

2017 年山东省烟台市中考数学试卷

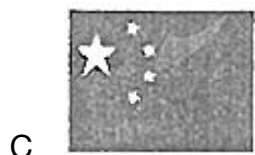
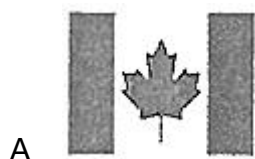
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题都给出标号为

A, B, C, D 四个备选答案，其中有且只有一个正确的.

1. (3 分) 下列实数中的无理数是 ()

- A. $\sqrt{9}$ B. π C. 0 D. $\frac{1}{3}$

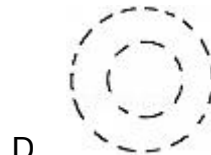
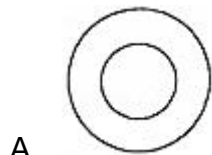
2. (3 分) 下列国旗图案是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



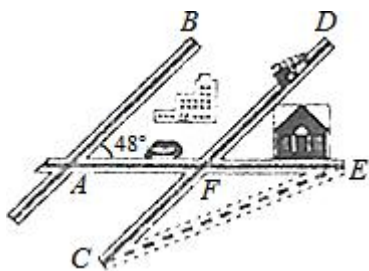
3. (3 分) 我国推行“一带一路”政策以来，已确定沿线有 65 个国家加入，共涉及总人口约达 46 亿人，用科学记数法表示该总人口为 ()

- A. 4.6×10^9 B. 46×10^8 C. 0.46×10^{10} D. 4.6×10^{10}

4. (3 分) 如图所示的工件，其俯视图是 ()

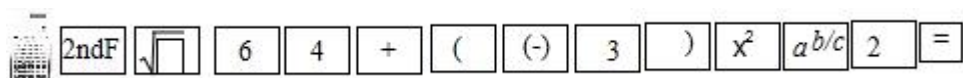


5. (3 分) 某城市几条道路的位置关系如图所示，已知 $AB \parallel CD$ ，AE 与 AB 的夹角为 48° ，若 CF 与 EF 的长度相等，则 $\angle C$ 的度数为 ()



- A. 48° B. 40° C. 30° D. 24°

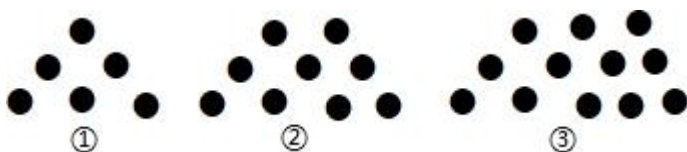
6. (3分) 如图, 若用我们数学课本上采用的科学计算器进行计算, 其按键顺序如下:



则输出结果应为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{13}{2}$ C. $\frac{17}{2}$ D. $\frac{25}{2}$

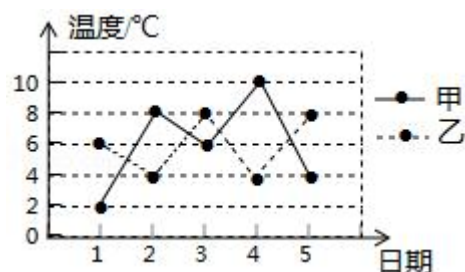
7. (3分) 用棋子摆出下列一组图形:



按照这种规律摆下去, 第 n 个图形用的棋子个数为 ()

- A. $3n$ B. $6n$ C. $3n+6$ D. $3n+3$

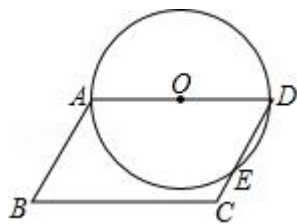
8. (3分) 甲、乙两地去年12月前5天的日平均气温如图所示, 下列描述错误的是 ()



- A. 两地气温的平均数相同 B. 甲地气温的中位数是 6°C
C. 乙地气温的众数是 4°C D. 乙地气温相对比较稳定

9. (3分) 如图, $\square ABCD$ 中, $\angle B=70^\circ$, $BC=6$, 以 AD 为直径的 $\odot O$ 交 CD 于

点 E, 则 $\widehat{DE}$ 的长为 ()



- A. $\frac{1}{3}\pi$ B. $\frac{2}{3}\pi$ C. $\frac{7}{6}\pi$ D. $\frac{4}{3}\pi$

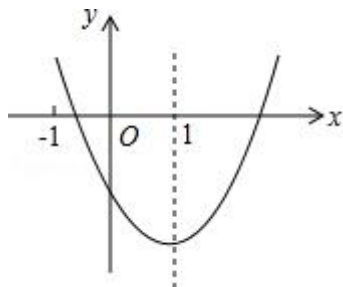
10. (3 分) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ 的两个根, 且 $x_1 + x_2 = 1 - x_1x_2$, 则 m 的值为 ()

- A. -1 或 2 B. 1 或 -2 C. -2 D. 1

11. (3 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴是直线 $x = 1$, 下列结论:

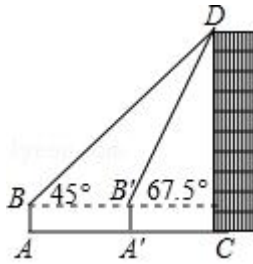
① $ab < 0$; ② $b^2 > 4ac$; ③ $a + b + 2c < 0$; ④ $3a + c < 0$.

其中正确的是 ()



- A. ①④ B. ②④ C. ①②③ D. ①②③④

12. (3 分) 如图, 数学实践活动小组要测量学校附近楼房 CD 的高度, 在水平地面 A 处安置测倾器测得楼房 CD 顶部点 D 的仰角为 45° , 向前走 20 米到达 A' 处, 测得点 D 的仰角为 67.5° , 已知测倾器 AB 的高度为 1.6 米, 则楼房 CD 的高度约为 (结果精确到 0.1 米, $\sqrt{2} \approx 1.414$) ()



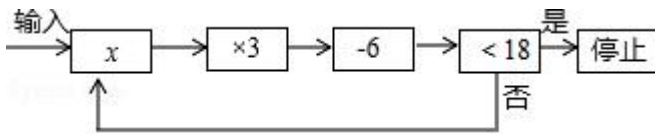
- A. 34.14 米 B. 34.1 米 C. 35.7 米 D. 35.74 米

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) $3^0 \times (\frac{1}{2})^{-2} + |-2| = \underline{\hspace{2cm}}$.

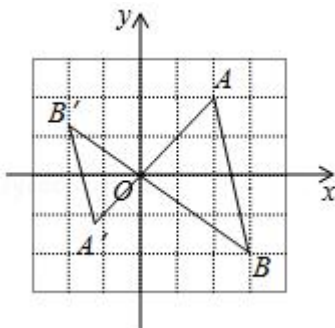
14. (3 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=2$, $BC=\sqrt{3}$, 则 $\sin \frac{A}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3 分) 运行程序如图所示, 从“输入实数 x ”到“结果是否 < 18 ”为一次程序操作,



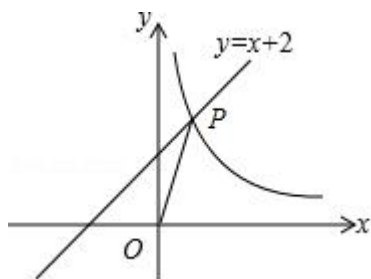
若输入 x 后程序操作仅进行了一次就停止, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (3 分) 如图, 在直角坐标系中, 每个小方格的边长均为 1, $\triangle AOB$ 与 $\triangle A'OB'$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形, 且相似比为 3: 2, 点 A, B 都在格点上, 则点 B' 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

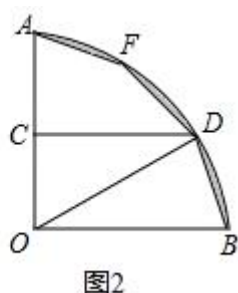
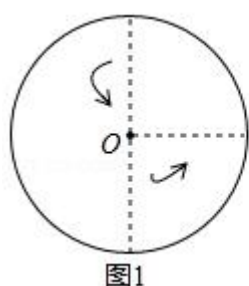


17. (3 分) 如图, 直线 $y=x+2$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第一象限交于点 P ,

若 $OP=\sqrt{10}$, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. (3 分) 如图 1, 将一圆形纸片向右、向上两次对折后得到如图 2 所示的扇形 AOB. 已知 $OA=6$, 取 OA 的中点 C , 过点 C 作 $CD \perp OA$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 D , 点 F 是 $\widehat{AB}$ 上一点. 若将扇形 BOD 沿 OD 翻折, 点 B 恰好与点 F 重合, 用剪刀沿着线段 BD , DF , FA 依次剪下, 则剪下的纸片 (形状同阴影图形) 面积之和为_____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (6 分) 先化简, 再求值: $(x - \frac{2xy - y^2}{x}) \div \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$, 其中 $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - 1$.

