

2017 年山东省日照市中考数学试卷

一、选择题：(本大题共 12 小题，其中 1~8 题每小题 3 分，9~12 题每小题 3 分，满分 40 分)

1. -3 的绝对值是 ()

A. -3 B. 3 C. ± 3 D. $\frac{1}{3}$

2. 剪纸是我国传统的民间艺术. 下列剪纸作品既不是中心对称图形，也不是轴对称图形的是 ()



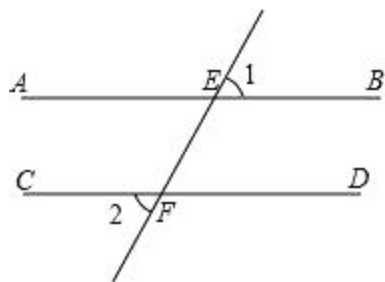
3. 铁路部门消息：2017 年“端午节”小长假期间，全国铁路客流量达到 4640 万人次.4640 万用科学记数法表示为 ()

A. 4.64×10^5 B. 4.64×10^6 C. 4.64×10^7 D. 4.64×10^8

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=13$ ， $AC=5$ ，则 $\sin A$ 的值为 ()

A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

5. 如图， $AB \parallel CD$ ，直线 l 交 AB 于点 E ，交 CD 于点 F ，若 $\angle 1=60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于 ()



A. 120° B. 30° C. 40° D. 60°

6. 式子 $\frac{\sqrt{a+1}}{a-2}$ 有意义，则实数 a 的取值范围是 ()

A. $a \geq -1$ B. $a \neq 2$ C. $a \geq -1$ 且 $a \neq 2$ D. $a > 2$

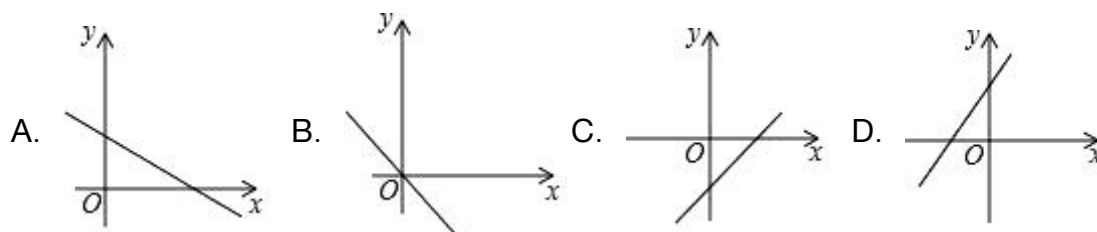
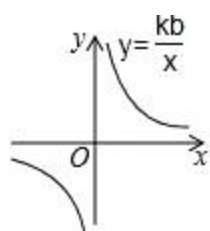
7. 下列说法正确的是 ()

A. 圆内接正六边形的边长与该圆的半径相等

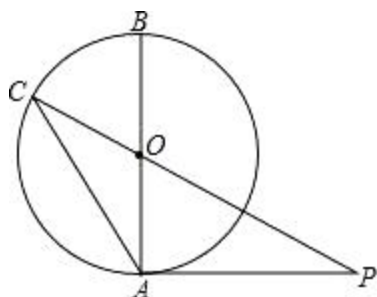
B. 在平面直角坐标系中，不同的坐标可以表示同一点

- C. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 一定有实数根
- D. 将 $\triangle ABC$ 绕 A 点按顺时针方向旋转 60° 得 $\triangle ADE$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 不全等

8. 反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象的图象大致是 ()

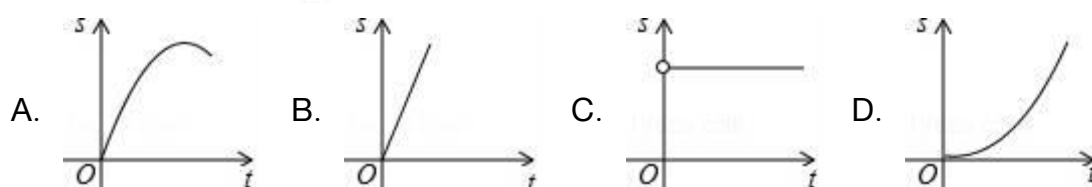
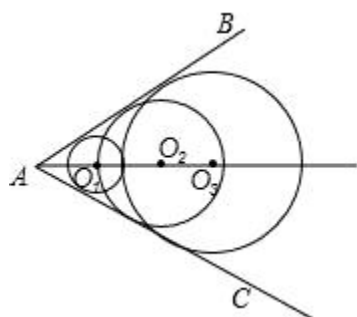


9. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于点 A , 连结 PO 并延长交 $\odot O$ 于点 C , 连结 AC , $AB=10$, $\angle P=30^\circ$, 则 AC 的长度是 ()

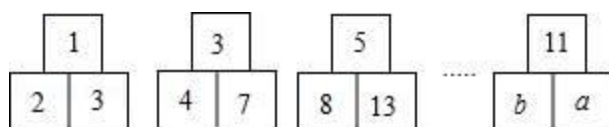


- A. $5\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{2}$ C. 5 D. $\frac{5}{2}$

10. 如图, $\angle BAC=60^\circ$, 点 O 从 A 点出发, 以 2m/s 的速度沿 $\angle BAC$ 的角平分线向右运动, 在运动过程中, 以 O 为圆心的圆始终保持与 $\angle BAC$ 的两边相切, 设 $\odot O$ 的面积为 S (cm^2), 则 $\odot O$ 的面积 S 与圆心 O 运动的时间 t (s) 的函数图象大致为 ()



11. 观察下面“品”字形中各数之间的规律，根据观察到的规律得出 a 的值为 ()

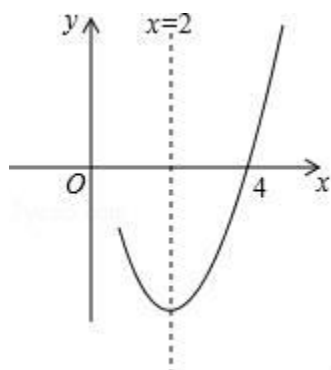


A. 23 B. 75 C. 77 D. 139

12. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 2$ ，与 x 轴的一个交点坐标为 $(4, 0)$ ，其部分图象如图所示，下列结论：

- ① 抛物线过原点；
- ② $4a + b + c = 0$ ；
- ③ $a - b + c < 0$ ；
- ④ 抛物线的顶点坐标为 $(2, b)$ ；
- ⑤ 当 $x < 2$ 时， y 随 x 增大而增大.

