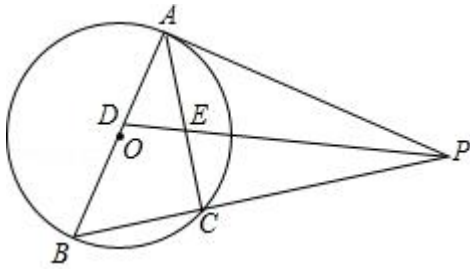
(3) 若点 P 在 x 轴上, 连接 AP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 $1:3$ 两部分, 求此时点 P 的坐标.



22. (8分) 如图, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 外接于 $\triangle ABC$, 过 A 点的切线 AP 与 BC 的延长线交于点 P , $\angle APB$ 的平分线分别交 AB, AC 于点 D, E , 其中 AE, BD ($AE < BD$) 的长是一元二次方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个实数根.

(1) 求证: $PA \cdot BD = PB \cdot AE$;

(2) 在线段 BC 上是否存在一点 M , 使得四边形 $ADME$ 是菱形? 若存在, 请给予证明, 并求其面积; 若不存在, 说明理由.



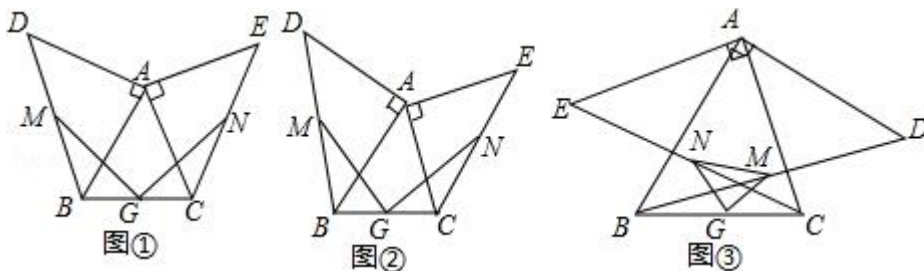
23. (9分) (1) 操作发现: 如图①, 小明画了一个等腰三角形 ABC , 其中 $AB=AC$, 在 $\triangle ABC$ 的外侧分别以 AB , AC 为腰作了两个等腰直角三角形 ABD , ACE , 分别取 BD , CE , BC 的中点 M , N , G , 连接 GM , GN . 小明发现了: 线段 GM 与 GN 的数量关系是_____; 位置关系是_____.

(2) 类比思考:

如图②, 小明在此基础上进行了深入思考. 把等腰三角形 ABC 换为一般的锐角三角形, 其中 $AB > AC$, 其它条件不变, 小明发现的上述结论还成立吗? 请说明理由.

(3) 深入研究:

如图③, 小明在 (2) 的基础上, 又作了进一步的探究. 向 $\triangle ABC$ 的内侧分别作等腰直角三角形 ABD , ACE , 其它条件不变, 试判断 $\triangle GMN$ 的形状, 并给与证明.



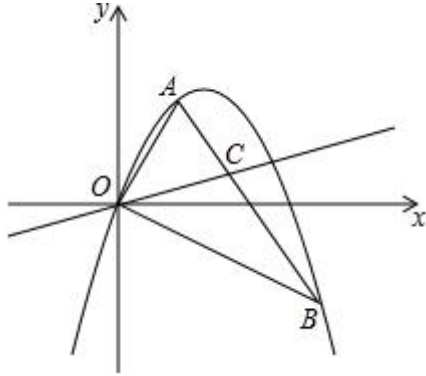
24. (9分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过 $\triangle OAB$ 的三个顶点, 其中点 $A(1, \sqrt{3})$, 点 $B(3, -\sqrt{3})$, O 为坐标原点.

(1) 求这条抛物线所对应的函数表达式;

(2) 若 $P(4, m)$, $Q(t, n)$ 为该抛物线上的两点, 且 $n < m$, 求 t 的取值范

围；

(3) 若 C 为线段 AB 上的一个动点，当点 A ，点 B 到直线 OC 的距离之和最大时，求 $\angle BOC$ 的大小及点 C 的坐标.



2018 年山东省淄博市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (4 分) 计算 $|\frac{1}{2}| - \frac{1}{2}$ 的结果是 ()

A. 0 B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{4}$

【考点】1A: 有理数的减法; 15: 绝对值.

【分析】先计算绝对值，再计算减法即可得.

【解答】解: $|\frac{1}{2}| - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$,

故选: A.

【点评】本题主要考查绝对值和有理数的减法，解题的关键是掌握绝对值的性质和有理数的减法法则.

2. (4 分) 下列语句描述的事件中，是随机事件的为 ()

A. 水能载舟，亦能覆舟 B. 只手遮天，偷天换日
C. 瓜熟蒂落，水到渠成 D. 心想事成，万事如意

【考点】X1: 随机事件.

【分析】直接利用随机事件以及必然事件、不可能事件的定义分别分析得出答案.

【解答】解: A、水能载舟，亦能覆舟，是必然事件，故此选项错误;

B、只手遮天，偷天换日，是不可能事件，故此选项错误;

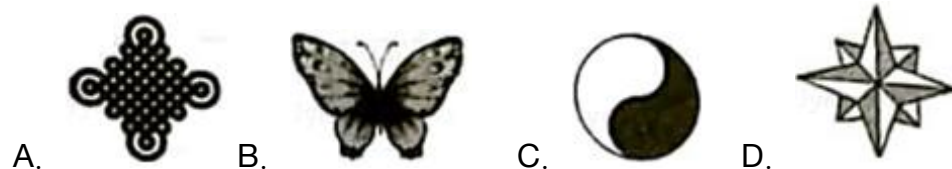
C、瓜熟蒂落，水到渠成，是必然事件，故此选项错误;

D、心想事成，万事如意，是随机事件，故此选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了随机事件，正确把握相关定义是解题关键.