20. (8 分) 主题班会课上, 王老师出示了如图所示的一幅漫画, 经过同学们的

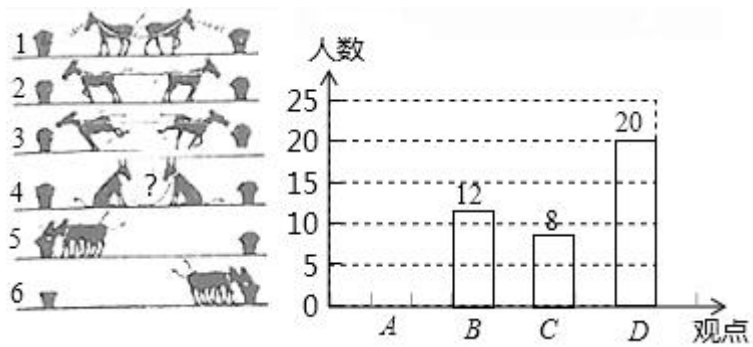
一番热议，达成以下四个观点：

- A. 放下自我，彼此尊重；
- B. 放下利益，彼此平衡；
- C. 放下性格，彼此成就；
- D. 合理竞争，合作双赢.

要求每人选取其中一个观点写出自己的感悟，根据同学们的选择情况，小明绘制了如图两幅不完整的图表，请根据图表中提供的信息，解答下列问题：

观点	频数	频率
A	a	0.2
B	12	0.24
C	8	b
D	20	0.4

- (1) 参加本次讨论的学生共有_____人；
- (2) 表中 a=_____， b=_____；
- (3) 将条形统计图补充完整；
- (4) 现准备从 A, B, C, D 四个观点中任选两个作为演讲主题，请用列表或画树状图的方法求选中观点 D（合理竞争，合作双赢）的概率.



21. (9 分) 今年, 我市某中学响应习总书记“足球进校园”的号召, 开设了“足球大课间”活动, 现需要购进 100 个某品牌的足球供学生使用. 经调查, 该品牌足球 2015 年单价为 200 元, 2017 年单价为 162 元.

(1) 求 2015 年到 2017 年该品牌足球单价平均每年降低的百分率;

(2) 选购期间发现该品牌足球在两个文体用品商场有不同的促销方案:



试问去哪个商场购买足球更优惠?

22. (9 分) 数学兴趣小组研究某型号冷柜温度的变化情况, 发现该冷柜的工作过程是: 当温度达到设定温度 -20°C 时, 制冷停止, 此后冷柜中的温度开始逐渐上升, 当上升到 -4°C 时, 制冷开始, 温度开始逐渐下降, 当冷柜自动制冷至 -20°C 时, 制冷再次停止, ..., 按照以上方式循环进行.

同学们记录了 44min 内 15 个时间点冷柜中的温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (min) 的变化情况, 制成下表:

时间 x/min	...	4	8	10	16	20	21	22	23	24	28	30	36	40	42	44	...
温度 $y/^{\circ}\text{C}$	...	-	-	-8	-5	-4	-8	-	-	-	-	-8	-5	-4	a	-	...
		2	1					1	1	2	1					2	
		0	0					2	6	0	0					0	

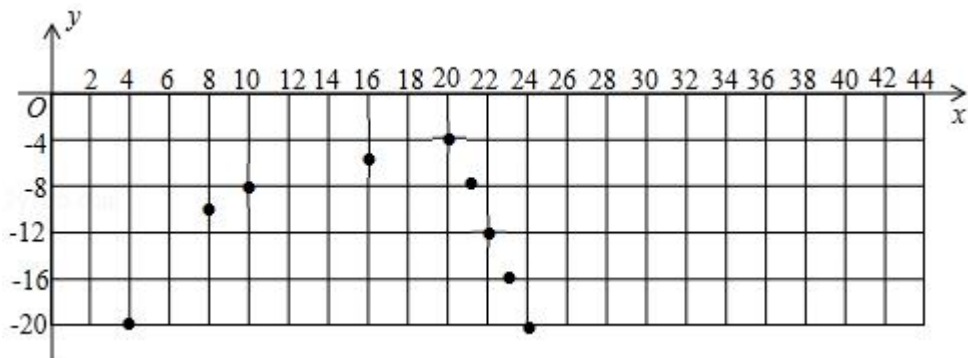
(1) 通过分析发现，冷柜中的温度 y 是时间 x 的函数.

①当 $4 \leq x < 20$ 时，写出一个符合表中数据的函数解析式_____；

②当 $20 \leq x < 24$ 时，写出一个符合表中数据的函数解析式_____；

(2) a 的值为_____；

(3) 如图，在直角坐标系中，已描出了上表中部分数据对应的点，请描出剩余数据对应的点，并画出当 $4 \leq x \leq 44$ 时温度 y 随时间 x 变化的函数图象.



23. (10 分) 【操作发现】

(1) 如图 1， $\triangle ABC$ 为等边三角形，先将三角板中的 60° 角与 $\angle ACB$ 重合，再

将三角板绕点 C 按顺时针方向旋转 (旋转角大于 0° 且小于 30°)，旋转后三角板的一直角边与 AB 交于点 D ，在三角板斜边上取一点 F ，使 $CF=CD$ ，线段 AB 上取点 E ，使 $\angle DCE=30^\circ$ ，连接 AF ， EF 。

①求 $\angle EAF$ 的度数；

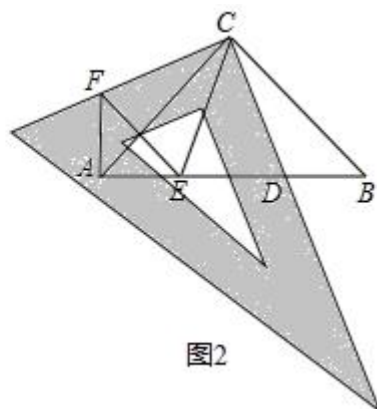
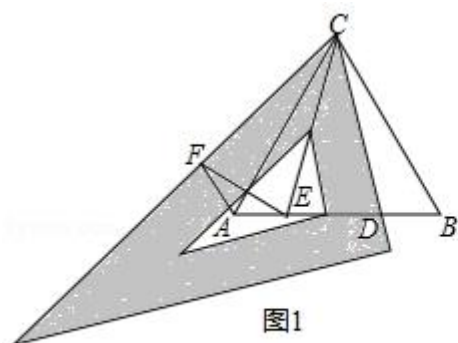
② DE 与 EF 相等吗？请说明理由；

【类比探究】

(2) 如图 2， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ，先将三角板的 90° 角与 $\angle ACB$ 重合，再将三角板绕点 C 按顺时针方向旋转 (旋转角大于 0° 且小于 45°)，旋转后三角板的一直角边与 AB 交于点 D ，在三角板另一直角边上取一点 F ，使 $CF=CD$ ，线段 AB 上取点 E ，使 $\angle DCE=45^\circ$ ，连接 AF ， EF 。请直接写出探究结果：

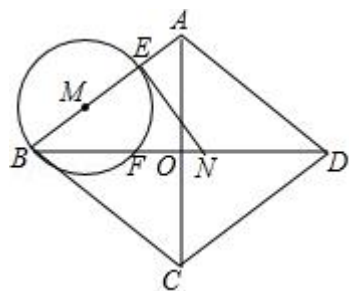
① $\angle EAF$ 的度数；

②线段 AE ， ED ， DB 之间的数量关系。



24. (11 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $AC=12\text{cm}$, $BD=16\text{cm}$, 动点 N 从点 D 出发, 沿线段 DB 以 2cm/s 的速度向点 B 运动, 同时动点 M 从点 B 出发, 沿线段 BA 以 1cm/s 的速度向点 A 运动, 当其中一个动点停止运动时另一个动点也随之停止. 设运动时间为 t (s) ($t > 0$), 以点 M 为圆心, MB 长为半径的 $\odot M$ 与射线 BA , 线段 BD 分别交于点 E , F , 连接 EN .

