

2017 年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

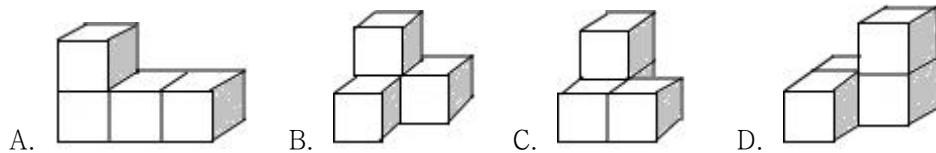
1. (3 分) $(\frac{1}{3})^{-2}$ 的相反数是 ()

- A. 9 B. -9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

2. (3 分) 生物学家发现了一种病毒, 其长度约为 0.00000032mm, 数据 0.00000032 用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 3.2×10^7 B. 3.2×10^8 C. 3.2×10^{-7} D. 3.2×10^{-8}

3. (3 分) 下列几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的, 其中左视图与俯视图相同的是 ()

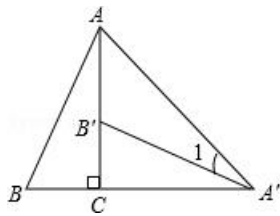


4. (3 分) 某兴趣小组为了解我市气温变化情况, 记录了今年 1 月份连续 6 天的最低气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$): -7, -4, -2, 1, -2, 2. 关于这组数据, 下列结论不正确的是 ()

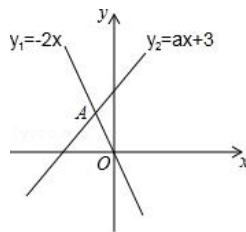
- A. 平均数是 -2 B. 中位数是 -2 C. 众数是 -2 D. 方差是 7

5. (3 分) 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 AA' , 若 $\angle 1 = 25^{\circ}$, 则 $\angle BAA'$ 的度数是 ()

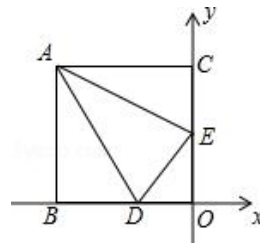
- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

6. (3 分) 如图, 函数 $y_1 = -2x$ 与 $y_2 = ax + 3$ 的图象相交于点 A (m, 2), 则关于 x 的不等式 $-2x > ax + 3$ 的解集是 ()

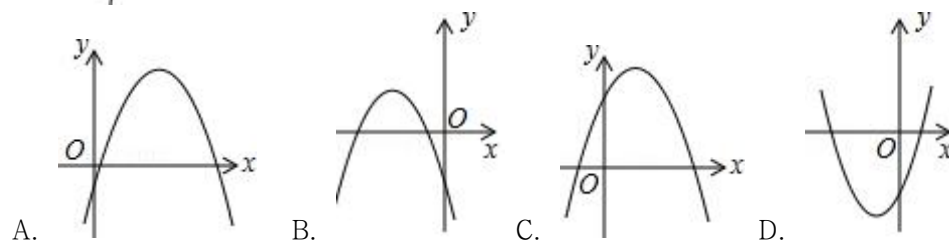
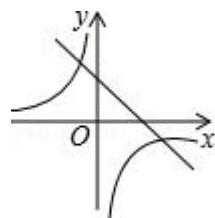
- A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x > -1$ D. $x < -1$

7. (3 分) 如图, 矩形 ABOC 的顶点 A 的坐标为 (-4, 5), D 是 OB 的中点, E 是 OC 上的一点, 当 $\triangle ADE$ 的周长最小时, 点 E 的坐标是 ()

- A. $(0, \frac{4}{3})$ B. $(0, \frac{5}{3})$ C. (0, 2) D. $(0, \frac{10}{3})$

8. (3分) 一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象如图所示,

则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可能是 ()



A. B. C. D.

二、填空题 (共6小题, 每小题3分, 满分18分)

9. (3分) 分解因式: $x^3 - x =$ _____.

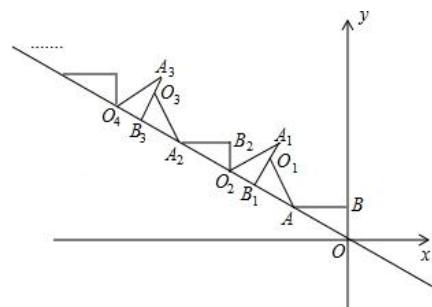
10. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+6x+k^2-k=0$ 的一个根是 0, 则 k 的值是_____.

11. (3分) 菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, 其周长为 24cm, 则菱形的面积为_____ cm^2 .

12. (3分) 一个扇形的圆心角为 100° , 面积为 $15\pi \text{ cm}^2$, 则此扇形的半径长为_____ cm.

13. (3分) 直线 $y=kx$ ($k>0$) 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 交于 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 两点, 则 $3x_1y_2 - 9x_2y_1$ 的值为_____.

14. (3分) 如图, $AB \perp y$ 轴, 垂足为 B , 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AB_1O_1$ 的位置, 使点 B 的对应点 B_1 落在直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上, 再将 $\triangle AB_1O_1$ 绕点 B_1 逆时针旋转到 $\triangle A_1B_1O_1$ 的位置, 使点 O_1 的对应点 O_2 落在直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上, 依次进行下去...若点 B 的坐标是 $(0, 1)$, 则点 O_{12} 的纵坐标为_____.

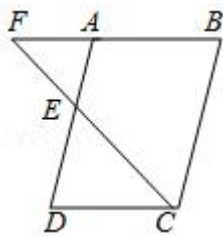


三、解答题 (共 10 小题, 共 78 分)

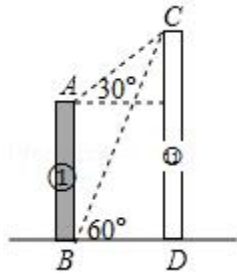
15. (6 分) 计算: $-1^2 - 13 - \sqrt{10} + 2\sqrt{5}\sin 45^\circ - (\sqrt{2017} - 1)^2$.

16. (6 分) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{3x-1}{x+1}) \div \frac{x}{x^2-1}$, 其中 x 是不等式组 $\begin{cases} 1-x > \frac{-1-x}{2} \\ x-1 > 0 \end{cases}$ 的整数解.