3. (4分) 下列图形中，不是轴对称图形的是 ()



【考点】P3: 轴对称图形.

【分析】观察四个选项图形，根据轴对称图形的概念即可得出结论.

【解答】解：根据轴对称图形的概念，可知：选项 C 中的图形不是轴对称图形.

故选：C.

【点评】本题考查了轴对称图形，牢记轴对称图形的概念是解题的关键.

4. (4分) 若单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，则 n^m 的值是 ()

A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

【考点】35: 合并同类项; 42: 单项式.

【分析】首先可判断单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 是同类项，再由同类项的定义可得

m 、 n 的值，代入求解即可.

【解答】解：∵ 单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，

∴ 单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 是同类项，

∴ $m-1=2$, $n=2$,

∴ $m=3$, $n=2$,

∴ $n^m=8$.

故选：C.

【点评】 本题考查了合并同类项的知识，解答本题的关键是掌握同类项中的两个相同.

5. (4 分) 与 $\sqrt{37}$ 最接近的整数是 ()

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【考点】 2B: 估算无理数的大小; 27: 实数.

【分析】 由题意可知 36 与 37 最接近, 即 $\sqrt{36}$ 与 $\sqrt{37}$ 最接近, 从而得出答案.

【解答】 解: $\because 36 < 37 < 49$,

$\therefore \sqrt{36} < \sqrt{37} < \sqrt{49}$, 即 $6 < \sqrt{37} < 7$,

$\therefore 37$ 与 36 最接近,

$\therefore$ 与 $\sqrt{37}$ 最接近的是 6.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了无理数的估算能力, 关键是整数与 $\sqrt{37}$ 最接近, 所以 $\sqrt{36}=6$ 最接近.

6. (4 分) 一辆小车沿着如图所示的斜坡向上行驶了 100 米, 其铅直高度上升了 15 米. 在用科学计算器求坡角 α 的度数时, 具体按键顺序是 ()

A

2ndF $\sin$ 0 $\cdot$ 1 5 $=$

B

$\sin$ 0 $\cdot$ 1 5 2ndF $=$

C

2ndF $\cos$ 0 $\cdot$ 1 5 $=$

D

$\tan$ 0 $\cdot$ 1 5 2ndF $=$

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题; T6: 计算器 - 三角函数.

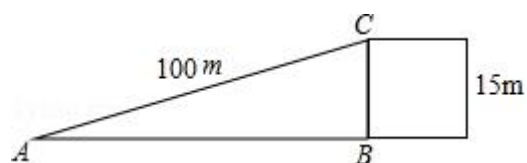
【分析】先利用正弦的定义得到 $\sin A = 0.15$ ，然后利用计算器求锐角 α 。

【解答】解： $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{100} = 0.15$ ，

所以用科学计算器求这条斜道倾斜角的度数时，按键顺序为

$\boxed{2ndF} \quad \boxed{\sin} \quad \boxed{0} \quad \boxed{\cdot} \quad \boxed{1} \quad \boxed{5} \quad \boxed{=}$

故选：A.



【点评】本题考查了计算器 - 三角函数：正确使用计算器，一般情况下，三角函数值直接可以求出，已知三角函数值求角需要用第二功能键。

7. (4分) 化简 $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1-2a}{1-a}$ 的结果为 ()

A. $\frac{a+1}{a-1}$ B. $a-1$ C. a D. 1

【考点】6B：分式的加减法。

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案。

【解答】解：原式 $= \frac{a^2}{a-1} + \frac{1-2a}{a-1}$
 $= \frac{(a-1)^2}{a-1}$
 $= a-1$

故选：B.

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型。

8. (4分) 甲、乙、丙、丁4人进行乒乓球单循环比赛(每两个人都要比赛一场)，结果甲胜了丁，并且甲、乙、丙胜的场数相同，则丁胜的场数是 ()

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【考点】O2: 推理与论证.

【分析】四个人共有 6 场比赛，由于甲、乙、丙三人胜的场数相同，所以只有两种可能性：甲胜 1 场或甲胜 2 场；由此进行分析即可.

【解答】解：四个人共有 6 场比赛，由于甲、乙、丙三人胜的场数相同，所以只有两种可能性：甲胜 1 场或甲胜 2 场；

若甲只胜一场，这时乙、丙各胜一场，说明丁胜三场，这与甲胜丁矛盾，所以甲只能是胜两场，

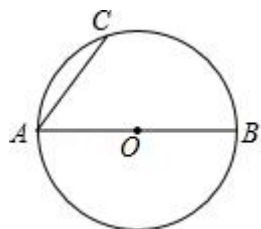
即：甲、乙、丙各胜 2 场，此时丁三场全败，也就是胜 0 场.

答：甲、乙、丙各胜 2 场，此时丁三场全败，丁胜 0 场.

故选：D.

【点评】此题是推理论证题目，解答此题的关键是先根据题意，通过分析，进而得出两种可能性，继而分析即可.

9. (4 分) 如图， $\odot O$ 的直径 $AB=6$ ，若 $\angle BAC=50^\circ$ ，则劣弧 AC 的长为 ()



A. 2π B. $\frac{8\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

【考点】MN: 弧长的计算；M5: 圆周角定理.