- (1) 求 BF 的长 (用含有 t 的代数式表示), 并求出 t 的取值范围;
- (2) 当 t 为何值时, 线段 EN 与 $\odot M$ 相切?
- (3) 若 $\odot M$ 与线段 EN 只有一个公共点, 求 t 的取值范围.

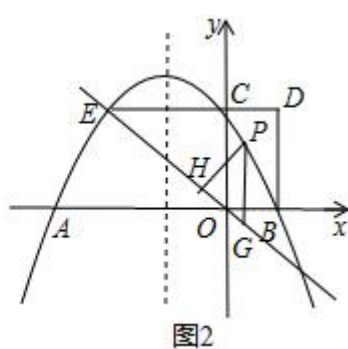
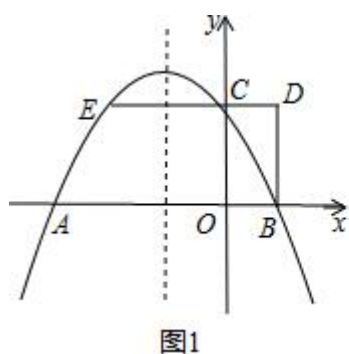


25. (13 分) 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , $AB=4$, 矩形 $OBDC$ 的边 $CD=1$, 延长 DC 交抛物线于点 E .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 2, 点 P 是直线 EO 上方抛物线上的一个动点, 过点 P 作 y 轴的平行线交直线 EO 于点 G , 作 $PH \perp EO$, 垂足为 H . 设 PH 的长为 l , 点 P 的横坐标为 m , 求 l 与 m 的函数关系式 (不必写出 m 的取值范围), 并求出 l 的最大值;

(3) 如果点 N 是抛物线对称轴上的一点, 抛物线上是否存在点 M , 使得以 M, A, C, N 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 直接写出所有满足条件的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年山东省烟台市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题都给出标号为

A, B, C, D 四个备选答案，其中有且只有一个正确的.

1. (3 分) 下列实数中的无理数是 ()

A. $\sqrt{9}$

B. π

C. 0

D. $\frac{1}{3}$

【考点】26: 无理数.

【分析】根据无理数、有理数的定义即可判定选择项.

【解答】解: $\sqrt{9}$, 0, $\frac{1}{3}$ 是有理数,

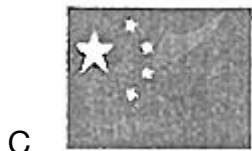
π 是无理数,

故选: B.

【点评】此题主要考查了无理数的定义, 注意带根号的要开不尽方才是无理数,

无限不循环小数是无理数. 如 π , $\sqrt{6}$, 0.8080080008... (每两个 8 之间依次多 1 个 0) 等形式.

2. (3 分) 下列国旗图案是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



【考点】P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，符合题意；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，不合题意；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不合题意；

D、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不合题意。

故选：A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

3. (3 分) 我国推行“一带一路”政策以来，已确定沿线有 65 个国家加入，共涉及总人口约达 46 亿人，用科学记数法表示该总人口为 ()

A. 4.6×10^9 B. 46×10^8 C. 0.46×10^{10} D. 4.6×10^{10}

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

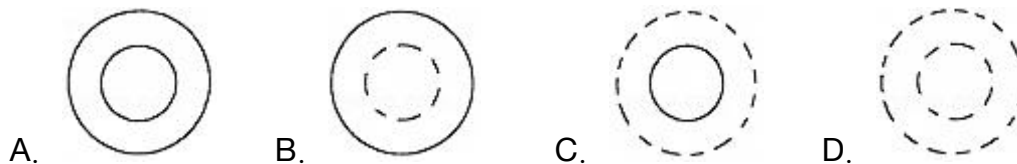
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：46 亿 $= 4600\ 000\ 000 = 4.6 \times 10^9$,

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) 如图所示的工件，其俯视图是 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图.

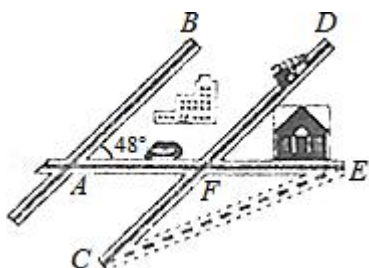
【分析】根据从上边看得到的图形是俯视图, 可得答案.

【解答】解: 从上边看是一个同心圆, 外圆是实线, 内圆是虚线,

故选: B.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图, 从上边看得到的图形是俯视图.

5. (3 分) 某城市几条道路的位置关系如图所示, 已知 $AB \parallel CD$, AE 与 AB 的夹角为 48° , 若 CF 与 EF 的长度相等, 则 $\angle C$ 的度数为 ()



- A. 48° B. 40° C. 30° D. 24°

【考点】JA: 平行线的性质; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】先根据平行线的性质, 由 $AB \parallel CD$ 得到 $\angle 1 = \angle BAE = 48^\circ$, 然后根据三角形外角性质计算 $\angle C$ 的度数.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle BAE = 48^\circ,$$

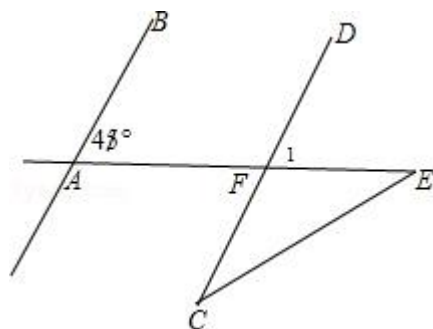
$$\because \angle 1 = \angle C + \angle E,$$

$$\because CF = EF,$$

$$\therefore \angle C = \angle E,$$

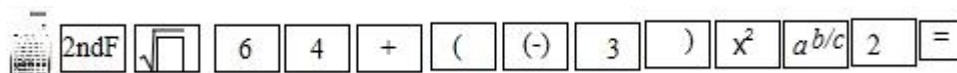
$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle 1 = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ.$$

故选：D.



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质，平行线的性质：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等.

6. (3 分) 如图，若用我们数学课本上采用的科学计算器进行计算，其按键顺序如下：



则输出结果应为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{13}{2}$

C. $\frac{17}{2}$

D. $\frac{25}{2}$

【考点】 25： 计算器—数的开方.

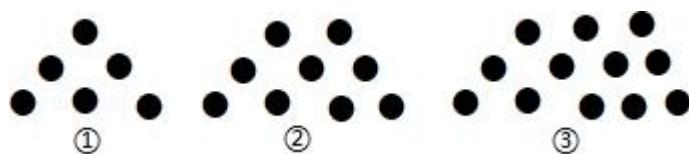
【分析】 根据 2ndf 键是功能转换键列式算式，然后解答即可.

【解答】 解：依题意得： $[\sqrt{64} + (-3)^2] \div 2 = \frac{17}{2}$.

故选：C.

【点评】 本题考查了利用计算器进行数的开方，是基础题，要注意 2ndf 键的功能.

7. (3 分) 用棋子摆出下列一组图形：



按照这种规律摆下去，第 n 个图形用的棋子个数为 ()

- A. $3n$ B. $6n$ C. $3n+6$ D. $3n+3$

【考点】38：规律型：图形的变化类.

【分析】解决这类问题首先要从简单图形入手，抓住随着“编号”或“序号”增加时，后一个图形与前一个图形相比，在数量上增加（或倍数）情况的变化，找出数量上的变化规律，从而推出一般性的结论.

【解答】解： $\because$ 第一个图需棋子 $3+3=6$;

第二个图需棋子 $3 \times 2+3=9$;

第三个图需棋子 $3 \times 3+3=12$;

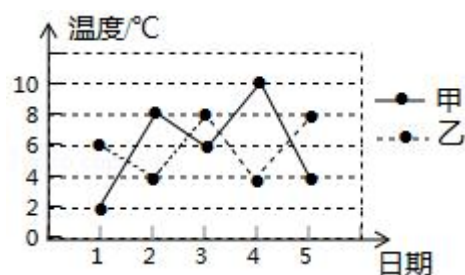
...

$\therefore$ 第 n 个图需棋子 $3n+3$ 枚.

故选：D.

【点评】本题考查了规律型：图形的变化类：首先应找出图形哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的，通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解. 探寻规律要认真观察、仔细思考，善用联想来解决这类问题.

8. (3分) 甲、乙两地去年12月前5天的日平均气温如图所示，下列描述错误的是 ()



- A. 两地气温的平均数相同 B. 甲地气温的中位数是 6°C
- C. 乙地气温的众数是 4°C D. 乙地气温相对比较稳定

【考点】W1：算术平均数；W4：中位数；W5：众数；W7：方差.

