

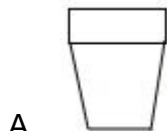
2017 年山东省潍坊市中考数学试卷

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来, 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分)

1. (3 分) 下列算式, 正确的是 ()

A. $a^3 \times a^2 = a^6$ B. $a^3 \div a = a^3$ C. $a^2 + a^2 = a^4$ D. $(a^2)^2 = a^4$

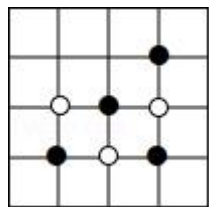
2. (3分) 如图所示的几何体, 其俯视图是 ()



3. (3分) 可燃冰, 学名叫“天然气水合物”, 是一种高效清洁、储量巨大的新能源. 据报道, 仅我国可燃冰预测远景资源量就超过了 1000 亿吨油当量, 将 1000 亿用科学记数法可表示为 ()

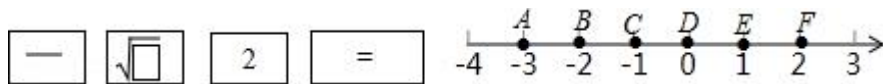
A. 1×10^3 B. 1000×10^8 C. 1×10^{11} D. 1×10^{14}

4. (3分) 小莹和小博士下棋, 小莹执圆子, 小博士执方子. 如图, 棋盘中心方子的位置用 $(-1, 0)$ 表示, 右下角方子的位置用 $(0, -1)$ 表示. 小莹将第 4 枚圆子放入棋盘后, 所有棋子构成一个轴对称图形. 他放的位置是 ()



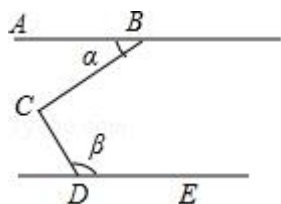
A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

5. (3分) 用教材中的计算器依次按键如下, 显示的结果在数轴上对应点的位置介于 () 之间.



A. B 与 C B. C 与 D C. E 与 F D. A 与 B

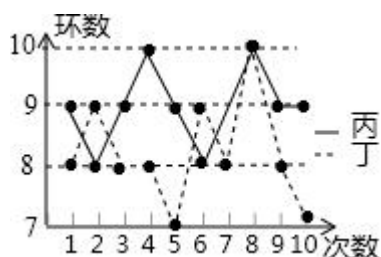
6. (3分) 如图, $\angle BCD=90^\circ$, $AB \parallel DE$, 则 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 满足 ()



A. $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$ B. $\angle \beta - \angle \alpha = 90^\circ$ C. $\angle \beta = 3\angle \alpha$ D. $\angle \alpha + \angle \beta = 90^\circ$

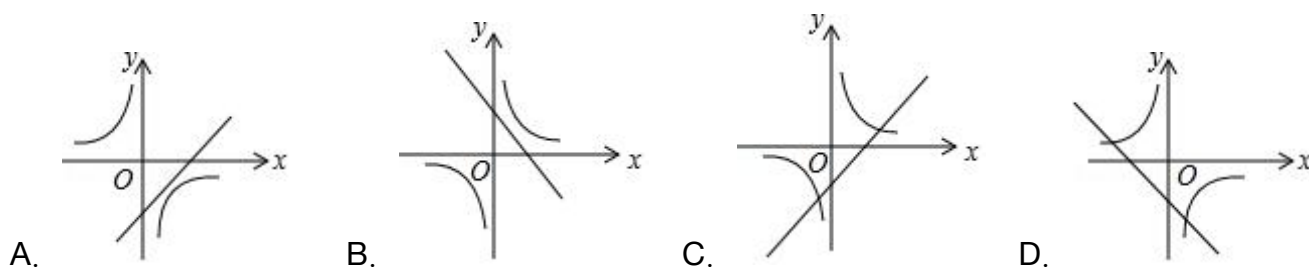
7. (3分) 甲、乙、丙、丁四名射击运动员在选拔赛中, 每人射击了 10 次, 甲、乙两人的成绩如表所示. 丙、丁两人的成绩如图所示. 欲选一名运动员参赛, 从平均数与方差两个因素分析, 应选 ()

	甲	乙
平均数	9	8
方差	1	1



A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

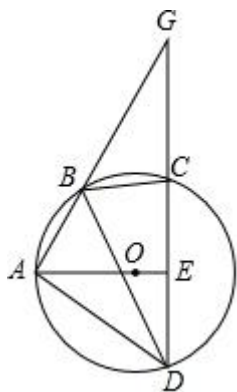
8. (3分) 一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{a-b}{x}$, 其中 $ab < 0$, a 、 b 为常数, 它们在同一坐标系中的图象可以是 ()



9. (3分) 若代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

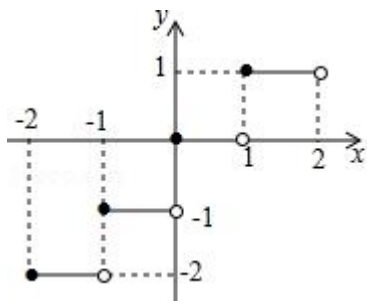
A. $x \geq 1$ B. $x \geq 2$ C. $x > 1$ D. $x > 2$

10. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形. 延长 AB 与 DC 相交于点 G , $AO \perp CD$, 垂足为 E , 连接 BD , $\angle GBC=50^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为 ()



A. 50° B. 60° C. 80° D. 90°

11. (3分) 定义 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数, 如 $[1.8]=1$, $[-1.4]=-2$, $[-3]=-3$. 函数 $y=[x]$ 的图象如图所示, 则方程 $[x]=\frac{1}{2}x^2$ 的解为 ()



A. 0或 $\sqrt{2}$ B. 0或2 C. 1或 $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$

12. (3分) 点A、C为半径是3的圆周上两点, 点B为 $\widehat{AC}$ 的中点, 以线段BA、BC为邻边作菱形ABCD, 顶点D恰在该圆直径的三等分点上, 则该菱形的边长为 ()

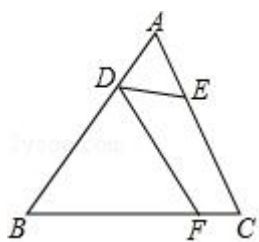
A. $\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ 或 $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$ 或 $2\sqrt{3}$

二、填空题 (共6小题, 每小题3分, 满分18分. 只要求填写最后结果, 每小题全对得3分)

13. (3分) 计算: $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x-2}{x^2-1} =$ _____.

14. (3分) 因式分解: $x^2 - 2x + (x - 2) =$ _____.

15. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB \neq AC$. D、E分别为边AB、AC上的点. $AC=3AD$, $AB=3AE$, 点F为BC边上一点, 添加一个条件: _____, 可以使得 $\triangle FDB$ 与 $\triangle ADE$ 相似. (只需写出一个)

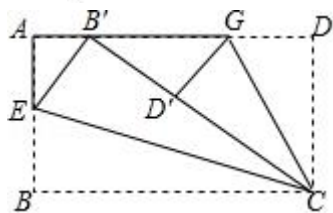


16. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

17. (3分) 如图, 自左至右, 第 1 个图由 1 个正六边形、6 个正方形和 6 个等边三角形组成; 第 2 个图由 2 个正六边形、11 个正方形和 10 个等边三角形组成; 第 3 个图由 3 个正六边形、16 个正方形和 14 个等边三角形组成; ...按照此规律, 第 n 个图中正方形和等边三角形的个数之和为_____个.

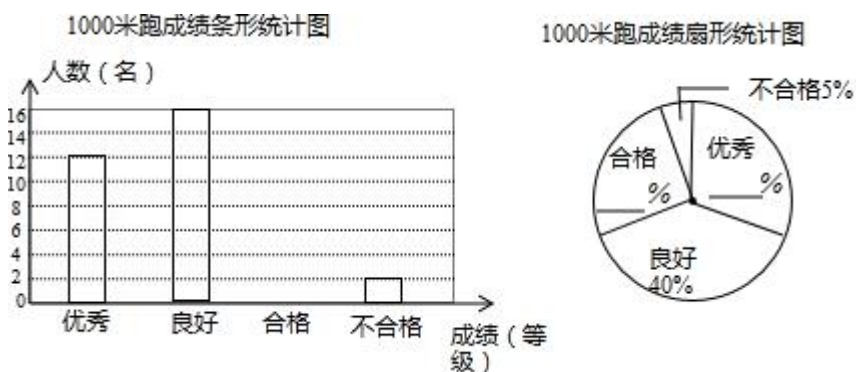


18. (3分) 如图, 将一张矩形纸片 $ABCD$ 的边 BC 斜着向 AD 边对折, 使点 B 落在 AD 边上, 记为 B' , 折痕为 CE , 再将 CD 边斜向下对折, 使点 D 落在 $B'C$ 边上, 记为 D' , 折痕为 CG , $B'D' = 2$, $BE = \frac{1}{3}BC$. 则矩形纸片 $ABCD$ 的面积为_____.



三、解答题 (共 7 小题, 满分 66 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8分) 本校为了解九年级男同学的体育考试准备情况, 随机抽取部分男同学进行了 1000 米跑步测试. 按照成绩分为优秀、良好、合格与不合格四个等级, 学校绘制了如下不完整的统计图.

