

2017 年山东省泰安市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分）

1. 下列四个数： -3 ， $-\sqrt{3}$ ， $-\pi$ ， -1 ， 其中最小的数是（ ）

A. $-\pi$ B. -3 C. -1 D. $-\sqrt{3}$

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ B. $a^2 + a^2 = a^4$

C. $(1+2a)^2 = 1+2a+4a^2$ D. $(-a+1)(a+1) = 1-a^2$

3. 下列图案



其中，中心对称图形是（ ）

A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

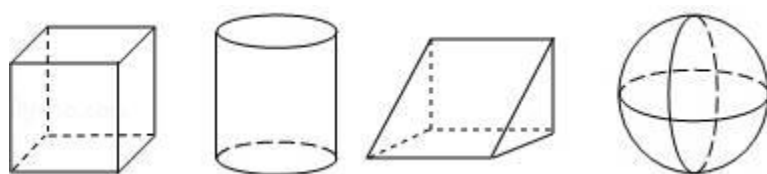
4. “2014 年至 2016 年，中国同‘一带一路’沿线国家贸易总额超过 3 万亿美元”，将数据 3 万亿美元用科学记数法表示为（ ）

A. 3×10^{14} 美元 B. 3×10^{13} 美元 C. 3×10^{12} 美元 D. 3×10^{11} 美元

5. 化简 $(1 - \frac{2x-1}{x^2}) \div (1 - \frac{1}{x^2})$ 的结果为（ ）

A. $\frac{x-1}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x-1}$ C. $\frac{x+1}{x}$ D. $\frac{x-1}{x}$

6. 下面四个几何体：



其中，俯视图是四边形的几何体个数是（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 一元二次方程 $x^2 - 6x - 6 = 0$ 配方后化为（ ）

A. $(x-3)^2 = 15$ B. $(x-3)^2 = 3$ C. $(x+3)^2 = 15$ D. $(x+3)^2 = 3$

8. 袋内装有标号分别为 1，2，3，4 的 4 个小球，从袋内随机取出一个小球，让其标号为一个两位数的十位数字，放回搅匀后，再随机取出一个小球，让其标

号为这个两位数的个位数字，则组成的两位数是 3 的倍数的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{1}{2}$

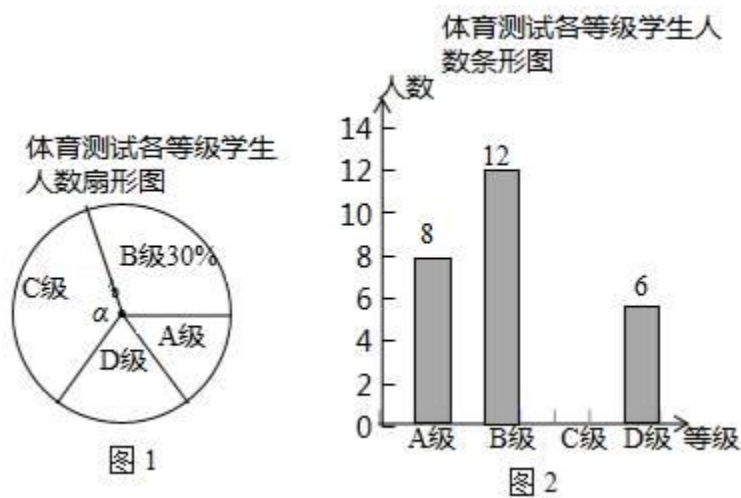
9. 不等式组 $\begin{cases} 2x+9 > 6x+1 \\ x-k < 1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$ ，则 k 的取值范围为 ()

- A. $k > 1$ B. $k < 1$ C. $k \geq 1$ D. $k \leq 1$

10. 某服装店用 10000 元购进一批某品牌夏季衬衫若干件，很快售完；该店又用 14700 元钱购进第二批这种衬衫，所进件数比第一批多 40%，每件衬衫的进价比第一批每件衬衫的进价多 10 元，求第一批购进多少件衬衫？设第一批购进 x 件衬衫，则所列方程为 ()

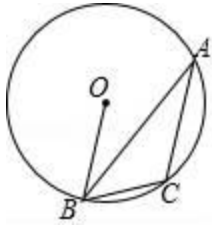
- A. $\frac{10000}{x} - 10 = \frac{14700}{(1+40\%)x}$ B. $\frac{10000}{x} + 10 = \frac{14700}{(1+40\%)x}$
C. $\frac{10000}{(1-40\%)x} - 10 = \frac{14700}{x}$ D. $\frac{10000}{(1-40\%)x} + 10 = \frac{14700}{x}$

11. 为了解中考体育科目训练情况，某校从九年级学生中随机抽取部分学生进行了一次中考体育科目测试（把测试结果分为 A, B, C, D 四个等级），并将测试结果绘制成了如图所示的两幅不完整统计图，根据统计图中提供的信息，结论错误的是 ()



- A. 本次抽样测试的学生人数是 40
B. 在图 1 中， $\angle \alpha$ 的度数是 126°
C. 该校九年级有学生 500 名，估计 D 级的人数为 80
D. 从被测学生中随机抽取一位，则这位学生的成绩是 A 级的概率为 0.2

12. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle A = \alpha$ ，则 $\angle OBC$ 等于 ()

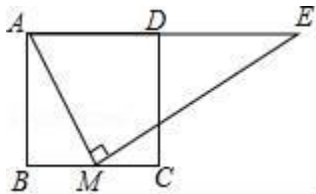


A. $180^\circ - 2\alpha$ B. 2α C. $90^\circ + \alpha$ D. $90^\circ - \alpha$

13. 已知一次函数 $y=kx-m-2x$ 的图象与 y 轴的负半轴相交，且函数值 y 随自变量 x 的增大而减小，则下列结论正确的是 ()

A. $k < 2, m > 0$ B. $k < 2, m < 0$ C. $k > 2, m > 0$ D. $k < 0, m < 0$

14. 如图，正方形 $ABCD$ 中， M 为 BC 上一点， $ME \perp AM$ ， ME 交 AD 的延长线于点 E 。若 $AB=12$ ， $BM=5$ ，则 DE 的长为 ()



A. 18 B. $\frac{109}{5}$ C. $\frac{96}{5}$ D. $\frac{25}{3}$

15. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表：

x	-1	0	1	3
y	-3	1	3	1

下列结论：①抛物线的开口向下；②其图象的对称轴为 $x=1$ ；③当 $x < 1$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大；④方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根大于 4，其中正确的结论有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

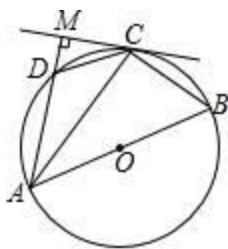
16. 某班学生积极参加献爱心活动，该班 50 名学生的捐款统计情况如下表：

金额/元	5	10	20	50	100
人数	4	16	15	9	6

则他们捐款金额的中位数和平均数分别是 ()