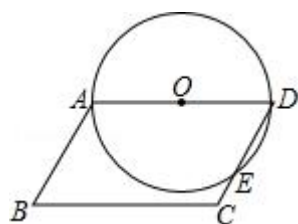
【分析】分别计算出甲乙两地的平均数、中位数、众数和方差，然后对各选项进行判断.

【解答】解：甲乙两地的平均数都为 6°C ；甲地的中位数为 6°C ；乙地的众数为 4°C 和 8°C ；乙地气温的波动小，相对比较稳定.

故选：C.

【点评】本题考查了方差：方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好. 也考查了平均数、众数和中位数.

9. (3分) 如图， $\square ABCD$ 中， $\angle B=70^{\circ}$ ， $BC=6$ ，以 AD 为直径的 $\odot O$ 交 CD 于点 E ，则 $\widehat{DE}$ 的长为 ()



A. $\frac{1}{3}\pi$

B. $\frac{2}{3}\pi$

C. $\frac{7}{6}\pi$

D. $\frac{4}{3}\pi$

【考点】 L5：平行四边形的性质； M5：圆周角定理； MN：弧长的计算.

【分析】连接 OE ，由平行四边形的性质得出 $\angle D=\angle B=70^{\circ}$ ， $AD=BC=6$ ，得出 $OA=OD=3$ ，由等腰三角形的性质和三角形内角和定理求出 $\angle DOE=40^{\circ}$ ，再由弧长公式即可得出答案.

【解答】解：连接 OE ，如图所示：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle D=\angle B=70^{\circ}$ ， $AD=BC=6$ ，

$\therefore OA=OD=3$ ，

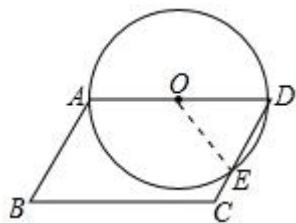
$\because OD=OE$ ，

$\therefore \angle OED=\angle D=70^{\circ}$ ，

$$\therefore \angle DOE = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \widehat{DE} \text{ 的长} = \frac{40\pi \times 3}{180} = \frac{2}{3}\pi;$$

故选：B.



【点评】 本题考查了弧长公式、平行四边形的性质、等腰三角形的性质等知识；
熟练掌握平行四边形的性质，求出 $\angle DOE$ 的度数是解决问题的关键.

10. (3 分) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ 的两个根, 且 $x_1 + x_2 = 1 - x_1x_2$,
则 m 的值为 ()

A. -1 或 2 B. 1 或 -2 C. -2 D. 1

【考点】 AB: 根与系数的关系.

【分析】 根据根与系数的关系结合 $x_1 + x_2 = 1 - x_1x_2$, 即可得出关于 m 的一元二次方程, 解之即可得出 m 的值, 再根据方程有实数根结合根的判别式, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之即可得出 m 的取值范围, 从而可确定 m 的值.

【解答】 解: $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ 的两个根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2m, \quad x_1 \cdot x_2 = m^2 - m - 1.$$

$$\because x_1 + x_2 = 1 - x_1x_2,$$

$$\therefore 2m = 1 - (m^2 - m - 1), \text{ 即 } m^2 + m - 2 = 0,$$

解得: $m_1 = -2, m_2 = 1$.

$\therefore$ 方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - m - 1) = 4m + 4 \geq 0,$$

解得： $m \geq -1$.

$\therefore m=1$.

故选： D.

【点评】 本题考查了根与系数的关系以及根的判别式，根据根与系数的关系以及

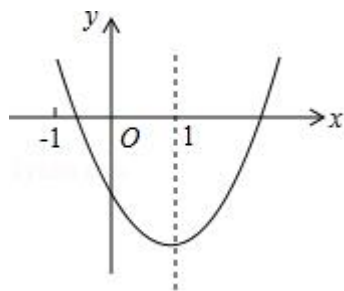
$x_1+x_2=1-x_1x_2$ ，找出关于 m 的一元二次方程是解题的关键.

11. (3 分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，对称轴是直线 $x=1$ ，

下列结论：

① $ab < 0$ ； ② $b^2 > 4ac$ ； ③ $a+b+2c < 0$ ； ④ $3a+c < 0$.

其中正确的是 ()



A. ①④

B. ②④

C. ①②③

D. ①②③④

【考点】 H4： 二次函数图象与系数的关系.

【专题】 31： 数形结合.

【分析】 由抛物线开口方向得到 $a > 0$ ，然后利用抛物线抛物线的对称轴得到 b

的符合，则可对①进行判断；利用判别式的意义和抛物线与 x 轴有 2 个交点

可对②进行判断；利用 $x=1$ 时， $y < 0$ 和 $c < 0$ 可对③进行判断；利用抛物线

的对称轴方程得到 $b = -2a$ ，加上 $x = -1$ 时， $y > 0$ ，即 $a - b + c > 0$ ，则可对④

进行判断.

【解答】 解： $\because$ 抛物线开口向上，

$\therefore a > 0$,

$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

$$\therefore b = -2a < 0,$$

$$\therefore ab < 0, \text{ 所以①正确;}$$

$\therefore$ 抛物线与 x 轴有 2 个交点,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0, \text{ 所以②正确;}$$

$$\therefore x=1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a+b+c < 0,$$

而 $c < 0$,

$$\therefore a+b+2c < 0, \text{ 所以③正确;}$$

$$\therefore \text{抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

而 $x = -1$ 时, $y > 0$, 即 $a - b + c > 0$,

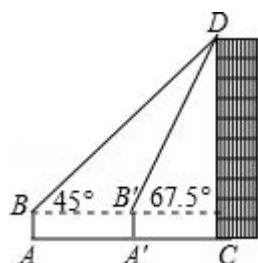
$$\therefore a+2a+c > 0, \text{ 所以④错误.}$$

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右; 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$. 抛物线与 x 轴交点个数有 Δ 决定: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

12. (3 分) 如图, 数学实践活动小组要测量学校附近楼房 CD 的高度, 在水平

地面 A 处安置测倾器测得楼房 CD 顶部点 D 的仰角为 45° ，向前走 20 米到达 A' 处，测得点 D 的仰角为 67.5° ，已知测倾器 AB 的高度为 1.6 米，则楼房 CD 的高度约为（结果精确到 0.1 米， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）（ ）



- A. 34.14 米 B. 34.1 米 C. 35.7 米 D. 35.74 米

【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】过 B 作 $BF \perp CD$ 于 F，作 $B'E \perp BD$ ，解直角三角形即可得到结论.

【解答】解：过 B 作 $BF \perp CD$ 于 F，作 $B'E \perp BD$ ，

$$\therefore \angle BDB' = \angle B'DC = 22.5^\circ,$$

$$\therefore EB' = B'F,$$

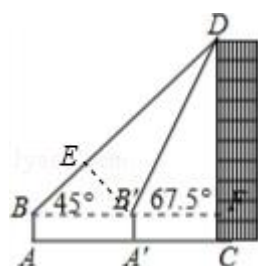
$$\therefore \angle BEB' = 90^\circ,$$

$$\therefore EB' = B'F = 10\sqrt{2},$$

$$\therefore DF = 20 + 10\sqrt{2},$$

$$\therefore DC = DF + FC = 20 + 10\sqrt{2} + 1.6 \approx 35.74 = 35.7.$$

故选：C.



【点评】本题考查了解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，要求学生借助俯角构

造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) $3^0 \times (\frac{1}{2})^{-2} + |-2| = \underline{6}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】本题涉及零指数幂、负整数指数幂、绝对值 3 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解: $3^0 \times (\frac{1}{2})^{-2} + |-2|$

$$= 1 \times 4 + 2$$

$$= 4 + 2$$

$$= 6.$$

故答案为: 6.

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、绝对值等考点的运算.

14. (3 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=2$, $BC=\sqrt{3}$, 则 $\sin\frac{A}{2} = \underline{\frac{1}{2}}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据 $\angle A$ 的正弦求出 $\angle A=60^\circ$, 再根据 30° 的正弦值求解即可.

【解答】解: $\because \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

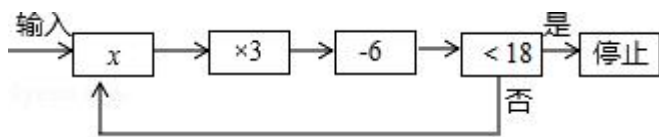
$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \sin\frac{A}{2} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值, 熟记 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值是解题的关键.