17. (6 分) 如图, E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 的中点, 连接 CE 并延长交 BA 的延长线于 F , 若 $CD=6$, 求 BF 的长.



18. (6 分) 如图, 某小区①号楼与②号楼隔河相望, 李明家住在①号楼, 他很想知道②号楼的高度, 于是他做了一些测量, 他先在 B 点测得 C 点的仰角为 60° , 然后到 42 米高的楼顶 A 处, 测得 C 点的仰角为 30° , 请你帮助李明计算②号楼的高度 CD.



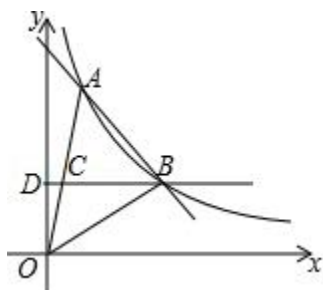
19. (7 分) 列方程解应用题:

某玩具厂生产一种玩具, 按照控制固定成本降价促销的原则, 使生产的玩具能够及时售出, 据市场调查: 每个玩具按 480 元销售时, 每天可销售 160 个; 若销售单价每降低 1 元, 每天可多售出 2 个, 已知每个玩具的固定成本为 360 元, 问这种玩具的销售单价为多少元时, 厂家每天可获利润 20000 元?

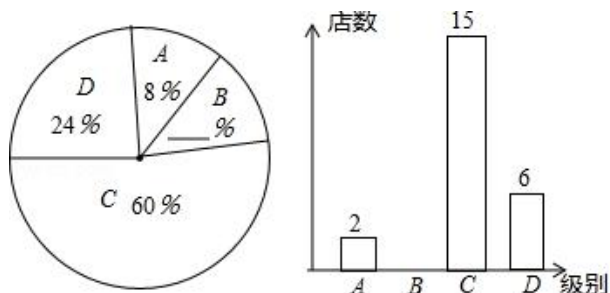
20. (7 分) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象在第一象限交于 A、B 两点，B 点的坐标为 (3, 2)，连接 OA、OB，过 B 作 $BD \perp y$ 轴，垂足为 D，交 OA 于 C，若 $OC=CA$ 。

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积。



21. (10 分) 今年 5 月，某大型商业集团随机抽取所属的部分商业连锁店进行评估，将抽取的各商业连锁店按照评估成绩分成了 A、B、C、D 四个等级，并绘制了如图不完整的扇形统计图和条形统计图。



根据以上信息，解答下列问题：

(1) 本次评估随机抽取了多少家商业连锁店？

(2) 请补充完整扇形统计图和条形统计图，并在图中标注相应数据；

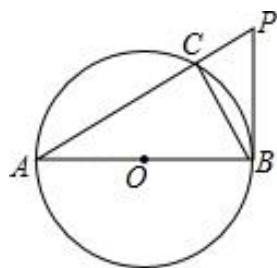
(3) 从 A、B 两个等级的商业连锁店中任选 2 家介绍营销经验，求其中至少有一家 A 等级的概率。

22. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 与 $\odot O$ 相切于点 B , 连接 PA 交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC .

(1) 求证: $\angle BAC = \angle CBP$;

(2) 求证: $PB^2 = PC \cdot PA$;

(3) 当 $AC=6$, $CP=3$ 时, 求 $\sin \angle PAB$ 的值.



23. (10 分) 正方形 ABCD 的边长为 6cm, 点 E、M 分别是线段 BD、AD 上的动点, 连接 AE 并延长, 交边 BC 于 F, 过 M 作 $MN \perp AF$, 垂足为 H, 交边 AB 于点 N.

(1) 如图 1, 若点 M 与点 D 重合, 求证: $AF=MN$;

(2) 如图 2, 若点 M 从点 D 出发, 以 1cm/s 的速度沿 DA 向点 A 运动, 同时点 E 从点 B 出发, 以 $\sqrt{2}$ cm/s 的速度沿 BD 向点 D 运动, 运动时间为 t s.

①设 $BF=y$ cm, 求 y 关于 t 的函数表达式;

②当 $BN=2AN$ 时, 连接 FN, 求 FN 的长.

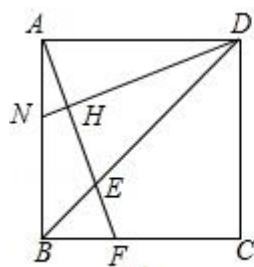


图1

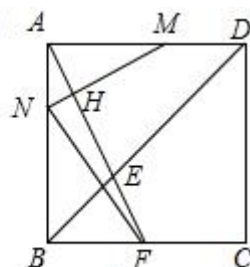


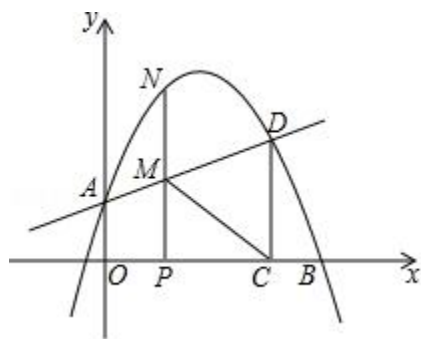
图2

24. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 交 y 轴于点 A , 交 x 轴正半轴于点 $B(4, 0)$, 与过 A 点的直线相交于另一点 $D(3, \frac{5}{2})$, 过点 D 作 $DC \perp x$ 轴, 垂足为 C .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 在线段 OC 上 (不与点 O 、 C 重合), 过 P 作 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AD 于 M , 交抛物线于点 N , 连接 CM , 求 $\triangle PCM$ 面积的最大值;

(3) 若 P 是 x 轴正半轴上的一动点, 设 OP 的长为 t , 是否存在 t , 使以点 M 、 C 、 D 、 N 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2017 年山东省菏泽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2017•菏泽) $(\frac{1}{3})^{-2}$ 的相反数是 ()

- A. 9 B. -9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

【分析】先将原数求出，然后再求该数的相反数.

【解答】解：原数 $=3^2=9$ ， $\therefore 9$ 的相反数为：-9；故选 (B)

【点评】本题考查负整数指数幂的意义，解题的关键正确理解负整数指数幂的意义，本题属于基础题型.