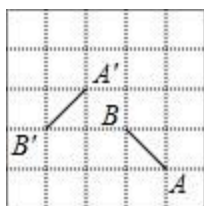
A. 10, 20.6 B. 20, 20.6 C. 10, 30.6 D. 20, 30.6

17. 如图，圆内接四边形 $ABCD$ 的边 AB 过圆心 O ，过点 C 的切线与边 AD 所在直线垂直于点 M ，若 $\angle ABC=55^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 等于 ()



A. 20° B. 35° C. 40° D. 55°

18. 如图，在正方形网格中，线段 $A'B'$ 是线段 AB 绕某点逆时针旋转角 α 得到的，点 A' 与 A 对应，则角 α 的大小为 ()

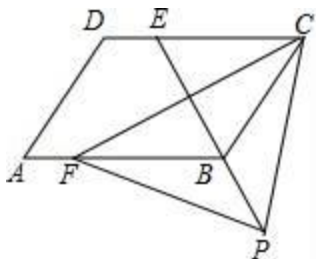


A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

19. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 是边 CD 上一点，且 $BC=EC$ ， $CF \perp BE$ 交 AB 于点 F ， P 是 EB 延长线上一点，下列结论：

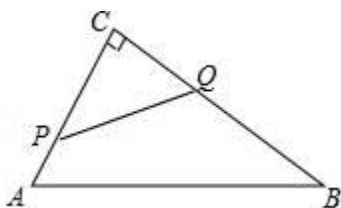
① BE 平分 $\angle CBF$ ；② CF 平分 $\angle DCB$ ；③ $BC=FB$ ；④ $PF=PC$ ，

其中正确结论的个数为 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=10\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，点 P 从点 A 沿 AC 向点 C 以 1cm/s 的速度运动，同时点 Q 从点 C 沿 CB 向点 B 以 2cm/s 的速度运动（点 Q 运动到点 B 停止），在运动过程中，四边形 $PABQ$ 的面积最小值为 ()



A. 19cm^2 B. 16cm^2 C. 15cm^2 D. 12cm^2

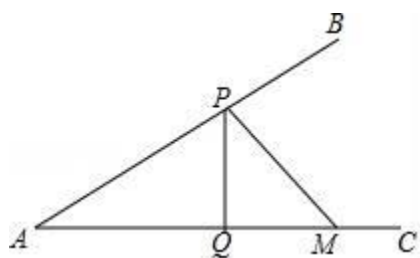
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

21. 分式 $\frac{7}{x-2}$ 与 $\frac{x}{2-x}$ 的和为 4, 则 x 的值为_____.

22. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k-1)x + (k^2-1) = 0$ 无实数根, 则 k 的取值范围为_____.

23. 工人师傅用一张半径为 24cm, 圆心角为 150° 的扇形铁皮做成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的高为_____.

24. 如图, $\angle BAC = 30^\circ$, M 为 AC 上一点, $AM = 2$, 点 P 是 AB 上的一动点, $PQ \perp AC$, 垂足为点 Q , 则 $PM + PQ$ 的最小值为_____.

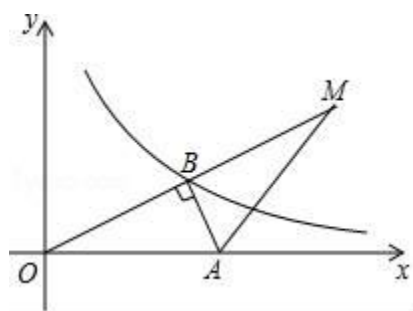


三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 48 分)

25. 如图, 在平面直角坐标系中, $Rt\triangle AOB$ 的斜边 OA 在 x 轴的正半轴上, $\angle OBA = 90^\circ$, 且 $\tan \angle AOB = \frac{1}{2}$, $OB = 2\sqrt{5}$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B .

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 若 $\triangle AMB$ 与 $\triangle AOB$ 关于直线 AB 对称, 一次函数 $y = mx + n$ 的图象过点 M 、 A , 求一次函数的表达式.



26. 某水果商从批发市场用 8000 元购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克，大樱桃的进价比小樱桃的进价每千克多 20 元，大樱桃售价为每千克 40 元，小樱桃售价为每千克 16 元.

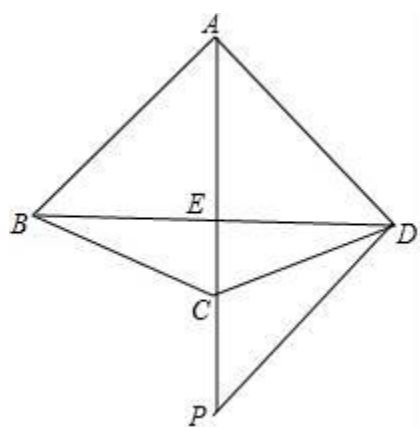
(1) 大樱桃和小樱桃的进价分别是每千克多少元？销售完后，该水果商共赚了多少钱？

(2) 该水果商第二次仍用 8000 元钱从批发市场购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克，进价不变，但在运输过程中小樱桃损耗了 20%. 若小樱桃的售价不变，要想让第二次赚的钱不少于第一次所赚钱的 90%，大樱桃的售价最少应为多少？

27. 如图，四边形 ABCD 中， $AB=AC=AD$ ，AC 平分 $\angle BAD$ ，点 P 是 AC 延长线上一点，且 $PD \perp AD$.

(1) 证明： $\angle BDC = \angle PDC$;

(2) 若 AC 与 BD 相交于点 E， $AB=1$ ， $CE:CP=2:3$ ，求 AE 的长.

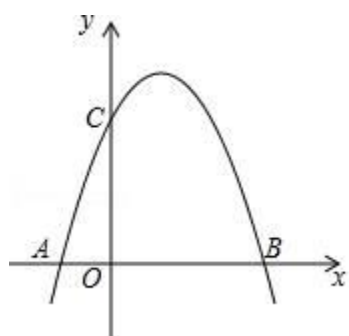


28. 如图，是将抛物线 $y = -x^2$ 平移后得到的抛物线，其对称轴为 $x=1$ ，与 x 轴的一个交点为 $A(-1, 0)$ ，另一个交点为 B ，与 y 轴的交点为 C .

(1) 求抛物线的函数表达式；

(2) 若点 N 为抛物线上一点，且 $BC \perp NC$ ，求点 N 的坐标；

(3) 点 P 是抛物线上一点，点 Q 是一次函数 $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ 的图象上一点，若四边形 $OAPQ$ 为平行四边形，这样的点 P 、 Q 是否存在？若存在，分别求出点 P 、 Q 的坐标；若不存在，说明理由.