15. (3 分) 运行程序如图所示, 从“输入实数 x ”到“结果是否 < 18 ”为一次程序操作,



若输入 x 后程序操作仅进行了一次就停止, 则 x 的取值范围是 $x < 8$.

【考点】 C9: 一元一次不等式的应用.

【分析】 根据运算程序, 列出算式: $3x - 6$, 由于运行了一次就停止, 所以列出不等式 $3x - 6 < 18$, 通过解该不等式得到 x 的取值范围.

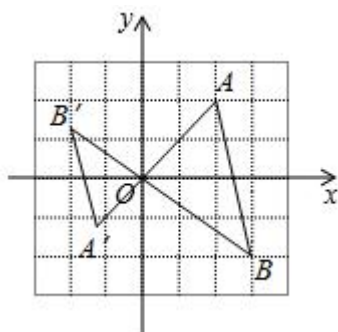
【解答】 解: 依题意得: $3x - 6 < 18$,

解得 $x < 8$.

故答案是: $x < 8$.

【点评】 本题考查了一元一次不等式的应用, 解题的关键是通过程序表达式, 将程序转化问题化为不等式, 难度一般.

16. (3 分) 如图, 在直角坐标系中, 每个小方格的边长均为 1, $\triangle AOB$ 与 $\triangle A'OB'$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形, 且相似比为 3: 2, 点 A, B 都在格点上, 则点 B' 的坐标是 $(-2, \frac{4}{3})$.



【考点】 D5: 坐标与图形性质; SC: 位似变换.

【分析】 把 B 的横纵坐标分别乘以 $-\frac{2}{3}$ 得到 B' 的坐标.

【解答】解：由题意得： $\triangle A'OB'$ 与 $\triangle AOB$ 的相似比为2:3，

又 $\because B(3, -2)$

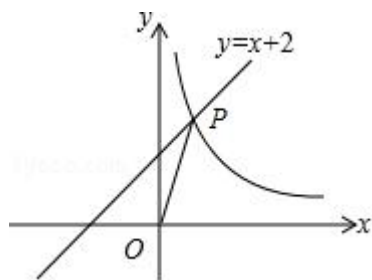
$\therefore B'$ 的坐标是 $[3 \times (-\frac{2}{3}), -2 \times (-\frac{2}{3})]$ ，即 B' 的坐标是 $(-2, \frac{4}{3})$ ；

故答案为： $(-2, \frac{4}{3})$ 。

【点评】本题考查了位似变换：先确定点的坐标，及相似比，再分别把横纵坐标与相似比相乘即可，注意原图形与位似图形是同侧还是异侧，来确定所乘的相似比的正负。

17. (3分) 如图，直线 $y=x+2$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第一象限交于点P，

若 $OP=\sqrt{10}$ ，则k的值为3。



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题。

【分析】可设点P(m, m+2)，由 $OP=\sqrt{10}$ 根据勾股定理得到m的值，进一步得到P点坐标，再根据待定系数法可求k的值。

【解答】解：设点P(m, m+2)，

$$\because OP=\sqrt{10},$$

$$\therefore \sqrt{m^2 + (m+2)^2} = \sqrt{10},$$

解得 $m_1=1$ ， $m_2=-3$ （不合题意舍去），

$\therefore$ 点P(1, 3)，

$$\therefore 3 = \frac{k}{1},$$

解得 $k=3$ 。

故答案为：3.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点坐标, 解题的关键是仔细审题, 能够求得点 P 的坐标, 难度不大.

18. (3 分) 如图 1, 将一圆形纸片向右、向上两次对折后得到如图 2 所示的扇形 AOB. 已知 $OA=6$, 取 OA 的中点 C, 过点 C 作 $CD \perp OA$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 D, 点 F 是 $\widehat{AB}$ 上一点. 若将扇形 BOD 沿 OD 翻折, 点 B 恰好与点 F 重合, 用剪刀沿着线段 BD, DF, FA 依次剪下, 则剪下的纸片 (形状同阴影图形) 面积之和为 $36\pi - 108$.

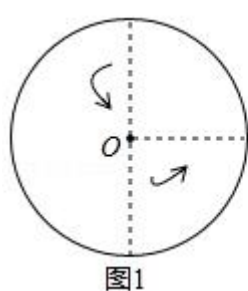


图1

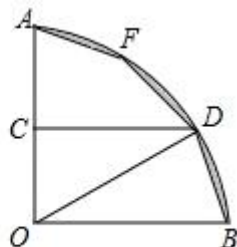


图2

【考点】MO: 扇形面积的计算; P9: 剪纸问题.

【分析】先求出 $\angle ODC = \angle BOD = 30^\circ$, 作 $DE \perp OB$ 可得 $DE = \frac{1}{2}OD = 3$, 先根据 $S_{\text{弓形 BD}} = S_{\text{扇形 BOD}} - S_{\triangle BOD}$ 求得弓形的面积, 再利用折叠的性质求得所有阴影部分面积.

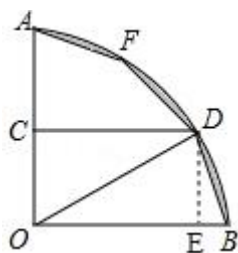
【解答】解: 如图, $\because CD \perp OA$,

$$\therefore \angle DCO = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\because OA = OD = OB = 6, OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}OD,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle BOD = 30^\circ,$$

作 $DE \perp OB$ 于点 E,



则 $DE = \frac{1}{2}OD = 3$,

$$\therefore S_{\text{弓形}BD} = S_{\text{扇形}BOD} - S_{\triangle BOD} = \frac{30 \cdot \pi \cdot 6^2}{360} - \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 3\pi - 9,$$

则剪下的纸片面积之和为 $12 \times (3\pi - 9) = 36\pi - 108$,

故答案为: $36\pi - 108$.

【点评】 本题主要考查扇形面积的计算, 熟练掌握扇形的面积计算公式及折叠的性质是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (6 分) 先化简, 再求值: $(x - \frac{2xy - y^2}{x}) \div \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$, 其中 $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - 1$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【分析】 根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子, 然后将 x 、 y 的值代入化简后的式子即可解答本题.

$$\text{【解答】解: } (x - \frac{2xy - y^2}{x}) \div \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x} \cdot \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{(x-y)^2}{x} \cdot \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)}$$

$$= x - y,$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2} - 1 \text{ 时, 原式} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 = 1.$$

【点评】 本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

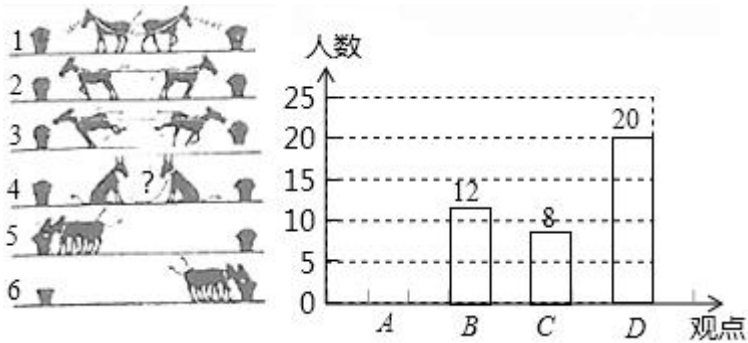
20. (8分) 主题班会课上，王老师出示了如图所示的一幅漫画，经过同学们的一番热议，达成以下四个观点：

- A. 放下自我，彼此尊重；
- B. 放下利益，彼此平衡；
- C. 放下性格，彼此成就；
- D. 合理竞争，合作双赢.

要求每人选取其中一个观点写出自己的感悟，根据同学们的选择情况，小明绘制了如图两幅不完整的图表，请根据图表中提供的信息，解答下列问题：

观点	频数	频率
A	a	0.2
B	12	0.24
C	8	b
D	20	0.4

- (1) 参加本次讨论的学生共有 50 人；
- (2) 表中 $a = \underline{10}$ ， $b = \underline{0.16}$ ；
- (3) 将条形统计图补充完整；
- (4) 现准备从 A，B，C，D 四个观点中任选两个作为演讲主题，请用列表或画树状图的方法求选中观点 D（合理竞争，合作双赢）的概率.



【考点】V7：频数（率）分布表；VC：条形统计图；X6：列表法与树状图法.