【分析】先连接 CO ，依据 $\angle BAC=50^\circ$ ， $AO=CO=3$ ，即可得到 $\angle AOC=80^\circ$ ，进而得出劣弧 AC 的长为 $\frac{80 \times \pi \times 3}{180} = \frac{4}{3}\pi$.

【解答】解：如图，连接 CO ，

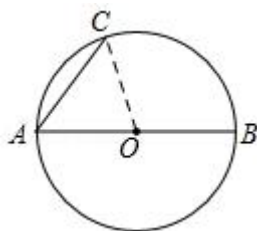
$\because \angle BAC=50^\circ$ ， $AO=CO=3$ ，

$$\therefore \angle ACO = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 80^\circ,$$

$$\therefore \text{劣弧 AC 的长为 } \frac{80 \times \pi \times 3}{180} = \frac{4}{3} \pi,$$

故选：D.



【点评】 本题考查了圆周角定理，弧长的计算，熟记弧长的公式是解题的关键.

10. (4 分) “绿水青山就是金山银山”. 某工程队承接了 60 万平方米的荒山绿化任务，为了迎接雨季的到来，实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 25%，结果提前 30 天完成了这一任务. 设实际工作时每天绿化的面积为 x 万平方米，则下面所列方程中正确的是 ()

A. $\frac{60}{x} - \frac{60}{(1+25\%)x} = 30$ B. $\frac{60}{(1+25\%)x} - \frac{60}{x} = 30$
 C. $\frac{60 \times (1+25\%)}{x} - \frac{60}{x} = 30$ D. $\frac{60}{x} - \frac{60 \times (1+25\%)}{x} = 30$

【考点】 B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】 设实际工作时每天绿化的面积为 x 万平方米，根据工作时间=工作总量 $\div$ 工作效率结合提前 30 天完成任务，即可得出关于 x 的分式方程.

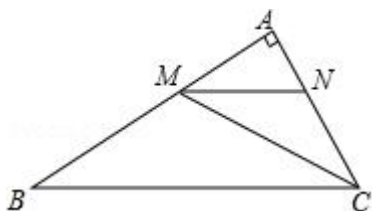
【解答】 解：设实际工作时每天绿化的面积为 x 万平方米，则原来每天绿化的面积为 $\frac{x}{1+25\%}$ 万平方米，

依题意得： $\frac{60}{\frac{x}{1+25\%}} - \frac{60}{x} = 30$ ，即 $\frac{60 \times (1+25\%)}{x} - \frac{60}{x} = 30$.

故选：C.

【点评】考查了由实际问题抽象出分式方程. 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

11. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CM 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 M , 过点 M 作 $MN \parallel BC$ 交 AC 于点 N , 且 MN 平分 $\angle AMC$, 若 $AN=1$, 则 BC 的长为 ()



A. 4 B. 6 C. $4\sqrt{3}$ D. 8

【考点】KO: 含 30° 度角的直角三角形; JA: 平行线的性质; KJ: 等腰三角形的判定与性质.

【分析】根据题意, 可以求得 $\angle B$ 的度数, 然后根据解直角三角形的知识可以求得 NC 的长, 从而可以求得 BC 的长.

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CM 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 M , 过点 M 作 $MN \parallel BC$ 交 AC 于点 N , 且 MN 平分 $\angle AMC$,

$$\therefore \angle AMB = \angle NMC = \angle B, \quad \angle NCM = \angle BCM = \angle NMC,$$

$$\therefore \angle ACB = 2\angle B, \quad NM = NC,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore AN = 1,$$

$$\therefore MN = 2,$$

$$\therefore AC = AN + NC = 3,$$

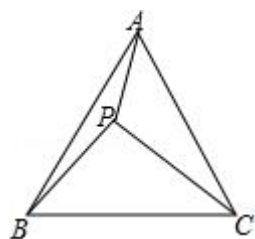
$$\therefore BC = 6,$$

故选: B.

【点评】本题考查 30° 角的直角三角形、平行线的性质、等腰三角形的判定与性

质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

12. (4 分) 如图，P 为等边三角形 ABC 内的一点，且 P 到三个顶点 A, B, C 的距离分别为 3, 4, 5，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



- A. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$ B. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$ C. $18 + 25\sqrt{3}$ D. $18 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$

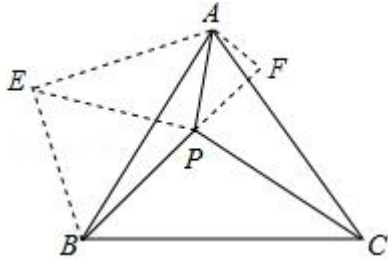
【考点】R2: 旋转的性质; KK: 等边三角形的性质; KS: 勾股定理的逆定理.

【分析】将 $\triangle BPC$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得 $\triangle BEA$ ，根据旋转的性质得 $BE=BP=4$ ， $AE=PC=5$ ， $\angle PBE=60^\circ$ ，则 $\triangle BPE$ 为等边三角形，得到 $PE=PB=4$ ， $\angle BPE=60^\circ$ ，在 $\triangle AEP$ 中， $AE=5$ ，延长 BP，作 $AF \perp BP$ 于点 F， $AP=3$ ， $PE=4$ ，根据勾股定理的逆定理可得到 $\triangle APE$ 为直角三角形，且 $\angle APE=90^\circ$ ，即可得到 $\angle APB$ 的度数，在直角 $\triangle APF$ 中利用三角函数求得 AF 和 PF 的长，则在直角 $\triangle ABF$ 中利用勾股定理求得 AB 的长，进而求得三角形 ABC 的面积.

