

## 山东省东营市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分。

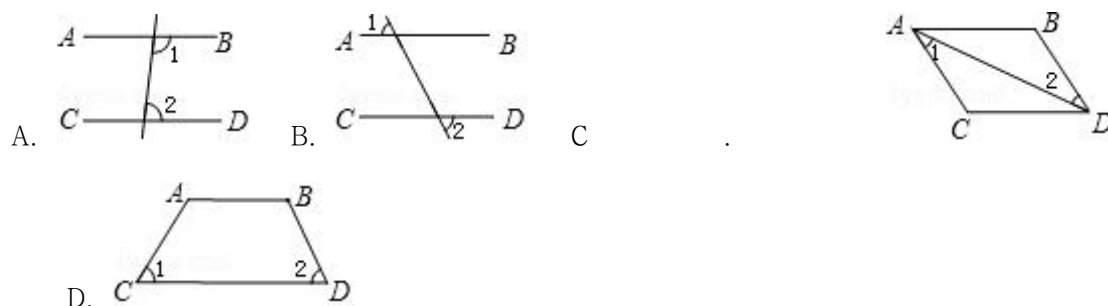
1. (3.00 分)  $-\frac{1}{5}$  的倒数是 ( )

A. -5 B. 5 C.  $-\frac{1}{5}$  D.  $\frac{1}{5}$

2. (3.00 分) 下列运算正确的是 ( )

A.  $-(x-y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$  B.  $a^2 + a^2 = a^4$   
C.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$  D.  $(xy^2)^2 = x^2y^4$

3. (3.00 分) 下列图形中，根据  $AB \parallel CD$ ，能得到  $\angle 1 = \angle 2$  的是 ( )



4. (3.00 分) 在平面直角坐标系中，若点  $P(m-2, m+1)$  在第二象限，则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m < -1$  B.  $m > 2$  C.  $-1 < m < 2$  D.  $m > -1$

5. (3.00 分) 为了帮助市内一名患“白血病”的中学生，东营市某学校数学社团 15 名同学积极捐款，捐款情况如下表所示，下列说法正确的是 ( )

|      |    |    |    |    |     |
|------|----|----|----|----|-----|
| 捐款数额 | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 |
| 人数   | 2  | 4  | 5  | 3  | 1   |

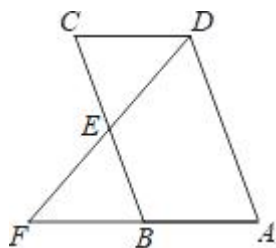
A. 众数是 100 B. 中位数是 30 C. 极差是 20 D. 平均数是 30

6. (3.00 分) 小岩打算购买气球装扮学校“毕业典礼”活动会场，气球的种类有笑脸和爱心两种，两种气球的价格不同，但同一种气球的价格相同。由于会场布置需要，购买时以一束 (4 个气球) 为单位，已知第一、二束气球的价格如图所示，则第三束气球的价格为 ( )



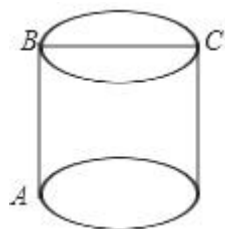
A. 19 B. 18 C. 16 D. 15

7. (3.00 分) 如图，在四边形 ABCD 中，E 是 BC 边的中点，连接 DE 并延长，交 AB 的延长线于点 F，AB=BF。添加一个条件使四边形 ABCD 是平行四边形，你认为下面四个条件中可选择的是 ( )



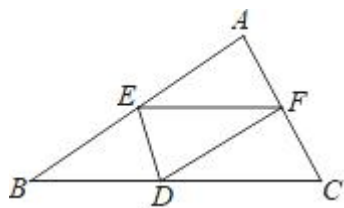
A.  $AD=BC$  B.  $CD=BF$  C.  $\angle A=\angle C$  D.  $\angle F=\angle CDF$

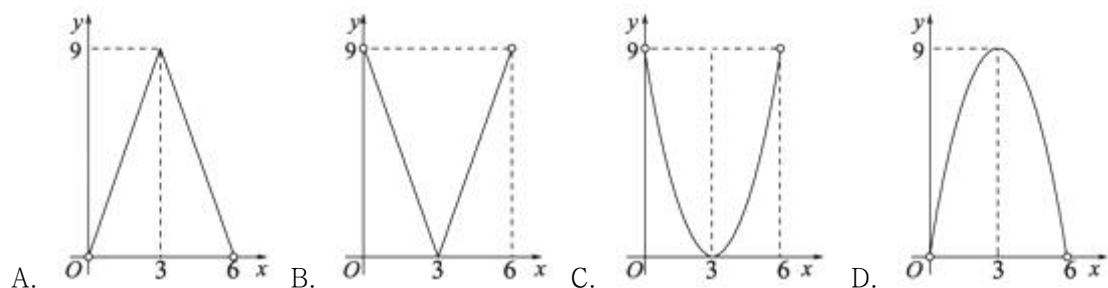
8. (3.00 分) 如图所示，圆柱的高  $AB=3$ ，底面直径  $BC=3$ ，现在有一只蚂蚁想要从 A 处沿圆柱表面爬到对角 C 处捕食，则它爬行的最短距离是 ( )



A.  $3\sqrt{1+\pi}$  B.  $3\sqrt{2}$  C.  $\frac{3\sqrt{4+\pi^2}}{2}$  D.  $3\sqrt{1+\pi^2}$

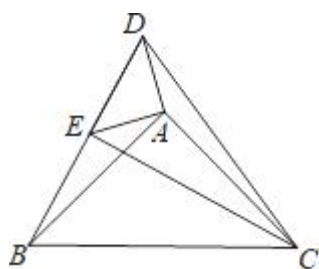
9. (3.00 分) 如图所示，已知  $\triangle ABC$  中， $BC=12$ ，BC 边上的高  $h=6$ ，D 为 BC 上一点， $EF \parallel BC$ ，交 AB 于点 E，交 AC 于点 F，设点 E 到边 BC 的距离为 x。则  $\triangle DEF$  的面积 y 关于 x 的函数图象大致为 ( )





10. (3.00 分) 如图, 点 E 在  $\triangle DBC$  的边 DB 上, 点 A 在  $\triangle DBC$  内部,  $\angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$ ,  $AD = AE$ ,  $AB = AC$ . 给出下列结论:

①  $BD = CE$ ; ②  $\angle ABD + \angle ECB = 45^\circ$ ; ③  $BD \perp CE$ ; ④  $BE^2 = 2(AD^2 + AB^2) - CD^2$ . 其中正确的是 ( )



A. ①②③④ B. ②④ C. ①②③ D. ①③④

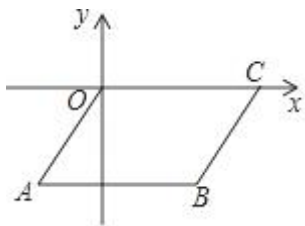
二、填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 3 分, 共 28 分. 只要求填写最后结果.

11. (3.00 分) 东营市大力推动新旧动能转换, 产业转型升级迈出新步伐. 建立了新旧动能转换项目库, 筛选论证项目 377 个, 计划总投资 4147 亿元. 4147 亿元用科学记数法表示为元.

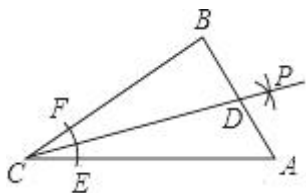
12. (3.00 分) 分解因式:  $x^3 - 4xy^2 =$ \_\_\_\_\_.

13. (3.00 分) 有五张背面完全相同的卡片, 其正面分别画有等腰三角形、平行四边形、矩形、正方形、菱形, 将这五张卡片背面朝上洗匀, 从中随机抽取一张, 卡片上的图形是中心对称图形的概率是\_\_\_\_\_.