2. (3 分) (2017•菏泽) 生物学家发现了一种病毒，其长度约为 0.00000032mm，数据 0.00000032 用科学记数法表示正确的是 ()

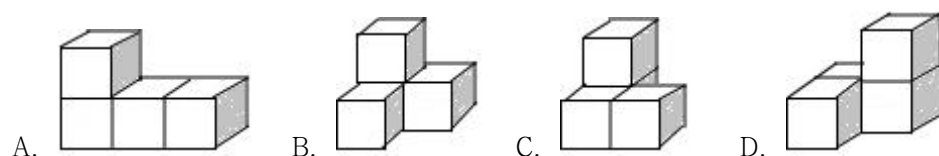
- A. 3.2×10^7 B. 3.2×10^8 C. 3.2×10^{-7} D. 3.2×10^{-8}

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：0.00000032 $=3.2 \times 10^{-7}$ ；故选：C.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) (2017•菏泽) 下列几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的，其中左视图与俯视图相同的是 ()



【分析】根据图形、找出几何体的左视图与俯视图，判断即可.

【解答】解：A、左视图是两个正方形，俯视图是三个正方形，不符合题意；

B、左视图与俯视图不同，不符合题意；C、左视图与俯视图相同，符合题意；

D 左视图与俯视图不同，不符合题意，故选：C.

【点评】此题主要考查了由几何体判断三视图，考查了空间想象能力，解答此题的关键是要明确：由几何体想象三视图的形状，应分别根据几何体的前面、上面和左侧面的形状想

象主视图、俯视图和左视图.

4. (3分) (2017•菏泽) 某兴趣小组为了解我市气温变化情况, 记录了今年1月份连续6天的最低气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$): $-7, -4, -2, 1, -2, 2$. 关于这组数据, 下列结论不正确的是 ()

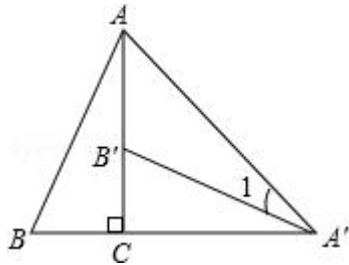
A. 平均数是 -2 B. 中位数是 -2 C. 众数是 -2 D. 方差是 7

【分析】 根据平均数、中位数、众数及方差的定义, 依次计算各选项即可作出判断.

【解答】 解: A、平均数是 -2 , 结论正确, 故 A 不符合题意; B、中位数是 -2 , 结论正确, 故 B 不符合题意; C、众数是 -2 , 结论正确, 故 C 不符合题意; D、方差是 9, 结论错误, 故 D 符合题意; 故选: D.

【点评】 本题考查了平均数、中位数、众数及方差的知识, 属于基础题, 掌握各部分的定义及计算方法是解题关键.

5. (3分) (2017•菏泽) 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 AA' , 若 $\angle 1=25^{\circ}$, 则 $\angle BAA'$ 的度数是 ()



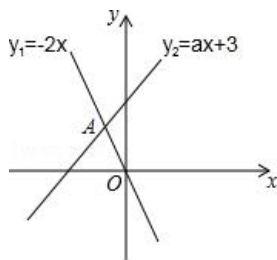
A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

【分析】 根据旋转的性质可得 $AC=A'C$, 然后判断出 $\triangle ACA'$ 是等腰直角三角形, 根据等腰直角三角形的性质可得 $\angle CAA'=45^{\circ}$, 再根据三角形的内角和定理可得结果.

【解答】 解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, $\therefore AC=A'C$, $\therefore \triangle ACA'$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle CA'A=45^{\circ}$, $\angle CA'B'=20^{\circ}=\angle BAC$. $\therefore \angle BAA'=180^{\circ}-70^{\circ}-45^{\circ}=65^{\circ}$, 故选: C.

【点评】 本题考查了旋转的性质, 等腰直角三角形的判定与性质, 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质, 熟记各性质并准确识图是解题的关键.

6. (3分) (2017•菏泽) 如图, 函数 $y_1=-2x$ 与 $y_2=ax+3$ 的图象相交于点 A ($m, 2$), 则关于 x 的不等式 $-2x > ax+3$ 的解集是 ()



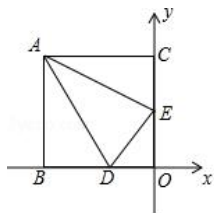
A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x > -1$ D. $x < -1$

【分析】 首先利用待定系数法求出 A 点坐标，再以交点为分界，结合图象写出不等式 $-2x > ax+3$ 的解集即可.

【解答】 解: $\because$ 函数 $y_1 = -2x$ 过点 A ($m, 2$), $\therefore -2m=2$, 解得: $m=-1$, $\therefore A(-1, 2)$,
 $\therefore$ 不等式 $-2x > ax+3$ 的解集为 $x < -1$. 故选 D.

【点评】 此题主要考查了一次函数与一元一次不等式，关键是求出 A 点坐标.

7. (3 分) (2017•菏泽) 如图，矩形 ABOC 的顶点 A 的坐标为 $(-4, 5)$ ，D 是 OB 的中点，E 是 OC 上的一点，当 $\triangle ADE$ 的周长最小时，点 E 的坐标是 ()



A. $(0, \frac{4}{3})$ B. $(0, \frac{5}{3})$ C. $(0, 2)$ D. $(0, \frac{10}{3})$

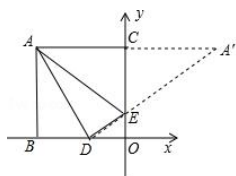
【分析】 作 A 关于 y 轴的对称点 A' ，连接 $A'D$ 交 y 轴于 E，则此时， $\triangle ADE$ 的周长最小，根据 A 的坐标为 $(-4, 5)$ ，得到 $A'(4, 5)$ ，B $(-4, 0)$ ，D $(-2, 0)$ ，求出直线 DA' 的解析式为 $y = \frac{5}{6}x + \frac{5}{3}$ ，即可得到结论.