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore BA=BC$ ，

可将 $\triangle BPC$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得 $\triangle BEA$ ，连 EP，且延长 BP，作 $AF \perp BP$ 于点 F. 如图，



$\therefore BE=BP=4$, $AE=PC=5$, $\angle PBE=60^\circ$,

$\therefore \triangle BPE$ 为等边三角形,

$\therefore PE=PB=4$, $\angle BPE=60^\circ$,

在 $\triangle AEP$ 中, $AE=5$, $AP=3$, $PE=4$,

$\therefore AE^2=PE^2+PA^2$,

$\therefore \triangle APE$ 为直角三角形, 且 $\angle APE=90^\circ$,

$\therefore \angle APB=90^\circ+60^\circ=150^\circ$.

$\therefore \angle APF=30^\circ$,

$\therefore$ 在直角 $\triangle APF$ 中, $AF=\frac{1}{2}AP=\frac{3}{2}$, $PF=\frac{\sqrt{3}}{2}AP=\frac{3}{2}\sqrt{3}$.

$\therefore$ 在直角 $\triangle ABF$ 中, $AB^2=BF^2+AF^2=(4+\frac{3}{2}\sqrt{3})^2+(\frac{3}{2})^2=25+12\sqrt{3}$.

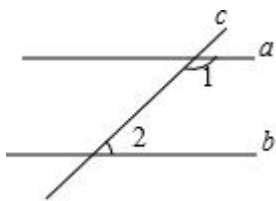
则 $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (25+12\sqrt{3}) = 9 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

故选: A.

【点评】 本题考查了等边三角形的判定与性质、勾股定理的逆定理以及旋转的性质: 旋转前后的两个图形全等, 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角, 对应点到旋转中心的距离相等.

二、填空题 (每题 4 分, 共 5 个小题, 满分 20 分, 将直接填写最后结果)

13. (4 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, 若 $\angle 1=140^\circ$, 则 $\angle 2=$ 40 度.



【考点】JA：平行线的性质.

【分析】由两直线平行同旁内角互补得出 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，根据 $\angle 1$ 的度数可得答案.

【解答】解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 40^\circ,$$

故答案为：40.

【点评】本题主要考查平行线的性质，解题的关键是掌握两直线平行同旁内角互补.

14. (4分) 分解因式： $2x^3 - 6x^2 + 4x = \underline{2x(x-1)(x-2)}$.

【考点】57：因式分解—十字相乘法等；53：因式分解—提公因式法.

【分析】首先提取公因式 $2x$ ，再利用十字相乘法分解因式得出答案.

【解答】解： $2x^3 - 6x^2 + 4x$

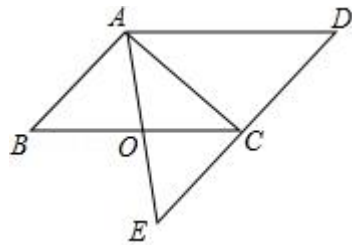
$$= 2x(x^2 - 3x + 2)$$

$$= 2x(x-1)(x-2).$$

故答案为： $2x(x-1)(x-2)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及十字相乘法分解因式，正确分解常数项是解题关键.

15. (4分) 在如图所示的平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=3$, 将 $\triangle ACD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 D 落在 $\triangle ABC$ 所在平面内的点 E 处, 且 AE 过 BC 的中点 O , 则 $\triangle ADE$ 的周长等于 10.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); L5: 平行四边形的性质.

【分析】 要计算周长首先需要证明 E 、 C 、 D 共线, DE 可求, 问题得解.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AD \parallel BC, CD = AB = 2$$

由折叠, $\angle DAC = \angle EAC$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB$$

$$\therefore \angle ACB = \angle EAC$$

$$\therefore OA = OC$$

$\therefore AE$ 过 BC 的中点 O

$$\therefore AO = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ$$

由折叠, $\angle ACD = 90^\circ$

$\therefore E$ 、 C 、 D 共线, 则 $DE = 4$

$\therefore \triangle ADE$ 的周长为: $3 + 3 + 2 + 2 = 10$

故答案为: 10

【点评】 本题考查了平行四边形的性质、轴对称图形性质和三点共线的证明. 解题时注意不能忽略 E、C、D 三点共线.

16. (4 分) 已知抛物线 $y=x^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 将这条抛物线向右平移 m ($m>0$) 个单位, 平移后的抛物线于 x 轴交于 C, D 两点 (点 C 在点 D 的左侧), 若 B, C 是线段 AD 的三等分点, 则 m 的值为 2.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 先根据三等分点的定义得: $AC=BC=BD$, 由平移 m 个单位可知: $AC=BD=m$, 计算点 A 和 B 的坐标可得 AB 的长, 从而得结论.

【解答】 解: 如图, $\because$ B, C 是线段 AD 的三等分点,

$$\therefore AC=BC=BD,$$

由题意得: $AC=BD=m$,

当 $y=0$ 时, $x^2+2x-3=0$,

$$(x-1)(x+3)=0,$$

$$x_1=1, x_2=-3,$$

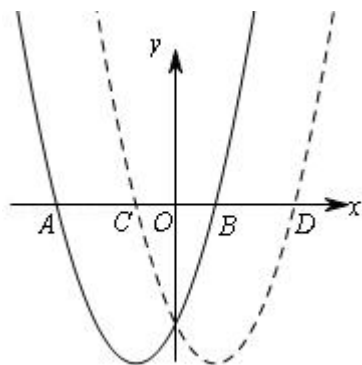
$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0),$$

$$\therefore AB=3+1=4,$$

$$\therefore AC=BC=2,$$

$$\therefore m=2,$$

故答案为: 2.