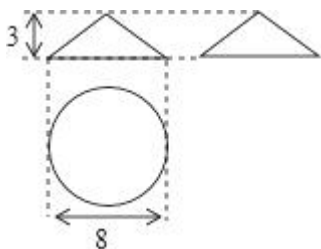
14. (3.00 分) 如图,  $B(3, -3)$ ,  $C(5, 0)$ , 以 OC, CB 为边作平行四边形 OABC, 则经过点 A 的反比例函数的解析式为\_\_\_\_\_.



15. (4.00 分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ , 以顶点  $C$  为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交  $AC$ ,  $BC$  于点  $E$ ,  $F$ , 再分别以点  $E$ ,  $F$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}EF$  的长为半径画弧, 两弧交于点  $P$ , 作射线  $CP$  交  $AB$  于点  $D$ . 若  $BD=3$ ,  $AC=10$ , 则  $\triangle ACD$  的面积是\_\_\_\_\_.

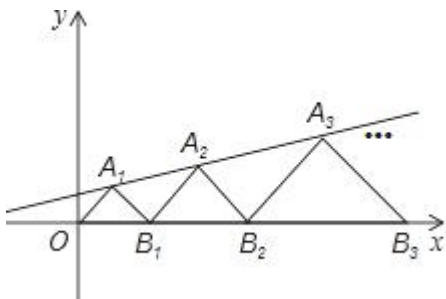


16. (4.00 分) 已知一个圆锥体的三视图如图所示, 则这个圆锥体的侧面积为\_\_\_\_\_.



17. (4.00 分) 在平面直角坐标系内有两点  $A$ 、 $B$ , 其坐标为  $A(-1, -1)$ ,  $B(2, 7)$ , 点  $M$  为  $x$  轴上的一个动点, 若要使  $MB - MA$  的值最大, 则点  $M$  的坐标为\_\_\_\_\_.

18. (4.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A_1, A_2, A_3, \dots$  和  $B_1, B_2, B_3, \dots$  分别在直线  $y = \frac{1}{5}x + b$  和  $x$  轴上.  $\triangle OA_1B_1, \triangle B_1A_2B_2, \triangle B_2A_3B_3, \dots$  都是等腰直角三角形. 如果点  $A_1(1, 1)$ , 那么点  $A_{2018}$  的纵坐标是\_\_\_\_\_.



三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (7.00 分) (1) 计算:  $|2 - \sqrt{3}| + (\sqrt{2} + 1)^0 - 3\tan 30^\circ + (-1)^{2018} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ ;

(2) 解不等式组:  $\begin{cases} x+3 > 0 \\ 2(x-1)+3 \geq 3x \end{cases}$  并判断  $-1$ ,  $\sqrt{2}$  这两个数是否为该不等式组的解.

20. (8.00 分) 2018 年东营市教育局在全市中小学开展了“情系疏勒书香援疆”捐书活动, 200 多所学校的师生踊跃参与, 向新疆疏勒县中小学共捐赠爱心图书 28.5 万余本. 某学校学生社团对本校九年级学生所捐图书进行统计, 根据收集的数据绘制了下面不完整的统计图表. 请你根据统计图表中所提供的信息解答下列问题:

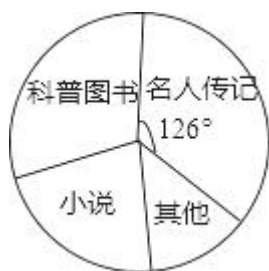
| 图书种类 | 频数 (本) | 频率   |
|------|--------|------|
| 名人传记 | 175    | a    |
| 科普图书 | b      | 0.30 |
| 小说   | 110    | c    |
| 其他   | 65     | d    |

(1) 求该校九年级共捐书多少本;

(2) 统计表中的  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3) 若该校共捐书 1500 本, 请估计“科普图书”和“小说”一共多少本;

(4) 该社团 3 名成员各捐书 1 本, 分别是 1 本“名人传记”, 1 本“科普图书”, 1 本“小说”, 要从这 3 人中任选 2 人为受赠者写一份自己所捐图书的简介, 请用列表法或树状图求选出的 2 人恰好 1 人捐“名人传记”, 1 人捐“科普图书”的概率.

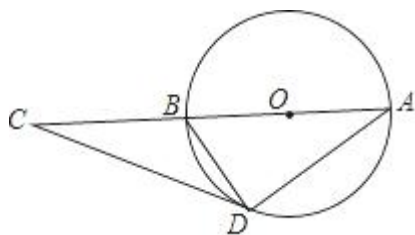


21. (8.00 分) 小明和小刚相约周末到雪莲大剧院看演出, 他们的家分别距离剧院 1200m 和 2000m, 两人分别从家中同时出发, 已知小明和小刚的速度比是 3: 4, 结果小明比小刚提前 4min 到达剧院. 求两人的速度.

22. (8.00 分) 如图, CD 是  $\odot O$  的切线, 点 C 在直径 AB 的延长线上.

(1) 求证:  $\angle CAD = \angle BDC$ ;

(2) 若  $BD = \frac{2}{3}AD$ ,  $AC = 3$ , 求 CD 的长.



23. (9.00 分) 关于  $x$  的方程  $2x^2 - 5x\sin A + 2 = 0$  有两个相等的实数根, 其中  $\angle A$  是锐角三角形  $ABC$  的一个内角.

(1) 求  $\sin A$  的值;

(2) 若关于  $y$  的方程  $y^2 - 10y + k^2 - 4k + 29 = 0$  的两个根恰好是  $\triangle ABC$  的两边长, 求  $\triangle ABC$  的周长.

24. (10.00 分) (1) 某学校“智慧方园”数学社团遇到这样一个题目:

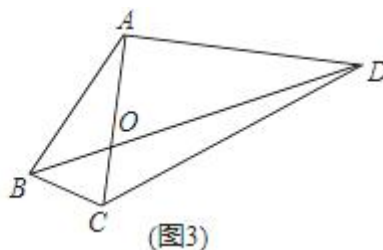
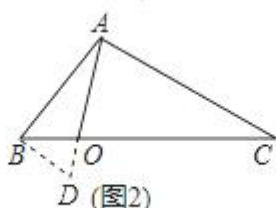
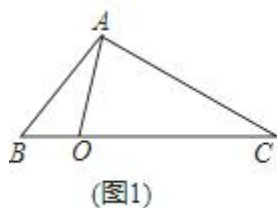
如图 1, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $O$  在线段  $BC$  上,  $\angle BAO = 30^\circ$ ,  $\angle OAC = 75^\circ$ ,  $AO = 3\sqrt{3}$ ,  $BO:CO = 1:3$ , 求  $AB$  的长.

经过社团成员讨论发现, 过点  $B$  作  $BD \parallel AC$ , 交  $AO$  的延长线于点  $D$ , 通过构造  $\triangle ABD$  就可以解决问题 (如图 2).

请回答:  $\angle ADB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ,  $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 请参考以上解决思路, 解决问题:

如图 3, 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ,  $AC \perp AD$ ,  $AO = 3\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = \angle ACB = 75^\circ$ ,  $BO:OD = 1:3$ , 求  $DC$  的长.

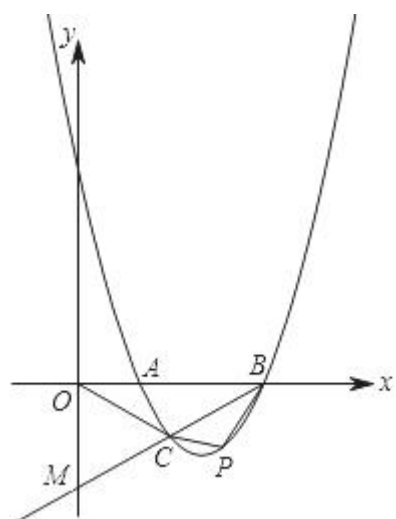


25. (12.00 分) 如图, 抛物线  $y = a(x-1)(x-3)$  ( $a > 0$ ) 与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点, 抛物线上另有一点  $C$  在  $x$  轴下方, 且使  $\triangle OCA \sim \triangle OBC$ .