【解答】 解: 作 A 关于 y 轴的对称点 A' ，连接 $A'D$ 交 y 轴于 E，则此时， $\triangle ADE$ 的周长最小，

$\because$ 四边形 ABOC 是矩形， $\therefore AC \parallel OB$ ， $AC=OB$ ， $\because A$ 的坐标为 $(-4, 5)$ ， $\therefore A'(4, 5)$ ，
 B $(-4, 0)$ ，

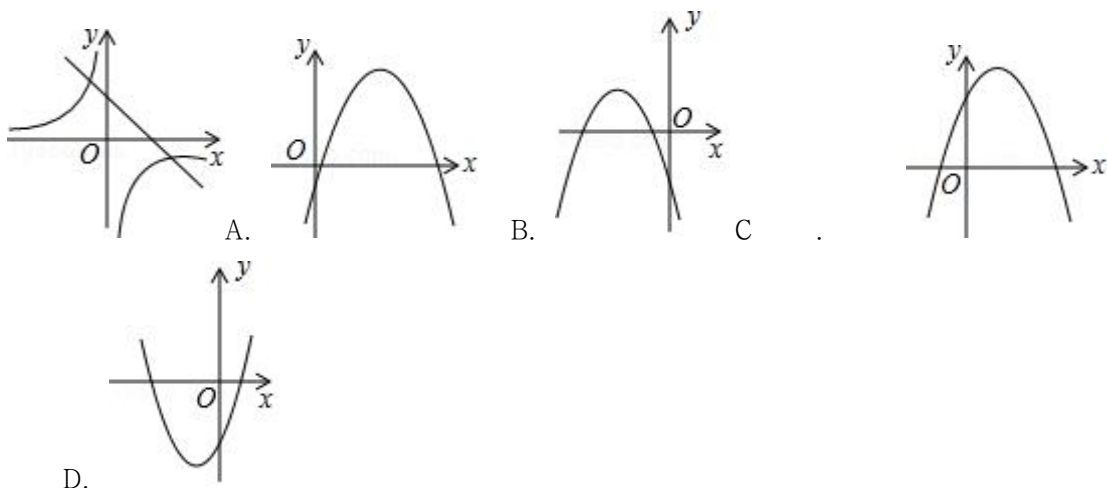
$\because D$ 是 OB 的中点， $\therefore D(-2, 0)$ ，设直线 DA' 的解析式为 $y=kx+b$ ， $\therefore \begin{cases} 5=4k+b \\ 0=-2k+b \end{cases}$ ， $\therefore \begin{cases} k=\frac{5}{6} \\ b=\frac{5}{3} \end{cases}$ ，

$\therefore$ 直线 DA' 的解析式为 $y = \frac{5}{6}x + \frac{5}{3}$ ，当 $x=0$ 时， $y = \frac{5}{3}$ ， $\therefore E(0, \frac{5}{3})$ ，故选 B.



【点评】此题主要考查轴对称——最短路线问题，解决此类问题，一般都是运用轴对称的性质，将求折线问题转化为求线段问题，其说明最短的依据是三角形两边之和大于第三边.

8. (3分) (2017•菏泽) 一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象如图所示，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可能是 ()



【分析】根据反比例函数图象和一次函数图象经过的象限，即可得出 $a < 0$ 、 $b > 0$ 、 $c < 0$ ，由此即可得出：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向下，对称轴 $x=-\frac{b}{2a} > 0$ ，与 y 轴的交点在 y 轴负半轴，再对照四个选项中的图象即可得出结论.

【解答】解：观察函数图象可知： $a < 0$ ， $b > 0$ ， $c < 0$ ，
 $\therefore$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向下，对称轴 $x=-\frac{b}{2a} > 0$ ，与 y 轴的交点在 y 轴负半轴. 故选 A.

【点评】本题考查了反比例函数的图象、一次函数的图象以及二次函数的图象，根据反比例函数图象和一次函数图象经过的象限，找出 $a < 0$ 、 $b > 0$ 、 $c < 0$ 是解题的关键.

二、填空题 (共6小题，每小题3分，满分18分)

9. (3分) (2017•天水) 分解因式： $x^3 - x = \underline{x(x+1)(x-1)}$.

【分析】本题可先提公因式 x ，分解成 $x(x^2 - 1)$ ，而 $x^2 - 1$ 可利用平方差公式分解.

【解答】解： $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x+1)(x-1)$. 故答案为： $x(x+1)(x-1)$.

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，先提取公因式后再利用平方差公式继

续进行因式分解，分解因式一定要彻底.

10. (3分) (2017•菏泽) 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+6x+k^2-k=0$ 的一个根是 0, 则 k 的值是 0.

【分析】 由于方程的一个根是 0, 把 $x=0$ 代入方程, 求出 k 的值. 因为方程是关于 x 的二次方程, 所以未知数的二次项系数不能是 0.

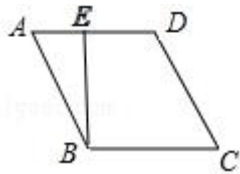
【解答】 解: 由于关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+6x+k^2-k=0$ 的一个根是 0, 把 $x=0$ 代入方程, 得 $k^2-k=0$, 解得, $k_1=1$, $k_2=0$ 当 $k=1$ 时, 由于二次项系数 $k-1=0$, 方程 $(k-1)x^2+6x+k^2-k=0$ 不是关于 x 的二次方程, 故 $k \neq 1$. 所以 k 的值是 0. 故答案为: 0

【点评】 本题考查了一元二次方程的解法、一元二次方程的定义. 解决本题的关键是解一元二次方程确定 k 的值, 过程中容易忽略一元二次方程的二次项系数不等于 0 这个条件.

11. (3分) (2017•菏泽) 菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, 其周长为 24cm, 则菱形的面积为 $18\sqrt{3}$ cm^2 .

【分析】 根据菱形的性质以及锐角三角函数关系得出 BE 的长, 即可得出菱形的面积.

【解答】 解: 如图所示: 过点 B 作 $BE \perp DA$ 于点 E ∵ 菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, 其周长为 24cm, $\therefore \angle C=60^\circ$, $AB=AD=6\text{cm}$, $\therefore BE=AB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}\text{cm}$, $\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积 $S=AD \times BE=18\sqrt{3}\text{cm}^2$.



故答案为: $18\sqrt{3}$.

【点评】 此题主要考查了菱形的面积以及其性质, 得出 AE 的长是解题关键.

12. (3分) (2017•菏泽) 一个扇形的圆心角为 100° , 面积为 $15\pi \text{ cm}^2$, 则此扇形的半径长为 $3\sqrt{6}$ cm.