其中结论正确的是 ()



A. ①②③ B. ③④⑤ C. ①②④ D. ①④⑤

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 满分 16 分)

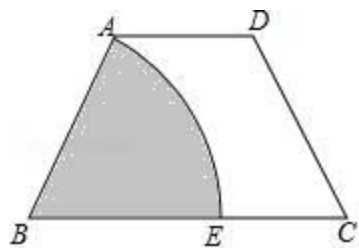
13. 分解因式: $2m^3 - 8m =$ _____.

14. 为了解某初级中学附近路口的汽车流量, 交通管理部门调查了某周一至周五下午放学时间段通过该路口的汽车数量 (单位: 辆), 结果如下:

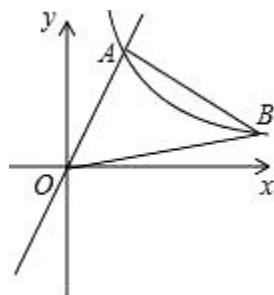
183 191 169 190 177

则在该时间段中, 通过这个路口的汽车数量的平均数是_____.

15. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB=CD$, $AD \parallel BC$, 以点 B 为圆心, BA 为半径的圆弧与 BC 交于点 E , 四边形 $AECD$ 是平行四边形, $AB=6$, 则扇形 (图中阴影部分) 的面积是_____.



16. 如图, 在平面直角坐标系中, 经过点 A 的双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 同时经过点 B , 且点 A 在点 B 的左侧, 点 A 的横坐标为 $\sqrt{2}$, $\angle AOB = \angle OBA = 45^\circ$, 则 k 的值为_____.



三、解答题

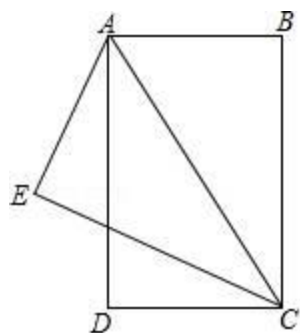
17. (1) 计算: $-(2 - \sqrt{3}) - (\pi - 3.14)^0 + (1 - \cos 30^\circ) \times (\frac{1}{2})^{-2}$;

(2) 先化简, 再求值: $\frac{1}{a+1} - \frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \frac{a+1}{a-1}$, 其中 $a = \sqrt{2}$.

18. 如图, 已知 $BA=AE=DC$, $AD=EC$, $CE \perp AE$, 垂足为 E .

(1) 求证: $\triangle DCA \cong \triangle EAC$;

(2) 只需添加一个条件, 即_____, 可使四边形 $ABCD$ 为矩形. 请加以证明.



19. 若 n 是一个两位正整数, 且 n 的个位数字大于十位数字, 则称 n 为“两位递增数”(如 13, 35, 56 等). 在某次数学趣味活动中, 每位参加者需从由数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 构成的所有的“两位递增数”中随机抽取 1 个数, 且只能抽取一次.

(1) 写出所有个位数字是 5 的“两位递增数”;

(2) 请用列表法或树状图, 求抽取的“两位递增数”的个位数字与十位数字之积能被 10 整除的概率.

20. 某市为创建全国文明城市, 开展“美化绿化城市”活动, 计划经过若干年使城区绿化总面积新增 360 万平方米. 自 2013 年初开始实施后, 实际每年绿化面积是原计划的 1.6 倍, 这样可提前 4 年完成任务.

(1) 问实际每年绿化面积多少万平方米?

(2) 为加大创城力度, 市政府决定从 2016 年起加快绿化速度, 要求不超过 2 年完成, 那么实际平均每年绿化面积至少还要增加多少万平方米?

21. 阅读材料:

在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离公式为:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

例如: 求点 $P_0(0, 0)$ 到直线 $4x+3y-3=0$ 的距离.

解: 由直线 $4x+3y-3=0$ 知, $A=4$, $B=3$, $C=-3$,

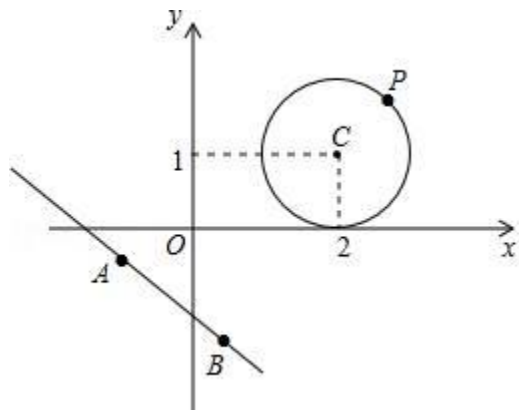
$$\therefore \text{点 } P_0(0, 0) \text{ 到直线 } 4x+3y-3=0 \text{ 的距离为 } d = \frac{|4 \times 0 + 3 \times 0 - 3|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}.$$

根据以上材料, 解决下列问题:

问题 1: 点 $P_1(3, 4)$ 到直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ 的距离为_____;

问题 2: 已知: $\odot C$ 是以点 $C(2, 1)$ 为圆心, 1 为半径的圆, $\odot C$ 与直线 $y = -\frac{3}{4}x + b$ 相切, 求实数 b 的值;

问题 3: 如图, 设点 P 为问题 2 中 $\odot C$ 上的任意一点, 点 A, B 为直线 $3x+4y+5=0$ 上的两点, 且 $AB=2$, 请求出 $S_{\triangle ABP}$ 的最大值和最小值.