(1) 求线段  $OC$  的长度;

(2) 设直线  $BC$  与  $y$  轴交于点  $M$ , 点  $C$  是  $BM$  的中点时, 求直线  $BM$  和抛物线的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 直线  $BC$  下方抛物线上是否存在一点  $P$ , 使得四边形  $ABPC$  面积最大? 若存在, 请求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



### 参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分。

1. (3.00 分)  $-\frac{1}{5}$  的倒数是 ( )

A. -5 B. 5 C.  $-\frac{1}{5}$  D.  $\frac{1}{5}$

【分析】根据倒数的定义，互为倒数的两数乘积为 1.

【解答】解： $-\frac{1}{5}$  的倒数是 -5,

故选：A.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (3.00 分) 下列运算正确的是 ( )

A.  $-(x-y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$  B.  $a^2 + a^2 = a^4$

C.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$  D.  $(xy^2)^2 = x^2y^4$

【分析】根据完全平方公式、合并同类项法则、同底数幂的乘法、积的乘方与幂的乘方逐一计算可得.

【解答】解：A、 $-(x-y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$ ，此选项错误；

B、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，此选项错误；

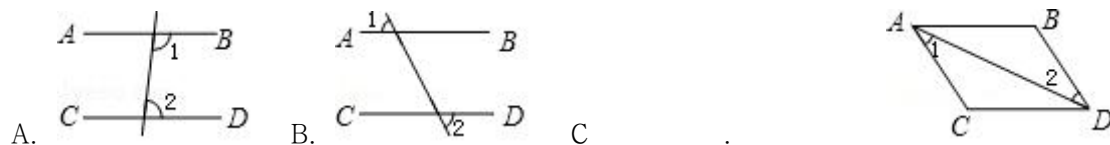
C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，此选项错误；

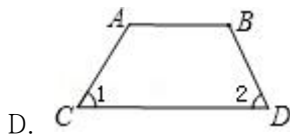
D、 $(xy^2)^2 = x^2y^4$ ，此选项正确；

故选：D.

【点评】本题主要考查整式的运算，解题的关键是掌握完全平方公式、合并同类项法则、同底数幂的乘法、积的乘方与幂的乘方.

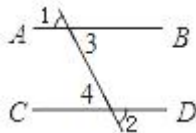
3. (3.00 分) 下列图形中，根据  $AB \parallel CD$ ，能得到  $\angle 1 = \angle 2$  的是 ( )





**【分析】** 两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等，据此进行判断即可．

- 【解答】** 解：A. 根据  $AB \parallel CD$ ，能得到  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，故本选项不符合题意；  
 B. 如图，根据  $AB \parallel CD$ ，能得到  $\angle 3 = \angle 4$ ，再根据对顶角相等，可得  $\angle 1 = \angle 2$ ，故本选项符合题意；  
 C. 根据  $AC \parallel BD$ ，能得到  $\angle 1 = \angle 2$ ，故本选项不符合题意；  
 D. 根据  $AB$  平行  $CD$ ，不能得到  $\angle 1 = \angle 2$ ，故本选项不符合题意；  
 故选：B.



**【点评】** 本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等．

4. (3.00 分) 在平面直角坐标系中，若点  $P(m-2, m+1)$  在第二象限，则  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $m < -1$  B.  $m > 2$  C.  $-1 < m < 2$  D.  $m > -1$

**【分析】** 根据第二象限内点的横坐标是负数，纵坐标是正数列出不等式组求解即可．

**【解答】** 解： $\because$  点  $P(m-2, m+1)$  在第二象限，

$$\therefore \begin{cases} m-2 < 0 \\ m+1 > 0 \end{cases},$$

解得  $-1 < m < 2$ .

故选：C.

**【点评】** 本题考查了各象限内点的坐标的符号特征以及解不等式，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限  $(+, +)$ ；第二象限  $(-, +)$ ；第三象限  $(-, -)$ ；第四象限  $(+, -)$ ．

5. (3.00 分) 为了帮助市内一名患“白血病”的中学生，东营市某学校数学社团 15 名同学积极捐款，捐款情况如下表所示，下列说法正确的是 ( )

|      |    |    |    |    |     |
|------|----|----|----|----|-----|
| 捐款数额 | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 |
| 人数   | 2  | 4  | 5  | 3  | 1   |

A. 众数是 100 B. 中位数是 30 C. 极差是 20 D. 平均数是 30

【分析】根据中位数、众数和极差的概念及平均数的计算公式，分别求出这组数据的中位数、平均数、众数和极差，得到正确结论.

【解答】解：该组数据中出现次数最多的数是 30，故众数是 30 不是 100，所以选项 A 不正确；

该组共有 15 个数据，其中第 8 个数据是 30，故中位数是 30，所以选项 B 正确；

该组数据的极差是  $100 - 10 = 90$ ，故极差是 90 不是 20，所以选项 C 不正确；

该组数据的平均数是  $\frac{10 \times 2 + 20 \times 4 + 30 \times 5 + 50 \times 3 + 100 \times 1}{2 + 4 + 5 + 3 + 1} = \frac{100}{3}$  不是 30，所以选项 D 不正确.

故选：B.

【点评】本题考查了中位数、平均数、众数和极差的概念. 题目难度不大，注意勿混淆概念.

6. (3.00 分) 小岩打算购买气球装扮学校“毕业典礼”活动会场，气球的种类有笑脸和爱心两种，两种气球的价格不同，但同一种气球的价格相同. 由于会场布置需要，购买时以一束 (4 个气球) 为单位，已知第一、二束气球的价格如图所示，则第三束气球的价格为 ( )



A. 19 B. 18 C. 16 D. 15

【分析】设一个笑脸气球的单价为  $x$  元/个，一个爱心气球的单价为  $y$  元/个，根据前两束气球的价格，即可得出关于  $x$ 、 $y$  的方程组，用前两束气球的价格相加除以 2，即可求出第三束气球的价格.

【解答】解：设一个笑脸气球的单价为  $x$  元/个，一个爱心气球的单价为  $y$  元/个，

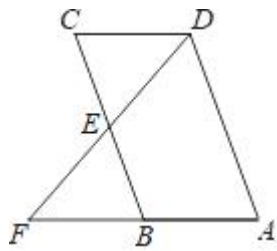
根据题意得： 
$$\begin{cases} 3x + y = 16 \text{ ①} \\ x + 3y = 20 \text{ ②} \end{cases}$$

方程  $(\text{①} + \text{②}) \div 2$ ，得：  $2x + 2y = 18$ .

故选：B.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

7. (3.00 分) 如图，在四边形 ABCD 中，E 是 BC 边的中点，连接 DE 并延长，交 AB 的延长线于点 F，AB=BF. 添加一个条件使四边形 ABCD 是平行四边形，你认为下面四个条件中可选择的是 ( )



A.  $AD=BC$  B.  $CD=BF$  C.  $\angle A=\angle C$  D.  $\angle F=\angle CDF$

【分析】正确选项是 D. 想办法证明  $CD=AB$ ， $CD\parallel AB$  即可解决问题；

【解答】解：正确选项是 D.

理由： $\because \angle F=\angle CDF$ ， $\angle CED=\angle BEF$ ， $EC=BE$ ，

$\therefore \triangle CDE\cong\triangle BFE$ ， $CD\parallel AF$ ，

$\therefore CD=BF$ ，

$\because BF=AB$ ，

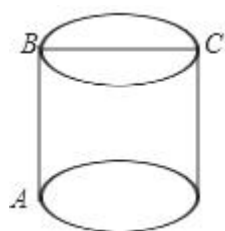
$\therefore CD=AB$ ，

$\therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形.