【分析】 根据扇形的面积公式 $S=\frac{n\pi R^2}{360}$ 即可求得半径.

【解答】 解: 设该扇形的半径为 R , 则 $\frac{100\pi \times R^2}{360}=15\pi$, 解得 $R=3\sqrt{6}$. 即该扇形的半径为 $3\sqrt{6}\text{cm}$.

故答案是: $3\sqrt{6}$.

【点评】 本题考查了扇形面积的计算. 正确理解公式是关键.

13. (3分) (2017·菏泽) 直线 $y=kx$ ($k>0$) 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 交于 A (x_1, y_1) 和 B (x_2, y_2)

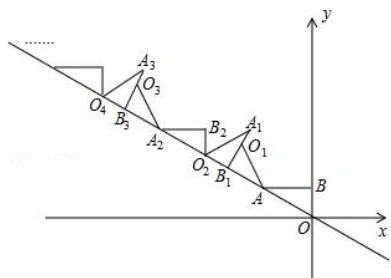
两点, 则 $3x_1y_2 - 9x_2y_1$ 的值为 36.

【分析】 由反比例函数图象上点的坐标特征, 两交点坐标关于原点对称, 故 $x_1 = -x_2$, $y_1 = -y_2$, 再代入 $3x_1y_2 - 9x_2y_1$ 得出答案.

【解答】 解: 由图象可知点 A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) 关于原点对称, $\therefore x_1 = -x_2$, $y_1 = -y_2$, 把 A (x_1, y_1) 代入双曲线 $y=\frac{6}{x}$, 得 $x_1y_1=6$, $\therefore 3x_1y_2 - 9x_2y_1 = -3x_1y_1 + 9x_1y_1 = -18 + 54 = 36$. 故答案为: 36.

【点评】 本题考查了正比例函数与反比例函数交点问题, 解决问题的关键是应用两交点坐标关于原点对称.

14. (3分) (2017·菏泽) 如图, $AB \perp y$ 轴, 垂足为 B, 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AB_1O_1$ 的位置, 使点 B 的对应点 B_1 落在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上, 再将 $\triangle AB_1O_1$ 绕点 B_1 逆时针旋转到 $\triangle A_1B_1O_1$ 的位置, 使点 O_1 的对应点 O_2 落在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上, 依次进行下去...若点 B 的坐标是 (0, 1), 则点 O_{12} 的纵坐标为 $9+3\sqrt{3}$.



【分析】 观察图象可知, O_{12} 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上, $OO_{12} = 6 \cdot OO_2 = 6(1 + \sqrt{3} + 2) = 18 + 6\sqrt{3}$, 由此即可解决问题.

【解答】 解: 观察图象可知, O_{12} 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上, $OO_{12} = 6 \cdot OO_2 = 6(1 + \sqrt{3} + 2) = 18 + 6\sqrt{3}$, $\therefore O_{12}$ 的横坐标 $= -(18 + 6\sqrt{3}) \cdot \cos 30^\circ = -9 - 9\sqrt{3}$, O_{12} 的纵坐标 $= \frac{1}{2}OO_{12} = 9 + 3\sqrt{3}$, 故答案为 $9 + 3\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查坐标与图形的变化、规律型: 点的坐标、一次函数的性质等知识, 解题的关键是学会从特殊到一般的探究方法, 属于中考常考题型.

三、解答题 (共 10 小题, 共 78 分)

15. (6分) (2017·菏泽) 计算: $-1^2 - |3 - \sqrt{10}| + 2\sqrt{5}\sin 45^\circ - (\sqrt{2017} - 1)^2$.

【分析】直接利用绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和完全平方公式分别化简求出答案.

【解答】解：原式 $=-1-(\sqrt{10}-3)+2\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-(2017+1-2\sqrt{2017})=-1+3-\sqrt{10}+\sqrt{10}-2018+2\sqrt{2017}=-2016+2\sqrt{2017}$.

【点评】此题主要考查了二次根式的混合运算以及特殊角的三角函数值，正确化简各数是解题关键.

16. (6分) (2017•菏泽) 先化简再求值： $(1+\frac{3x-1}{x+1})\div\frac{x}{x^2-1}$ ，其中 x 是不等式组 $\begin{cases} 1-x>\frac{-1-x}{2} \\ x-1>0 \end{cases}$ 的整数解.

【分析】解不等式组，先求出满足不等式组的整数解. 化简分式，把不等式组的整数解代入化简后的分式，求出其值.

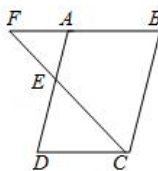
【解答】解：不等式组 $\begin{cases} 1-x>\frac{-1-x}{2} \text{ ①} \\ x-1>0 \text{ ②} \end{cases}$ 解①，得 $x<3$ ；解②，得 $x>1$. $\therefore$ 不等式组的解集为 $1<x<3$.

集为 $1<x<3$.

$\therefore$ 不等式组的整数解为 $x=2$. $\therefore (1+\frac{3x-1}{x+1})\div\frac{x}{x^2-1}=\frac{4x}{x+1}\times\frac{(x+1)(x-1)}{x}=4(x-1)$. 当 $x=2$ 时，原式 $=4\times(2-1)=4$.

【点评】本题考察了解一元一次不等式组、分式的化简求值. 求出不等式组的整数解是解决本题的关键.

17. (6分) (2017•菏泽) 如图， E 是 $\square ABCD$ 的边 AD 的中点，连接 CE 并延长交 BA 的



延长线于 F ，若 $CD=6$ ，求 BF 的长.

【分析】由平行四边形的性质得出 $AB=CD=6$ ， $AB\parallel CD$ ，由平行线的性质得出 $\angle F=\angle DCE$ ，由 AAS 证明 $\triangle AEF\cong\triangle DEC$ ，得出 $AF=CD=6$ ，即可求出 BF 的长.

【解答】解： $\because E$ 是 $\square ABCD$ 的边 AD 的中点， $\therefore AE=DE$ ， $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\therefore AB=CD=6$ ， $AB\parallel CD$ ，

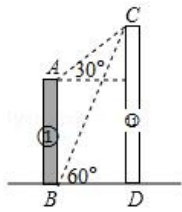
$\therefore \angle F=\angle DCE$ ，在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEC$ 中， $\begin{cases} \angle F=\angle DCE \\ \angle AEF=\angle DEC \\ AE=DE \end{cases}$ ， $\therefore \triangle AEF\cong\triangle DEC$ (AAS)， $\therefore$

$$AF=CD=6,$$

$$\therefore BF=AB+AF=12.$$

【点评】此题考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质. 此题难度不大, 证明三角形全等是解决问题的关键.