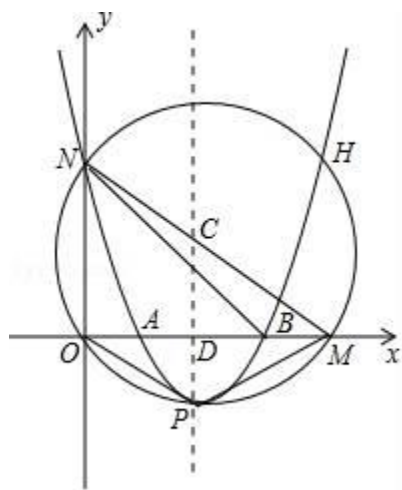


22. 如图所示，在平面直角坐标系中， $\odot C$ 经过坐标原点 O ，且与 x 轴， y 轴分别相交于 $M(4, 0)$ ， $N(0, 3)$ 两点. 已知抛物线开口向上，与 $\odot C$ 交于 N ， H ， P 三点， P 为抛物线的顶点，抛物线的对称轴经过点 C 且垂直 x 轴于点 D .

(1) 求线段 CD 的长及顶点 P 的坐标；

(2) 求抛物线的函数表达式；

(3) 设抛物线交 x 轴于 A ， B 两点，在抛物线上是否存在点 Q ，使得 $S_{\text{四边形}OPMN} = 8S_{\triangle QAB}$ ，且 $\triangle QAB \sim \triangle OBN$ 成立？若存在，请求出 Q 点的坐标；若不存在，请说明理由.



2017 年山东省日照市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 12 小题，其中 1~8 题每小题 3 分，9~12 题每小题 3 分，满分 40 分)

1. -3 的绝对值是 ()

- A. -3 B. 3 C. ± 3 D. $\frac{1}{3}$

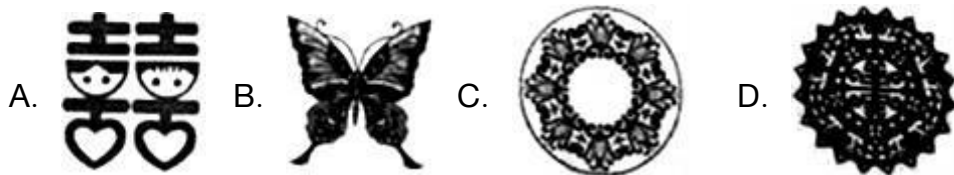
【考点】15: 绝对值.

【分析】当 a 是负有理数时， a 的绝对值是它的相反数 $-a$.

【解答】解： -3 的绝对值是 3 .

故选：B.

2. 剪纸是我国传统的民间艺术. 下列剪纸作品既不是中心对称图形，也不是轴对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、既不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故本选项正确；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

C、既是中心对称图形，也是轴对称图形，故本选项错误；

D、既是中心对称图形，也是轴对称图形，故本选项错误.

故选 A.

3. 铁路部门消息：2017 年“端午节”小长假期间，全国铁路客流量达到 4640 万人次. 4640 万用科学记数法表示为 ()

- A. 4.64×10^5 B. 4.64×10^6 C. 4.64×10^7 D. 4.64×10^8

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 4640 万有 8 位，所以可以确定 $n=8-1=7$.

【解答】解：4640 万 $= 4.64 \times 10^7$.

故选：C.

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=13$ ， $AC=5$ ，则 $\sin A$ 的值为 ()

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

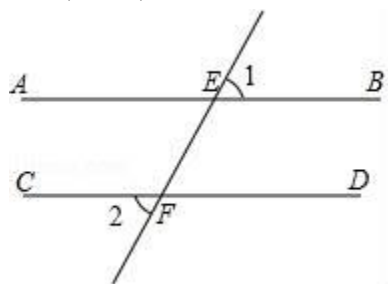
【分析】根据勾股定理求出 BC ，根据正弦的概念计算即可.

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得， $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12$ ，

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13},$$

故选：B.

5. 如图， $AB \parallel CD$ ，直线 l 交 AB 于点 E ，交 CD 于点 F ，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于（ ）



A. 120° B. 30° C. 40° D. 60°

【考点】JA：平行线的性质.

【分析】根据对顶角的性质和平行线的性质即可得到结论.

【解答】解： $\because \angle AEF = \angle 1 = 60^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle AEF = 60^\circ$ ，

故选 D.

6. 式子 $\frac{\sqrt{a+1}}{a-2}$ 有意义，则实数 a 的取值范围是（ ）

A. $a \geq -1$ B. $a \neq 2$ C. $a \geq -1$ 且 $a \neq 2$ D. $a > 2$

【考点】72：二次根式有意义的条件.

【分析】直接利用二次根式的定义结合分式有意义的条件分析得出答案.

【解答】解：式子 $\frac{\sqrt{a+1}}{a-2}$ 有意义，

则 $a+1 \geq 0$ ，且 $a-2 \neq 0$ ，

解得： $a \geq -1$ 且 $a \neq 2$ ．

故选：C.

7. 下列说法正确的是（ ）

A. 圆内接正六边形的边长与该圆的半径相等

B. 在平面直角坐标系中，不同的坐标可以表示同一点

C. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 一定有实数根

D. 将 $\triangle ABC$ 绕 A 点按顺时针方向旋转 60° 得 $\triangle ADE$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 不全等

【考点】MM：正多边形和圆；AA：根的判别式；D1：点的坐标；R2：旋转的性质.

【分析】根据正多边形和圆的关系、一元二次方程根的判别式、点的坐标以及旋转变换的性质进行判断即可.