故选：D.

【点评】本题考查平行四边形的判定和性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

8. (3.00 分) 如图所示，圆柱的高  $AB=3$ ，底面直径  $BC=3$ ，现在有一只蚂蚁想要从 A 处沿圆柱表面爬到对角 C 处捕食，则它爬行的最短距离是 ( )



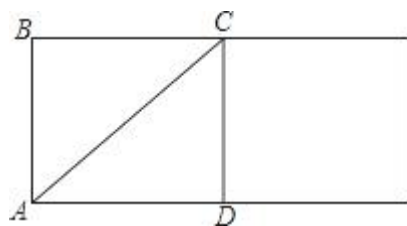
- A.  $3\sqrt{1+\pi}$  B.  $3\sqrt{2}$  C.  $\frac{3\sqrt{4+\pi^2}}{2}$  D.  $3\sqrt{1+\pi^2}$

**【分析】** 要求最短路径，首先要把圆柱的侧面展开，利用两点之间线段最短，然后利用勾股定理即可求解.

**【解答】** 解：把圆柱侧面展开，展开图如右图所示，点 A、C 的最短距离为线段 AC 的长. 在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中， $\angle ADC=90^\circ$ ， $CD=AB=3$ ，AD 为底面半圆弧长， $AD=1.5\pi$ ，

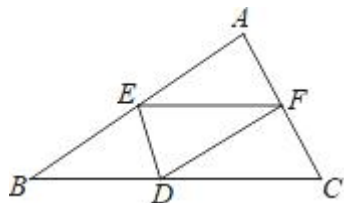
$$\text{所以 } AC = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\pi\right)^2} = \frac{3\sqrt{4+\pi^2}}{2},$$

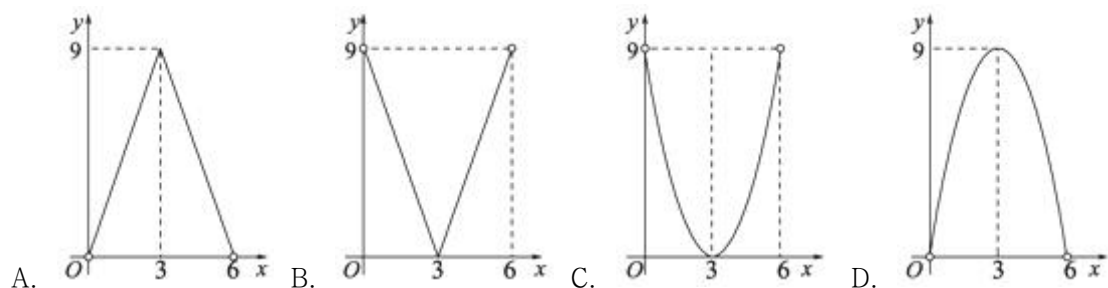
故选：C.



**【点评】** 本题考查了平面展开 - 最短路径问题，解题的关键是会将圆柱的侧面展开，并利用勾股定理解答.

9. (3.00 分) 如图所示，已知  $\triangle ABC$  中， $BC=12$ ，BC 边上的高  $h=6$ ，D 为 BC 上一点， $EF \parallel BC$ ，交 AB 于点 E，交 AC 于点 F，设点 E 到边 BC 的距离为  $x$ ，则  $\triangle DEF$  的面积  $y$  关于  $x$  的函数图象大致为 ( )





【分析】可过点 A 向 BC 作  $AH \perp BC$  于点 H，所以根据相似三角形的性质可求出 EF，进而求出函数关系式，由此即可求出答案.

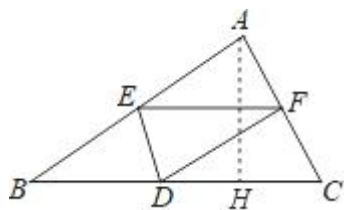
【解答】解：过点 A 向 BC 作  $AH \perp BC$  于点 H，所以根据相似比可知： $\frac{EF}{12} = \frac{6-x}{6}$ ,

即  $EF = 2(6-x)$

所以  $y = \frac{1}{2} \times 2(6-x) \times (6-x) = -x^2 + 6x$ . ( $0 < x < 6$ )

该函数图象是抛物线的一部分，

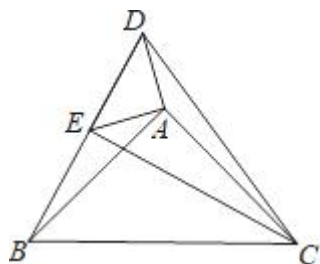
故选：D.



【点评】此题考查根据几何图形的性质确定函数的图象和函数图象的读图能力. 要能根据几何图形和图形上的数据分析得出所对应的函数的类型和所需要的条件, 结合实际意义画出正确的图象.

10. (3.00 分) 如图, 点 E 在  $\triangle DBC$  的边 DB 上, 点 A 在  $\triangle DBC$  内部,  $\angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$ ,  $AD = AE$ ,  $AB = AC$ . 给出下列结论:

①  $BD = CE$ ; ②  $\angle ABD + \angle ECB = 45^\circ$ ; ③  $BD \perp CE$ ; ④  $BE^2 = 2(AD^2 + AB^2) - CD^2$ . 其中正确的是 ( )



A. ①②③④ B. ②④ C. ①②③ D. ①③④

【分析】只要证明 $\triangle DAB \cong \triangle EAC$ ，利用全等三角形的性质即可一一判断；

【解答】解： $\because \angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAB = \angle EAC$

$\because AD = AE, AB = AC$ ，

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle EAC$ ，

$\therefore BD = CE, \angle ABD = \angle ECA$ ，故①正确，

$\therefore \angle ABD + \angle ECB = \angle ECA + \angle ECB = \angle ACB = 45^\circ$ ，故②正确，

$\therefore \angle ECB + \angle EBC = \angle ABD + \angle ECB + \angle ABC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CEB = 90^\circ$ ，即 $CE \perp BD$ ，故③正确，

$\therefore BE^2 = BC^2 - EC^2 = 2AB^2 - (CD^2 - DE^2) = 2AB^2 - CD^2 + 2AD^2 = 2(AD^2 + AB^2) - CD^2$ 。故④正确，

故选：A.

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质、勾股定理、等腰直角三角形的性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

二、填空题：本大题共 8 小题，其中 11-14 题每小题 3 分，15-18 题每小题 3 分，共 28 分. 只要求填写最后结果.

11. (3.00 分) 东营市大力推动新旧动能转换，产业转型升级迈出新步伐. 建立了新旧动能转换项目库，筛选论证项目 377 个，计划总投资 4147 亿元. 4147 亿元用科学记数法表示为  $4.147 \times 10^{11}$  元.

【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

【解答】解：4147 亿元用科学记数法表示为  $4.147 \times 10^{11}$ ，

故答案为： $4.147 \times 10^{11}$

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

12. (3.00 分) 分解因式： $x^3 - 4xy^2 = x(x+2y)(x-2y)$ .

【分析】原式提取  $x$ ，再利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式  $= x(x^2 - 4y^2) = x(x+2y)(x-2y)$ ，

故答案为:  $x(x+2y)(x-2y)$

**【点评】**此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

13. (3.00 分) 有五张背面完全相同的卡片, 其正面分别画有等腰三角形、平行四边形、矩形、正方形、菱形, 将这五张卡片背面朝上洗匀, 从中随机抽取一张, 卡片上的图形是中心对称图形的概率是  $\frac{4}{5}$ .