【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点问题、抛物线的平移及解一元二次方程的问题，利用数形结合的思想 and 三等分点的定义解决问题是关键.

17. (4 分) 将从 1 开始的自然数按以下规律排列，例如位于第 3 行、第 4 列的数是 12，则位于第 45 行、第 8 列的数是 2018.

1	2	5	10	...
4	3	6	11	...
9	8	7	12	...
16	15	14	13	...
...	...	...	...	...

【考点】 37：规律型：数字的变化类.

【分析】 观察图表可知：第 n 行第一个数是 n^2 ，可得第 45 行第一个数是 2025，推出第 45 行、第 8 列的数是 $2025 - 7 = 2018$;

【解答】 解：观察图表可知：第 n 行第一个数是 n^2 ,

$\therefore$ 第 45 行第一个数是 2025,

$\therefore$ 第 45 行、第 8 列的数是 $2025 - 7 = 2018$,

故答案为 2018.

【点评】 本题考查规律型 - 数字问题，解题的关键是学会观察，探究规律，利用规律解决问题.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 52 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

18. (5 分) 先化简, 再求值: $a(a+2b) - (a+1)^2 + 2a$, 其中 $a=\sqrt{2}+1$, $b=\sqrt{2}-1$.

【考点】4J: 整式的混合运算—化简求值; 76: 分母有理化.

【分析】先算平方与乘法, 再合并同类项, 最后代入计算即可.

【解答】解: 原式 $= a^2 + 2ab - (a^2 + 2a + 1) + 2a$

$$= a^2 + 2ab - a^2 - 2a - 1 + 2a$$

$$= 2ab - 1,$$

当 $a=\sqrt{2}+1$, $b=\sqrt{2}-1$ 时,

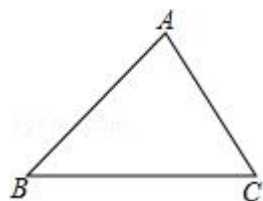
$$\text{原式} = 2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) - 1$$

$$= 2 - 1$$

$$= 1.$$

【点评】本题考查了整式的混合运算—化简求值, 能正确根据整式的运算法则进行化简是解此题的关键.

19. (5 分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是任意一个三角形, 求证: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.



【考点】K7: 三角形内角和定理.

【分析】过点 A 作 $EF \parallel BC$, 利用 $EF \parallel BC$, 可得 $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 = \angle C$, 而 $\angle 1 + \angle 2 + \angle BAC = 180^\circ$, 利用等量代换可证 $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

【解答】证明: 过点 A 作 $EF \parallel BC$,

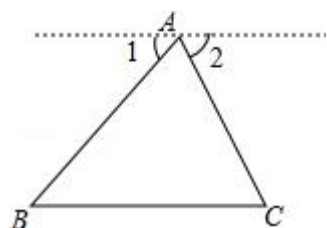
$\therefore EF \parallel BC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle B, \quad \angle 2 = \angle C,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\text{即 } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$



【点评】 本题考查了三角形的内角和定理的证明，作辅助线把三角形的三个内角转化到一个平角上是解题的关键.

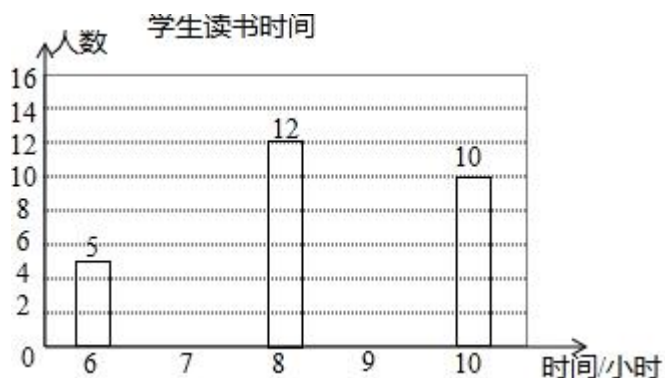
20. (8 分) “推进全科阅读，培育时代新人”. 某学校为了更好地开展学生读书活动，随机调查了八年级 50 名学生最近一周的读书时间，统计数据如下表：

时间 (小时)	6	7	8	9	10
人数	5	8	12	15	10

(1) 写出这 50 名学生读书时间的众数、中位数、平均数；

(2) 根据上述表格补全下面的条形统计图.

(3) 学校欲从这 50 名学生中，随机抽取 1 名学生参加上级部门组织的读书活动，其中被抽到学生的读书时间不少于 9 小时的概率是多少？



【考点】 X4: 概率公式; VC: 条形统计图; W2: 加权平均数; W4: 中位数;

W5: 众数.

【分析】 (1) 先根据表格提示的数据得出 50 名学生读书的时间, 然后除以 50 即可求出平均数; 在这组样本数据中, 9 出现的次数最多, 所以求出了众数; 将这组样本数据按从小到大的顺序排列, 其中处于中间的两个数是 8 和 9, 从而求出中位数是 8.5;

(2) 根据题意直接补全图形即可.

(3) 从表格中得知在 50 名学生中, 读书时间不少于 9 小时的有 25 人再除以 50 即可得出结论.