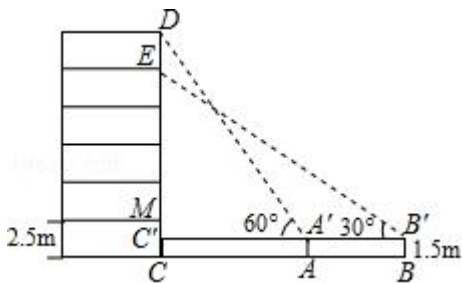


(1) 根据给出的信息, 补全两幅统计图;

(2) 该校九年级有 600 名男生，请估计成绩未达到良好有多少名？

(3) 某班甲、乙两位成绩优秀的同学被选中参加即将举行的学校运动会 1000 米比赛. 预赛分别为 A、B、C 三组进行，选手由抽签确定分组. 甲、乙两人恰好分在同一组的概率是多少？

20. (8 分) 如图，某数学兴趣小组要测量一栋五层居民楼 CD 的高度. 该楼底层为车库，高 2.5 米；上面五层居住，每层高度相等. 测角仪支架离地 1.5 米，在 A 处测得五楼顶部点 D 的仰角为 60° ，在 B 处测得四楼顶点 E 的仰角为 30° ， $AB=14$ 米. 求居民楼的高度（精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



21. (8 分) 某蔬菜加工公司先后两批次收购蒜薹 (tái) 共 100 吨. 第一批蒜薹价格为 4000 元/吨；因蒜薹大量上市，第二批价格跌至 1000 元/吨. 这两批蒜薹共用去 16 万元.

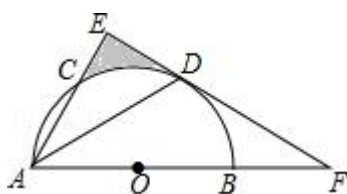
(1) 求两批次购进蒜薹各多少吨？

(2) 公司收购后对蒜薹进行加工，分为粗加工和精加工两种：粗加工每吨利润 400 元，精加工每吨利润 1000 元. 要求精加工数量不多于粗加工数量的三倍. 为获得最大利润，精加工数量应为多少吨？最大利润是多少？

22. (8 分) 如图， AB 为半圆 O 的直径， AC 是 $\odot O$ 的一条弦， D 为 $\widehat{BC}$ 的中点，作 $DE \perp AC$ ，交 AB 的延长线于点 F ，连接 DA .

(1) 求证： EF 为半圆 O 的切线；

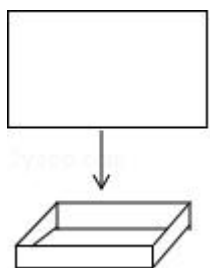
(2) 若 $DA=DF=6\sqrt{3}$ ，求阴影区域的面积. (结果保留根号和 π)



23. (9分) 工人师傅用一块长为 10dm，宽为 6dm 的矩形铁皮制作一个无盖的长方体容器，需要将四角各裁掉一个正方形. (厚度不计)

(1) 在图中画出裁剪示意图，用实线表示裁剪线，虚线表示折痕；并求长方体底面面积为 12dm^2 时，裁掉的正方形边长多大？

(2) 若要求制作的长方体的底面长不大于底面宽的五倍，并将容器进行防锈处理，侧面每平方分米费用为 0.5 元，底面每平方分米的费用为 2 元，裁掉的正方形边长多大时，总费用最低，最低为多少？



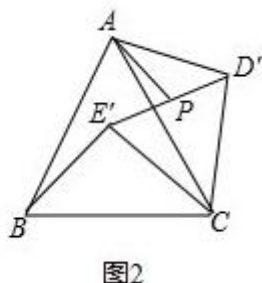
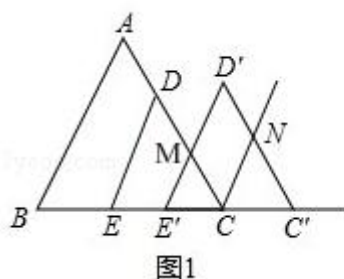
24. (12分) 边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AC、BC 边上， $DE \parallel AB$ ， $EC = 2\sqrt{3}$

(1) 如图 1，将 $\triangle DEC$ 沿射线方向平移，得到 $\triangle D'E'C'$ ，边 $D'E'$ 与 AC 的交点为 M，边 $C'D'$ 与 $\angle ACC'$ 的角平分线交于点 N，当 CC' 多大时，四边形 MCND' 为菱形？并说明理由.

(2) 如图 2，将 $\triangle DEC$ 绕点 C 旋转 $\angle \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$)，得到 $\triangle D'E'C$ ，连接 AD' 、 BE' . 边 $D'E'$ 的中点为 P.

①在旋转过程中， AD' 和 BE' 有怎样的数量关系？并说明理由；

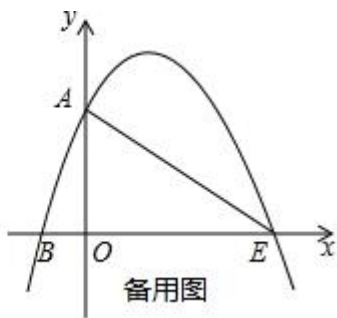
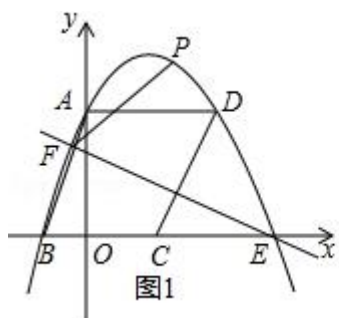
②连接 AP，当 AP 最大时，求 AD' 的值. (结果保留根号)



25. (13分) 如图 1，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过平行四边形 ABCD 的顶点 A (0, 3)、B (-1, 0)、D (2, 3)，抛物线与 x 轴的另一交点为 E. 经过点 E 的直线 l 将平行四边形 ABCD 分割为面积相等

两部分，与抛物线交于另一点 F 。点 P 在直线 l 上方抛物线上一动点，设点 P 的横坐标为 t

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 当 t 何值时， $\triangle PFE$ 的面积最大？并求最大值的立方根；
- (3) 是否存在点 P 使 $\triangle PAE$ 为直角三角形？若存在，求出 t 的值；若不存在，说明理由。



2017 年山东省潍坊市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分）

1. (3 分) (2017•潍坊) 下列算式，正确的是 ()

A. $a^3 \times a^2 = a^6$ B. $a^3 \div a = a^3$ C. $a^2 + a^2 = a^4$ D. $(a^2)^2 = a^4$

【考点】48：同底数幂的除法；35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据整式运算法则即可求出答案.

【解答】解：(A) 原式= a^5 ，故 A 错误；

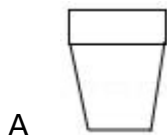
(B) 原式= a^2 ，故 B 错误；

(C) 原式= $2a^2$ ，故 C 错误；

故选 (D)

【点评】本题考查整式的运算，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型.

2. (3 分) (2017•潍坊) 如图所示的几何体，其俯视图是 ()



【考点】U1：简单几何体的三视图.

【分析】根据从上边看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上边看是一个同心圆，内圆是虚线，

故选：D.

【点评】 本题考查了简单组合体的三视图，从上边看得到的图形是俯视图，注意看得到的线用虚线.

3. (3分) (2017•潍坊) 可燃冰，学名叫“天然气水合物”，是一种高效清洁、储量巨大的新能源. 据报道，仅我国可燃冰预测远景资源量就超过了 1000 亿吨油当量. 将 1000 亿用科学记数法可表示为 ()

A. 1×10^3 B. 1000×10^8 C. 1×10^{11} D. 1×10^{14}

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

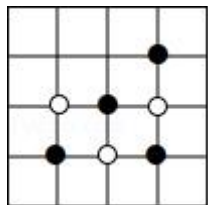
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 1000 亿用科学记数法表示为： 1×10^{11} .

故选：C.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3分) (2017•潍坊) 小莹和小博士下棋，小莹执圆子，小博士执方子. 如图，棋盘中心方子的位置用 $(-1, 0)$ 表示，右下角方子的位置用 $(0, -1)$ 表示. 小莹将第 4 枚圆子放入棋盘后，所有棋子构成一个轴对称图形. 他放的位置是 ()



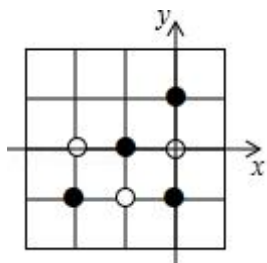
A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

【考点】 P6: 坐标与图形变化—对称；D3: 坐标确定位置.

【分析】首先确定 x 轴、 y 轴的位置，然后根据轴对称图形的定义判断.

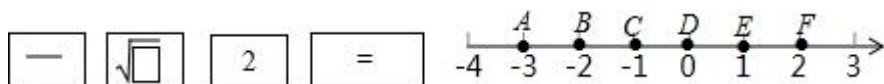
【解答】解：棋盘中心方子的位置用 $(-1, 0)$ 表示，则这点所在的横线是 x 轴，右下角方子的位置用 $(0, -1)$ ，则这点所在的纵线是 y 轴，则当放的位置是 $(-1, 1)$ 时构成轴对称图形.

故选 B.



【点评】本题考查了轴对称图形和坐标位置的确定，正确确定 x 轴、 y 轴的位置是关键.

5. (3 分) (2017•潍坊) 用教材中的计算器依次按键如下，显示的结果在数轴上对应点的位置介于 () 之间.



A. B 与 C B. C 与 D C. E 与 F D. A 与 B

【考点】25: 计算器一数的开方; 29: 实数与数轴.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】此题实际是求 $-\sqrt{2}$ 的值.

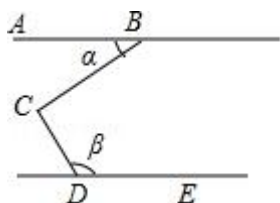
【解答】解：在计算器上依次按键转化为算式为 $-\sqrt{2}=$;

计算可得结果介于 -2 与 -1 之间.

故选 A.

【点评】本题主要考查了利用计算器计算结果，要求同学们能熟练应用计算器，熟悉计算器的各个按键的功能.

6. (3 分) (2017•潍坊) 如图， $\angle BCD=90^\circ$ ， $AB \parallel DE$ ，则 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 满足 ()



A. $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$ B. $\angle \beta - \angle \alpha = 90^\circ$ C. $\angle \beta = 3\angle \alpha$ D. $\angle \alpha + \angle \beta = 90^\circ$

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】过 C 作 $CF \parallel AB$, 根据平行线的性质得到 $\angle 1 = \angle \alpha$, $\angle 2 = 180^\circ - \angle \beta$, 于是得到结论.