【解答】解：如图 $\angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ ， $OA = OB$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

$\therefore AB = OA$ ，

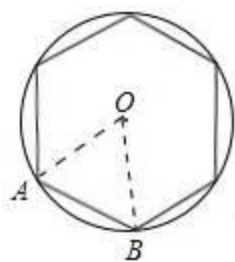
$\therefore$ 圆内接正六边形的边长与该圆的半径相等，A 正确；

在平面直角坐标系中，不同的坐标可以表示不同一点，B 错误；

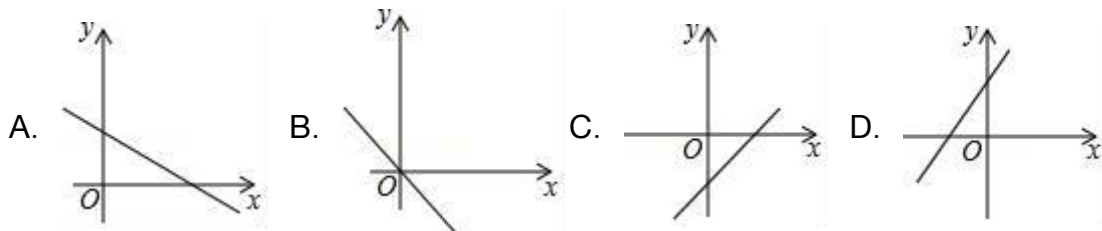
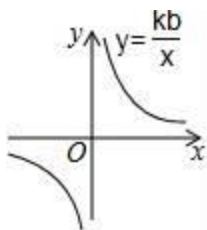
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 不一定有实数根，C 错误；

根据旋转变换的性质可知，将 $\triangle ABC$ 绕 A 点按顺时针方向旋转 60° 得 $\triangle ADE$ ，
则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 全等，D 错误；

故选：A.



8. 反比例函数 $y = \frac{kb}{x}$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象的图象大致是 ()



【考点】G2：反比例函数的图象；F3：一次函数的图象.

【分析】根据反比例函数图象可以确定 kb 的符号，易得 k 、 b 的符号，根据图象与系数的关系作出正确选择.

【解答】解： $\because y = \frac{kb}{x}$ 的图象经过第一、三象限，

$\therefore kb > 0$ ，

$\therefore k, b$ 同号，

A、图象过二、四象限，

则 $k < 0$ ，图象经过 y 轴正半轴，则 $b > 0$ ，此时， k, b 异号，故此选项不合题意；

B、图象过二、四象限，

则 $k < 0$ ，图象经过原点，则 $b = 0$ ，此时， k, b 不同号，故此选项不合题意；

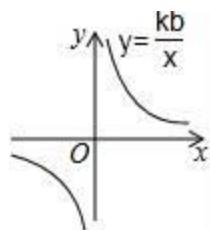
C、图象过一、三象限，

则 $k > 0$ ，图象经过 y 轴负半轴，则 $b < 0$ ，此时， k, b 异号，故此选项不合题意；

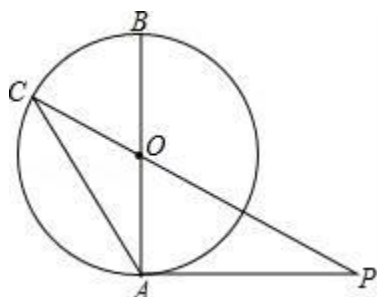
D、图象过一、三象限，

则 $k > 0$ ，图象经过 y 轴正半轴，则 $b > 0$ ，此时， k, b 同号，故此选项符合题意；

故选：D.



9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， PA 切 $\odot O$ 于点 A ，连结 PO 并延长交 $\odot O$ 于点 C ，连结 AC ， $AB=10$ ， $\angle P=30^\circ$ ，则 AC 的长度是（ ）



- A. $5\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{2}$ C. 5 D. $\frac{5}{2}$

【考点】MC：切线的性质.

【分析】过点 D 作 $OD \perp AC$ 于点 D ，由已知条件和圆的性质易求 OD 的长，再根据勾股定理即可求出 AD 的长，进而可求出 AC 的长.

【解答】解：

过点 D 作 $OD \perp AC$ 于点 D ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， PA 切 $\odot O$ 于点 A ，

$\therefore AB \perp AP$ ，

$\therefore \angle BAP = 90^\circ$ ，

$\because \angle P = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle AOP = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = 120^\circ$ ，

$\because OA = OC$ ，

$\therefore \angle OAD = 30^\circ$ ，

$\because AB = 10$ ，

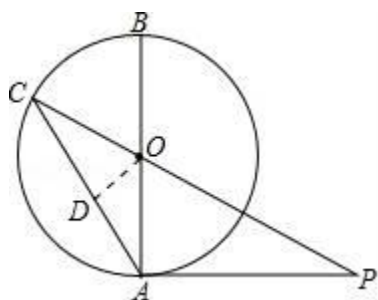
$\therefore OA = 5$ ，

$\therefore OD = \frac{1}{2}AO = 2.5$ ，

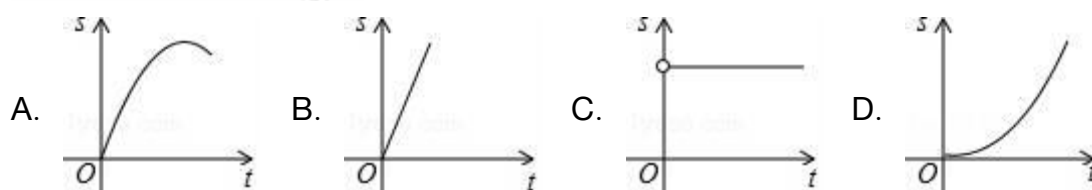
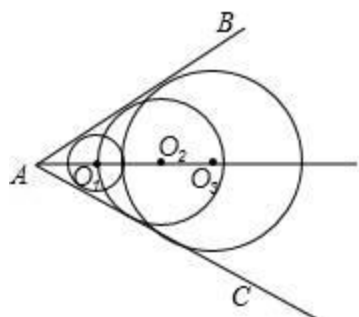
$\therefore AD = \sqrt{AO^2 - OD^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore AC = 2AD = 5\sqrt{3}$ ，

故选 A.