【分析】(1) 由 B 观点的人数和所占的频率即可求出总人数;

(2) 由总人数即可求出 a、b 的值,

(3) 由 (2) 中的数据即可将条形统计图补充完整;

(4) 画出树状图, 然后根据概率公式列式计算即可得解.

【解答】解:

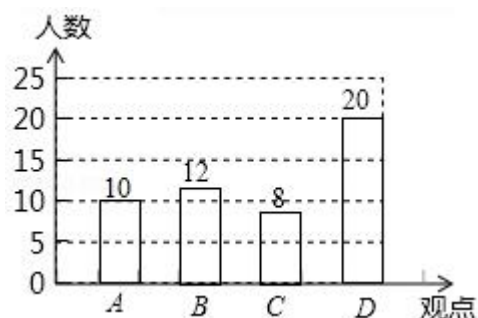
(1) 总人数 = $12 \div 0.24 = 50$ (人),

故答案为: 50;

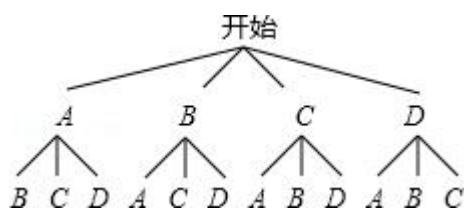
(2) $a = 50 \times 0.2 = 10$, $b = \frac{8}{50} = 0.16$,

故答案为:

(3) 条形统计图补充完整如图所示:



(4) 根据题意画出树状图如下:



由树形图可知: 共有 12 中可能情况, 选中观点 D (合理竞争, 合作双赢) 的概率有 6 种,

所以选中观点 D (合理竞争, 合作双赢) 的概率 = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图. 用到的知识点为:

概率 = 所求情况数与总情况数之比.

21. (9分) 今年, 我市某中学响应习总书记“足球进校园”的号召, 开设了“足球大课间”活动, 现需要购进 100 个某品牌的足球供学生使用. 经调查, 该品牌足球 2015 年单价为 200 元, 2017 年单价为 162 元.

- (1) 求 2015 年到 2017 年该品牌足球单价平均每年降低的百分率;
- (2) 选购期间发现该品牌足球在两个文体用品商场有不同的促销方案:



试问去哪个商场购买足球更优惠?

【考点】AD: 一元二次方程的应用.

【分析】(1) 设 2015 年到 2017 年该品牌足球单价平均每年降低的百分率为 x , 根据 2015 年及 2017 年该品牌足球的单价, 即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之取其小于 1 的值即可得出结论;

(2) 根据两商城的促销方案, 分别求出在两商城购买 100 个该品牌足球的总费用, 比较后即可得出结论.

【解答】解: (1) 设 2015 年到 2017 年该品牌足球单价平均每年降低的百分率为 x ,

根据题意得: $200 \times (1 - x)^2 = 162$,

解得: $x = 0.1 = 10\%$ 或 $x = 1.9$ (舍去).

答: 2015 年到 2017 年该品牌足球单价平均每年降低的百分率为 10%.

(2) $100 \times \frac{10 - 1000}{11} \approx 90.91$ (个),

在 A 商城需要的费用为 $162 \times 91 = 14742$ (元),

在 B 商城需要的费用为 $162 \times 100 \times \frac{9}{10} = 14580$ (元).

$14742 > 14580$.

答：去 B 商场购买足球更优惠.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用，解题的关键是：(1) 根据 2015 年及 2017 年该品牌足球的单价，列出关于 x 的一元二次方程；(2) 根据两商城的促销方案，分别求出在两商城购买 100 个该品牌足球的总费用.

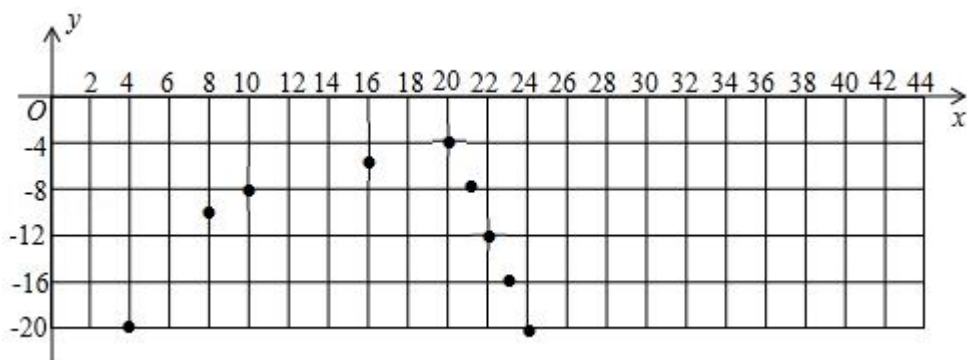
22. (9 分) 数学兴趣小组研究某型号冷柜温度的变化情况，发现该冷柜的工作过程是：当温度达到设定温度 -20°C 时，制冷停止，此后冷柜中的温度开始逐渐上升，当上升到 -4°C 时，制冷开始，温度开始逐渐下降，当冷柜自动制冷至 -20°C 时，制冷再次停止，...，按照以上方式循环进行.

同学们记录了 44min 内 15 个时间点冷柜中的温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (min) 的变化情况，制成下表：

时间	...	4	8	10	16	20	21	22	23	24	28	30	36	40	42	44	...
x/min																	
温度	...	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	a	-	...
$y/^{\circ}\text{C}$		20	10	8	5	4	8	12	16	20	1	8	5	4		20	

- (1) 通过分析发现，冷柜中的温度 y 是时间 x 的函数.
- ①当 $4 \leq x < 20$ 时，写出一个符合表中数据的函数解析式 $y = -\frac{80}{x}$ ；
- ②当 $20 \leq x < 24$ 时，写出一个符合表中数据的函数解析式 $y = -4x + 76$ ；
- (2) a 的值为 -12 ；

(3) 如图，在直角坐标系中，已描出了上表中部分数据对应的点，请描出剩余数据对应的点，并画出当 $4 \leq x \leq 44$ 时温度 y 随时间 x 变化的函数图象.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) ①由 $x \cdot y = -80$ ，即可得出当 $4 \leq x < 20$ 时， y 关于 x 的函数解析式；

②根据点 $(20, -4)$ 、 $(21, -8)$ ，利用待定系数法求出 y 关于 x 的函数解析式，再代入其它点的坐标验证即可；

(2) 根据表格数据，找出冷柜的工作周期为 20 分钟，由此即可得出 a 值；

(3) 描点、连线，画出函数图象即可.

【解答】 解：(1) ① $\because 4 \times (-20) = -80, 8 \times (-10) = -80, 10 \times (-8) = -80, 16 \times (-5) = -80,$

$\therefore$ 当 $4 \leq x < 20$ 时， $y = -\frac{80}{x}$.

故答案为： $y = -\frac{80}{x}$.

②当 $20 \leq x < 24$ 时，设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx + b$,

将 $(20, -4)$ 、 $(21, -8)$ 代入 $y = kx + b$ 中，

$$\begin{cases} 20k + b = -4 \\ 21k + b = -8 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -4 \\ b = 76 \end{cases},$$

$\therefore$ 此时 $y = -4x + 76$.

当 $x = 22$ 时， $y = -4x + 76 = -12$,

当 $x = 23$ 时， $y = -4x + 76 = -16$,

当 $x=24$ 时, $y=-4x+76=-20$.

$\therefore$ 当 $20 \leq x < 24$ 时, $y=-4x+76$.

故答案为: $y=-4x+76$.

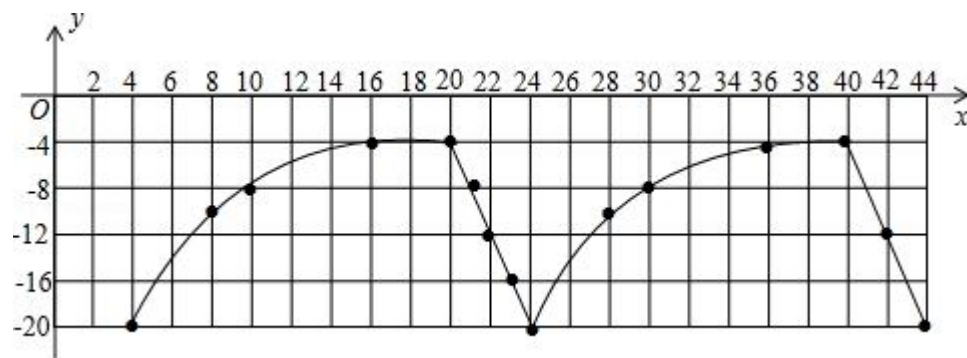
(2) 观察表格, 可知该冷柜的工作周期为 20 分钟,

$\therefore$ 当 $x=42$ 时, 与 $x=22$ 时, y 值相同,

$\therefore a=-12$.