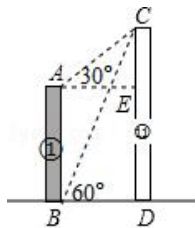
18. (6分) (2017•菏泽) 如图, 某小区①号楼与②号楼隔河相望, 李明家住在①号楼, 他很想知道②号楼的高度, 于是他做了一些测量, 他先在B点测得C点的仰角为 60° , 然后到42米高的楼顶A处, 测得C点的仰角为 30° , 请你帮助李明计算②号楼的高度CD.



【分析】作 $AE \perp CD$, 用BD可以分别表示DE, CD的长, 根据 $CD - DE = AB$, 即可求得BC的长, 即可解题.

【解答】解: 作 $AE \perp CD$, $\therefore CD = BD \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}BD$, $CE = BD \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}BD$, $\therefore AB = CD - CE = \frac{2\sqrt{3}}{3}BD$,

$\therefore BD = 21\sqrt{3}\text{m}$, $CD = BD \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}BD = 63\text{m}$. 答: ②建筑物的高度CD为63m.



【点评】本题考查了直角三角形中三角函数的应用, 考查了特殊角的三角函数值, 本题中求的BD的长是解题的关键.

19. (7分) (2017•菏泽) 列方程解应用题:

某玩具厂生产一种玩具, 按照控制固定成本降价促销的原则, 使生产的玩具能够及时售出, 据市场调查: 每个玩具按480元销售时, 每天可销售160个; 若销售单价每降低1元, 每天可多售出2个, 已知每个玩具的固定成本为360元, 问这种玩具的销售单价为多少元时, 厂家每天可获利润20000元?

【分析】根据单件利润 $\times$ 销售量=总利润, 列方程求解即可.

【解答】解: 设销售单价为x元, 由题意, 得: $(x - 360)[160 + 2(480 - x)] = 20000$, 整理,

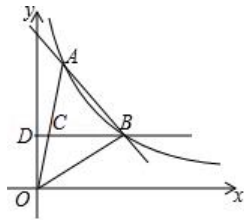
得: $x^2 - 920x + 211600 = 0$, 解得: $x_1 = x_2 = 460$, 答: 这种玩具的销售单价为 460 元时, 厂家每天可获利润 20000.

【点评】 本题主要考查一元二次方程的应用、一元二次方程的解法, 理解题意找到题目蕴含的相等关系列出方程是解题的关键.

20. (7 分) (2017•菏泽) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 的图象在第一象限交于 A、B 两点, B 点的坐标为 (3, 2), 连接 OA、OB, 过 B 作 $BD \perp y$ 轴, 垂足为 D, 交 OA 于 C, 若 $OC = CA$.

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



【分析】 (1) 先利用待定系数法求出反比例函数解析式, 进而确定出点 A 的坐标, 再用待定系数法求出一次函数解析式;

(2) 先求出 OB 的解析式, 进而求出 AG, 用三角形的面积公式即可得出结论.

【解答】 解: (1) 如图, 过点 A 作 $AF \perp x$ 轴交 BD 于 E,

$\because$ 点 B (3, 2) 在反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 的图象上, $\therefore a = 3 \times 2 = 6$, $\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{6}{x}$,

$\because$ B (3, 2), $\therefore EF = 2$, $\because BD \perp y$ 轴, $OC = CA$, $\therefore AE = EF = \frac{1}{2}AF$, $\therefore AF = 4$, $\therefore$ 点 A 的纵坐标为 4,

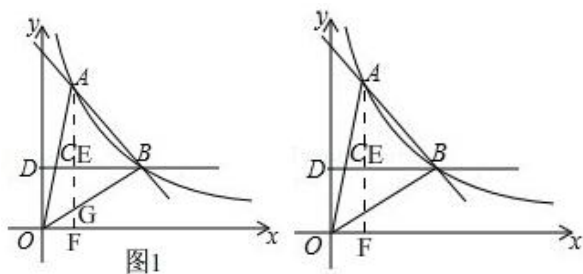
$\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上, $\therefore A (\frac{3}{2}, 4)$, $\therefore \begin{cases} 3k + b = 2 \\ \frac{3}{2}k + b = 4 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 6 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y = -\frac{4}{3}x + 6$;

(2) 如图 1, 过点 A 作 $AF \perp x$ 轴于 F 交 OB 于 G, $\because$ B (3, 2), $\therefore$ 直线 OB 的解析式为 $y = \frac{2}{3}x$,

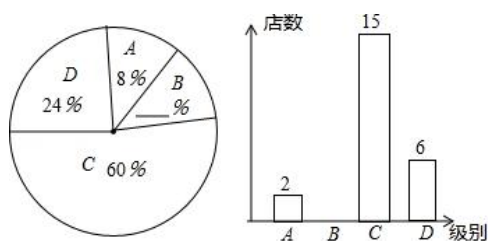
$\therefore G (\frac{3}{2}, 1)$,

A $(\frac{3}{2}, 4)$, $\therefore AG = 4 - 1 = 3$, $\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOG} + S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$.



【点评】 此题主要考查了待定系数法，三角形的面积公式，三角形的中位线，解本题的关键是用待定系数法求出直线 AB 的解析式.

21. (10 分) (2017·菏泽) 今年 5 月，某大型商业集团随机抽取所属的部分商业连锁店进行评估，将抽取的各商业连锁店按照评估成绩分成了 A、B、C、D 四个等级，并绘制了如图不完整的扇形统计图和条形统计图.



根据以上信息，解答下列问题:

- (1) 本次评估随机抽取了多少家商业连锁店?
- (2) 请补充完整扇形统计图和条形统计图，并在图中标注相应数据;
- (3) 从 A、B 两个等级的商业连锁店中任选 2 家介绍营销经验，求其中至少有一家 A 等级的概率.