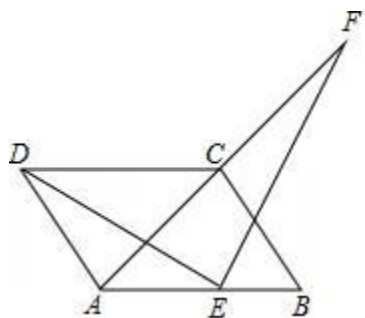


29. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AD=AC$ ， $AD \perp AC$ ， E 是 AB 的中点， F 是 AC 延长线上一点.

(1) 若 $ED \perp EF$ ，求证： $ED=EF$ ；

(2) 在 (1) 的条件下，若 DC 的延长线与 FB 交于点 P ，试判定四边形 $ACPE$ 是否为平行四边形？并证明你的结论（请先补全图形，再解答）；

(3) 若 $ED=EF$ ， ED 与 EF 垂直吗？若垂直给出证明.



2017 年山东省泰安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分）

1. 下列四个数： -3 ， $-\sqrt{3}$ ， $-\pi$ ， -1 ， 其中最小的数是（ ）

A. $-\pi$ B. -3 C. -1 D. $-\sqrt{3}$

【考点】2A：实数大小比较.

【分析】将四个数从大到小排列，即可判断.

【解答】解： $\because -1 > -\sqrt{3} > -3 > -\pi$,

$\therefore$ 最小的数为 $-\pi$,

故选 A.

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ B. $a^2 + a^2 = a^4$

C. $(1+2a)^2 = 1+2a+4a^2$ D. $(-a+1)(a+1) = 1-a^2$

【考点】4F：平方差公式；35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；4C：完全平方公式.

【分析】根据整式的乘法、加法法则及完全平方公式和平方差公式逐一计算可得.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^2 = a^4$ ，此选项错误；

B、 $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ ，此选项错误；

C、 $(1+2a)^2 = 1+4a+4a^2$ ，此选项错误；

D、 $(-a+1)(a+1) = 1-a^2$ ，此选项正确；

故选：D.

3. 下列图案



其中，中心对称图形是（ ）

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

【考点】R5：中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的概念求解.

【解答】解：①不是中心对称图形；

②不是中心对称图形；

③是中心对称图形；

④是中心对称图形.

故选：D.

4. “2014年至2016年，中国同‘一带一路’沿线国家贸易总额超过3万亿美元”，将数据3万亿美元用科学记数法表示为（ ）

- A. 3×10^{14} 美元 B. 3×10^{13} 美元 C. 3×10^{12} 美元 D. 3×10^{11} 美元

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：3 万亿 $= 3\,0000\,0000\,0000 = 3 \times 10^{12}$,

故选：C.

5. 化简 $(1 - \frac{2x-1}{x^2}) \div (1 - \frac{1}{x^2})$ 的结果为（ ）

- A. $\frac{x-1}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x-1}$ C. $\frac{x+1}{x}$ D. $\frac{x-1}{x}$

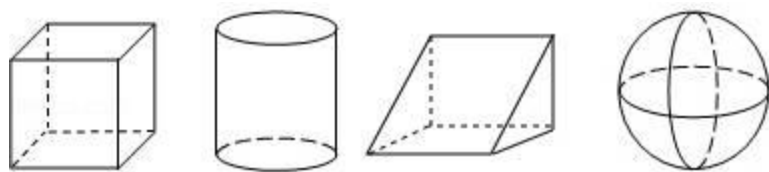
【考点】6C：分式的混合运算.

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

【解答】解：原式 $= \frac{x^2-2x+1}{x^2} \div \frac{x^2-1}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2} \cdot \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-1}{x+1}$,

故选 A

6. 下面四个几何体:



其中, 俯视图是四边形的几何体个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【分析】根据俯视图是分别从物体上面看, 所得到的图形进行解答即可.

【解答】解: 俯视图是四边形的几何体有正方体和三棱柱,

故选: B.

7. 一元二次方程 $x^2 - 6x - 6 = 0$ 配方后化为 ()

- A. $(x - 3)^2 = 15$ B. $(x - 3)^2 = 3$ C. $(x + 3)^2 = 15$ D. $(x + 3)^2 = 3$

【考点】A6: 解一元二次方程 - 配方法.

【分析】方程移项配方后, 利用平方根定义开方即可求出解.

【解答】解: 方程整理得: $x^2 - 6x = 6$,

配方得: $x^2 - 6x + 9 = 15$, 即 $(x - 3)^2 = 15$,

故选 A

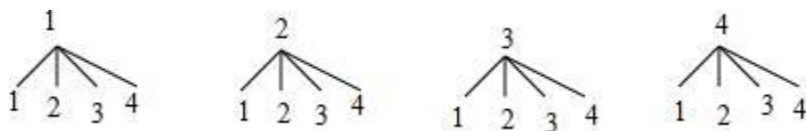
8. 袋内装有标号分别为 1, 2, 3, 4 的 4 个小球, 从袋内随机取出一个小球, 让其标号为一个两位数的十位数字, 放回搅匀后, 再随机取出一个小球, 让其标号为这个两位数的个位数字, 则组成的两位数是 3 的倍数的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】画树状图展示所有 16 种等可能的结果数, 再找出所成的两位数是 3 的倍数的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】解: 画树状图为:



共有 16 种等可能的结果数，其中所成的两位数是 3 的倍数的结果数为 5，

所以成的两位数是 3 的倍数的概率 $= \frac{5}{16}$.

故选 B.

9. 不等式组 $\begin{cases} 2x+9 > 6x+1 \\ x-k < 1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$ ，则 k 的取值范围为 ()

A. $k > 1$ B. $k < 1$ C. $k \geq 1$ D. $k \leq 1$

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 求出每个不等式的解集，根据已知得出关于 k 的不等式，求出不等式的解集即可.

【解答】 解：解不等式组 $\begin{cases} 2x+9 > 6x+1 \\ x-k < 1 \end{cases}$ ，得

$$\begin{cases} x < 2 \\ x < k+1 \end{cases}$$

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 2x+9 > 6x+1 \\ x-k < 1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 2$,

$\therefore k+1 \geq 2$,

解得 $k \geq 1$.

故选：C.

10. 某服装店用 10000 元购进一批某品牌夏季衬衫若干件，很快售完；该店又用 14700 元钱购进第二批这种衬衫，所进件数比第一批多 40%，每件衬衫的进价比第一批每件衬衫的进价多 10 元，求第一批购进多少件衬衫？设第一批购进 x 件衬衫，则所列方程为 ()

A. $\frac{10000}{x} - 10 = \frac{14700}{(1+40\%)x}$ B. $\frac{10000}{x} + 10 = \frac{14700}{(1+40\%)x}$

C. $\frac{10000}{(1-40\%)x} - 10 = \frac{14700}{x}$ D. $\frac{10000}{(1-40\%)x} + 10 = \frac{14700}{x}$

【考点】B6：由实际问题抽象出分式方程.