**【分析】**直接利用中心对称图形的性质结合概率求法直接得出答案.

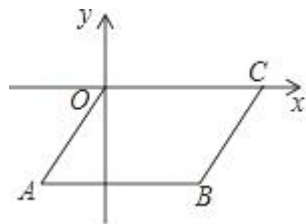
**【解答】**解:  $\because$  等腰三角形、平行四边形、矩形、正方形、菱形中, 平行四边形、矩形、正方形、菱形都是中心对称图形,

$\therefore$  从中随机抽取一张, 卡片上的图形是中心对称图形的概率是:  $\frac{4}{5}$ .

故答案为:  $\frac{4}{5}$ .

**【点评】**此题主要考查了中心对称图形的性质和概率求法, 正确把握中心对称图形的定义是解题关键.

14. (3.00 分) 如图,  $B(3, -3)$ ,  $C(5, 0)$ , 以  $OC$ ,  $CB$  为边作平行四边形  $OABC$ , 则经过点  $A$  的反比例函数的解析式为  $y = \frac{6}{x}$ .



**【分析】**设  $A$  坐标为  $(x, y)$ , 根据四边形  $OABC$  为平行四边形, 利用平移性质确定出  $A$  的坐标, 利用待定系数法确定出解析式即可.

**【解答】**解: 设  $A$  坐标为  $(x, y)$ ,

$\because B(3, -3)$ ,  $C(5, 0)$ , 以  $OC$ ,  $CB$  为边作平行四边形  $OABC$ ,

$\therefore x+5=0+3$ ,  $y+0=0-3$ ,

解得:  $x=-2$ ,  $y=-3$ , 即  $A(-2, -3)$ ,

设过点  $A$  的反比例解析式为  $y = \frac{k}{x}$ ,

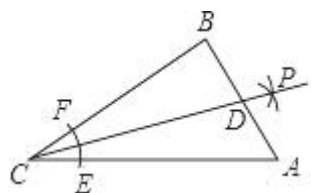
把 A ( - 2, - 3) 代入得:  $k=6$ ,

则过点 A 的反比例解析式为  $y=\frac{6}{x}$ ,

故答案为:  $y=\frac{6}{x}$

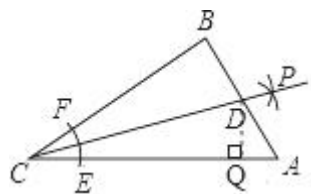
**【点评】** 此题考查了待定系数法求反比例函数解析式, 以及平行四边形的性质, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

15. (4.00 分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ , 以顶点 C 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 AC, BC 于点 E, F, 再分别以点 E, F 为圆心, 大于  $\frac{1}{2}EF$  的长为半径画弧, 两弧交于点 P, 作射线 CP 交 AB 于点 D. 若  $BD=3$ ,  $AC=10$ , 则  $\triangle ACD$  的面积是 15.



**【分析】** 作  $DQ \perp AC$ , 由角平分线的性质知  $DB=DQ=3$ , 再根据三角形的面积公式计算可得.

**【解答】** 解: 如图, 过点 D 作  $DQ \perp AC$  于点 Q,



由作图知 CP 是  $\angle ACB$  的平分线,

$\because \angle B=90^\circ$ ,  $BD=3$ ,

$\therefore DB=DQ=3$ ,

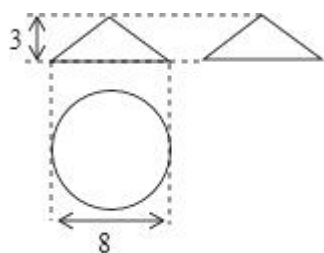
$\because AC=10$ ,

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot DQ = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15$ ,

故答案为: 15.

**【点评】** 本题主要考查作图 - 基本作图, 解题的关键是掌握角平分线的尺规作图及角平分线的性质.

16. (4.00 分) 已知一个圆锥体的三视图如图所示, 则这个圆锥体的侧面积为  $20\pi$ .



**【分析】**先利用三视图得到底面圆的半径为 4，圆锥的高为 3，再根据勾股定理计算出母线长  $l$  为 5，然后根据圆锥的侧面积公式： $S_{\text{侧}} = \pi r l$  代入计算即可.

**【解答】**解：根据三视图得到圆锥的底面圆的直径为 8，即底面圆的半径  $r$  为 4，圆锥的高为 3，

所以圆锥的母线长  $l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ,

所以这个圆锥的侧面积是  $\pi \times 4 \times 5 = 20\pi$ .

故答案为：  $20\pi$

**【点评】**本题考查了圆锥的计算，连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高. 圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长. 掌握圆锥的侧面积公式： $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$  是解题的关键. 也考查了三视图.

17. (4.00 分) 在平面直角坐标系内有两点 A、B，其坐标为 A (-1, -1)，B (2, 7)，点 M 为 x 轴上的一个动点，若要使 MB - MA 的值最大，则点 M 的坐标为  $(-\frac{3}{2}, 0)$ .

**【分析】**要使得 MB - MA 的值最大，只需取其中一点关于 x 轴的对称点，与另一点连成直线，然后求该直线 x 轴交点即为所求.

**【解答】**解：取点 B 关于 x 轴的对称点 B'，则直线 AB' 交 x 轴于点 M. 点 M 即为所求.

设直线 AB' 解析式为：  $y = kx + b$

把点 A (-1, -1) B' (2, -7) 代入

$$\begin{cases} -1 = -k + b \\ -7 = 2k + b \end{cases}$$

解得  $\begin{cases} k = -2 \\ b = -3 \end{cases}$

$\therefore$  直线 AB' 为：  $y = -2x - 3$ ,

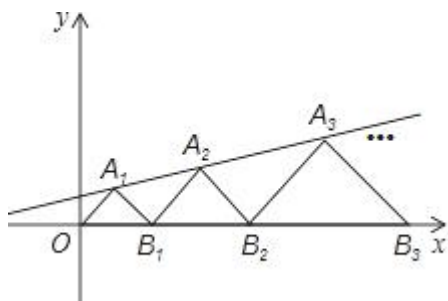
当  $y = 0$  时，  $x = -\frac{3}{2}$

∴ M 坐标为  $(-\frac{3}{2}, 0)$

故答案为:  $(-\frac{3}{2}, 0)$

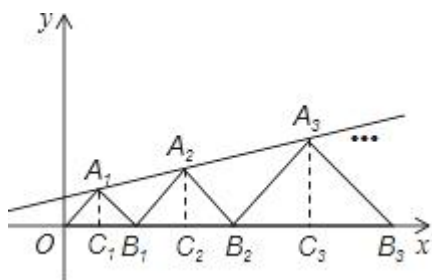
**【点评】** 本题考查轴对称 - 最短路线问题、坐标与图象变换, 解答本题的关键是明确题意, 利用三角形两边之差小于第三边和一次函数的性质解答.

18. (4.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A_1, A_2, A_3, \dots$  和  $B_1, B_2, B_3, \dots$  分别在直线  $y=\frac{1}{5}x+b$  和  $x$  轴上.  $\triangle OA_1B_1, \triangle B_1A_2B_2, \triangle B_2A_3B_3, \dots$  都是等腰直角三角形. 如果点  $A_1(1, 1)$ , 那么点  $A_{2018}$  的纵坐标是  $(\frac{3}{2})^{2017}$ .



**【分析】** 因为每个  $A$  点为等腰直角三角形的直角顶点, 则每个点  $A$  的纵坐标为对应等腰直角三角形的斜边一半. 故先设出各点  $A$  的纵坐标, 可以表示  $A$  的横坐标, 代入解析式可求点  $A$  的纵坐标, 规律可求.