【解答】解: 过 C 作 $CF \parallel AB$,

$\therefore AB \parallel DE$,

$\therefore AB \parallel CF \parallel DE$,

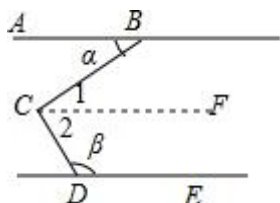
$\therefore \angle 1 = \angle \alpha$, $\angle 2 = 180^\circ - \angle \beta$,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle \alpha + 180^\circ - \angle \beta = 90^\circ$,

$\therefore \angle \beta - \angle \alpha = 90^\circ$,

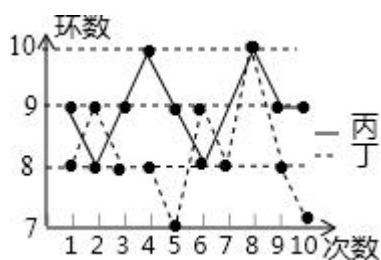
故选 B.



【点评】本题考查了平行线的性质, 熟记平行线的性质是解题的关键.

7. (3 分) (2017•潍坊) 甲、乙、丙、丁四名射击运动员在选拔赛中, 每人射击了 10 次, 甲、乙两人的成绩如表所示. 丙、丁两人的成绩如图所示. 欲选一名运动员参赛, 从平均数与方差两个因素分析, 应选 ()

	甲	乙
平均数	9	8
方差	1	1



A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】W7：方差；VD：折线统计图；W2：加权平均数.

【分析】求出丙的平均数、方差，乙的平均数，即可判断.

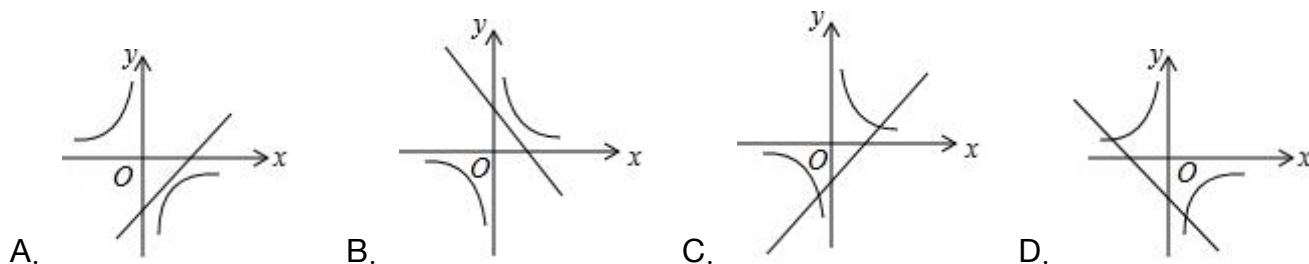
【解答】解：丙的平均数 $= \frac{9+8+9+10+9+8+9+10+9+9}{10} = 9$ ，丙的方差 $= \frac{1}{10}[1+1+1+1] = 0.4$ ，
乙的平均数 $= \frac{8+9+8+8+7+9+8+10+8+7}{10} = 8.2$ ，

由题意可知，丙的成绩最好，

故选 C.

【点评】本题考查方差、平均数、折线图等知识，解题的关键是记住平均数、方差的公式，属于基础题.

8. (3 分) (2017•潍坊) 一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{a-b}{x}$ ，其中 $ab < 0$ ， a 、 b 为常数，它们在同一坐标系中的图象可以是 ()



【考点】G2：反比例函数的图象；F3：一次函数的图象.

【分析】根据一次函数的位置确定 a 、 b 的大小，看是否符合 $ab < 0$ ，计算 $a - b$ 确定符号，确定双曲线的位置.

【解答】解：A、由一次函数图象过一、三象限，得 $a > 0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b < 0$ ，
满足 $ab < 0$ ，

$\therefore a - b > 0$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 的图象过一、三象限,

所以此选项不正确;

B、由一次函数图象过二、四象限, 得 $a < 0$, 交 y 轴正半轴, 则 $b > 0$,

满足 $ab < 0$,

$\therefore a - b < 0$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 的图象过二、四象限,

所以此选项不正确;

C、由一次函数图象过一、三象限, 得 $a > 0$, 交 y 轴负半轴, 则 $b < 0$,

满足 $ab < 0$,

$\therefore a - b > 0$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 的图象过一、三象限,

所以此选项正确;

D、由一次函数图象过二、四象限, 得 $a < 0$, 交 y 轴负半轴, 则 $b < 0$,

满足 $ab > 0$, 与已知相矛盾

所以此选项不正确;

故选 C.

【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数图象与系数的关系, 熟练掌握两个函数的图象的性质是关键.

9. (3 分) (2017•潍坊) 若代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 1$ B. $x \geq 2$ C. $x > 1$ D. $x > 2$

【考点】 72: 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式有意义的条件即可求出 x 的范围;

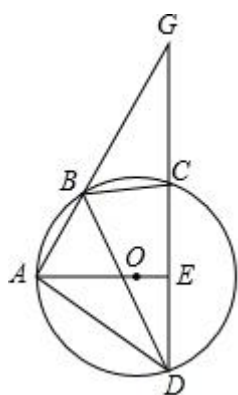
【解答】解：由题意可知：
$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$$

∴解得： $x \geq 2$

故选（B）

【点评】本题考查二次根式有意义的条件，解题的关键是正确理解二次根式有意义的条件，本题属于基础题型.

10. (3分) (2017•潍坊) 如图，四边形ABCD为⊙O的内接四边形. 延长AB与DC相交于点G, AO⊥CD, 垂足为E, 连接BD, ∠GBC=50°, 则∠DBC的度数为 ()



A. 50° B. 60° C. 80° D. 90°

【考点】M6: 圆内接四边形的性质.

【分析】根据四点共圆的性质得：∠GBC=∠ADC=50°，由垂径定理得： $\widehat{CM}=\widehat{DM}$ ，则∠DBC=2∠EAD=80°.

【解答】解：如图，∵A、B、D、C四点共圆，

∴∠GBC=∠ADC=50°，

∵AE⊥CD，

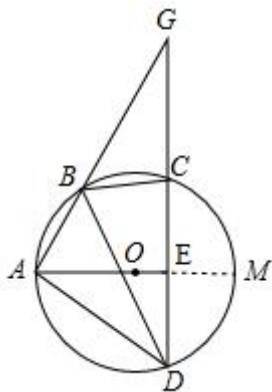
∴∠AED=90°，

∴∠EAD=90°-50°=40°，

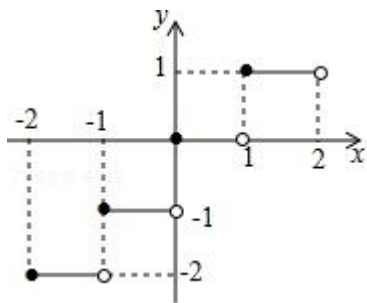
延长AE交⊙O于点M，

$$\therefore \widehat{CM} = \widehat{DM},$$

故选 C.



11. (3分) (2017·潍坊) 定义 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数, 如 $[1.8]=1$, $[-1.4]=-2$, $[-3]=-3$. 函数 $y=[x]$ 的图象如图所示, 则方程 $[x]=\frac{1}{2}x^2$ 的解为 ()



- 【分析】根据新定义和函数图象讨论：当 $1 \leq x \leq 2$ 时，则 $\frac{1}{2}x^2=1$ ；当 $-1 \leq x \leq 0$ 时，则 $\frac{1}{2}x^2=0$ ，当 $-2 \leq x < -1$ 时，则 $\frac{1}{2}x^2=-1$ ，然后分别解关于 x 的一元二次方程即可。

【解答】解：当 $1 \leq x < 2$ 时， $\frac{1}{2}x^2=1$ ，解得 $x_1=\sqrt{2}$ ， $x_2=-\sqrt{2}$ ；

当 $x=0$ ， $\frac{1}{2}x^2=0$ ， $x=0$ ；

当 $-1 \leq x < 0$ 时， $\frac{1}{2}x^2=-1$ ，方程没有实数解；

当 $-2 \leq x < -1$ 时， $\frac{1}{2}x^2=-1$ ，方程没有实数解；

所以方程 $[x]=\frac{1}{2}x^2$ 的解为 0 或 $\sqrt{2}$ 。

【点评】本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法：因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法。也考查了实数的大小比较。

12. (3 分) (2017·潍坊) 点 A、C 为半径是 3 的圆周上两点，点 B 为 $\widehat{AC}$ 的中点，以线段 BA、BC 为邻边作菱形 ABCD，顶点 D 恰在该圆直径的三等分点上，则该菱形的边长为 ()

A. $\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ 或 $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$ 或 $2\sqrt{3}$

【考点】M4：圆心角、弧、弦的关系；L8：菱形的性质。

【分析】过 B 作直径，连接 AC 交 AO 于 E，①如图①，根据已知条件得到 $BD=\frac{1}{3} \times 2 \times 3=2$ ，如图②， $BD=\frac{2}{3} \times 2 \times 3=4$ ，求得 $OD=1$ ， $OE=2$ ， $DE=1$ ，连接 OD，根据勾股定理得到结论，

【解答】解：过 B 作直径，连接 AC 交 AO 于 E，

∵ 点 B 为 $\widehat{AC}$ 的中点，

∴ $BD \perp AC$ ，

①如图①，

∵ 点 D 恰在该圆直径的三等分点上，

∴ $BD=\frac{1}{3} \times 2 \times 3=2$ ，

∴ $OD=OB-BD=1$ ，

∴ 四边形 ABCD 是菱形，

∴ $DE=\frac{1}{2}BD=1$ ，

∴ $OE=2$ ，

连接 OD,

$$\therefore CE = \sqrt{OC^2 - OE^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \text{边 } CD = \sqrt{DE^2 + CE^2} = \sqrt{6};$$

如图②, $BD = \frac{2}{3} \times 2 \times 3 = 4,$

同理可得, $OD = 1, OE = 1, DE = 2,$

连接 OD,

$$\therefore CE = \sqrt{OC^2 - OE^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{边 } CD = \sqrt{DE^2 + CE^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3},$$

故选 D.