故答案为: -12 .

(3) 描点、连线, 画出函数图象, 如图所示.



【点评】 本题考查了一次函数的应用、待定系数法求一次函数解析式、一次（反比例）函数图象上点的坐标特征以及一次（反比例）函数图象，解题的关键是：(1) ①根据 x 、 y 成反比例，找出函数解析式；②利用待定系数法求出一函数解析式；(2) 根据表格数据找出冷柜的工作周期；(3) 描点、连线，画出函数图象.

23. (10 分) 【操作发现】

(1) 如图 1, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 先将三角板中的 60° 角与 $\angle ACB$ 重合, 再将三角板绕点 C 按顺时针方向旋转 (旋转角大于 0° 且小于 30°), 旋转后三角板的一直角边与 AB 交于点 D , 在三角板斜边上取一点 F , 使 $CF=CD$, 线段 AB 上取点 E , 使 $\angle DCE=30^\circ$, 连接 AF , EF .

①求 $\angle EAF$ 的度数;

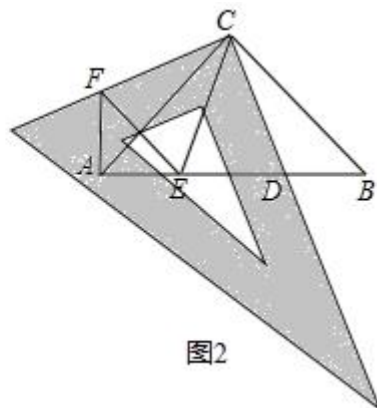
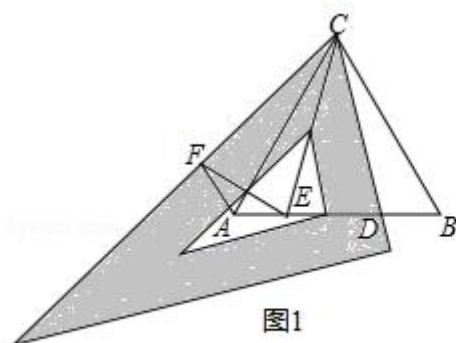
②DE 与 EF 相等吗? 请说明理由;

【类比探究】

(2) 如图 2, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, 先将三角板的 90° 角与 $\angle ACB$ 重合, 再将三角板绕点 C 按顺时针方向旋转 (旋转角大于 0° 且小于 45°), 旋转后三角板的一直角边与 AB 交于点 D, 在三角板另一直角边上取一点 F, 使 $CF=CD$, 线段 AB 上取点 E, 使 $\angle DCE=45^\circ$, 连接 AF, EF. 请直接写出探究结果:

① $\angle EAF$ 的度数;

②线段 AE, ED, DB 之间的数量关系.



【考点】RB: 几何变换综合题.

【分析】(1) ①由等边三角形的性质得出 $AC=BC$, $\angle BAC=\angle B=60^\circ$, 求出 $\angle ACF=\angle BCD$, 证明 $\triangle ACF \cong \triangle BCD$, 得出 $\angle CAF=\angle B=60^\circ$, 求出 $\angle EAF=\angle BAC+\angle CAF=120^\circ$;

②证出 $\angle DCE=\angle FCE$, 由 SAS 证明 $\triangle DCE \cong \triangle FCE$, 得出 $DE=EF$ 即可;

(2) ①由等腰直角三角形的性质得出 $AC=BC$, $\angle BAC=\angle B=45^\circ$, 证出 $\angle ACF=\angle BCD$, 由 SAS 证明 $\triangle ACF \cong \triangle BCD$, 得出 $\angle CAF=\angle B=45^\circ$, $AF=DB$, 求出 $\angle EAF=\angle BAC+\angle CAF=90^\circ$;

②证出 $\angle DCE = \angle FCE$, 由 SAS 证明 $\triangle DCE \cong \triangle FCE$, 得出 $DE = EF$; 在 $\text{Rt}\triangle AEF$

中, 由勾股定理得出 $AE^2 + AF^2 = EF^2$, 即可得出结论.

【解答】解: (1) ① $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AC = BC, \quad \angle BAC = \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle BCD,$$

$$\text{在 } \triangle ACF \text{ 和 } \triangle BCD \text{ 中, } \begin{cases} AC = BC \\ \angle ACF = \angle BCD \\ CF = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BCD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle CAF = \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle BAC + \angle CAF = 120^\circ;$$

② $DE = EF$; 理由如下:

$$\therefore \angle DCF = 60^\circ, \quad \angle DCE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FCE = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle FCE,$$

$$\text{在 } \triangle DCE \text{ 和 } \triangle FCE \text{ 中, } \begin{cases} CD = CF \\ \angle DCE = \angle FCE \\ CE = CE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DCE \cong \triangle FCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DE = EF;$$

(2) ① $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore AC = BC, \quad \angle BAC = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle BCD,$$

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle BCD$ 中, $\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACF=\angle BCD \\ CF=CD \end{cases}$,

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BCD$ (SAS),

$\therefore \angle CAF = \angle B = 45^\circ$, $AF = DB$,

$\therefore \angle EAF = \angle BAC + \angle CAF = 90^\circ$;

② $AE^2 + DB^2 = DE^2$, 理由如下:

$\therefore \angle DCF = 90^\circ$, $\angle DCE = 45^\circ$,

$\therefore \angle FCE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

$\therefore \angle DCE = \angle FCE$,

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle FCE$ 中, $\begin{cases} CD=CF \\ \angle DCE=\angle FCE \\ CE=CE \end{cases}$,

$\therefore \triangle DCE \cong \triangle FCE$ (SAS),

$\therefore DE = EF$,

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $AE^2 + AF^2 = EF^2$,

又 $\therefore AF = DB$,

$\therefore AE^2 + DB^2 = DE^2$.

【点评】 本题是几何变换综合题目, 考查了旋转的性质、等边三角形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、勾股定理等知识; 本题综合性强, 有一定难度, 证明三角形全等是解决问题的关键.

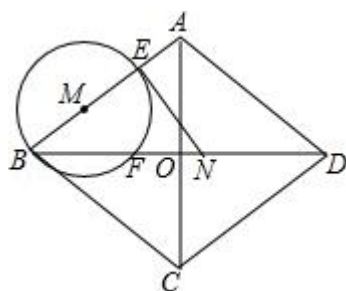
24. (11分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $AC=12\text{cm}$, $BD=16\text{cm}$, 动点 N 从点 D 出发, 沿线段 DB 以 2cm/s 的速度向点 B 运动, 同时动点 M 从点 B 出发, 沿线段 BA 以 1cm/s 的速度向点 A 运动, 当其中一个动点停止运动时另一个动点也随之停止. 设运动时间为 t (s) ($t > 0$), 以点 M 为圆心, MB 长为半径的 $\odot M$ 与射线 BA , 线段 BD 分别交于点 E , F ,

连接 EN.

(1) 求 BF 的长 (用含有 t 的代数式表示), 并求出 t 的取值范围;

(2) 当 t 为何值时, 线段 EN 与 $\odot M$ 相切?

(3) 若 $\odot M$ 与线段 EN 只有一个公共点, 求 t 的取值范围.



【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 连接 MF. 只要证明 $MF \parallel AD$, 可得 $\frac{BM}{BA} = \frac{BF}{BD}$, 即 $\frac{t}{10} = \frac{BF}{16}$, 解方程即可;

(2) 当线段 EN 与 $\odot M$ 相切时, 易知 $\triangle BEN \sim \triangle BOA$, 可得 $\frac{BE}{OB} = \frac{BN}{AB}$, 即 $\frac{2t}{8} = \frac{16-2t}{10}$, 解方程即可;

(3) 由题意可知: 当 $0 < t \leq \frac{32}{7}$ 或 $\frac{40}{9} < t < 8$ 时, $\odot M$ 与线段 EN 只有一个公共点;

【解答】解: (1) 连接 MF.