10. 如图, $\angle BAC=60^\circ$, 点 O 从 A 点出发, 以 2m/s 的速度沿 $\angle BAC$ 的角平分线向右运动, 在运动过程中, 以 O 为圆心的圆始终保持与 $\angle BAC$ 的两边相切, 设 $\odot O$ 的面积为 S (cm^2), 则 $\odot O$ 的面积 S 与圆心 O 运动的时间 t (s) 的函数图象大致为 ()



【考点】E7: 动点问题的函数图象.

【分析】根据角平分线的性质得到 $\angle BAO=30^\circ$, 设 $\odot O$ 的半径为 r , AB 是 $\odot O$ 的切线, 根据直角三角形的性质得到 $r=t$, 根据圆的面积公式即可得到结论.

【解答】解: $\because \angle BAC=60^\circ$, AO 是 $\angle BAC$ 的角平分线,

$\therefore \angle BAO=30^\circ$,

设 $\odot O$ 的半径为 r , AB 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AO=2t$,

$\therefore r=t$,

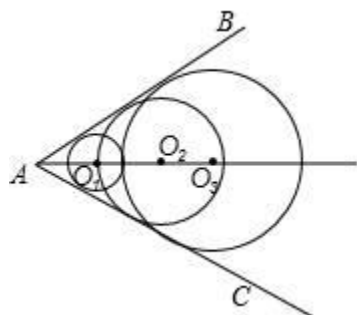
$\therefore S=\pi t^2$,

$\therefore S$ 是圆心 O 运动的时间 t 的二次函数,

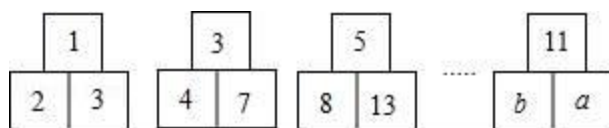
$\because \pi > 0$,

$\therefore$ 抛物线的开口向上,

故选 D.



11. 观察下面“品”字形中各数之间的规律，根据观察到的规律得出 a 的值为 ()



A. 23 B. 75 C. 77 D. 139

【考点】37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】由图可知: 上边的数与左边的数的和正好等于右边的数, 上边的数为连续的奇数, 左边的数为 $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^6$, 由此可得 a, b .

【解答】解: $\because$ 上边的数为连续的奇数 1, 3, 5, 7, 9, 11,
左边的数为 $2^1, 2^2, 2^3, \dots$,

$$\therefore b = 2^6 = 64,$$

$\because$ 上边的数与左边的数的和正好等于右边的数,

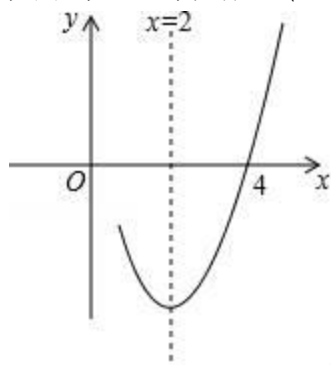
$$\therefore a = 11 + 64 = 75,$$

故选 B.

12. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 2$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(4, 0)$, 其部分图象如图所示, 下列结论:

- ① 抛物线过原点;
- ② $4a + b + c = 0$;
- ③ $a - b + c < 0$;
- ④ 抛物线的顶点坐标为 $(2, b)$;
- ⑤ 当 $x < 2$ 时, y 随 x 增大而增大.

其中结论正确的是 ()



A. ①②③ B. ③④⑤ C. ①②④ D. ①④⑤

【考点】HA：抛物线与x轴的交点；H4：二次函数图象与系数的关系.

【分析】①由抛物线的对称轴结合抛物线与x轴的一个交点坐标，可求出另一交点坐标，结论①正确；②由抛物线对称轴为2以及抛物线过原点，即可得出 $b=-4a$ 、 $c=0$ ，即 $4a+b+c=0$ ，结论②正确；③根据抛物线的对称性结合当 $x=5$ 时 $y>0$ ，即可得出 $a-b+c>0$ ，结论③错误；④将 $x=2$ 代入二次函数解析式中结合 $4a+b+c=0$ ，即可求出抛物线的顶点坐标，结论④正确；⑤观察函数图象可知，当 $x<2$ 时， y 随 x 增大而减小，结论⑤错误. 综上即可得出结论.

【解答】解：① $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的对称轴为直线 $x=2$ ，与x轴的一个交点坐标为 $(4, 0)$ ，

$\therefore$ 抛物线与x轴的另一交点坐标为 $(0, 0)$ ，结论①正确；

② $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的对称轴为直线 $x=2$ ，且抛物线过原点，

$$\therefore -\frac{b}{2a}=2, c=0,$$

$$\therefore b=-4a, c=0,$$

$$\therefore 4a+b+c=0, \text{ 结论②正确；}$$

③ $\because$ 当 $x=-1$ 和 $x=5$ 时， y 值相同，且均为正，

$$\therefore a-b+c>0, \text{ 结论③错误；}$$

④当 $x=2$ 时， $y=ax^2+bx+c=4a+2b+c=(4a+b+c)+b=b$ ，

$$\therefore \text{ 抛物线的顶点坐标为 } (2, b), \text{ 结论④正确；}$$

⑤观察函数图象可知：当 $x<2$ 时， y 随 x 增大而减小，结论⑤错误.

综上所述，正确的结论有：①②④.

故选C.

二、填空题 (本大题共4小题，每小题4分，满分16分)

13. 分解因式： $2m^3-8m=\underline{2m(m+2)(m-2)}$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】提公因式 $2m$ ，再运用平方差公式对括号里的因式分解.

【解答】解： $2m^3-8m=2m(m^2-4)$

$$=2m(m+2)(m-2).$$

故答案为： $2m(m+2)(m-2)$.

14. 为了解某初级中学附近路口的汽车流量，交通管理部门调查了某周一至周日下午放学时间段通过该路口的汽车数量(单位：辆)，结果如下：

183 191 169 190 177

则在该时间段中，通过这个路口的汽车数量的平均数是 182.

【考点】W1：算术平均数.