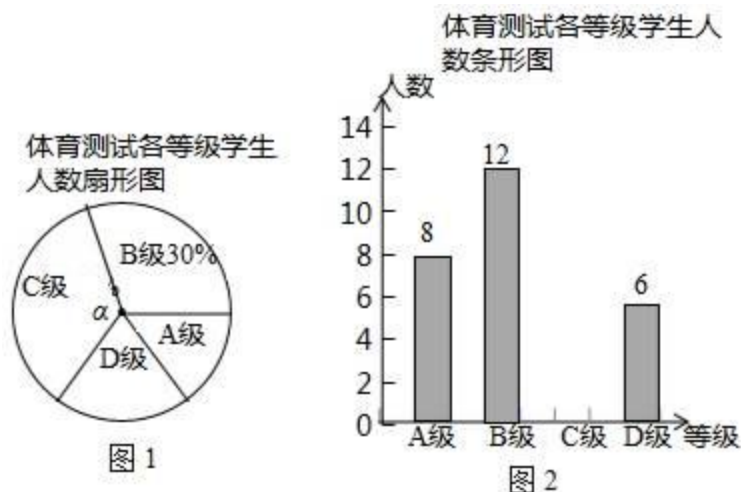
【分析】根据题意表示出衬衫的价格，利用进价的变化得出等式即可.

【解答】解：设第一批购进 x 件衬衫，则所列方程为：

$$\frac{10000}{x} + 10 = \frac{14700}{(1+40\%)x}.$$

故选：B.

11. 为了解中考体育科目训练情况，某校从九年级学生中随机抽取部分学生进行了一次中考体育科目测试（把测试结果分为 A, B, C, D 四个等级），并将测试结果绘制成了如图所示的两幅不完整统计图，根据统计图中提供的信息，结论错误的是（ ）



- A. 本次抽样测试的学生人数是 40
- B. 在图 1 中， $\angle \alpha$ 的度数是 126°
- C. 该校九年级有学生 500 名，估计 D 级的人数为 80
- D. 从被测学生中随机抽取一位，则这位学生的成绩是 A 级的概率为 0.2

【考点】X4：概率公式；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【分析】利用扇形统计图以及条形统计图分别分析得出总人数以及结合 α 的度数、利用样本估计总体即可.

【解答】解：A、本次抽样测试的学生人数是： $12 \div 30\% = 40$ （人），正确，不合题意；

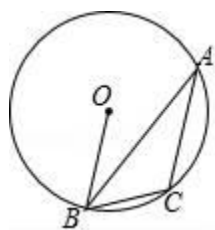
B、 $\therefore \frac{40-8-12-6}{40} \times 360^\circ = 126^\circ$ ， $\angle \alpha$ 的度数是 126° ，故此选项正确，不合题意；

C、该校九年级有学生 500 名，估计 D 级的人数为： $500 \times \frac{8}{40} = 100$ （人），故此选项错误，符合题意；

D、从被测学生中随机抽取一位，则这位学生的成绩是 A 级的概率为： $\frac{8}{40} = 0.2$ ，正确，不合题意；

故选：C.

12. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle A = \alpha$ ，则 $\angle OBC$ 等于（ ）



A. $180^\circ - 2\alpha$ B. 2α C. $90^\circ + \alpha$ D. $90^\circ - \alpha$

【考点】 M5: 圆周角定理.

【分析】 首先连接 OC，由圆周角定理，可求得 $\angle BOC$ 的度数，又由等腰三角形的性质，即可求得 $\angle OBC$ 的度数.

【解答】 解： $\because$ 连接 OC，

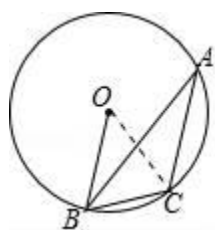
$\because \triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle A = \alpha$ ，

$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 2\alpha$ ，

$\because OB = OC$ ，

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = \frac{180^\circ - \angle BOC}{2} = 90^\circ - \alpha$.

故选 D.



13. 已知一次函数 $y = kx - m - 2x$ 的图象与 y 轴的负半轴相交，且函数值 y 随自变量 x 的增大而减小，则下列结论正确的是（ ）

A. $k < 2, m > 0$ B. $k < 2, m < 0$ C. $k > 2, m > 0$ D. $k < 0, m < 0$

【考点】F5: 一次函数的性质.

【分析】由一次函数 $y = kx - m - 2x$ 的图象与 y 轴的负半轴相交且函数值 y 随自变量 x 的增大而减小, 可得出 $k - 2 < 0$ 、 $-m < 0$, 解之即可得出结论.

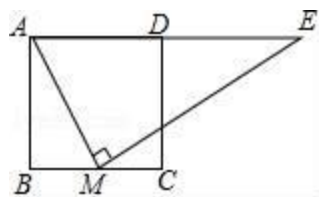
【解答】解: $\because$ 一次函数 $y = kx - m - 2x$ 的图象与 y 轴的负半轴相交, 且函数值 y 随自变量 x 的增大而减小,

$$\therefore k - 2 < 0, -m < 0,$$

$$\therefore k < 2, m > 0.$$

故选 A.

14. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, M 为 BC 上一点, $ME \perp AM$, ME 交 AD 的延长线于点 E . 若 $AB = 12$, $BM = 5$, 则 DE 的长为 ()



A. 18 B. $\frac{109}{5}$ C. $\frac{96}{5}$ D. $\frac{25}{3}$

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; KQ: 勾股定理; LE: 正方形的性质.

【分析】先根据题意得出 $\triangle ABM \sim \triangle MCG$, 故可得出 CG 的长, 再求出 DG 的长, 根据 $\triangle MCG \sim \triangle EDG$ 即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $AB = 12$, $BM = 5$,

$$\therefore MC = 12 - 5 = 7.$$

$$\because ME \perp AM,$$

$$\therefore \angle AME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB + \angle CMG = 90^\circ.$$

$$\because \angle AMB + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle CMG, \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle MCG,$$

$$\therefore \frac{AB}{MC} = \frac{BM}{CG}, \text{ 即 } \frac{12}{7} = \frac{5}{CG}, \text{ 解得 } CG = \frac{35}{12},$$

$$\therefore DG = 12 - \frac{35}{12} = \frac{109}{12}.$$

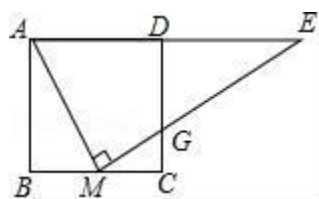
$$\therefore AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle E = \angle CMG, \quad \angle EDG = \angle C,$$

$$\therefore \triangle MCG \sim \triangle EDG,$$

$$\therefore \frac{MC}{DE} = \frac{CG}{DG}, \quad \text{即} \quad \frac{7}{DE} = \frac{\frac{35}{12}}{\frac{109}{12}}, \quad \text{解得} \quad DE = \frac{109}{5}.$$

故选 B.



15. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表:

x	-1	0	1	3
y	-3	1	3	1

下列结论: ①抛物线的开口向下; ②其图象的对称轴为 $x=1$; ③当 $x < 1$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; ④方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根大于 4, 其中正确的结论有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点; H3: 二次函数的性质.

【分析】根据二次函数的图象具有对称性和表格中的数据, 可以得到对称轴为 $x = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$, 再由图象中的数据可以得到当 $x = \frac{3}{2}$ 取得最大值, 从而可以得到函数的开口向下以及得到函数当 $x < \frac{3}{2}$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x > \frac{3}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小, 然后跟据 $x=0$ 时, $y=1$, $x=-1$ 时, $y=-3$, 可以得到方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根所在的大体位置, 从而可以解答本题.

【解答】解: 由表格可知,

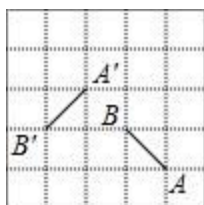
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 有最大值, 当 $x = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$ 时, 取得最大值,

$\therefore$ 抛物线的开口向下, 故①正确,

【分析】由圆内接四边形的性质求出 $\angle ADC=180^\circ - \angle ABC=125^\circ$ ，由圆周角定理求出 $\angle ACB=90^\circ$ ，得出 $\angle BAC=35^\circ$ ，由弦切角定理得出 $\angle MCA=\angle ABC=55^\circ$ ，由三角形的外角性质得出 $\angle DCM=\angle ADC - \angle AMC=35^\circ$ ，即可求出 $\angle ACD$ 的度数.

【解答】解： $\because$ 圆内接四边形 $ABCD$ 的边 AB 过圆心 O ，
 $\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 125^\circ$ ， $\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 35^\circ$ ，
 $\because$ 过点 C 的切线与边 AD 所在直线垂直于点 M ，
 $\therefore \angle MCA = \angle ABC = 55^\circ$ ， $\angle AMC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADC = \angle AMC + \angle DCM$ ，
 $\therefore \angle DCM = \angle ADC - \angle AMC = 35^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACD = \angle MCA - \angle DCM = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$ ；
 故选：A.

18. 如图，在正方形网格中，线段 $A'B'$ 是线段 AB 绕某点逆时针旋转角 α 得到的，点 A' 与 A 对应，则角 α 的大小为（ ）

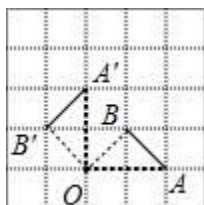


A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

【考点】R2：旋转的性质.

【分析】根据题意确定旋转中心后即可确定旋转角的大小.

【解答】解：如图：



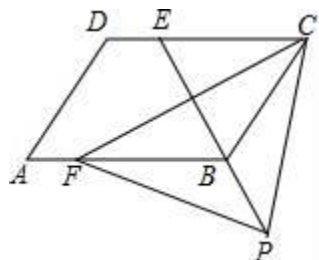
显然，旋转角为 90° ，

故选 C.

19. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 E 是边 CD 上一点, 且 $BC=EC$, $CF \perp BE$ 交 AB 于点 F , P 是 EB 延长线上一点, 下列结论:

① BE 平分 $\angle CBF$; ② CF 平分 $\angle DCB$; ③ $BC=FB$; ④ $PF=PC$,

其中正确结论的个数为 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】 LA: 菱形的判定与性质; KG: 线段垂直平分线的性质; L5: 平行四边形的性质.

【分析】 分别利用平行线的性质结合线段垂直平分线的性质以及等腰三角形的性质分别判断得出答案.

【解答】 证明: $\because BC=EC$,

$\therefore \angle CEB = \angle CBE$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$,

$\therefore \angle CEB = \angle EBF$,

$\therefore \angle CBE = \angle EBF$,

$\therefore$ ① BE 平分 $\angle CBF$, 正确;

$\because BC=EC$, $CF \perp BE$,

$\therefore \angle ECF = \angle BCF$,

$\therefore$ ② CF 平分 $\angle DCB$, 正确;

$\because DC \parallel AB$,

$\therefore \angle DCF = \angle CFB$,

$\because \angle ECF = \angle BCF$,

$\therefore \angle CFB = \angle BCF$,

$\therefore BF=BC$,

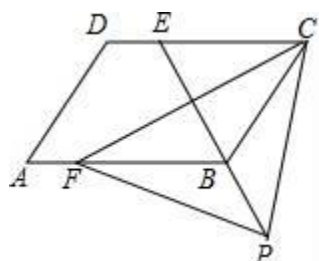
$\therefore$ ③ 正确;

$\therefore FB=BC$, $CF \perp BE$,

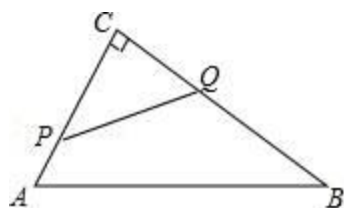
$\therefore B$ 点一定在 FC 的垂直平分线上, 即 PB 垂直平分 FC ,

$\therefore PF=PC$, 故④正确.

故选: D.



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 点 P 从点 A 沿 AC 向点 C 以 1cm/s 的速度运动, 同时点 Q 从点 C 沿 CB 向点 B 以 2cm/s 的速度运动 (点 Q 运动到点 B 停止), 在运动过程中, 四边形 $PABQ$ 的面积最小值为 ()



- A. 19cm^2 B. 16cm^2 C. 15cm^2 D. 12cm^2

【考点】 H7: 二次函数的最值.

【分析】 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 利用勾股定理可得出 $AC=6\text{cm}$, 设运动时间为 t ($0 \leq t \leq 4$), 则 $PC=(6-t)\text{cm}$, $CQ=2t\text{cm}$, 利用分割图形求面积法可得出 $S_{\text{四边形}PABQ}=t^2-6t+24$, 利用配方法即可求出四边形 $PABQ$ 的面积最小值, 此题得解.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$,

$$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=6\text{cm}.$$

设运动时间为 t ($0 \leq t \leq 4$), 则 $PC=(6-t)\text{cm}$, $CQ=2t\text{cm}$,

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}PABQ} &= S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CPQ} = \frac{1}{2}AC \cdot BC - \frac{1}{2}PC \cdot CQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2}(6-t) \times 2t = t^2 \\ &- 6t + 24 = (t-3)^2 + 15, \end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $t=3$ 时, 四边形 $PABQ$ 的面积取最小值, 最小值为 15.