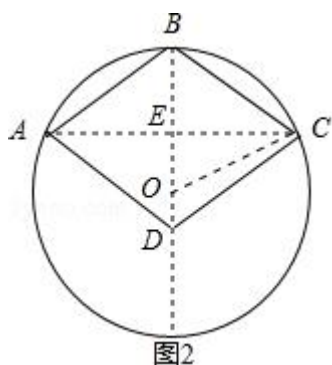


图2

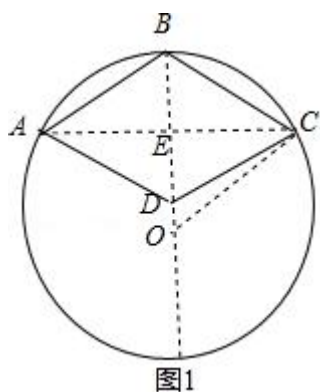


图1

【点评】 本题考查了圆心角, 弧, 弦的关系, 勾股定理, 菱形的性质, 正确的作出图形是解题的关键.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分. 只要求填写最后结果, 每小题全对得 3 分)

13. (3 分) (2017·潍坊) 计算: $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x-2}{x^2-1} = \underline{x+1}.$

【考点】 6C: 分式的混合运算.

【分析】根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，从而可以解答本题.

【解答】解： $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x-2}{x^2-1}$
 $= \frac{x-1-1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x-2}$
 $= \frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x-2}$
 $= x+1,$

故答案为： $x+1$.

【点评】本题考查分式的混合运算，解答本题的关键是明确分式的混合运算的计算方法.

14. (3分) (2017•潍坊) 因式分解： $x^2 - 2x + (x - 2) = \underline{(x+1)(x-2)}$.

【考点】53: 因式分解 - 提公因式法.

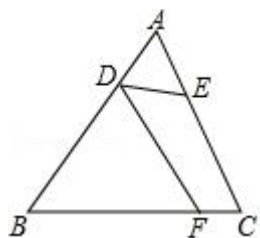
【分析】通过两次提取公因式来进行因式分解.

【解答】解：原式 $= x(x-2) + (x-2) = (x+1)(x-2)$.

故答案是： $(x+1)(x-2)$.

【点评】本题考查了因式分解 - 提公因式法：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

15. (3分) (2017•潍坊) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB \neq AC$. D、E 分别为边 AB、AC 上的点. $AC=3AD$, $AB=3AE$, 点 F 为 BC 边上一点，添加一个条件： $DF \parallel AC$, 或 $\angle BFD = \angle A$ ，可以使得 $\triangle FDB$ 与 $\triangle ADE$ 相似. (只需写出一个)



【考点】S8: 相似三角形的判定.

【分析】结论： $DF \parallel AC$, 或 $\angle BFD = \angle A$. 根据相似三角形的判定方法一一证明即可.

【解答】解：DF//AC，或 $\angle BFD=\angle A$ 。

理由： $\because \angle A=\angle A$ ， $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}$ ，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，

$\therefore$ ①当 DF//AC 时， $\triangle BDF \sim \triangle BAC$ ，

$\therefore \triangle BDF \sim \triangle EAD$ 。

②当 $\angle BFD=\angle A$ 时， $\because \angle B=\angle AED$ ，

$\therefore \triangle FBD \sim \triangle AED$ 。

故答案为 DF//AC，或 $\angle BFD=\angle A$ 。

【点评】本题考查相似三角形的判定和性质。平行线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型。

16. (3 分) (2017•潍坊) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是 $k \leq 1$ 且 $k \neq 0$ 。

【考点】AA：根的判别式。

【专题】11：计算题。

【分析】根据方程根的情况可以判定其根的判别式的取值范围，进而可以得到关于 k 的不等式，解得即可，同时还应注意二次项系数不能为 0。

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 有实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，

即： $4 - 4k \geq 0$ ，

解得： $k \leq 1$ ，

$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 中 $k \neq 0$ ，

故答案为： $k \leq 1$ 且 $k \neq 0$ 。

【点评】本题考查了根的判别式，解题的关键是了解根的判别式如何决定一元二次方程根的情况。

17. (3分) (2017•潍坊) 如图, 自左至右, 第1个图由1个正六边形、6个正方形和6个等边三角形组成; 第2个图由2个正六边形、11个正方形和10个等边三角形组成; 第3个图由3个正六边形、16个正方形和14个等边三角形组成; ...按照此规律, 第n个图中正方形和等边三角形的个数之和为 $9n+3$ 个.



【考点】 38: 规律型: 图形的变化类.

【分析】 根据题中正方形和等边三角形的个数找出规律, 进而可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 第1个图由1个正六边形、6个正方形和6个等边三角形组成,

$\therefore$ 正方形和等边三角形的和 $= 6 + 6 = 12 = 9 + 3$;

$\because$ 第2个图由11个正方形和10个等边三角形组成,

$\therefore$ 正方形和等边三角形的和 $= 11 + 10 = 21 = 9 \times 2 + 3$;

$\because$ 第3个图由16个正方形和14个等边三角形组成,

$\therefore$ 正方形和等边三角形的和 $= 16 + 14 = 30 = 9 \times 3 + 3$,

...,

$\therefore$ 第n个图中正方形和等边三角形的个数之和 $= 9n + 3$.

故答案为: $9n + 3$.

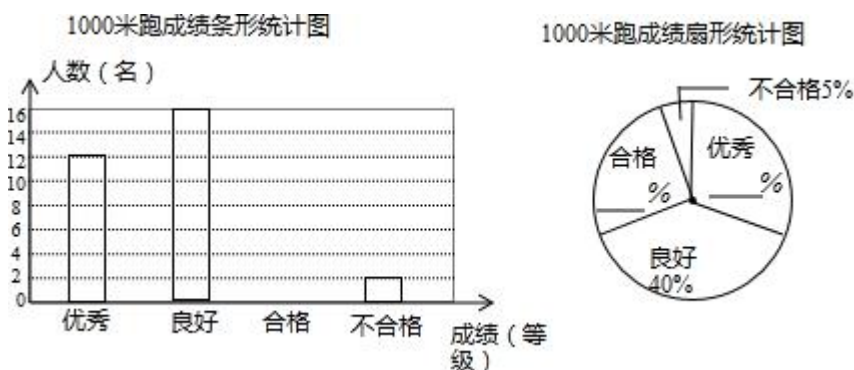
【点评】 本题考查的是数字的变化类, 根据题意找出规律是解答此题的关键.

18. (3分) (2017•潍坊) 如图, 将一张矩形纸片ABCD的边BC斜着向AD边对折, 使点B落在AD边上, 记为B', 折痕为CE, 再将CD边斜向下对折, 使点D落在B'C边上, 记为D', 折痕为CG, $B'D' = 2$, $BE = \frac{1}{3}BC$. 则矩形纸片ABCD的面积为 15.

【点评】 本题考查翻折变化、矩形的性质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用翻折的性质和矩形的面积公式解答.

三、解答题（共 7 小题，满分 66 分.解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19. (8 分) (2017•潍坊) 本校为了解九年级男同学的体育考试准备情况，随机抽取部分男同学进行了 1000 米跑步测试. 按照成绩分为优秀、良好、合格与不合格四个等级，学校绘制了如下不完整的统计图.



- (1) 根据给出的信息，补全两幅统计图；
- (2) 该校九年级有 600 名男生，请估计成绩未达到良好有多少名？
- (3) 某班甲、乙两位成绩优秀的同学被选中参加即将举行的学校运动会 1000 米比赛. 预赛分别为 A、B、C 三组进行，选手由抽签确定分组. 甲、乙两人恰好分在同一组的概率是多少？

【考点】 X6: 列表法与树状图法；V5: 用样本估计总体；VB: 扇形统计图；VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 利用良好的人数除以良好的人数所占的百分比可得抽查的人数，然后计算出合格的人数和合格人数所占百分比，再计算出优秀人数，然后画图即可；

(2) 计算出成绩未达到良好的男生所占比例，再利用样本代表总体的方法得出答案；

(3) 直接利用树状图法求出所有可能，进而求出概率.

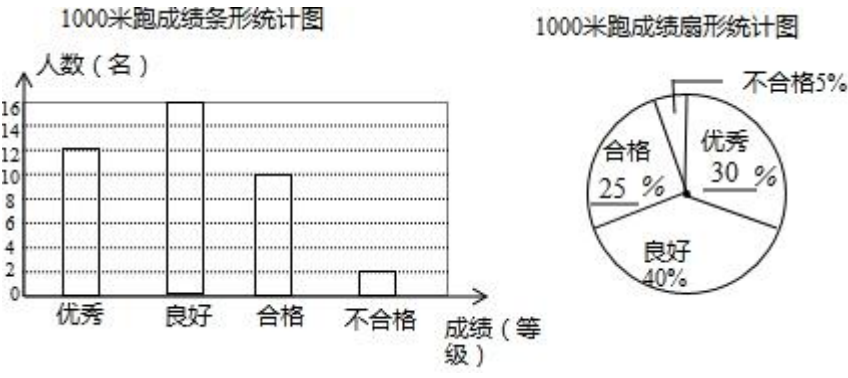
【解答】 解：(1) 抽取的学生数： $16 \div 40\% = 40$ (人)；

抽取的学生中合格的人数： $40 - 12 - 16 - 2 = 10$,

合格所占百分比： $10 \div 40 = 25\%$,

优秀人数： $12 \div 40 = 30\%$ ，

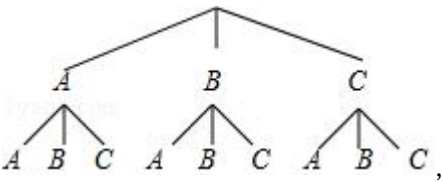
如图所示：



(2) 成绩未达到良好的男生所占比例为： $25\% + 5\% = 30\%$ ，

所以 600 名九年级男生中有 $600 \times 30\% = 180$ (名)；

(3) 如图：

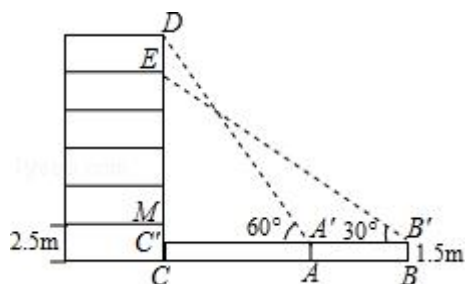


可得一共有 9 种可能，甲、乙两人恰好分在同一组的有 3 种，

所以甲、乙两人恰好分在同一组的概率 $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

【点评】此题主要考查了树状图法求概率以及扇形统计图和条形统计图的应用，由图形获取正确信息是解题关键。

20. (8 分) (2017·潍坊) 如图，某数学兴趣小组要测量一栋五层居民楼 CD 的高度。该楼底层为车库，高 2.5 米；上面五层居住，每层高度相等。测角仪支架离地 1.5 米，在 A 处测得五楼顶部点 D 的仰角为 60° ，在 B 处测得四楼顶点 E 的仰角为 30° ， $AB = 14$ 米。求居民楼的高度 (精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【专题】12：应用题.