**【解答】** 解: 分别过点  $A_1, A_2, A_3, \dots$  向  $x$  轴作垂线, 垂足为  $C_1, C_2, C_3, \dots$



∵ 点  $A_1(1, 1)$  在直线  $y=\frac{1}{5}x+b$  上

∴ 代入求得:  $b=\frac{4}{5}$

∴  $y=\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$

∵  $\triangle OA_1B_1$  为等腰直角三角形

∴  $OB_1=2$

设点  $A_2$  坐标为  $(a, b)$

$\because \triangle B_1A_2B_2$  为等腰直角三角形

$$\therefore A_2C_2 = B_1C_2 = b$$

$$\therefore a = OC_2 = OB_1 + B_1C_2 = 2 + b$$

把  $A_2(2+b, b)$  代入  $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$

$$\text{解得 } b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore OB_2 = 5$$

同理设点  $A_3$  坐标为  $(a, b)$

$\because \triangle B_2A_3B_3$  为等腰直角三角形

$$\therefore A_3C_3 = B_2C_3 = b$$

$$\therefore a = OC_3 = OB_2 + B_2C_3 = 5 + b$$

把  $A_3(5+b, b)$  代入  $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$

$$\text{解得 } b = \frac{9}{4}$$

以此类推，发现每个  $A$  的纵坐标依次是前一个的  $\frac{3}{2}$  倍

则  $A_{2018}$  的纵坐标是  $(\frac{3}{2})^{2017}$

故答案为:  $(\frac{3}{2})^{2017}$

**【点评】** 本题为一次函数图象背景下的规律探究题，结合了等腰直角三角形的性质，解答过程中注意对比每个点  $A$  的纵坐标变化规律.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (7.00 分) (1) 计算:  $|2 - \sqrt{3}| + (\sqrt{2} + 1)^0 - 3\tan 30^\circ + (-1)^{2018} - (\frac{1}{2})^{-1}$ ;

(2) 解不等式组:  $\begin{cases} x+3 > 0 \\ 2(x-1)+3 \geq 3x \end{cases}$  并判断  $-1, \sqrt{2}$  这两个数是否为该不等式组的解.

**【分析】** (1) 先求出每一部分的值，再代入求出即可;

(2) 先求出不等式的解集，再求出不等式组的解集，再判断即可.

**【解答】** 解: (1) 原式  $= 2 - \sqrt{3} + 1 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 - 2$

$$= 2 - 2\sqrt{3};$$

$$(2) \begin{cases} x+3 > 0 \text{ ①} \\ 2(x-1)+3 \geq 3x \text{ ②} \end{cases}$$

∴ 解不等式①得:  $x > -3$ ,

解不等式②得:  $x \leq 1$

∴ 不等式组的解集为:  $-3 < x \leq 1$ ,

则  $-1$  是不等式组的解,  $\sqrt{2}$  不是不等式组的解.

**【点评】** 本题考查了绝对值、特殊角的三角函数值、零指数幂、负整数指数幂、解一元一次组等知识点, 能求出每一部分的值是解 (1) 的关键, 能求出不等式组的解集是解 (2) 的关键.

20. (8.00 分) 2018 年东营市教育局在全市中小学开展了“情系疏勒书香援疆”捐书活动, 200 多所学校的师生踊跃参与, 向新疆疏勒县中小学共捐赠爱心图书 28.5 万余本. 某学校学生社团对本校九年级学生所捐图书进行统计, 根据收集的数据绘制了下面不完整的统计图表. 请你根据统计图表中所提供的信息解答下列问题:

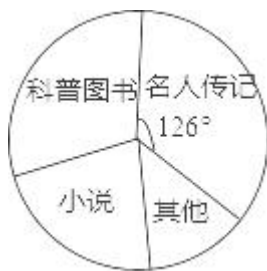
| 图书种类 | 频数 (本) | 频率   |
|------|--------|------|
| 名人传记 | 175    | a    |
| 科普图书 | b      | 0.30 |
| 小说   | 110    | c    |
| 其他   | 65     | d    |

(1) 求该校九年级共捐书多少本;

(2) 统计表中的  $a = \underline{0.35}$ ,  $b = \underline{150}$ ,  $c = \underline{0.22}$ ,  $d = \underline{0.13}$ ;

(3) 若该校共捐书 1500 本, 请估计“科普图书”和“小说”一共多少本;

(4) 该社团 3 名成员各捐书 1 本, 分别是 1 本“名人传记”, 1 本“科普图书”, 1 本“小说”, 要从这 3 人中任选 2 人为受赠者写一份自己所捐图书的简介, 请用列表法或树状图求选出的 2 人恰好 1 人捐“名人传记”, 1 人捐“科普图书”的概率.



【分析】(1) 根据名人传记的圆心角求得其人数所占百分比，再用名人传记的人数除以所得百分比可得总人数；

(2) 根据频率=频数÷总数分别求解可得；

(3) 用总人数乘以样本中科普图书和小说的频率之和可得；

(4) 列表得出所有等可能结果，从中找到恰好 1 人捐“名人传记”，1 人捐“科普图书”的结果数，利用概率公式求解可得.

【解答】解：(1) 该校九年级共捐书： $175 \div \frac{126}{360} = 500$  (本)；

(2)  $a = 175 \div 500 = 0.35$ 、 $b = 500 \times 0.3 = 150$ 、 $c = 110 \div 500 = 0.22$ 、 $d = 65 \div 500 = 0.13$ ，  
故答案为：0.35、150、0.22、0.13；

(3) 估计“科普图书”和“小说”一共  $1500 \times (0.3 + 0.22) = 780$  (本)；

(4) 分别用“1、2、3”代表“名人传记”、“科普图书”、“小说”三本书，可用列表法表示如下：

|   | 1      | 2      | 3      |
|---|--------|--------|--------|
| 1 |        | (2, 1) | (3, 1) |
| 2 | (1, 2) |        | (3, 2) |
| 3 | (1, 3) | (2, 3) |        |

则所有等可能的情况有 6 种，其中 2 人恰好 1 人捐“名人传记”，1 人捐“科普图书”的情况有 2 种，

所以所求的概率： $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

【点评】本题考查了列表法和树状图法求概率，频数分布直方图，扇形统计图，正确的识图是解题的关键.

21. (8.00 分) 小明和小刚相约周末到雪莲大剧院看演出, 他们的家分别距离剧院 1200m 和 2000m, 两人分别从家中同时出发, 已知小明和小刚的速度比是 3: 4, 结果小明比小刚提前 4min 到达剧院. 求两人的速度.

【分析】设小明的速度为  $3x$  米/分, 则小刚的速度为  $4x$  米/分, 根据时间=路程÷速度结合小明比小刚提前 4min 到达剧院, 即可得出关于  $x$  的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【解答】解: 设小明的速度为  $3x$  米/分, 则小刚的速度为  $4x$  米/分,

根据题意得:  $\frac{2000}{4x} - \frac{1200}{3x} = 4,$

解得:  $x=25,$

经检验,  $x=25$  是分式方程的根, 且符合题意,

$\therefore 3x=75, 4x=100.$

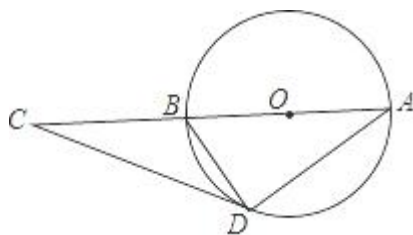
答: 小明的速度是 75 米/分, 小刚的速度是 100 米/分.

【点评】本题考查了分式方程的应用, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

22. (8.00 分) 如图,  $CD$  是  $\odot O$  的切线, 点  $C$  在直径  $AB$  的延长线上.

(1) 求证:  $\angle CAD = \angle BDC$ ;

(2) 若  $BD = \frac{2}{3}AD$ ,  $AC=3$ , 求  $CD$  的长.