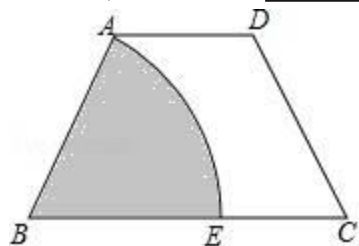
【分析】根据平均数的计算公式用所有数据的和除以数据的个数即可计算出这组数据的平均数，从而得出答案.

【解答】解：根据题意，得在该时间段中，通过这个路口的汽车数量的平均数是 $\div 5=182$.

故答案为182.

15. 如图，四边形ABCD中， $AB=CD$ ， $AD\parallel BC$ ，以点B为圆心，BA为半径的圆弧与BC交于点E，四边形AECD是平行四边形， $AB=6$ ，则扇形(图中阴

影部分) 的面积是 6π .



【考点】MO: 扇形面积的计算; L5: 平行四边形的性质.

【分析】证明 $\triangle ABE$ 是等边三角形, $\angle B=60^\circ$, 根据扇形的面积公式计算即可.

【解答】解: $\because$ 四边形 AECD 是平行四边形,

$\therefore AE=CD$,

$\because AB=BE=CD=6$,

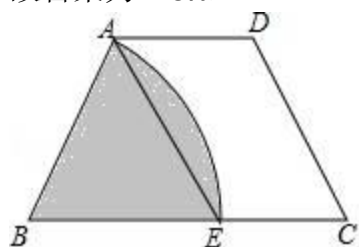
$\therefore AB=BE=AE$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

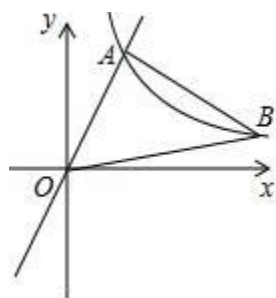
$\therefore \angle B=60^\circ$,

$$\therefore S_{\text{扇形}BAE} = \frac{60\pi \times 6^2}{360} = 6\pi,$$

故答案为: 6π .



16. 如图, 在平面直角坐标系中, 经过点 A 的双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 同时经过点 B, 且点 A 在点 B 的左侧, 点 A 的横坐标为 $\sqrt{2}$, $\angle AOB=\angle OBA=45^\circ$, 则 k 的值为 $1+\sqrt{5}$.



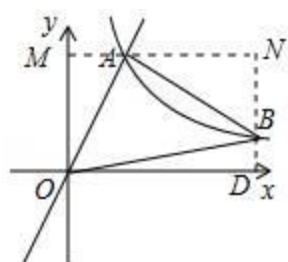
【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】过 A 作 $AM \perp y$ 轴于 M, 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D, 直线 BD 与 AM 交于点 N, 则 $OD=MN$, $DN=OM$, $\angle AMO=\angle BNA=90^\circ$, 由等腰三角形的判定与性质得出 $OA=BA$, $\angle OAB=90^\circ$, 证出 $\angle AOM=\angle BAN$, 由 AAS 证明 $\triangle AOM \cong \triangle BAN$, 得出 $AM=BN=\sqrt{2}$, $OM=AN=\frac{k}{\sqrt{2}}$, 求出 B $(\frac{k}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}, \frac{k}{\sqrt{2}}-\sqrt{2})$, 得出

方程 $(\frac{k}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}) \cdot (\frac{k}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}) = k$, 解方程即可.

【解答】解：过 A 作 $AM \perp y$ 轴于 M，过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D，直线 BD 与 AM 交于点 N，如图所示：

则 $OD=MN$, $DN=OM$, $\angle AMO=\angle BNA=90^\circ$,



三、解答题

17. (1) 计算: $-(2-\sqrt{3}) - (\pi-3.14)^0 + (1-\cos 30^\circ) \times (\frac{1}{2})^{-2}$;

(2) 先化简，再求值： $\frac{1}{a+1} - \frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \frac{a+1}{a-1}$ ，其中 $a=\sqrt{2}$.

【考点】 6D: 分式的化简求值; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 根据去括号得法则、零指数幂、特殊角的三角函数值、负整数指数

幂可以解答本题；

(2) 根据分式的除法和减法可以化简题目中的式子，然后将 a 的值代入即可解答本题.

【解答】 解：(1) $-(2-\sqrt{3}) - (\pi-3.14)^0 + (1-\cos 30^\circ) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

$$= \sqrt{3} - 2 - 1 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 4$$

$$= \sqrt{3} - 2 - 1 + 4 - 2\sqrt{3}$$

$$= -\sqrt{3} + 1;$$

(2) $\frac{1}{a+1} - \frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \frac{a+1}{a-1}$

$$= \frac{1}{a+1} - \frac{a+1}{(a-1)^2} \cdot \frac{a-1}{a+1}$$

$$= \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$$

$$= \frac{a-1-(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

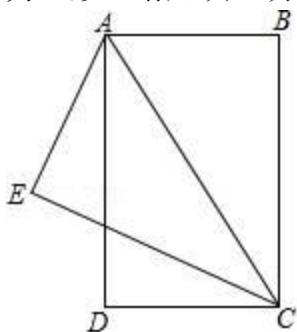
$$= \frac{-2}{a^2-1},$$

当 $a=\sqrt{2}$ 时，原式 $= \frac{-2}{(\sqrt{2})^2-1} = \frac{-2}{2-1} = -2$.

18. 如图，已知 $BA=AE=DC$ ， $AD=EC$ ， $CE \perp AE$ ，垂足为 E .

(1) 求证： $\triangle DCA \cong \triangle EAC$ ；

(2) 只需添加一个条件，即 $AD=BC$ (答案不唯一)，可使四边形 $ABCD$ 为矩形. 请加以证明.



【考点】 LC: 矩形的判定; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 SSS 证明 $\triangle DCA \cong \triangle EAC$ 即可;

(2) 先证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，再由全等三角形的性质得出 $\angle D=90^\circ$ ，即可得出结论.