【分析】设每层楼高为 x 米，由 $MC - CC'$ 求出 MC' 的长，进而表示出 DC' 与 EC' 的长，在直角三角形 $DC'A'$ 中，利用锐角三角函数定义表示出 $C'A'$ ，同理表示出 $C'B'$ ，由 $C'B' - C'A'$ 求出 AB 的长即可.

【解答】解：设每层楼高为 x 米，

由题意得： $MC' = MC - CC' = 2.5 - 1.5 = 1$ 米，

$$\therefore DC' = 5x + 1, \quad EC' = 4x + 1,$$

在 $Rt\triangle DC'A'$ 中， $\angle DA'C' = 60^\circ$ ，

$$\therefore C'A' = \frac{DC'}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} (5x + 1),$$

在 $Rt\triangle EC'B'$ 中， $\angle EB'C' = 30^\circ$ ，

$$\therefore C'B' = \frac{EC'}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3} (4x + 1),$$

$$\therefore A'B' = C'B' - C'A' = AB,$$

$$\therefore \sqrt{3} (4x + 1) - \frac{\sqrt{3}}{3} (5x + 1) = 14,$$

解得： $x \approx 3.17$ ，

则居民楼高为 $5 \times 3.17 + 2.5 \approx 18.4$ 米.

【点评】此题属于解直角三角形的应用－仰角俯角问题，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

21. (8 分) (2017•潍坊) 某蔬菜加工公司先后两批次收购蒜薹 (tái) 共 100 吨. 第一批蒜薹价格为 4000 元/吨; 因蒜薹大量上市，第二批价格跌至 1000 元/吨. 这两批蒜薹共用去 16 万元.

(1) 求两批次购进蒜薹各多少吨?

(2) 公司收购后对蒜薹进行加工, 分为粗加工和精加工两种: 粗加工每吨利润 400 元, 精加工每吨利润 1000 元. 要求精加工数量不多于粗加工数量的三倍. 为获得最大利润, 精加工数量应为多少吨? 最大利润是多少?

【考点】 FH: 一次函数的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设第一批购进蒜薹 x 吨, 第二批购进蒜薹 y 吨. 构建方程组即可解决问题.

(2) 设精加工 m 吨, 总利润为 w 元, 则粗加工 $(100 - m)$ 吨. 由 $m \leq 3(100 - m)$, 解得 $m \leq 75$, 利润 $w = 1000m + 400(100 - m) = 600m + 40000$, 构建一次函数的性质即可解决问题.

【解答】 解: (1) 设第一批购进蒜薹 x 吨, 第二批购进蒜薹 y 吨.

$$\text{由题意} \begin{cases} x+y=100 \\ 4000x+1000y=160000 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=20 \\ y=80 \end{cases},$$

答: 第一批购进蒜薹 20 吨, 第二批购进蒜薹 80 吨.

(2) 设精加工 m 吨, 总利润为 w 元, 则粗加工 $(100 - m)$ 吨.

由 $m \leq 3(100 - m)$, 解得 $m \leq 75$,

利润 $w = 1000m + 400(100 - m) = 600m + 40000$,

$\therefore 600 > 0$,

$\therefore w$ 随 m 的增大而增大,

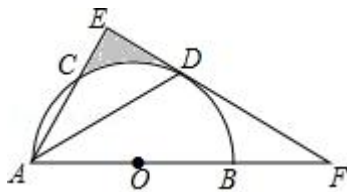
$\therefore m = 75$ 时, w 有最大值为 85000 元.

【点评】 本题考查了二元一次方程组, 一次函数的应用, 不等式等知识, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程组求解.

22. (8 分) (2017•潍坊) 如图, AB 为半圆 O 的直径, AC 是 $\odot O$ 的一条弦, D 为 $\widehat{BC}$ 的中点, 作 $DE \perp AC$, 交 AB 的延长线于点 F , 连接 DA .

(1) 求证: EF 为半圆 O 的切线;

(2) 若 $DA=DF=6\sqrt{3}$, 求阴影区域的面积. (结果保留根号和 π)



【考点】ME: 切线的判定与性质; MO: 扇形面积的计算.

【分析】(1) 直接利用切线的判定方法结合圆心角定理分析得出 $OD \perp EF$, 即可得出答案;

(2) 直接利用得出 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle COD}$, 再利用 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AED} - S_{\text{扇形 COD}}$, 求出答案.

【解答】(1) 证明: 连接 OD,

$\because D$ 为 $\widehat{BC}$ 的中点,

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle BAD = \angle ADO$,

$\therefore \angle CAD = \angle ADO$,

$\therefore DE \perp AC$,

$\therefore \angle E = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAD + \angle EDA = 90^\circ$, 即 $\angle ADO + \angle EDA = 90^\circ$,

$\therefore OD \perp EF$,

$\therefore EF$ 为半圆 O 的切线;

(2) 解: 连接 OC 与 CD,

$\because DA = DF$,

$\therefore \angle BAD = \angle F$,

$$\therefore \angle BAD = \angle F = \angle CAD,$$

$$\text{又} \because \angle BAD + \angle CAD + \angle F = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 30^\circ, \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore OC = OA,$$

$$\therefore \triangle AOC \text{ 为等边三角形},$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ, \angle COB = 120^\circ,$$

$$\therefore OD \perp EF, \angle F = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOF = 60^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ODF \text{ 中, } DF = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore OD = DF \cdot \tan 30^\circ = 6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AED \text{ 中, } DA = 6\sqrt{3}, \angle CAD = 30^\circ,$$

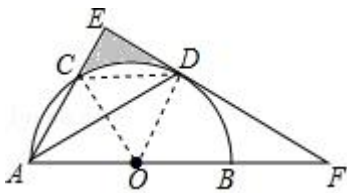
$$\therefore DE = DA \cdot \sin 30^\circ = 3\sqrt{3}, EA = DA \cdot \cos 30^\circ = 9,$$

$$\therefore \angle COD = 180^\circ - \angle AOC - \angle DOF = 60^\circ,$$

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\text{故 } S_{\triangle ACD} = S_{\triangle COD},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AED} - S_{\text{扇形 COD}} = \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3} - \frac{60}{360} \pi \times 6^2 = \frac{27\sqrt{3}}{2} - 6\pi.$$



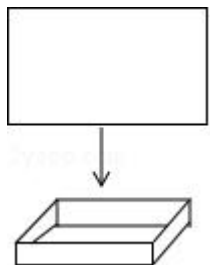
【点评】此题主要考查了切线的判定与性质以及扇形面积求法等知识，得出 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle COD}$ 是解题关键.

23. (9分) (2017·潍坊) 工人师傅用一块长为 10dm，宽为 6dm 的矩形铁皮制作一个无盖的长方体容器，需要将四角各裁掉一个正方形. (厚度不计)

(1) 在图中画出裁剪示意图，用实线表示裁剪线，虚线表示折痕；并求长方体底面面积为 12dm^2 时，

裁掉的正方形边长多大？

(2) 若要求制作的长方体的底面长不大于底面宽的五倍，并将容器进行防锈处理，侧面每平方分米的费用为 0.5 元，底面每平方分米的费用为 2 元，裁掉的正方形边长多大时，总费用最低，最低为多少？



【考点】HE：二次函数的应用；AD：一元二次方程的应用.

【分析】(1) 由题意可画出图形，设裁掉的正方形的边长为 x dm，则题意可列出方程，可求得答案；

(2) 由条件可求得 x 的取值范围，用 x 可表示出总费用，利用二次函数的性质可求得其最小值，可求得答案.

【解答】解：

(1) 如图所示：



设裁掉的正方形的边长为 x dm，

由题意可得 $(10 - 2x)(6 - 2x) = 12$,

即 $x^2 - 8x + 12 = 0$ ，解得 $x = 2$ 或 $x = 6$ (舍去)，

答：裁掉的正方形的边长为 2 dm，底面积为 12 dm^2 ；

(2) $\because$ 长不大于宽的五倍，

$\therefore 10 - 2x \leq 5(6 - 2x)$ ，解得 $0 < x \leq 2.5$ ，

设总费用为 w 元，由题意可知

$$w = 0.5 \times 2x(16 - 4x) + 2(10 - 2x)(6 - 2x) = 4x^2 - 48x + 120 = 4(x - 6)^2 - 24,$$

∴对称轴为 $x=6$ ，开口向上，

∴当 $0 < x \leq 2.5$ 时， w 随 x 的增大而减小，

∴当 $x=2.5$ 时， w 有最小值，最小值为 25 元，

答：当裁掉边长为 2.5dm 的正方形时，总费用最低，最低费用为 25 元.