故选 C.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

21. 分式 $\frac{7}{x-2}$ 与 $\frac{x}{2-x}$ 的和为 4, 则 x 的值为 3.

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】首先根据分式 $\frac{7}{x-2}$ 与 $\frac{x}{2-x}$ 的和为 4, 可得: $\frac{7}{x-2} + \frac{x}{2-x} = 4$, 然后根据解分式方程的方法, 求出 x 的值为多少即可.

【解答】解: $\because$ 分式 $\frac{7}{x-2}$ 与 $\frac{x}{2-x}$ 的和为 4,

$$\therefore \frac{7}{x-2} + \frac{x}{2-x} = 4,$$

去分母, 可得: $7 - x = 4x - 8$

解得: $x = 3$

经检验 $x = 3$ 是原方程的解,

$\therefore x$ 的值为 3.

故答案为: 3.

22. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k - 1)x + (k^2 - 1) = 0$ 无实数根, 则 k 的取值范围为 $k > \frac{5}{4}$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = (2k - 1)^2 - 4(k^2 - 1) < 0$, 然后解不等式即可.

【解答】解: 根据题意得 $\Delta = (2k - 1)^2 - 4(k^2 - 1) < 0$,

解得 $k > \frac{5}{4}$.

故答案为 $k > \frac{5}{4}$.

23. 工人师傅用一张半径为 24cm, 圆心角为 150° 的扇形铁皮做成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的高为 $2\sqrt{119}$ cm.

【考点】MP: 圆锥的计算.

【分析】直接利用圆锥的性质求出圆锥的半径, 进而利用勾股定理得出圆锥的高.

【解答】解：由题意可得圆锥的母线长为：24cm，

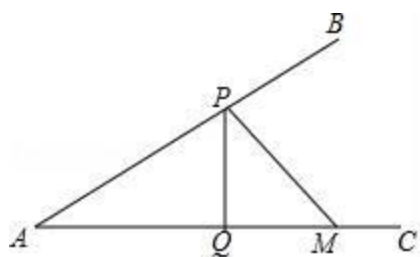
设圆锥底面圆的半径为：r，则 $2\pi r = \frac{150\pi \times 24}{180}$ ，

解得：r=10，

故这个圆锥的高为： $\sqrt{24^2 - 10^2} = 2\sqrt{119}$ (cm)．

故答案为： $2\sqrt{119}$ (cm)．

24. 如图， $\angle BAC=30^\circ$ ，M为AC上一点，AM=2，点P是AB上的一动点， $PQ \perp AC$ ，垂足为点Q，则PM+PQ的最小值为 $\sqrt{3}$ ．



【考点】PA：轴对称 – 最短路线问题．

【分析】本题作点M关于AB的对称点N，根据轴对称性找出点P的位置，如图，根据三角函数求出MN， $\angle N$ ，再根据三角函数求出结论．

【解答】解：作点M关于AB的对称点N，过N作 $NQ \perp AC$ 于Q交AB于P，则NQ的长即为PM+PQ的最小值，

连接MN交AB于D，则 $MD \perp AB$ ， $DM=DN$ ，

$$\therefore \angle NPB = \angle APQ,$$

$$\therefore \angle N = \angle BAC = 30^\circ,$$

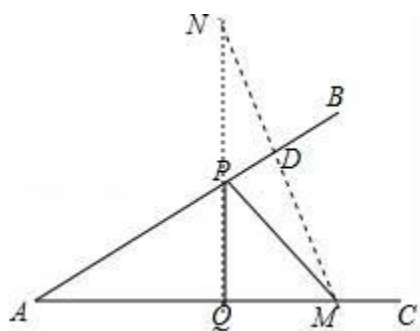
$$\therefore \angle BAC = 30^\circ, AM = 2,$$

$$\therefore MD = \frac{1}{2}AM = 1,$$

$$\therefore MN = 2,$$

$$\therefore NQ = MN \cdot \cos \angle N = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

故答案为： $\sqrt{3}$ ．

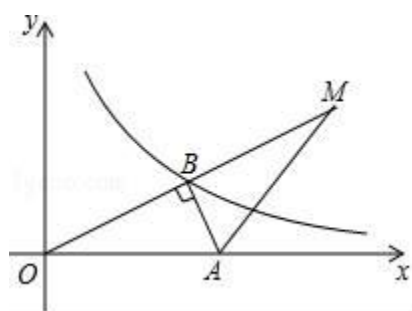


三、解答题（本大题共 5 小题，共 48 分）

25. 如图，在平面直角坐标系中， $\text{Rt}\triangle AOB$ 的斜边 OA 在 x 轴的正半轴上， $\angle OBA=90^\circ$ ，且 $\tan \angle AOB=\frac{1}{2}$ ， $OB=2\sqrt{5}$ ，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 B 。

(1) 求反比例函数的表达式；

(2) 若 $\triangle AMB$ 与 $\triangle AOB$ 关于直线 AB 对称，一次函数 $y=mx+n$ 的图象过点 M 、 A ，求一次函数的表达式。



【考点】 G6：反比例函数图象上点的坐标特征；F8：一次函数图象上点的坐标特征；T7：解直角三角形。

【分析】 (1) 过点 B 作 $BD \perp OA$ 于点 D ，设 $BD=a$ ，通过解直角 $\triangle OBD$ 得到 $OD=2BD$ 。然后利用勾股定理列出关于 a 的方程并解答即可；

(2) 欲求直线 AM 的表达式，只需推知点 A 、 M 的坐标即可。通过解直角 $\triangle AOB$ 求得 $OA=5$ ，则 $A(5, 0)$ 。根据对称的性质得到： $OM=2OB$ ，结合 $B(4, 2)$ 求得 $M(8, 4)$ 。然后由待定系数法求一次函数解析式即可。

【解答】 解：(1) 过点 B 作 $BD \perp OA$ 于点 D ，
设 $BD=a$ ，

$$\because \tan \angle AOB = \frac{BD}{OD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OD=2BD.$$

$$\because \angle ODB=90^\circ, OB=2\sqrt{5},$$

$$\therefore a^2 + (2a)^2 = (2\sqrt{5})^2,$$

解得 $a = \pm 2$ (舍去 -2),

$$\therefore a=2.$$

$$\therefore OD=4,$$

$$\therefore B(4, 2),$$

$$\therefore k=4 \times 2=8,$$

$$\therefore \text{反比例函数表达式为: } y=\frac{8}{k};$$

$$(2) \because \tan \angle AOB = \frac{1}{2}, OB=2\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}OB = \sqrt{5},$$

$$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 5,$$

$$\therefore A(5, 0).$$

又 $\triangle AMB$ 与 $\triangle AOB$ 关于直线 AB 对称, $B(4, 2)$,

$$\therefore OM=2OB,$$

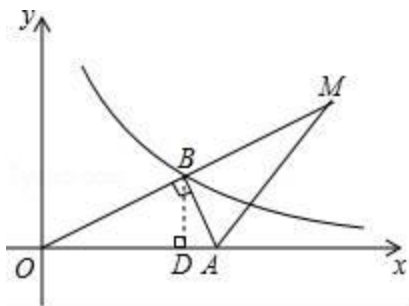
$$\therefore M(8, 4).$$

把点 M 、 A 的坐标分别代入 $y=mx+n$, 得

$$\begin{cases} 5m+n=0 \\ 8m+n=4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m=\frac{4}{3} \\ n=-\frac{20}{3} \end{cases},$$

$$\text{故一次函数表达式为: } y=\frac{4}{3}x - \frac{20}{3}.$$



26. 某水果商从批发市场用 8000 元购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克, 大樱桃的进价比小樱桃的进价每千克多 20 元, 大樱桃售价为每千克 40 元, 小樱桃售价为每千克 16 元.