【分析】 (1) 根据 A 级的店数和所占的百分比求出总店数;

(2) 求出 B 级的店数所占的百分比，补全图形即可;

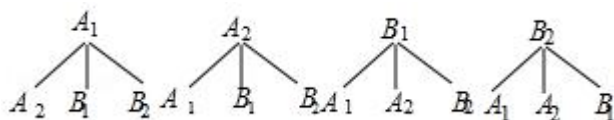
(3) 画出树状图，由概率公式即可得出答案.

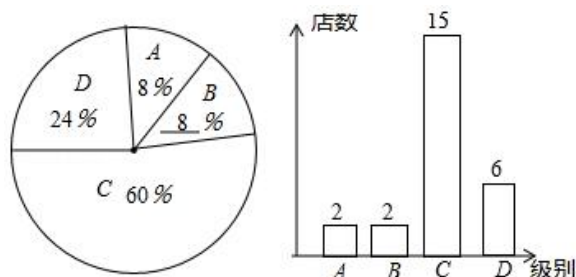
【解答】 解: (1) $2 \div 8\% = 25$ (家)，即本次评估随机抽取了 25 家商业连锁店;

(2) $25 - 2 - 15 - 6 = 2$, $2 \div 25 \times 100\% = 8\%$ ，补全扇形统计图和条形统计图，如图所示:

(3) 画树状图，共有 12 个可能的结果，至少有一家 A 等级的结果有 10 个，

$$\therefore P(\text{至少有一家 A 等级}) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

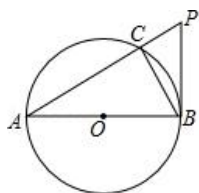




【点评】 本题考查的列表法和树状图法、概率公式、条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

22. (10 分) (2017•菏泽) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 与 $\odot O$ 相切于点 B, 连接 PA 交 $\odot O$ 于点 C, 连接 BC.

- (1) 求证: $\angle BAC = \angle CBP$;
- (2) 求证: $PB^2 = PC \cdot PA$;
- (3) 当 $AC=6$, $CP=3$ 时, 求 $\sin \angle PAB$ 的值.

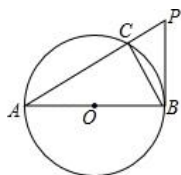


- 【分析】** (1) 根据已知条件得到 $\angle ACB = \angle ABP = 90^\circ$, 根据余角的性质即可得到结论;
- (2) 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论;
- (3) 根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】 解: (1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, PB 与 $\odot O$ 相切于点 B, $\therefore \angle ACB = \angle ABP = 90^\circ$, $\therefore \angle A + \angle ABC = \angle ABC + \angle CBP = 90^\circ$, $\therefore \angle BAC = \angle CBP$;

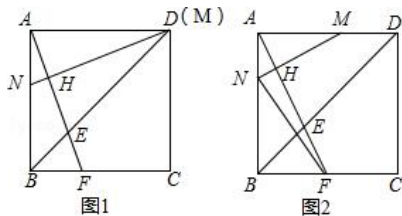
(2) $\because \angle PCB = \angle ABP = 90^\circ$, $\angle P = \angle P$, $\therefore \triangle ABP \sim \triangle BCP$, $\therefore \frac{PB}{AP} = \frac{PC}{PB}$, $\therefore PB^2 = PC \cdot PA$;

(3) $\because PB^2 = PC \cdot PA$, $AC=6$, $CP=3$, $\therefore PB^2 = 9 \times 3 = 27$, $\therefore PB = 3\sqrt{3}$, $\therefore \sin \angle PAB = \frac{PB}{AP} = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 切线的性质, 圆周角定理, 三角函数的定义, 正确的识别图形是解题的关键.

23. (10 分) (2017•菏泽) 正方形 ABCD 的边长为 6cm, 点 E、M 分别是线段 BD、AD 上的动点, 连接 AE 并延长, 交边 BC 于 F, 过 M 作 $MN \perp AF$, 垂足为 H, 交边 AB 于点 N.



(1) 如图 1, 若点 M 与点 D 重合, 求证: $AF=MN$;

(2) 如图 2, 若点 M 从点 D 出发, 以 1cm/s 的速度沿 DA 向点 A 运动, 同时点 E 从点 B 出发, 以 $\sqrt{2}\text{cm/s}$ 的速度沿 BD 向点 D 运动, 运动时间为 $t\text{s}$. ①设 $BF=y\text{cm}$, 求 y 关于 t 的函数表达式;

②当 $BN=2AN$ 时, 连接 FN, 求 FN 的长.

【分析】(1) 根据正方形的性质得到 $AD=AB$, $\angle BAD=90^\circ$, 由垂直的定义得到 $\angle AHM=90^\circ$, 由余角的性质得到 $\angle BAF=\angle AMH$, 根据全等三角形的性质即可得到结论;

(2) ①根据勾股定理得到 $BD=6\sqrt{2}$, 由题意得, $DM=t$, $BE=\sqrt{2}t$, 求得 $AM=6-t$, $DE=6\sqrt{2}-\sqrt{2}t$, 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论;

②根据已知条件得到 $AN=2$, $BN=4$, 根据相似三角形的性质得到 $BF=\frac{12}{6-t}$, 由①求得 $BF=\frac{6t}{6-t}$, 得方程 $\frac{6t}{6-t}=\frac{12}{6-t}$, 于是得到结论.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是正方形, $\therefore AD=AB$, $\angle BAD=90^\circ$, $\because MN \perp AF$, $\therefore \angle AHM=90^\circ$, $\therefore \angle BAF+\angle MAH=\angle MAH+\angle AMH=90^\circ$, $\therefore \angle BAF=\angle AMH$, 在 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AMN=\angle BAF \\ AM=AB \\ \angle MAN=\angle BAF \end{cases}, \therefore \triangle AMN \cong \triangle ABF,$$

$\therefore AF=MN$;

(2) ① $\because AB=AD=6$, $\therefore BD=6\sqrt{2}$, 由题意得, $DM=t$, $BE=\sqrt{2}t$, $\therefore AM=6-t$, $DE=6\sqrt{2}-\sqrt{2}t$, $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle FBE, \therefore \frac{AD}{BF}=\frac{DE}{BE}, \text{ 即 } \frac{6}{y}=\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{2}t}{\sqrt{2}t}, \therefore y=\frac{6t}{6-t};$$