【解答】 (1) 证明：在 $\triangle DCA$ 和 $\triangle EAC$ 中，
$$\begin{cases} DC=EA \\ \angle ADC=\angle AEC \\ AC=CA \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCA \cong \triangle EAC$ (SSS);

(2) 解：添加 $AD=BC$ ，可使四边形 $ABCD$ 为矩形；理由如下：
 $\because AB=DC, AD=BC$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
 $\because CE \perp AE$ ，
 $\therefore \angle E=90^\circ$ ，
 由 (1) 得： $\triangle DCA \cong \triangle EAC$ ，
 $\therefore \angle D = \angle E = 90^\circ$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形；
 故答案为： $AD=BC$ （答案不唯一）。

19. 若 n 是一个两位正整数，且 n 的个位数字大于十位数字，则称 n 为“两位递增数”（如 13，35，56 等）。在某次数学趣味活动中，每位参加者需从由数字 1，2，3，4，5，6 构成的所有的“两位递增数”中随机抽取 1 个数，且只能抽取一次。

- (1) 写出所有个位数字是 5 的“两位递增数”；
 (2) 请用列表法或树状图，求抽取的“两位递增数”的个位数字与十位数字之积能被 10 整除的概率。

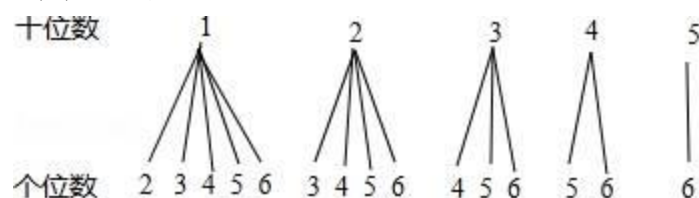
【考点】X6：列表法与树状图法。

【分析】(1) 根据“两位递增数”定义可得；

(2) 画树状图列出所有“两位递增数”，找到个位数字与十位数字之积能被 10 整除的结果数，根据概率公式求解可得。

【解答】解：(1) 根据题意所有个位数字是 5 的“两位递增数”是 15、25、35、45 这 4 个；

(2) 画树状图为：



共有 15 种等可能的结果数，其中个位数字与十位数字之积能被 10 整除的结果数为 3，

所以个位数字与十位数字之积能被 10 整除的概率 $= \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ 。

20. 某市为创建全国文明城市，开展“美化绿化城市”活动，计划经过若干年使城区绿化总面积新增 360 万平方米。自 2013 年初开始实施后，实际每年绿化面积是原计划的 1.6 倍，这样可提前 4 年完成任务。

- (1) 问实际每年绿化面积多少万平方米？
 (2) 为加大创城力度，市政府决定从 2016 年起加快绿化速度，要求不超过 2 年完成，那么实际平均每年绿化面积至少还要增加多少万平方米？

【考点】B7：分式方程的应用；C9：一元一次不等式的应用。

【分析】(1) 设原计划每年绿化面积为 x 万平方米，则实际每年绿化面积为 $1.6x$ 万平方米。根据“实际每年绿化面积是原计划的 1.6 倍，这样可提前 4 年完成任务”列出方程；

(2) 设平均每年绿化面积增加 a 万平方米. 则由“完成新增绿化面积不超过 2 年”列出不等式.

【解答】解: (1) 设原计划每年绿化面积为 x 万平方米, 则实际每年绿化面积为 $1.6x$ 万平方米, 根据题意, 得

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{1.6x} = 4$$

解得: $x=33.75$,

经检验 $x=33.75$ 是原分式方程的解,

则 $1.6x=1.6 \times 33.75=54$ (万平方米).

答: 实际每年绿化面积为 54 万平方米;

(2) 设平均每年绿化面积增加 a 万平方米, 根据题意得
 $54 \times 2 + 2(54+a) \geq 360$

解得: $a \geq 72$.

答: 则至少每年平均增加 72 万平方米.

21. 阅读材料:

在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离公式为:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

例如: 求点 $P_0(0, 0)$ 到直线 $4x+3y-3=0$ 的距离.

解: 由直线 $4x+3y-3=0$ 知, $A=4$, $B=3$, $C=-3$,

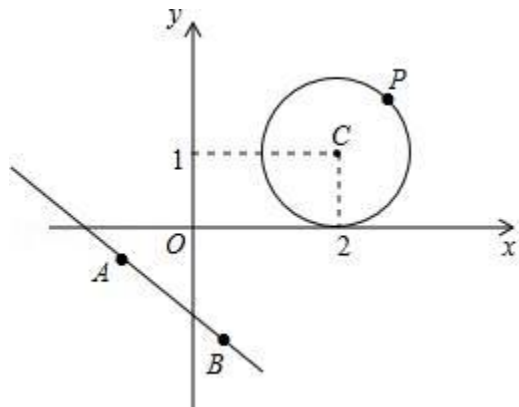
$$\therefore \text{点 } P_0(0, 0) \text{ 到直线 } 4x+3y-3=0 \text{ 的距离为 } d = \frac{|4 \times 0 + 3 \times 0 - 3|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}.$$

根据以上材料, 解决下列问题:

问题 1: 点 $P_1(3, 4)$ 到直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ 的距离为 4;

问题 2: 已知: $\odot C$ 是以点 $C(2, 1)$ 为圆心, 1 为半径的圆, $\odot C$ 与直线 $y = -\frac{3}{4}x + b$ 相切, 求实数 b 的值;

问题 3: 如图, 设点 P 为问题 2 中 $\odot C$ 上的任意一点, 点 A, B 为直线 $3x+4y+5=0$ 上的两点, 且 $AB=2$, 请求出 $S_{\triangle ABP}$ 的最大值和最小值.



【考点】FI：一次函数综合题.

【分析】(1) 根据点到直线的距离公式就是即可；

(2) 根据点到直线的距离公式，列出方程即可解决问题.

(3) 求出圆心 C 到直线 $3x+4y+5=0$ 的距离，求出 $\odot C$ 上点 P 到直线 $3x+4y+5=0$ 的距离的最大值以及最小值即可解决问题.