(1) 大樱桃和小樱桃的进价分别是每千克多少元? 销售完后, 该水果商共赚了多少钱?

(2) 该水果商第二次仍用 8000 元钱从批发市场购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克, 进价不变, 但在运输过程中小樱桃损耗了 20%. 若小樱桃的售价不变, 要想让第二次赚的钱不少于第一次所赚钱的 90%, 大樱桃的售价最少应为多少?

【考点】C9: 一元一次不等式的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 根据用 8000 元购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克, 以及大樱桃的进价比小樱桃的进价每千克多 20 元, 分别得出等式求出答案;

(2) 根据要想让第二次赚的钱不少于第一次所赚钱的 90%, 得出不等式求出答案.

【解答】解: (1) 设小樱桃的进价为每千克 x 元, 大樱桃的进价为每千克 y 元, 根据题意可得:

$$\begin{cases} 200x+200y=8000 \\ y-x=20 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x=10 \\ y=30 \end{cases},$

小樱桃的进价为每千克 10 元, 大樱桃的进价为每千克 30 元,

$$200 \times [(40 - 30) + (16 - 10)] = 3200 \text{ (元)},$$

$\therefore$ 销售完后, 该水果商共赚了 3200 元;

(2) 设大樱桃的售价为 a 元/千克,

$$(1 - 20\%) \times 200 \times 16 + 200a - 8000 \geq 3200 \times 90\%,$$

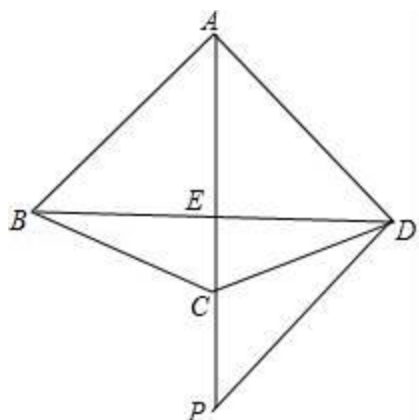
解得: $a \geq 41.6$,

答: 大樱桃的售价最少应为 41.6 元/千克.

27. 如图, 四边形 ABCD 中, $AB=AC=AD$, AC 平分 $\angle BAD$, 点 P 是 AC 延长线上一点, 且 $PD \perp AD$.

(1) 证明: $\angle BDC = \angle PDC$;

(2) 若 AC 与 BD 相交于点 E , $AB=1$, $CE:CP=2:3$, 求 AE 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 直接利用等腰三角形的性质结合互余的定义得出 $\angle BDC = \angle PDC$;

(2) 首先过点 C 作 $CM \perp PD$ 于点 M , 进而得出 $\triangle CPM \sim \triangle APD$, 求出 EC 的长即可得出答案.

【解答】 (1) 证明: $\because AB=AD$, AC 平分 $\angle BAD$,

$\therefore AC \perp BD$,

$\therefore \angle ACD + \angle BDC = 90^\circ$,

$\because AC=AD$,

$\therefore \angle ACD = \angle ADC$,

$\therefore \angle ADC + \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDC = \angle PDC$;

(2) 解: 过点 C 作 $CM \perp PD$ 于点 M ,

$\because \angle BDC = \angle PDC$,

$\therefore CE=CM$,

$\because \angle CMP = \angle ADP = 90^\circ$, $\angle P = \angle P$,

$\therefore \triangle CPM \sim \triangle APD$,

$\therefore \frac{CM}{AD} = \frac{PC}{PA}$,

设 $CM=CE=x$,

$\because CE:CP=2:3$,

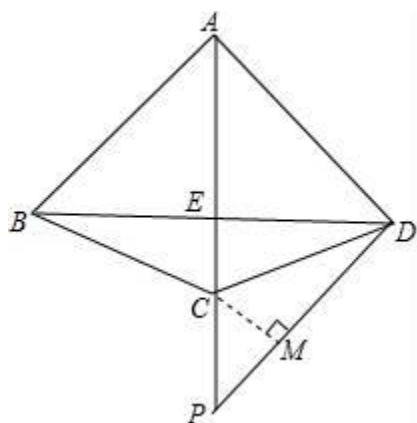
$$\therefore PC = \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore AB = AD = AC = 1,$$

$$\therefore \frac{x}{1} = \frac{\frac{3}{2}x}{\frac{3}{2}x + 1},$$

$$\text{解得: } x = \frac{1}{3},$$

$$\text{故 } AE = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

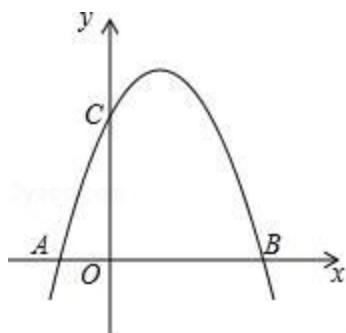


28. 如图，是将抛物线 $y = -x^2$ 平移后得到的抛物线，其对称轴为 $x = 1$ ，与 x 轴的一个交点为 $A(-1, 0)$ ，另一个交点为 B ，与 y 轴的交点为 C 。

(1) 求抛物线的函数表达式；

(2) 若点 N 为抛物线上一点，且 $BC \perp NC$ ，求点 N 的坐标；

(3) 点 P 是抛物线上一点，点 Q 是一次函数 $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ 的图象上一点，若四边形 $OAPQ$ 为平行四边形，这样的点 P 、 Q 是否存在？若存在，分别求出点 P 、 Q 的坐标；若不存在，说明理由。



【考点】HF：二次函数综合题。

【分析】 (1) 已知抛物线的对称轴，因而可以设出顶点式，利用待定系数法求函数解析式；

(2) 首先求得 B 和 C 的坐标，易证 $\triangle OBC$ 是等腰直角三角形，过点 N 作 $NH \perp y$ 轴，垂足是 H，设点 N 纵坐标是 $(a, -a^2+2a+3)$ ，根据 $CH=NH$ 即可列方程求解；