【解答】 解: (1) 观察表格, 可知这组样本数据的平均数为:

$$(6 \times 5 + 7 \times 8 + 8 \times 12 + 9 \times 15 + 10 \times 10) \div 50 = 8.34,$$

故这组样本数据的平均数为 8.34;

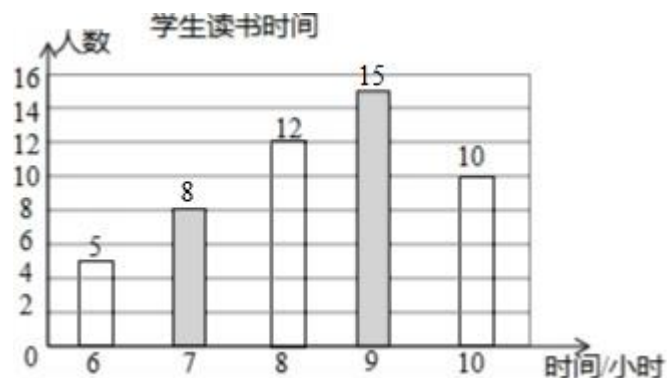
$\therefore$ 这组样本数据中, 9 出现了 15 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 这组数据的众数是 9;

$\therefore$ 将这组样本数据按从小到大的顺序排列, 其中处于中间的两个数是 8 和 9,

$\therefore$ 这组数据的中位数为 $\frac{1}{2} (8+9) = 8.5$;

(2) 补全图形如图所示,



(3) $\because$ 读书时间是 9 小时的有 15 人，读书时间是 10 小时的有 10，

$\therefore$ 读书时间不少于 9 小时的有 $15+10=25$ 人，

$\therefore$ 被抽到学生的读书时间不少于 9 小时的概率是 $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$

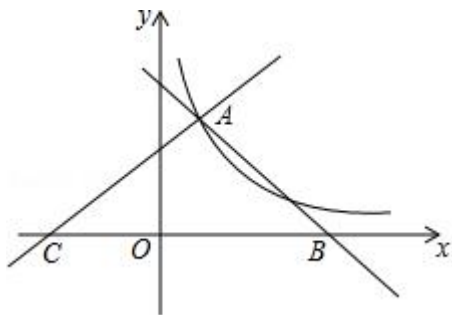
【点评】 本题考查了加权平均数、众数以及中位数，用样本估计总体的知识，解题的关键是牢记概念及公式.

21. (8 分) 如图，直线 $y_1 = -x+4$ ， $y_2 = \frac{3}{4}x+b$ 都与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 A (1, m)，这两条直线分别与 x 轴交于 B, C 两点.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 直接写出当 $x > 0$ 时，不等式 $\frac{3}{4}x+b > \frac{k}{x}$ 的解集；

(3) 若点 P 在 x 轴上，连接 AP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 3 两部分，求此时点 P 的坐标.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 求得 A (1, 3)，把 A (1, 3) 代入双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ，可得 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 依据 A (1, 3)，可得当 $x > 0$ 时，不等式 $\frac{3}{4}x+b > \frac{k}{x}$ 的解集为 $x > 1$ ；

(3) 分两种情况进行讨论，AP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 3 两部分，则 $CP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$ ，或 $BP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$ ，即可得到 $OP = 3 - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$ ，或 $OP = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$ ，进而得出点 P 的坐标.

【解答】解：(1) 把 A (1, m) 代入 $y_1 = -x + 4$, 可得 $m = -1 + 4 = 3$,

$\therefore A (1, 3)$,

把 A (1, 3) 代入双曲线 $y = \frac{k}{x}$, 可得 $m = 1 \times 3 = 3$,

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为: $y = \frac{3}{x}$;

(2) $\because A (1, 3)$,

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时, 不等式 $\frac{3}{4}x + b > \frac{k}{x}$ 的解集为: $x > 1$;

(3) $y_1 = -x + 4$, 令 $y = 0$, 则 $x = 4$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 (4, 0),

把 A (1, 3) 代入 $y_2 = \frac{3}{4}x + b$, 可得 $3 = \frac{3}{4} + b$,

$\therefore b = \frac{9}{4}$,

$\therefore y_2 = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$,

令 $y = 0$, 则 $x = -3$, 即 C (-3, 0),

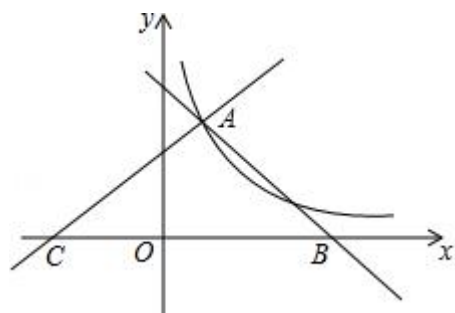
$\therefore BC = 7$,

$\because AP$ 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 3 两部分,

$\therefore CP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$, 或 $BP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$,

$\therefore OP = 3 - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$, 或 $OP = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$,

$\therefore P (-\frac{5}{4}, 0)$ 或 $(\frac{9}{4}, 0)$.



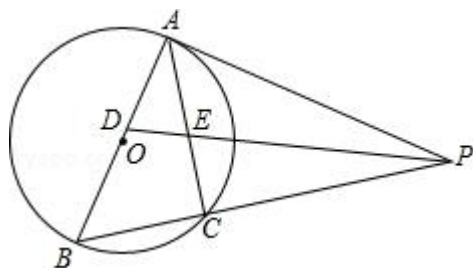
【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 求反比例函数与一次函

数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点.

22. (8分) 如图，以 AB 为直径的 $\odot O$ 外接于 $\triangle ABC$ ，过 A 点的切线 AP 与 BC 的延长线交于点 P ， $\angle APB$ 的平分线分别交 AB ， AC 于点 D ， E ，其中 AE ， BD ($AE < BD$) 的长是一元二次方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个实数根.