$\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AB=AD$, $AC \perp BD$, $OA=OC=6$, $OB=OD=8$,

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$\therefore MB=MF$, $AB=AD$,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle MFB$,

$\therefore MF \parallel AD$,

$\therefore \frac{BM}{BA} = \frac{BF}{BD}$,

$$\therefore \frac{t}{10} = \frac{BF}{16},$$

$$\therefore BF = \frac{8}{5}t \quad (0 < t \leq 8).$$

(2) 当线段 EN 与 $\odot M$ 相切时, 易知 $\triangle BEN \sim \triangle BOA$,

$$\therefore \frac{BE}{OB} = \frac{BN}{AB},$$

$$\therefore \frac{2t}{8} = \frac{16-2t}{10},$$

$$\therefore t = \frac{32}{9}.$$

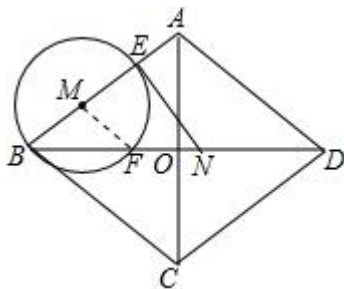
$\therefore t = \frac{32}{9}$ s 时, 线段 EN 与 $\odot M$ 相切.

(3) 由题意可知: 当 $0 < t \leq \frac{32}{9}$ 时, $\odot M$ 与线段 EN 只有一个公共点.

当点 N 在 $\odot M$ 内部时, 也满足条件, 当 F 与 N 重合时 $\frac{8}{5}t + 2t = 16$, 解得 $t = \frac{40}{9}$ (s),

$\therefore \frac{40}{9} < t < 8$ 时, $\odot M$ 与线段 EN 只有一个公共点,

综上所述, 满足条件的 t 的范围为 $0 < t \leq \frac{32}{9}$ 或 $\frac{40}{9} < t < 8$.



【点评】 本题考查圆综合题、菱形的性质、切线的性质、勾股定理、平行线分线段成比例定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题. 学会用构建方程的思想思考问题. 属于中考压轴题.

25. (13 分) 如图 1, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , $AB = 4$, 矩形 $OBDC$ 的边 $CD = 1$, 延长 DC 交抛物线于点 E .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 2, 点 P 是直线 EO 上方抛物线上的一个动点, 过点 P 作 y 轴的平行

线交直线 EO 于点 G ，作 $PH \perp EO$ ，垂足为 H 。设 PH 的长为 l ，点 P 的横坐标为 m ，求 l 与 m 的函数关系式（不必写出 m 的取值范围），并求出 l 的最大值；

- (3) 如果点 N 是抛物线对称轴上的一点，抛物线上是否存在点 M ，使得以 M ， A ， C ， N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，直接写出所有满足条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

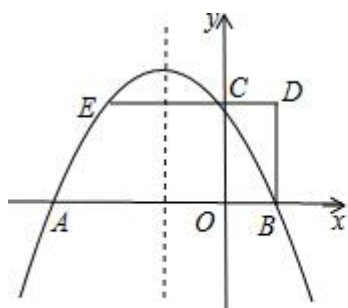


图1

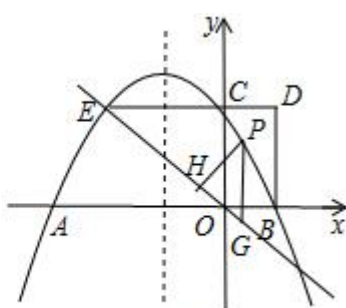


图2

【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 由条件可求得 A 、 B 的坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2) 可先求得 E 点坐标，从而可求得直线 OE 解析式，可知 $\angle PGH = 45^\circ$ ，用 m 可表示出 PG 的长，从而可表示出 l 的长，再利用二次函数的性质可求得其最大值；

(3) 分 AC 为边和 AC 为对角线，当 AC 为边时，过 M 作对称轴的垂线，垂足为 F ，则可证得 $\triangle MFN \cong \triangle AOC$ ，可求得 M 到对称轴的距离，从而可求得 M 点的横坐标，可求得 M 点的坐标；当 AC 为对角线时，设 AC 的中点为 K ，可求得 K 的横坐标，从而可求得 M 的横坐标，代入抛物线解析式可求得 M 点坐标.

【解答】 解：

(1) $\because$ 矩形 $OBDC$ 的边 $CD=1$ ，

$\therefore OB=1$ ，

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore OA=3,$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0),$$

$$\text{把 } A、B \text{ 两点坐标代入抛物线解析式可得 } \begin{cases} a+b+2=0 \\ 9a-3b+2=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2;$$

$$(2) \text{ 在 } y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 \text{ 中, 令 } y=2 \text{ 可得 } 2 = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2, \text{ 解得 } x=0 \text{ 或 } x=-2,$$

$$\therefore E(-2, 2),$$

$$\therefore \text{直线 } OE \text{ 解析式为 } y = -x,$$

$$\text{由题意可得 } P(m, -\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m + 2),$$

$$\therefore PG \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore G(m, -m),$$

$$\therefore P \text{ 在直线 } OE \text{ 的上方},$$

$$\therefore PG = -\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m + 2 - (-m) = -\frac{2}{3}m^2 - \frac{1}{3}m + 2 = -\frac{2}{3}(m + \frac{1}{4})^2 + \frac{49}{24},$$

$$\therefore \text{直线 } OE \text{ 解析式为 } y = -x,$$

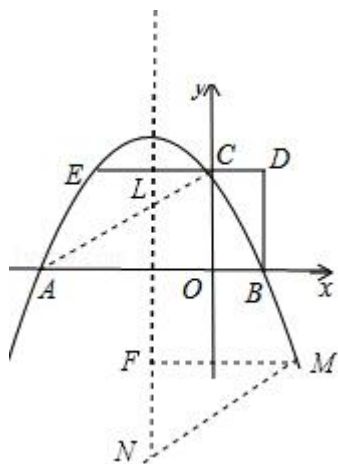
$$\therefore \angle PGH = \angle COE = 45^\circ,$$

$$\therefore l = \frac{\sqrt{2}}{2} PG = \frac{\sqrt{2}}{2} [-\frac{2}{3}(m + \frac{1}{4})^2 + \frac{49}{24}] = -\frac{\sqrt{2}}{3}(m + \frac{1}{4})^2 + \frac{49\sqrt{2}}{48},$$

$$\therefore \text{当 } m = -\frac{1}{4} \text{ 时, } l \text{ 有最大值, 最大值为 } \frac{49\sqrt{2}}{48};$$

(3) ①当 AC 为平行四边形的边时, 则有 $MN \parallel AC$, 且 $MN=AC$, 如图, 过 M

作对称轴的垂线, 垂足为 F, 设 AC 交对称轴于点 L,



则 $\angle ALF = \angle ACO = \angle FNM$,

在 $\triangle MFN$ 和 $\triangle AOC$ 中

$$\begin{cases} \angle MFN = \angle AOC \\ \angle FNM = \angle ACO \\ MN = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle MFN \cong \triangle AOC$ (AAS),

$\therefore MF = AO = 3$,

$\therefore$ 点 M 到对称轴的距离为 3,

$$\text{又 } y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2,$$

$\therefore$ 抛物线对称轴为 $x = -1$,

设 M 点坐标为 (x, y) , 则 $|x+1|=3$, 解得 $x=2$ 或 $x=-4$,

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } y = -\frac{10}{3}, \text{ 当 } x=-4 \text{ 时, } y = -\frac{10}{3},$$

$\therefore$ M 点坐标为 $(2, -\frac{10}{3})$ 或 $(-4, -\frac{10}{3})$;

②当 AC 为对角线时, 设 AC 的中点为 K,

$$\because A(-3, 0), C(0, 2),$$

$$\therefore K(-\frac{3}{2}, 1),$$

$\because$ 点 N 在对称轴上,

$\therefore$ 点 N 的横坐标为 -1 ,

设 M 点横坐标为 x ,

$\therefore$ 根据中点坐标公式: $x + (-1) = 2 \times (-\frac{3}{2}) = -3$, 解得 $x = -2$, 此时 $y = 2$,

$\therefore M(-2, 2)$;

综上可知点 M 的坐标为 $(2, -\frac{10}{3})$ 或 $(-4, -\frac{10}{3})$ 或 $(-2, 2)$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、二次函数的性质、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中求得 A、B 的坐标是解题的关键, 在 (2) 中确定出 PG 与 l 的关系是解题的关键, 在 (3) 中确定出 M 的位置是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.