(3) 四边形 OAPQ 是平行四边形，则 $PQ=OA=1$ ，且 $PQ \parallel OA$ ，设 $P(t, -t^2+2t+3)$ ，代入 $y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ ，即可求解。

【解答】 解：(1) 设抛物线的解析式是 $y=-(x-1)^2+k$ 。

把 $(-1, 0)$ 代入得 $0=-(-1-1)^2+k$ ，

解得 $k=4$ ，

则抛物线的解析式是 $y=-(x-1)^2+4$ ，即 $y=-x^2+2x+3$ ；

(2) 在 $y=-x^2+2x+3$ 中令 $x=0$ ，则 $y=3$ ，即 C 的坐标是 $(0, 3)$ ， $OC=3$ 。

$\therefore$ B 的坐标是 $(3, 0)$ ，

$\therefore OB=3$ ，

$\therefore OC=OB$ ，则 $\triangle OBC$ 是等腰直角三角形。

$\therefore \angle OCB=45^\circ$ ，

过点 N 作 $NH \perp y$ 轴，垂足是 H。

$\therefore \angle NCB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle NCH=45^\circ$ ，

$\therefore NH=CH$ ，

$\therefore HO=OC+CH=3+CH=3+NH$ ，

设点 N 纵坐标是 $(a, -a^2+2a+3)$ 。

$\therefore a+3=-a^2+2a+3$ ，

解得 $a=0$ (舍去) 或 $a=1$ ，

$\therefore$ N 的坐标是 $(1, 4)$ ；

(3) $\therefore$ 四边形 OAPQ 是平行四边形，则 $PQ=OA=1$ ，且 $PQ \parallel OA$ ，

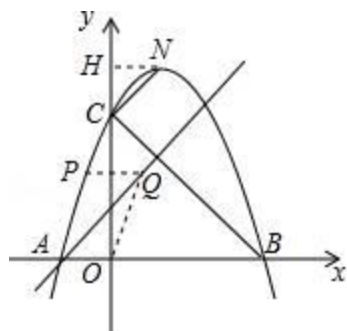
设 $P(t, -t^2+2t+3)$ ，代入 $y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ ，则 $-t^2+2t+3=\frac{3}{2}(t+1)+\frac{3}{2}$ ，

整理，得 $2t^2-t=0$ ，

解得 $t=0$ 或 $\frac{1}{2}$.

$\therefore -t^2+2t+3$ 的值为 3 或 $\frac{15}{4}$.

$\therefore P、Q$ 的坐标是 $(0, 3)$, $(1, 3)$ 或 $(\frac{1}{2}, \frac{15}{4})$, $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$.

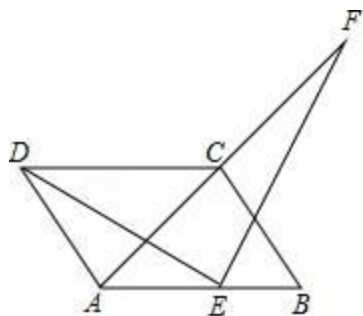


29. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AD=AC$, $AD \perp AC$, E 是 AB 的中点, F 是 AC 延长线上一点.

(1) 若 $ED \perp EF$, 求证: $ED=EF$;

(2) 在 (1) 的条件下, 若 DC 的延长线与 FB 交于点 P , 试判定四边形 $ACPE$ 是否为平行四边形? 并证明你的结论 (请先补全图形, 再解答);

(3) 若 $ED=EF$, ED 与 EF 垂直吗? 若垂直给出证明.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 根据平行四边形的想知道的 $AD=AC$, $AD \perp AC$, 连接 CE , 根据全等三角形的判定和性质即可得到结论;

(2) 根据全等三角形的性质得到 $CF=AD$, 等量代换得到 $AC=CF$, 于是得到 $CP=\frac{1}{2}AB=AE$, 根据平行四边形的判定定理即可得到四边形 $ACPE$ 为平行四边形;

(3) 过 E 作 $EM \perp DA$ 交 DA 的延长线于 M , 过 E 作 $EN \perp FC$ 交 FC 的延长线于

N, 证得 $\triangle AME \cong \triangle CNE$, $\triangle ADE \cong \triangle CFE$, 根据全等三角形的性质即可得到结论.

【解答】(1) 证明: 在 $\square ABCD$ 中,

$$\therefore AD=AC, AD \perp AC,$$

$$\therefore AC=BC, AC \perp BC,$$

连接 CE,

$$\therefore E \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore AE=EC, CE \perp AB,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle BCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle EAD = 135^\circ,$$

$$\therefore ED \perp EF,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle AED = 90^\circ - \angle CED,$$

$$\text{在 } \triangle CEF \text{ 和 } \triangle AED \text{ 中, } \begin{cases} \angle CEF = \angle AED \\ EC = AE \\ \angle ECF = \angle EAD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CEF \cong \triangle AED,$$

$$\therefore ED = EF;$$

(2) 解: 由 (1) 知 $\triangle CEF \cong \triangle AED$, $CF = AD$,

$$\therefore AD = AC,$$

$$\therefore AC = CF,$$

$$\therefore DP \parallel AB,$$

$$\therefore FP = PB,$$

$$\therefore CP = \frac{1}{2}AB = AE,$$

$\therefore$ 四边形 ACPE 为平行四边形;

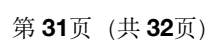
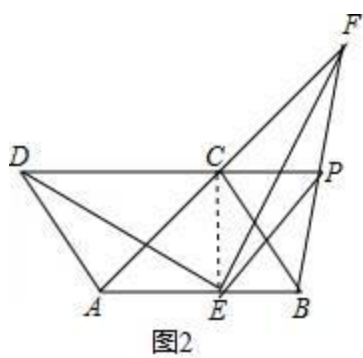
(3) 解: 垂直,

理由: 过 E 作 $EM \perp DA$ 交 DA 的延长线于 M, 过 E 作 $EN \perp FC$ 交 FC 的延长线于 N,

$$\text{在 } \triangle AME \text{ 与 } \triangle CNE \text{ 中, } \begin{cases} \angle M = \angle FNE = 90^\circ \\ \angle EAM = \angle NCE = 45^\circ \\ AE = CE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AME \cong \triangle CNE,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CFE$ 中,
$$\begin{cases} \angle ADE = \angle CFE \\ \angle DAE = \angle FCE = 135^\circ, \\ DE = EF \end{cases}$$

$$\therefore \angle DEA = \angle FEC,$$
$$\therefore \angle CEF + \angle DEC = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle DEF = 90^\circ,$$
$$\therefore ED \perp EF.$$


2017 年 7 月 4 日