② $\because BN=2AN$, $\therefore AN=2$, $BN=4$, 由 (1) 证得 $\angle BAF=\angle AMN$, $\therefore \angle ABF=\angle MAN=90^\circ$, $\therefore \triangle ABF \sim \triangle AMN$,

$$\therefore \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{BF}, \text{ 即 } \frac{6-t}{6}=\frac{2}{BF}, \therefore BF=\frac{12}{6-t}, \text{ 由①求得 } BF=\frac{6t}{6-t}, \therefore \frac{6t}{6-t}=\frac{12}{6-t}, \therefore t=2, \therefore BF=3,$$

$$\therefore FN = \sqrt{BF^2 + BN^2} = 5.$$

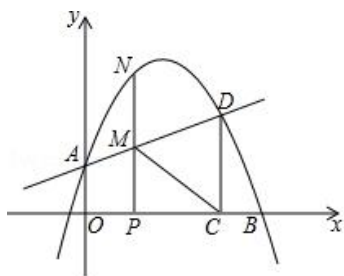
【点评】 本题主要考查正方形的性质和相似三角形、全等三角形的判定和性质、勾股定理等知识的综合应用.

24. (10分) (2017•菏泽) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 交 y 轴于点 A , 交 x 轴正半轴于点 $B(4, 0)$, 与过 A 点的直线相交于另一点 $D(3, \frac{5}{2})$, 过点 D 作 $DC \perp x$ 轴, 垂足为 C .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 在线段 OC 上 (不与点 O 、 C 重合), 过 P 作 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AD 于 M , 交抛物线于点 N , 连接 CM , 求 $\triangle PCM$ 面积的最大值;

(3) 若 P 是 x 轴正半轴上的一动点, 设 OP 的长为 t , 是否存在 t , 使以点 M 、 C 、 D 、 N 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 把 $B(4, 0)$, 点 $D(3, \frac{5}{2})$ 代入 $y = ax^2 + bx + 1$ 即可得出抛物线的解析式;

(2) 先用含 t 的代数式表示 P 、 M 坐标, 再根据三角形的面积公式求出 $\triangle PCM$ 的面积与 t 的函数关系式, 然后运用配方法可求出 $\triangle PCM$ 面积的最大值;

(3) 若四边形 $DCMN$ 为平行四边形, 则有 $MN = DC$, 故可得出关于 t 的二元一次方程, 解方程即可得到结论.

【解答】 解: (1) 把点 $B(4, 0)$, 点 $D(3, \frac{5}{2})$, 代入 $y = ax^2 + bx + 1$ 中得,
$$\begin{cases} 16a + 4b + 1 = 0 \\ 9a + 3b + 1 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{11}{4} \end{cases}, \therefore \text{抛物线的表达式为 } y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{11}{4}x + 1;$$

(2) 设直线 AD 的解析式为 $y = kx + b$, $\therefore A(0, 1)$, $D(3, \frac{5}{2})$, $\therefore \begin{cases} b = 1 \\ 3k + b = \frac{5}{2} \end{cases}, \therefore \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

∴ 直线 AD 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$, 设 $P(t, 0)$, ∴ $M(t, \frac{1}{2}t + 1)$, ∴ $PM = \frac{1}{2}t + 1$, ∵ $CD \perp x$ 轴,

∴ $PC = 3 - t$,

$$\therefore S_{\triangle PCM} = \frac{1}{2}PC \cdot PM = \frac{1}{2} \times (3 - t) \left(\frac{1}{2}t + 1\right), \therefore S_{\triangle PCM} = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{4}t + \frac{3}{2} = -\frac{1}{4}\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{16},$$

∴ $\triangle PCM$ 面积的最大值是 $\frac{25}{16}$;

(3) ∵ $OP = t$, ∴ 点 M, N 的横坐标为 t, 设 $M(t, \frac{1}{2}t + 1)$, $N(t, -\frac{3}{4}t^2 + \frac{11}{4}t + 1)$,

$$\therefore |MN| = \left| -\frac{3}{4}t^2 + \frac{11}{4}t + 1 - \frac{1}{2}t - 1 \right| = \left| -\frac{3}{4}t^2 + \frac{9}{4}t \right|, CD = \frac{5}{2}, \text{如图 1, 如果以点 M、C、D、N 为顶}$$

点的四边形是平行四边形, ∴ $MN = CD$, 即 $-\frac{3}{4}t^2 + \frac{9}{4}t = \frac{5}{2}$, ∴ $\Delta = -39$, ∴ 方程 $-\frac{3}{4}t^2 + \frac{9}{4}t = \frac{5}{2}$ 无实数根, ∴ 不存在 t,

如图 2, 如果以点 M、C、D、N 为顶点的四边形是平行四边形, ∴ $MN = CD$, 即 $\frac{3}{4}t^2 - \frac{9}{4}t = \frac{5}{2}$,

$$\therefore t = \frac{9 + \sqrt{201}}{6}, \text{(负值舍去)}, \therefore \text{当 } t = \frac{9 + \sqrt{201}}{6} \text{ 时, 以点 M、C、D、N 为顶点的四边形是平行四边形.}$$

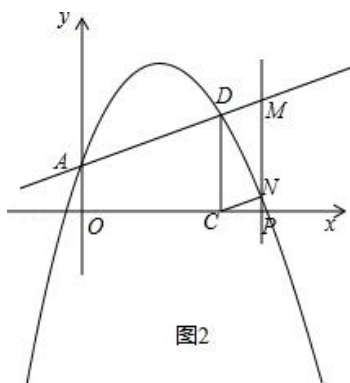


图2

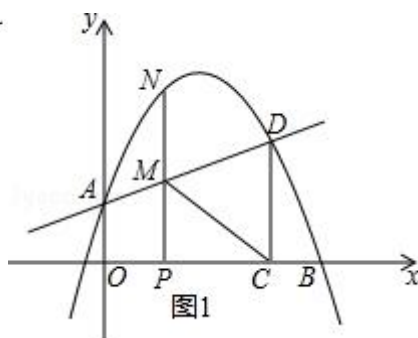


图1

【点评】 本题考查的是二次函数的性质、待定系数法求函数解析式、平行四边形的判定, 正确求出二次函数的解析式、利用配方法把一般式化为顶点式、求出函数的最值是解题的关键, 注意菱形的判定定理的灵活运用.