【点评】 本题主要考查一元二次方程和二次函数的应用，找出题目中的等量关系，表示成二次函数的形式是解题的关键.

24. (12 分) (2017·潍坊) 边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AC 、 BC 边上， $DE \parallel AB$ ， $EC=2\sqrt{3}$

(1) 如图 1，将 $\triangle DEC$ 沿射线方向平移，得到 $\triangle D'E'C'$ ，边 $D'E'$ 与 AC 的交点为 M ，边 $C'D'$ 与 $\angle ACC'$ 的角平分线交于点 N ，当 CC' 多大时，四边形 $MCND'$ 为菱形？并说明理由.

(2) 如图 2，将 $\triangle DEC$ 绕点 C 旋转 $\angle \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$)，得到 $\triangle D'E'C$ ，连接 AD' 、 BE' 。边 $D'E'$ 的中点为 P .

①在旋转过程中， AD' 和 BE' 有怎样的数量关系？并说明理由；

②连接 AP ，当 AP 最大时，求 AD' 的值. (结果保留根号)

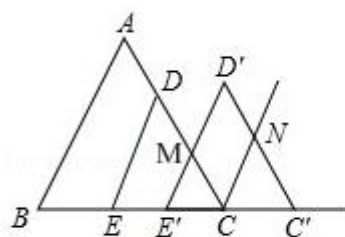


图1

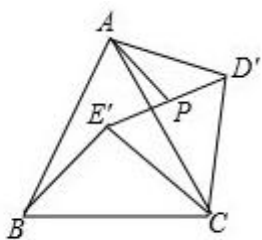


图2

【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 先判断出四边形 $MCND'$ 为平行四边形，再由菱形的性质得出 $CN=CM$ ，即可求出 CC' ；

(2) ①分两种情况，利用旋转的性质，即可判断出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE'$ 即可得出结论；

②先判断出点 A ， C ， P 三点共线，先求出 CP ， AP ，最后用勾股定理即可得出结论.

【解答】 解：(1) 当 $CC'=\sqrt{3}$ 时，四边形 $MCND'$ 是菱形.

理由：由平移的性质得， $CD \parallel C'D'$ ， $DE \parallel D'E'$ ，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACC' = 180^\circ - \angle ACB = 120^\circ,$$

$\because CN$ 是 $\angle ACC'$ 的角平分线，

$$\therefore \angle D'E'C' = \frac{1}{2} \angle ACC' = 60^\circ = \angle B,$$

$$\therefore \angle D'E'C' = \angle NCC',$$

$$\therefore D'E' \parallel CN,$$

$\therefore$ 四边形 $MCND'$ 是平行四边形，

$$\because \angle ME'C' = \angle MCE' = 60^\circ, \quad \angle NCC' = \angle NC'C = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle MCE'$ 和 $\triangle NCC'$ 是等边三角形，

$$\therefore MC = CE', \quad NC = CC',$$

$$\because E'C' = 2\sqrt{3},$$

$\therefore$ 四边形 $MCND'$ 是菱形，

$$\therefore CN = CM,$$

$$\therefore CC' = \frac{1}{2} E'C' = \sqrt{3};$$

$$(2) \text{ ① } AD' = BE',$$

理由：当 $\alpha \neq 180^\circ$ 时，由旋转的性质得， $\angle ACD' = \angle BCE'$ ，

由 (1) 知， $AC = BC$ ， $CD' = CE'$ ，

$$\therefore \triangle ACD' \cong \triangle BCE',$$

$$\therefore AD' = BE',$$

当 $\alpha = 180^\circ$ 时， $AD' = AC + CD'$ ， $BE' = BC + CE'$ ，

即： $AD' = BE'$ ，

综上可知：AD'=BE'.

②如图连接 CP,

在△ACP 中，由三角形三边关系得， $AP < AC+CP$,

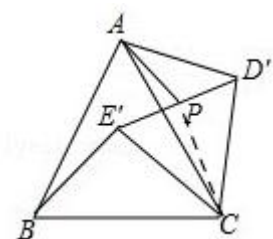
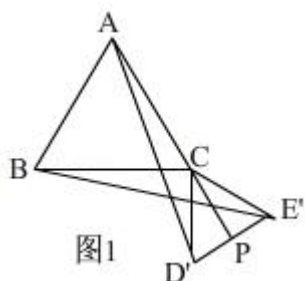
∴当点 A, C, P 三点共线时，AP 最大，

如图 1，在△D'CE'中，由 P 为 D'E 的中点，得 $AP \perp D'E'$ ， $PD'=\sqrt{3}$,

∴ $CP=3$,

∴ $AP=6+3=9$,

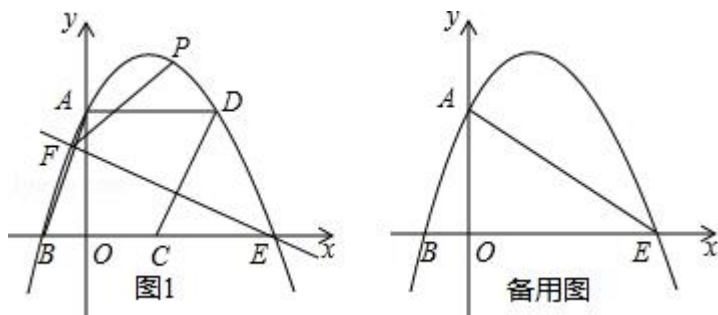
在 Rt△APD'中，由勾股定理得， $AD'=\sqrt{AP^2+PD'^2}=2\sqrt{21}$.



【点评】此题是四边形综合题，主要考查了平行四边形的判定和性质，菱形的性质，平移和旋转的性质，等边三角形的判定和性质，勾股定理，解（1）的关键是四边形 MCND'是平行四边形，解（2）的关键是判断出点 A, C, P 三点共线时，AP 最大.

25. (13 分) (2017•潍坊) 如图 1，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过平行四边形 ABCD 的顶点 A (0, 3)、B (-1, 0)、D (2, 3)，抛物线与 x 轴的另一交点为 E. 经过点 E 的直线 l 将平行四边形 ABCD 分割为面积相等两部分，与抛物线交于另一点 F. 点 P 在直线 l 上方抛物线上一动点，设点 P 的横坐标为 t

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 当 t 何值时， $\triangle PFE$ 的面积最大？并求最大值的立方根；
- (3) 是否存在点 P 使 $\triangle PAE$ 为直角三角形？若存在，求出 t 的值；若不存在，说明理由。



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 由 A 、 B 、 C 三点的坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2) 由 A 、 C 坐标可求得平行四边形的中心的坐标，由抛物线的对称性可求得 E 点坐标，从而可求得直线 EF 的解析式，作 $PH \perp x$ 轴，交直线 l 于点 M ，作 $FN \perp PH$ ，则可用 t 表示出 PM 的长，从而可表示出 $\triangle PEF$ 的面积，再利用二次函数的性质可求得其最大值，再求其最大值的立方根即可；

(3) 由题意可知有 $\angle PAE=90^\circ$ 或 $\angle APE=90^\circ$ 两种情况，当 $\angle PAE=90^\circ$ 时，作 $PG \perp y$ 轴，利用等腰直角三角形的性质可得到关于 t 的方程，可求得 t 的值；当 $\angle APE=90^\circ$ 时，作 $PK \perp x$ 轴， $AQ \perp PK$ ，则可证得 $\triangle PKE \sim \triangle AQP$ ，利用相似三角形的性质可得到关于 t 的方程，可求得 t 的值。

【解答】解：

$$(1) \text{ 由题意可得 } \begin{cases} c=3 \\ a-b+c=0 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$;

(2) $\because A(0, 3), D(2, 3)$,

$\therefore BC = AD = 2$,

$\therefore B(-1, 0)$,

$\therefore C(1, 0)$,

∴ 线段 AC 的中点为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$,

∴ 直线 l 将平行四边形 ABCD 分割为面积相等两部分,

∴ 直线 l 过平行四边形的对称中心,

∴ A、D 关于对称轴对称,

∴ 抛物线对称轴为 $x=1$,

∴ E (3, 0),

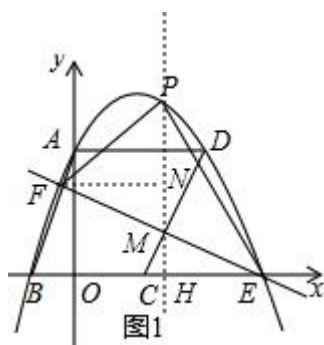
设直线 l 的解析式为 $y=kx+m$, 把 E 点和对称中心坐标代入可得 $\begin{cases} \frac{1}{2}k+m=\frac{3}{2} \\ 3k+m=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-\frac{3}{5} \\ m=\frac{9}{5} \end{cases}$,

∴ 直线 l 的解析式为 $y=-\frac{3}{5}x+\frac{9}{5}$,

联立直线 l 和抛物线解析式可得 $\begin{cases} y=-\frac{3}{5}x+\frac{9}{5} \\ y=-x^2+2x+3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{2}{5} \\ y=\frac{51}{25} \end{cases}$,

∴ F $(-\frac{2}{5}, \frac{51}{25})$,

如图 1, 作 $PH \perp x$ 轴, 交 l 于点 M, 作 $FN \perp PH$,



∴ P 点横坐标为 t,

∴ P $(t, -t^2+2t+3)$, M $(t, -\frac{3}{5}t+\frac{9}{5})$,

∴ $PM = -t^2+2t+3 - (-\frac{3}{5}t+\frac{9}{5}) = -t^2+\frac{13}{5}t+\frac{6}{5}$,

∴ $S_{\triangle PEF} = S_{\triangle PFM} + S_{\triangle PEM} = \frac{1}{2}PM \cdot FN + \frac{1}{2}PM \cdot EH = \frac{1}{2}PM \cdot (FN+EH) = \frac{1}{2}(-t^2+\frac{13}{5}t+\frac{6}{5})(3+\frac{2}{5}) = -\frac{17}{10}(t - \frac{13}{10}) + \frac{289}{100} \times \frac{17}{10}$,