(1) 求证: $PA \cdot BD = PB \cdot AE$;

(2) 在线段 BC 上是否存在一点 M ，使得四边形 $ADME$ 是菱形? 若存在，请给予证明，并求其面积; 若不存在，说明理由.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 易证 $\angle APE = \angle BPD$ ， $\angle EAP = \angle B$ ，从而可知 $\triangle PAE \sim \triangle PBD$ ，利用相似三角形的性质即可求出答案.

(2) 过点 D 作 $DF \perp PB$ 于点 F ，作 $DG \perp AC$ 于点 G ，易求得 $AE = 2$ ， $BD = 3$ ，由 (1) 可知: $\frac{PA}{2} = \frac{PB}{3}$ ，从而可知 $\cos \angle BDF = \cos \angle BAC = \cos \angle APC = \frac{2}{3}$ ，从而可求出 AD 和 DG 的长度，进而证明四边形 $ADFE$ 是菱形，此时 F 点即为 M 点，利用平行四边形的面积即可求出菱形 $ADFE$ 的面积.

【解答】 解: (1) $\because DP$ 平分 $\angle APB$,

$\therefore \angle APE = \angle BPD$,

$\because AP$ 与 $\odot O$ 相切,

$\therefore \angle BAP = \angle BAC + \angle EAP = 90^\circ$,

∵ AB 是 ⊙O 的直径,

$$\therefore \angle ACB = \angle BAC + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAP = \angle B,$$

$$\therefore \triangle PAE \sim \triangle PBD,$$

$$\therefore \frac{PA}{AE} = \frac{PB}{BD},$$

$$\therefore PA \cdot BD = PB \cdot AE;$$

(2) 过点 D 作 $DF \perp PB$ 于点 F, 作 $DG \perp AC$ 于点 G,

$$\therefore DP \text{ 平分 } \angle APB,$$

$$AD \perp AP, \quad DF \perp PB,$$

$$\therefore AD = DF,$$

$$\therefore \angle EAP = \angle B,$$

$$\therefore \angle APC = \angle BAC,$$

易证: $DF \parallel AC$,

$$\therefore \angle BDF = \angle BAC,$$

由于 AE, BD ($AE < BD$) 的长是 $x^2 - 5x + 6 = 0$,

解得: $AE = 2, \quad BD = 3$,

$$\therefore \text{由 (1) 可知: } \frac{PA}{2} = \frac{PB}{3},$$

$$\therefore \cos \angle APC = \frac{PA}{PB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \cos \angle BDF = \cos \angle APC = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DF}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DF = 2,$$

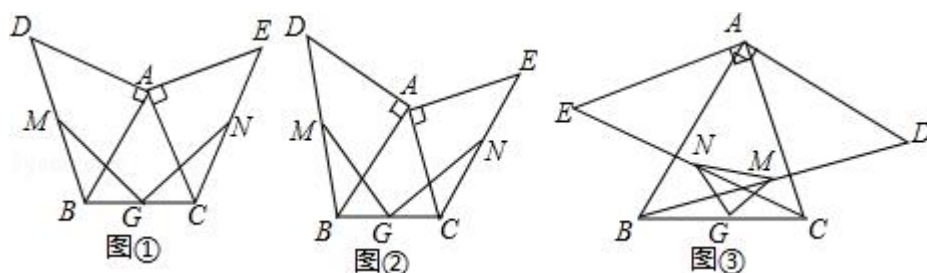
$$\therefore DF = AE,$$

如图②，小明在此基础上进行了深入思考，把等腰三角形 ABC 换为一般的锐角

三角形，其中 $AB > AC$ ，其它条件不变，小明发现的上述结论还成立吗？请说明理由.

(3) 深入研究:

如图③，小明在 (2) 的基础上，又作了进一步的探究. 向 $\triangle ABC$ 的内侧分别作等腰直角三角形 ABD ， ACE ，其它条件不变，试判断 $\triangle GMN$ 的形状，并给与证明.



【考点】KY: 三角形综合题.

【分析】(1) 利用 SAS 判断出 $\triangle ACD \cong \triangle AEB$ ，得出 $CD=BE$ ， $\angle ADC=\angle ABE$ ，进而判断出 $\angle BDC+\angle DBH=90^\circ$ ，即： $\angle BHD=90^\circ$ ，最后用三角形中位线定理即可得出结论；

(2) 同 (1) 的方法即可得出结论；

(3) 同 (1) 的方法得出 $MG=NG$ ，最后利用三角形中位线定理和等量代换即可得出结论.

【解答】解：(1) 连接 BE ， CD 相较于 H ，

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 都是等腰直角三角形，

$\therefore AB=AD$ ， $AC=AE$ ， $\angle BAD=\angle CAE=90^\circ$

$\therefore \angle CAD=\angle BAE$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AEB$ (SAS)，