【分析】(1) 连接  $OD$ , 由  $OB=OD$  可得出  $\angle OBD = \angle ODB$ , 根据切线的性质及直径所对的圆周角等于  $180^\circ$ , 利用等角的余角相等, 即可证出  $\angle CAD = \angle BDC$ ;

(2) 由  $\angle C = \angle C$ 、 $\angle CAD = \angle CDB$  可得出  $\triangle CDB \sim \triangle CAD$ , 根据相似三角形的性质结合  $BD = \frac{2}{3}AD$ 、 $AC=3$ , 即可求出  $CD$  的长.

【解答】(1) 证明: 连接  $OD$ , 如图所示.

$\because OB=OD,$

$\therefore \angle OBD = \angle ODB.$

$\because CD$  是  $\odot O$  的切线,  $OD$  是  $\odot O$  的半径,

$$\therefore \angle ODB + \angle BDC = 90^\circ.$$

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OBD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BDC.$$

(2) 解:  $\because \angle C = \angle C$ ,  $\angle CAD = \angle CDB$ ,

$$\therefore \triangle CDB \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{CD}{AC}.$$

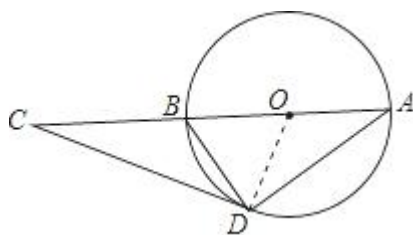
$$\because BD = \frac{2}{3}AD,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{2}{3},$$

$$\text{又} \because AC = 3,$$

$$\therefore CD = 2.$$



**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定与性质、圆周角定义以及切线的性质, 解题的关键是:

(1) 利用等角的余角相等证出  $\angle CAD = \angle BDC$ ; (2) 利用相似三角形的性质找出  $\frac{CD}{AC} = \frac{2}{3}$ .

23. (9.00 分) 关于  $x$  的方程  $2x^2 - 5x\sin A + 2 = 0$  有两个相等的实数根, 其中  $\angle A$  是锐角三角形  $ABC$  的一个内角.

(1) 求  $\sin A$  的值;

(2) 若关于  $y$  的方程  $y^2 - 10y + k^2 - 4k + 29 = 0$  的两个根恰好是  $\triangle ABC$  的两边长, 求  $\triangle ABC$  的周长.

**【分析】** (1) 利用判别式的意义得到  $\Delta = 25\sin^2 A - 16 = 0$ , 解得  $\sin A = \frac{4}{5}$ ;

(2) 利用判别式的意义得到  $100 - 4(k^2 - 4k + 29) \geq 0$ , 则  $-(k - 2)^2 \geq 0$ , 所以  $k = 2$ , 把  $k = 2$  代入方程后解方程得到  $y_1 = y_2 = 5$ , 则  $\triangle ABC$  是等腰三角形, 且腰长为 5.

分两种情况：当 $\angle A$ 是顶角时：如图，过点B作 $BD \perp AC$ 于点D，利用三角形函数求出 $AD=3$ ， $BD=4$ ，再利用勾股定理求出BC即得到 $\triangle ABC$ 的周长；

当 $\angle A$ 是底角时：如图，过点B作 $BD \perp AC$ 于点D，在 $Rt\triangle ABD$ 中， $AB=5$ ，利用三角函数求出AD得到AC的长，从而得到 $\triangle ABC$ 的周长。

**【解答】**解：（1）根据题意得 $\Delta = 25\sin^2 A - 16 = 0$ ，

$$\therefore \sin^2 A = \frac{16}{25},$$

$$\therefore \sin A = \pm \frac{4}{5} \text{ 或 } \frac{4}{5},$$

$\because \angle A$ 为锐角，

$$\therefore \sin A = \frac{4}{5};$$

（2）由题意知，方程 $y^2 - 10y + k^2 - 4k + 29 = 0$ 有两个实数根，

则 $\Delta \geq 0$ ，

$$\therefore 100 - 4(k^2 - 4k + 29) \geq 0,$$

$$\therefore -(k-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (k-2)^2 \leq 0,$$

$$\text{又} \because (k-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore k=2,$$

把 $k=2$ 代入方程，得 $y^2 - 10y + 25 = 0$ ，

解得 $y_1 = y_2 = 5$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，且腰长为5。

分两种情况：

当 $\angle A$ 是顶角时：如图，过点B作 $BD \perp AC$ 于点D，在 $Rt\triangle ABD$ 中， $AB=AC=5$

$$\therefore \sin A = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AD=3, BD=4 \therefore DC=2,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 10 + 2\sqrt{5};$$

当 $\angle A$ 是底角时：如图，过点B作 $BD \perp AC$ 于点D，在 $Rt\triangle ABD$ 中， $AB=5$ ，

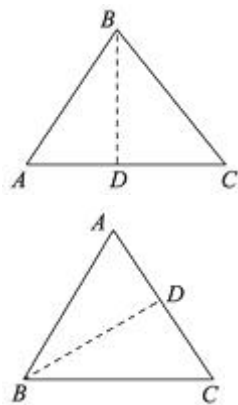
$$\therefore \sin A = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AD=DC=3,$$

$\therefore AC=6$ .

$\therefore \triangle ABC$  的周长为 16,

综合以上讨论可知:  $\triangle ABC$  的周长为  $10+2\sqrt{5}$  或 16.



**【点评】** 本题考查了根的判别式: 一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta=b^2-4ac$  有如下关系: 当  $\Delta > 0$  时, 方程有两个不相等的实数根; 当  $\Delta=0$  时, 方程有两个相等的实数根; 当  $\Delta < 0$  时, 方程无实数根. 也考查了解直角三角形.

24. (10.00 分) (1) 某学校“智慧方园”数学社团遇到这样一个题目:

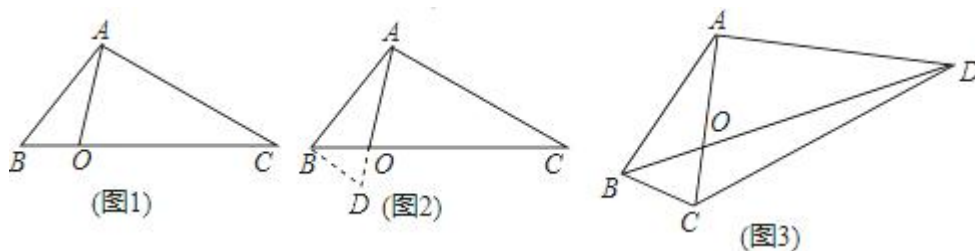
如图 1, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $O$  在线段  $BC$  上,  $\angle BAO=30^\circ$ ,  $\angle OAC=75^\circ$ ,  $AO=3\sqrt{3}$ ,  $BO:CO=1:3$ , 求  $AB$  的长.

经过社团成员讨论发现, 过点  $B$  作  $BD \parallel AC$ , 交  $AO$  的延长线于点  $D$ , 通过构造  $\triangle ABD$  就可以解决问题 (如图 2).

请回答:  $\angle ADB=$   $75^\circ$ ,  $AB=$   $4\sqrt{3}$ .

(2) 请参考以上解决思路, 解决问题:

如图 3, 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ,  $AC \perp AD$ ,  $AO=3\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC=\angle ACB=75^\circ$ ,  $BO:OD=1:3$ , 求  $DC$  的长.



**【分析】** (1) 根据平行线的性质可得出  $\angle ADB=\angle OAC=75^\circ$ , 结合  $\angle BOD=\angle COA$  可得出  $\triangle BOD \sim \triangle COA$ , 利用相似三角形的性质可求出  $OD$  的值, 进而可得出  $AD$  的值, 由三角形内

---

角和定理可得出  $\angle ABD = 75^\circ = \angle ADB$ ，由等角对等边可得出  $AB = AD = 4\sqrt{3}$ ，此题得解；

(2) 过点 B 作  $BE \parallel AD$  交 AC 于点 E，同 (1) 可得出  $AE = 4\sqrt{3}$ ，在  $\text{Rt}\triangle AEB$  中，利用勾股定理可求出 BE 的长度，再在  $\text{Rt}\triangle CAD$  中，利用勾股定理可求出 DC 的长，此题得解.