∴ 当 $t = \frac{13}{10}$ 时, $\triangle PEF$ 的面积最大, 其最大值为 $\frac{289}{100} \times \frac{17}{10}$,

∴ 最大值的立方根为 $\sqrt[3]{\frac{289}{100} \times \frac{17}{10}} = \frac{17}{10}$;

(3) 由图可知 $\angle PEA \neq 90^\circ$,

∴ 只能有 $\angle PAE = 90^\circ$ 或 $\angle APE = 90^\circ$,

① 当 $\angle PAE = 90^\circ$ 时, 如图 2, 作 $PG \perp y$ 轴,

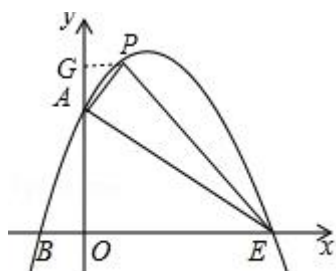


图2

∴ $OA = OE$,

∴ $\angle OAE = \angle OEA = 45^\circ$,

∴ $\angle PAG = \angle APG = 45^\circ$,

∴ $PG = AG$,

∴ $t = -t^2 + 2t + 3 - 3$, 即 $-t^2 + t = 0$, 解得 $t = 1$ 或 $t = 0$ (舍去),

② 当 $\angle APE = 90^\circ$ 时, 如图 3, 作 $PK \perp x$ 轴, $AQ \perp PK$,

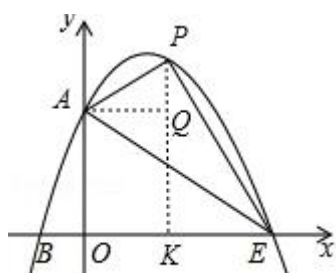


图3

则 $PK = -t^2 + 2t + 3$, $AQ = t$, $KE = 3 - t$, $PQ = -t^2 + 2t + 3 - 3 = -t^2 + 2t$,

∴ $\angle APQ + \angle KPE = \angle APQ + \angle PAQ = 90^\circ$,

∴ $\angle PAQ = \angle KPE$, 且 $\angle PKE = \angle PQA$,

∴ $\triangle PKE \sim \triangle AQP$,

$$\therefore \frac{PK}{AQ} = \frac{KE}{PQ}, \text{ 即 } \frac{-t^2+2t+3}{t} = \frac{3-t}{-t^2+2t}, \text{ 即 } t^2-t-1=0, \text{ 解得 } t=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ 或 } t=\frac{1-\sqrt{5}}{2} < -\frac{5}{2} \text{ (舍去)},$$

综上可知存在满足条件的点 P, t 的值为 1 或 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、平行四边形的性质、二次函数的性质、三角形的面积、直角三角形的性质、相似三角形的判定和性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中注意待定系数法的应用, 在 (2) 中用 t 表示出 $\triangle PEF$ 的面积是解题的关键, 在 (3) 中分两种情况, 分别利用等腰直角三角形和相似三角形的性质得到关于 t 的方程是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 计算量较大, 难度较大.

参与本试卷答题和审题的老师有：神龙杉；2300680618；gbl210；zhjh；王学峰；弯弯的小河；tcm123；
gsls；zgm666；nhx600；sjzx；ZJX；sks；sd2011；Ldt；星月相随（排名不分先后）

菁优网

2017年8月9日

考点卡片

1. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】

(2) 规律方法总结：

①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .

②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

2. 计算器—数的开方

正数 a 的算术平方根 $\sqrt{a}$ 与被开方数 a 的变化规律是：

当被开方数 a 的小数点每向左或向右平移 2 位时，它的算术平方根的小数点也相应向左或向右平移 1 位，即 a 每扩大（或缩小）100 倍， $\sqrt{a}$ 相应扩大（或缩小）10 倍.

3. 实数与数轴

(1) 实数与数轴上的点是一一对应关系.

任意一个实数都可以用数轴上的点表示；反之，数轴上的任意一个点都表示一个实数. 数轴上的任一点表示的数，不是有理数，就是无理数.

(2) 在数轴上，表示相反数的两个点在原点的两旁，并且两点到原点的距离相等，实数 a 的绝对值就是在数轴上这个数对应的点与原点的距离.

(3) 利用数轴可以比较任意两个实数的大小，即在数轴上表示的两个实数，右边的总比左边的大，在原点左侧，绝对值大的反而小.

4. 实数大小比较

实数大小比较

(1) 任意两个实数都可以比较大小. 正实数都大于 0, 负实数都小于 0, 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

(2) 利用数轴也可以比较任意两个实数的大小, 即在数轴上表示的两个实数, 右边的总比左边的大, 在原点左侧, 绝对值大的反而小.

5. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

①要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③“合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

6. 规律型: 图形的变化类

图形的变化类的规律题

首先应找出图形哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的, 通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解. 探寻规律要认真观察、仔细思考, 善用联想来解决这类问题.

7. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

$$(2) \text{ 推广: } a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p} \quad (m, n, p \text{ 都是正整数})$$

在应用同底数幂的乘法法则时, 应注意: ①底数必须相同, 如 2^3 与 2^5 , $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$, $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等; ② a 可以是单项式, 也可以多项式; ③按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 概括整合: 同底数幂的乘法, 是学习整式乘除运算的基础, 是学好整式运算的关键. 在运用时要抓住“同底数”这一关键点, 同时注意, 有的底数可能并不相同, 这时可以适当变形为同底数幂.

8. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

9. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数, } m > n)$$

①底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数;

②单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0;

③应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以多项式, 但必须明确底数是什么, 指数

是什么.

10. 因式分解-提公因式法

1、提公因式法：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

2、具体方法：

(1) 当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的.

(2) 如果多项式的第一项是负的，一般要提出“-”号，使括号内的第一项的系数成为正数. 提出“-”号时，多项式的各项都要变号.

3、口诀：找准公因式，一次要提净；全家都搬走，留1把家守；提负要变号，变形看奇偶.

4、提公因式法基本步骤：

(1) 找出公因式；

(2) 提公因式并确定另一个因式：

①第一步找公因式可按照确定公因式的方法先确定系数再确定字母；

②第二步提公因式并确定另一个因式，注意要确定另一个因式，可用原多项式除以公因式，所得的商即是提公因式后剩下的一个因式，也可用公因式分别除去原多项式的每一项，求的剩下的另一个因式；

③提完公因式后，另一因式的项数与原多项式的项数相同.

11. 分式的混合运算

(1) 分式的混合运算，要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序；先乘方，再乘除，然后加减，有括号的先算括号里面的.

(2) 最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式.

(3) 分式的混合运算，一般按常规运算顺序，但有时应先根据题目的特点，运用乘法的运算律进行灵活运算.

【规律方法】分式的混合运算顺序及注意问题

1. 注意运算顺序：分式的混合运算，先乘方，再乘除，然后加减，有括号的先算括号里面的.
2. 注意化简结果：运算的结果要化成最简分式或整式. 分子、分母中有公因式的要进行约分化为最简分式或整式.
3. 注意运算律的应用：分式的混合运算，一般按常规运算顺序，但有时应先根据题目的特点，运用乘法的运算律运算，会简化运算过程.

12. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件:

- (1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.
- (2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.
- (3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围, 并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数是非负数外, 还必须保证分母不为零.

13. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤:

- (1) 审题: 找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.
- (2) 设元: 找出题中的两个关键的未知量, 并用字母表示出来.
- (3) 列方程组: 挖掘题目中的关系, 找出两个等量关系, 列出方程组.
- (4) 求解.

(5) 检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答.

(二)、设元的方法：直接设元与间接设元.

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元. 无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程.

14. 解一元二次方程-因式分解法

(1) 因式分解法解一元二次方程的意义

因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法.

因式分解法就是先把方程的右边化为 0，再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式，那么这两个因式的值就都有可能为 0，这就能得到两个一元一次方程的解，这样也就把原方程进行了降次，把解一元二次方程转化为解一元一次方程的问题了（数学转化思想）.

(2) 因式分解法解一元二次方程的一般步骤：

①移项，使方程的右边化为零；②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积；③令每个因式分别为零，得到两个一元一次方程；④解这两个一元一次方程，它们的解就都是原方程的解.

15. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；

②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

16. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是：审清题意设未知数，列出方程，解所列方程求所列方程的解，

检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

(1) 数字问题: 个位数为 a , 十位数是 b , 则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题: 增长率=增长数量原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 a , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1+\text{增长百分率})^2=\text{后来数}$.

(3) 形积问题: ①利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

17. 坐标确定位置

平面内特殊位置的点的坐标特征

(1) 各象限内点 $P(a, b)$ 的坐标特征:

①第一象限: $a > 0, b > 0$; ②第二象限: $a < 0, b > 0$; ③第三象限: $a < 0, b < 0$; ④第四象限: $a > 0, b < 0$.

(2) 坐标轴上点 $P(a, b)$ 的坐标特征:

①x 轴上: a 为任意实数, $b=0$; ②y 轴上: b 为任意实数, $a=0$; ③坐标原点: $a=0$, $b=0$.

(3) 两坐标轴夹角平分线上点 $P(a, b)$ 的坐标特征:

①一、三象限: $a=b$; ②二、四象限: $a=-b$.

18. 函数的图象

函数的图象定义

对于一个函数, 如果把自变量与函数的每一对对应值分别作为点的横、纵坐标, 那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图象.

注意: ①函数图形上的任意点 (x, y) 都满足其函数的解析式; ②满足解析式的任意一对 x, y 的值, 所对应的点一定在函数图象上; ③判断点 $P(x, y)$ 是否在函数图象上的方法是: 将点 $P(x, y)$ 的 x, y 的值代入函数的解析式, 若能满足函数的解析式, 这个点就在函数的图象上; 如果不满足函数的解析式, 这个点就不在函数的图象上.

19. 一次函数的图象

(1) 一次函数的图象的画法: 经过两点 $(0, b)$ 、 $(-\frac{b}{k}, 0)$ 或 $(1, k+b)$ 作直线 $y=kx+b$.