$\therefore CD=BE$ ， $\angle ADC=\angle ABE$ ，

$\therefore \angle BDC+\angle DBH=\angle BDC+\angle ABD+\angle ABE=\angle BDC+\angle ABD+\angle ADC=\angle ADB+$

$$\angle ABD=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle BHD=90^{\circ},$$

$$\therefore CD \perp BE,$$

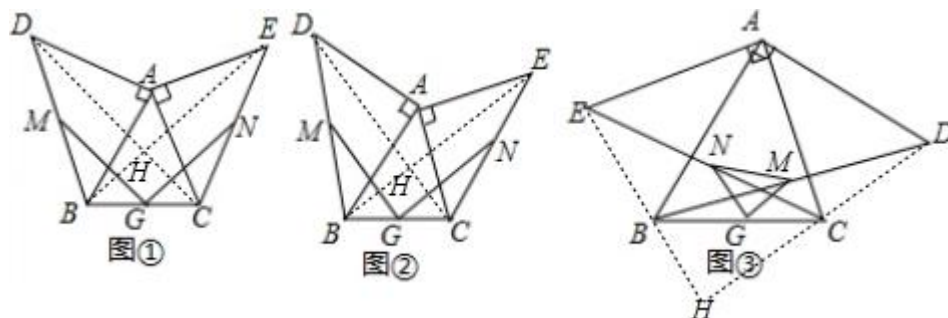
$\therefore$ 点 M, G 分别是 BD, BC 的中点,

$$\therefore MG \parallel \frac{1}{2}CD,$$

$$\text{同理: } NG \parallel \frac{1}{2}BE,$$

$$\therefore MG=NG, \quad MG \perp NG,$$

故答案为: $MG=NG, \quad MG \perp NG$;



(2) 连接 CD, BE, 相较于 H,

同 (1) 的方法得, $MG=NG, \quad MG \perp NG$;

(3) 连接 EB, DC, 延长线相交于 H,

同 (1) 的方法得, $MG=NG$,

同 (1) 的方法得, $\triangle ABE \cong \triangle ADC$,

$$\therefore \angle AEB = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle CEH + \angle ECH = \angle AEH - \angle AEC + 180^{\circ} - \angle ACD - \angle ACE = \angle ACD -$$

$$45^{\circ} + 180^{\circ} - \angle ACD - 45^{\circ} = 90^{\circ},$$

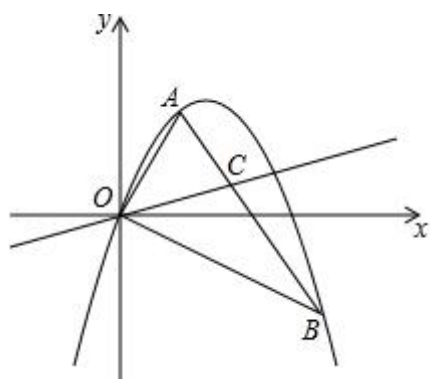
$$\therefore \angle DHE = 90^{\circ},$$

同 (1) 的方法得, $MG \perp NG$.

【点评】此题是三角形综合题, 主要考查等腰直角三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 平行线的判定和性质, 三角形的中位线定理, 正确作出辅助线用类比的思想解决问题是解本题的关键.

24. (9 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过 $\triangle OAB$ 的三个顶点, 其中点 $A(1, \sqrt{3})$, 点 $B(3, -\sqrt{3})$, O 为坐标原点.

- (1) 求这条抛物线所对应的函数表达式;
- (2) 若 $P(4, m)$, $Q(t, n)$ 为该抛物线上的两点, 且 $n < m$, 求 t 的取值范围;
- (3) 若 C 为线段 AB 上的一个动点, 当点 A , 点 B 到直线 OC 的距离之和最大时, 求 $\angle BOC$ 的大小及点 C 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 将已知点坐标代入即可;

(2) 利用抛物线增减性可解问题;

(3) 观察图形, 点 A , 点 B 到直线 OC 的距离之和小于等于 AB ; 同时用点 $A(1, \sqrt{3})$, 点 $B(3, -\sqrt{3})$ 求出相关角度.

【解答】解: (1) 把点 $A(1, \sqrt{3})$, 点 $B(3, -\sqrt{3})$ 分别代入 $y=ax^2+bx$ 得

$$\begin{cases} \sqrt{3}=a+b \\ -\sqrt{3}=9a+3b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ b=\frac{5\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{3}x$$

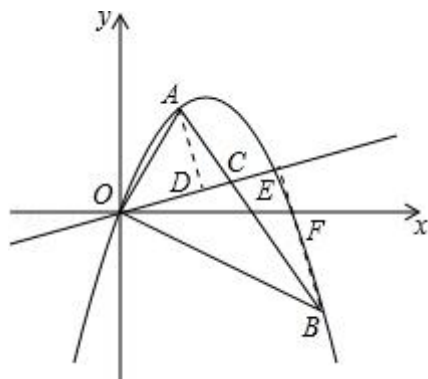
(2) 由 (1) 抛物线开口向下, 对称轴为直线 $x=\frac{5}{4}$

当 $x > \frac{5}{4}$ 时, y 随 x 的增大而减小

$\therefore$ 当 $t > 4$ 时, $n < m$.

(3) 如图, 设抛物线交 x 轴于点 F

分别过点 A 、 B 作 $AD \perp OC$ 于点 D , $BE \perp OC$ 于点 E



$$\therefore AC \geq AD, BC \geq BE$$

$$\therefore AD + BE \geq AC + BE = AB$$

$\therefore$ 当 $OC \perp AB$ 时, 点 A , 点 B 到直线 OC 的距离之和最大.

$$\therefore A(1, \sqrt{3}), \text{ 点 } B(3, -\sqrt{3})$$

$$\therefore \angle AOF = 60^\circ, \angle BOF = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ$$

当 $OC \perp AB$ 时, $\angle BOC = 60^\circ$

点 C 坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

【点评】 本题考查综合考查用待定系数法求二次函数解析式，抛物线的增减性. 解答问题时注意线段最值问题的转化方法.