【解答】解：(1)  $\because BD \parallel AC$ ,

$$\therefore \angle ADB = \angle OAC = 75^\circ.$$

$$\because \angle BOD = \angle COA,$$

$$\therefore \triangle BOD \sim \triangle COA,$$

$$\therefore \frac{OD}{OA} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{又} \because AO = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore OD = \frac{1}{3}AO = \sqrt{3}.$$

$$\therefore AD = AO + OD = 4\sqrt{3}.$$

$$\because \angle BAD = 30^\circ, \angle ADB = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - \angle BAD - \angle ADB = 75^\circ = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD = 4\sqrt{3}.$$

故答案为：75； $4\sqrt{3}$ .

(2) 过点 B 作  $BE \parallel AD$  交 AC 于点 E，如图所示.

$$\because AC \perp AD, BE \parallel AD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BEA = 90^\circ.$$

$$\because \angle AOD = \angle EOB,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle EOB,$$

$$\therefore \frac{BO}{DO} = \frac{EO}{AO} = \frac{BE}{DA}.$$

$$\because BO : OD = 1 : 3,$$

$$\therefore \frac{EO}{AO} = \frac{BE}{DA} = \frac{1}{3}.$$

$$\because AO = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore EO = \sqrt{3},$$

$$\therefore AE = 4\sqrt{3}.$$

$$\because \angle ABC = \angle ACB = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore AB=2BE.$$

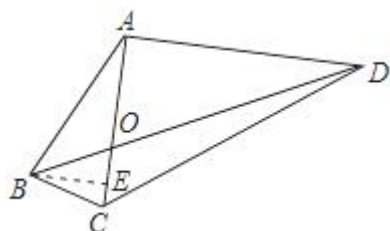
在  $\text{Rt}\triangle AEB$  中,  $BE^2+AE^2=AB^2$ , 即  $(4\sqrt{3})^2+BE^2=(2BE)^2$ ,

解得:  $BE=4$ ,

$$\therefore AB=AC=8, AD=12.$$

在  $\text{Rt}\triangle CAD$  中,  $AC^2+AD^2=CD^2$ , 即  $8^2+12^2=CD^2$ ,

解得:  $CD=4\sqrt{13}$ .



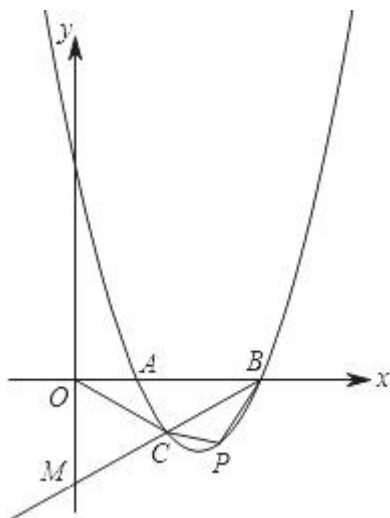
**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质、等腰三角形的判定与性质、勾股定理以及平行线的性质, 解题的关键是: (1) 利用相似三角形的性质求出  $OD$  的值; (2) 利用勾股定理求出  $BE$ 、 $CD$  的长度.

25. (12.00 分) 如图, 抛物线  $y=a(x-1)(x-3)$  ( $a>0$ ) 与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点, 抛物线上另有一点  $C$  在  $x$  轴下方, 且使  $\triangle OCA \sim \triangle OBC$ .

(1) 求线段  $OC$  的长度;

(2) 设直线  $BC$  与  $y$  轴交于点  $M$ , 点  $C$  是  $BM$  的中点时, 求直线  $BM$  和抛物线的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 直线  $BC$  下方抛物线上是否存在一点  $P$ , 使得四边形  $ABPC$  面积最大? 若存在, 请求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



**【分析】** (1) 令  $y=0$ , 求出  $x$  的值, 确定出  $A$  与  $B$  坐标, 根据已知相似三角形得比例, 求出

OC 的长即可;

(2) 根据 C 为 BM 的中点, 利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得到  $OC=BC$ , 确定出 C 的坐标, 利用待定系数法确定出直线 BC 解析式, 把 C 坐标代入抛物线求出 a 的值, 确定出二次函数解析式即可;

(3) 过 P 作 x 轴的垂线, 交 BM 于点 Q, 设出 P 与 Q 的横坐标为 x, 分别代入抛物线与直线解析式, 表示出坐标轴, 相减表示出 PQ, 四边形 ACPB 面积最大即为三角形 BCP 面积最大, 三角形 BCP 面积等于 PQ 与 B 和 C 横坐标之差乘积的一半, 构造为二次函数, 利用二次函数性质求出此时 P 的坐标即可.

**【解答】** 解: (1) 由题可知当  $y=0$  时,  $a(x-1)(x-3)=0$ ,

解得:  $x_1=1$ ,  $x_2=3$ , 即 A (1, 0), B (3, 0),

$$\therefore OA=1, OB=3$$

$$\because \triangle OCA \sim \triangle OBC,$$

$$\therefore OC: OB=OA: OC,$$

$$\therefore OC^2=OA \cdot OB=3,$$

$$\text{则 } OC=\sqrt{3};$$

(2)  $\because$  C 是 BM 的中点, 即 OC 为斜边 BM 的中线,

$$\therefore OC=BC,$$

$$\therefore \text{点 C 的横坐标为 } \frac{3}{2},$$

又  $OC=\sqrt{3}$ , 点 C 在 x 轴下方,

$$\therefore C \left( \frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right),$$

设直线 BM 的解析式为  $y=kx+b$ ,

$$\text{把点 B (3, 0), C } \left( \frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ 代入得: } \begin{cases} 3k+b=0 \\ \frac{3}{2}k+b=-\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } b=-\sqrt{3}, k=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-\sqrt{3},$$

又  $\because$  点 C  $\left( \frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$  在抛物线上, 代入抛物线解析式,

$$\text{解得: } a=\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

∴ 抛物线解析式为  $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$ ;

(3) 点 P 存在,

设点 P 坐标为  $(x, \frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3})$ , 过点 P 作  $PQ \perp x$  轴交直线 BM 于点 Q,

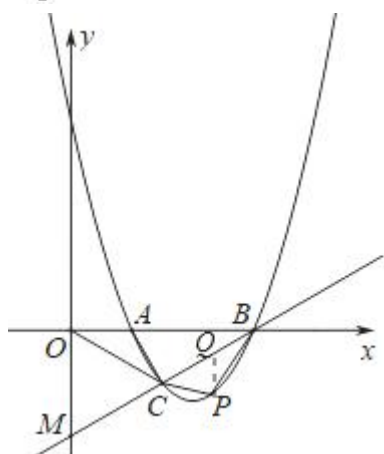
则 Q  $(x, \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3})$ ,

$$\therefore PQ = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3} - (\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 + 3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3},$$

当  $\triangle BCP$  面积最大时, 四边形 ABPC 的面积最大,

$$S_{\triangle BCP} = \frac{1}{2}PQ(3-x) + \frac{1}{2}PQ(x - \frac{3}{2}) = \frac{3}{4}PQ = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{9\sqrt{3}}{4}x - \frac{9\sqrt{3}}{4},$$

当  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{9}{4}$  时,  $S_{\triangle BCP}$  有最大值, 四边形 ABPC 的面积最大, 此时点 P 的坐标为  $(\frac{9}{4}, -\frac{5\sqrt{3}}{8})$ .



**【点评】** 此题属于二次函数综合题, 涉及的知识有: 二次函数图象与性质, 待定系数法确定函数解析式, 相似三角形的判定与性质, 以及坐标与图形性质, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.