注意: ①使用两点法画一次函数的图象, 不一定就选择上面的两点, 而要根据具体情况, 所选取的点的横、纵坐标尽量取整数, 以便于描点准确. ②一次函数的图象是与坐标轴不平行的一条直线 (正比例函数是过原点的直线), 但直线不一定是一次函数的图象. 如 $x=a$, $y=b$ 分别是与 y 轴, x 轴平行的直线, 就不是一次函数的图象.

(2) 一次函数图象之间的位置关系: 直线 $y=kx+b$, 可以看做由直线 $y=kx$ 平移 $|b|$ 个单位而得到.

当 $b > 0$ 时, 向上平移; $b < 0$ 时, 向下平移.

注意: ①如果两条直线平行, 则其比例系数相等; 反之亦然;

②将直线平移, 其规律是: 上加下减, 左加右减;

③两条直线相交, 其交点都适合这两条直线.

20. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数，要特别注意自变量取值范围的划分，既要科学合理，又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时，可以分析这些变量的关系，选取其中一个变量作为自变量，然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

(1) 简单的一次函数问题：①建立函数模型的方法；②分段函数思想的应用.

(2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

21. 反比例函数的图象

用描点法画反比例函数的图象，步骤：列表——描点——连线.

(1) 列表取值时， $x \neq 0$ ，因为 $x=0$ 函数无意义，为了使描出的点具有代表性，可以以“0”为中心，向两边对称式取值，即正、负数各一半，且互为相反数，这样也便于求 y 值.

(2) 由于函数图象的特征还不清楚，所以要尽量多取一些数值，多描一些点，这样便于连线，使画出的图象更精确.

(3) 连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接，切忌画成折线.

(4) 由于 $x \neq 0$ ， $k \neq 0$ ，所以 $y \neq 0$ ，函数图象永远不会与 x 轴、 y 轴相交，只是无限靠近两坐标轴.

22. 二次函数的应用

(1) 利用二次函数解决利润问题

在商品经营活动中，经常会遇到求最大利润，最大销量等问题. 解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围.

(2) 几何图形中的最值问题

几何图形中的二次函数问题常见的有：几何图形中面积的最值，用料的最佳方案以及动态几何中的最值的讨论.

(3) 构建二次函数模型解决实际问题

利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时，要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上，从而确定抛物线的解析式，通过解析式可解决一些测量问题或其他问题.

23. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时，先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号，然后判断新的函数关系式中系数的符号，再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征，则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系，建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建，建立直角坐标系下的二次函数图象，然后数形结合解决问题，需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

24. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等. 简单说成：两直线平行，同位角相等.

定理 2：两条平行线被地三条直线所截，同旁内角互补.. 简单说成：两直线平行，同旁内角互补.

定理 3：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等. 简单说成：两直线平行，内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

25. 菱形的性质

(1) 菱形的定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

①菱形具有平行四边形的一切性质；

②菱形的四条边都相等；

③菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；

④菱形是轴对称图形，它有 2 条对称轴，分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

①利用平行四边形的面积公式.

②菱形面积 $=\frac{1}{2}ab$. (a、b 是两条对角线的长度)

26. 矩形的性质

(1) 矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有；

②角：矩形的四个角都是直角；

③边：邻边垂直；

④对角线：矩形的对角线相等；

⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质，可以得到直角三角形的一个重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

27. 四边形综合题

四边形综合题.

28. 圆心角、弧、弦的关系

(1) 定理：在同圆和等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等.

(2) 推论：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

说明：同一条弦对应两条弧，其中一条是优弧，一条是劣弧，而在本定理和推论中的“弧”是指同为优弧或劣弧.

(3) 正确理解和使用圆心角、弧、弦三者的关系

三者关系可理解为：在同圆或等圆中，①圆心角相等，②所对的弧相等，③所对的弦相等，三项“知一推二”，一项相等，其余二项皆相等. 这源于圆的旋转不变性，即：圆绕其圆心旋转任意角度，所得图形与原图形完全重合.

(4) 在具体应用上述定理解决问题时，可根据需要，选择其有关部分.

29. 圆内接四边形的性质

(1) 圆内接四边形的性质：

①圆内接四边形的对角互补.

②圆内接四边形的任意一个外角等于它的内对角（就是和它相邻的内角的对角）.

(2) 圆内接四边形的性质是沟通角相等关系的重要依据，在应用此性质时，要注意与圆周角定理结合起来. 在应用时要注意是对角，而不是邻角互补.

30. 切线的判定与性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径.

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

(3) 常见的辅助线的:

①判定切线时“连圆心和直线与圆的公共点”或“过圆心作这条直线的垂线”;

②有切线时, 常常“遇到切点连圆心得半径”.

31. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式: $S=\pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是 n° , 圆的半径为 R 的扇形面积为 S , 则

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2 \text{ 或 } S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l R \text{ (其中 } l \text{ 为扇形的弧长)}$$

(4) 求阴影面积常用的方法:

①直接用公式法;

②和差法;

③割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

32. 坐标与图形变化-对称

(1) 关于 x 轴对称

横坐标相等, 纵坐标互为相反数.

(2) 关于 y 轴对称

纵坐标相等, 横坐标互为相反数.

(3) 关于直线对称

①关于直线 $x=m$ 对称, $P(a, b) \Rightarrow P(2m-a, b)$

②关于直线 $y=n$ 对称, $P(a, b) \Rightarrow P(a, 2n-b)$

33. 翻折变换 (折叠问题)

1、翻折变换（折叠问题）实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

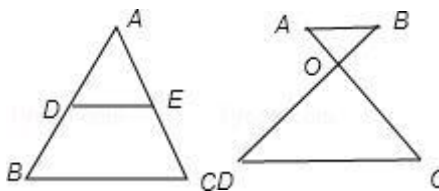
3、在解决实际问题时，对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠，这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时，我们常常设要求的线段长为 x ，然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时，应认真审题，设出正确的未知数.

34. 相似三角形的判定

(1) 平行线法：平行于三角形的一边的直线与其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似；

这是判定三角形相似的一种基本方法. 相似的基本图形可分别记为“A”型和“X”型，如图所示在应用时



要善于从复杂的图形中抽象出这些基本图形.

(2) 三边法：三组对应边的比相等的两个三角形相似；

(3) 两边及其夹角法：两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似；

(4) 两角法：有两组角对应相等的两个三角形相似.

35. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

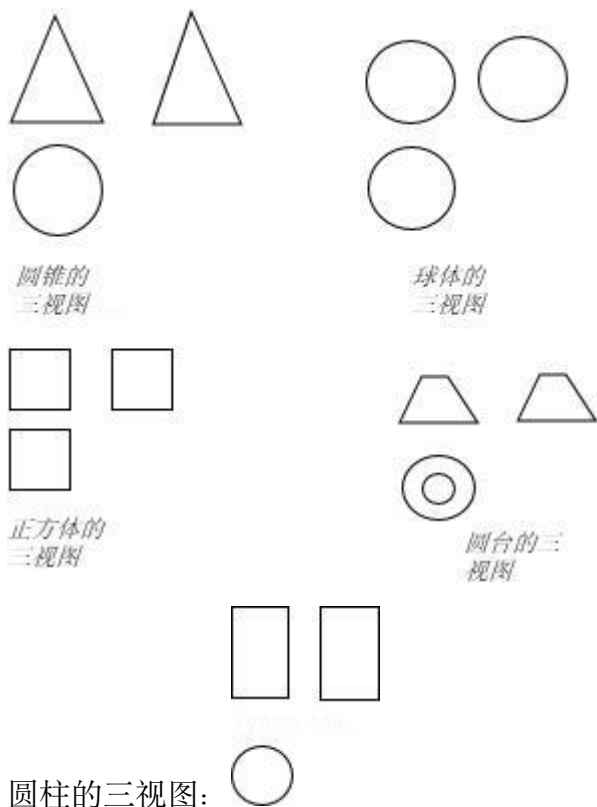
(1) 概念：仰角是向上看的视线与水平线的夹角；俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

36. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为：主、俯：长对正；主、左：高平齐；俯、左：宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图：



37. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）.

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确.

38. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过

扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系。用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数。

(2) 扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系。

(3) 制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$ 。 ____②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的

度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来。

39. 条形统计图

(1) 定义：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来。

(2) 特点：从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较。

(3) 制作条形图的一般步骤：

①根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线。

②在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直条的宽度和间隔。

③在与水平射线垂直的射线上，根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少。

④按照数据大小，画出长短不同的直条，并注明数量。

40. 折线统计图

(1) 定义：折线图是用一个单位表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段依次连接起来。以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化。

(2) 特点：折线图不但可以表示出数量的多少，而且能够清楚地表示出数量的增减变化情况。

(3) 绘制折线图的步骤

①根据统计资料整理数据。

②先画纵轴，后画横轴，纵、横都要有单位，按纸面的大小来确定用一定单位表示一定的数量。 ____③

根据数量的多少，在纵、横轴的恰当位置描出各点，然后把各点用线段顺序连接起来。

41. 加权平均数

(1) 加权平均数：若 n 个数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的权分别是 $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ ，则 $x_1w_1+x_2w_2+\dots+x_nw_nw_1+w_2+\dots+w_n$ 叫做这 n 个数的加权平均数。

(2) 权的表现形式，一种是比的形式，如 4: 3: 2，另一种是百分比的形式，如创新占 50%，综合知识占 30%，语言占 20%，权的大小直接影响结果。

(3) 数据的权能够反映数据的相对“重要程度”，要突出某个数据，只需要给它较大的“权”，权的差异对结果会产生直接的影响。

(4) 对于一组不同权重的数据，加权平均数更能反映数据的真实信息。

42. 方差

(1) 方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差。

(2) 用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，通常用 s^2 来表示，计算公式是：

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2] \quad (\text{可简单记忆为“方差等于差方的平均数”})$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量。方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好。

43. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率。

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率。

(3) 列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举.