【解答】解：(1) 点 $P_1(3, 4)$ 到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离 $d = \frac{|3 \times 3 + 4 \times 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$,

故答案为 4.

(2) $\because \odot C$ 与直线 $y = -\frac{3}{4}x + b$ 相切， $\odot C$ 的半径为 1，

$\therefore C(2, 1)$ 到直线 $3x+4y-b=0$ 的距离 $d=1$,

$$\therefore \frac{|6+4-b|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1,$$

解得 $b=5$ 或 15 .

(3) 点 $C(2, 1)$ 到直线 $3x+4y+5=0$ 的距离 $d = \frac{|6+4+5|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 3$,

$\therefore \odot C$ 上点 P 到直线 $3x+4y+5=0$ 的距离的最大值为 4，最小值为 2，

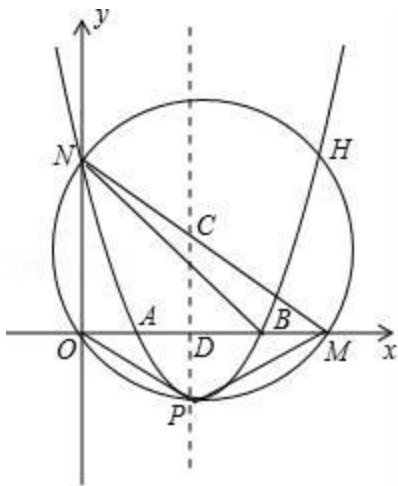
$\therefore S_{\triangle ABP}$ 的最大值 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ ， $S_{\triangle ABP}$ 的最小值 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

22. 如图所示，在平面直角坐标系中， $\odot C$ 经过坐标原点 O ，且与 x 轴， y 轴分别相交于 $M(4, 0)$ ， $N(0, 3)$ 两点. 已知抛物线开口向上，与 $\odot C$ 交于 N ， H ， P 三点， P 为抛物线的顶点，抛物线的对称轴经过点 C 且垂直 x 轴于点 D .

(1) 求线段 CD 的长及顶点 P 的坐标；

(2) 求抛物线的函数表达式；

(3) 设抛物线交 x 轴于 A ， B 两点，在抛物线上是否存在点 Q ，使得 $S_{\text{四边形}OPMN} = 8S_{\triangle QAB}$ ，且 $\triangle QAB \sim \triangle OBN$ 成立？若存在，请求出 Q 点的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题.

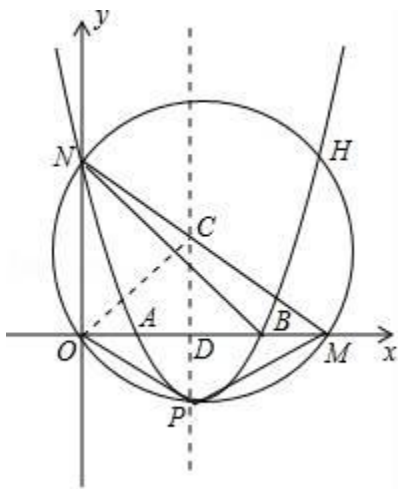
【分析】(1) 连接 OC ，由勾股定理可求得 MN 的长，则可求得 OC 的长，由垂径定理可求得 OD 的长，在 $Rt\triangle OCD$ 中，可求得 CD 的长，则可求得 PD 的长，可求得 P 点坐标；

(2) 可设抛物线的解析式为顶点式，再把 N 点坐标代入可求得抛物线解析式；

(3) 由抛物线解析式可求得 A 、 B 的坐标，由 $S_{\text{四边形}OPMN}=8S_{\triangle QAB}$ 可求得点 Q 到 x 轴的距离，且点 Q 只能在 x 轴的下方，则可求得 Q 点的坐标，再证明 $\triangle QAB \sim \triangle OBN$ 即可.

【解答】解：

(1) 如图，连接 OC ，



$$\because M(4, 0), N(0, 3),$$

$$\therefore OM=4, ON=3,$$

$$\therefore MN=5,$$

$$\therefore OC=\frac{1}{2}MN=\frac{5}{2},$$

$\because CD$ 为抛物线对称轴，

$$\therefore OD=MD=2,$$

$$\text{在 } Rt\triangle OCD \text{ 中，由勾股定理可得 } CD=\sqrt{OC^2-OD^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2-2^2}=\frac{3}{2},$$

$$\therefore PD=PC-CD=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1,$$

$$\therefore P(2, -1);$$

(2) $\because$ 抛物线的顶点为 $P(2, -1)$,

$\therefore$ 设抛物线的函数表达式为 $y=a(x-2)^2-1$,

$\because$ 抛物线过 $N(0, 3)$,

$$\therefore 3=a(0-2)^2-1, \text{ 解得 } a=1,$$

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y=(x-2)^2-1$, 即 $y=x^2-4x+3$;

(3) 在 $y=x^2-4x+3$ 中, 令 $y=0$ 可得 $0=x^2-4x+3$, 解得 $x=1$ 或 $x=3$,

$\therefore A(1, 0), B(3, 0)$,

$$\therefore AB=3-1=2,$$

$$\because ON=3, OM=4, PD=1,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 OPMN}}=S_{\triangle OMP}+S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}OM \cdot PD+\frac{1}{2}OM \cdot ON=\frac{1}{2} \times 4 \times 1+\frac{1}{2} \times 4 \times 3=8=S_{\triangle}$$

QAB,

$$\therefore S_{\triangle QAB}=1,$$

设 Q 点纵坐标为 y , 则 $\frac{1}{2} \times 2 \times |y|=1$, 解得 $y=1$ 或 $y=-1$,

当 $y=1$ 时, 则 $\triangle QAB$ 为钝角三角形, 而 $\triangle OBN$ 为直角三角形, 不合题意, 舍去,

当 $y=-1$ 时, 可知 P 点即为所求的 Q 点,

$\because D$ 为 AB 的中点,

$$\therefore AD=BD=QD,$$

$\therefore \triangle QAB$ 为等腰直角三角形,

$$\because ON=OB=3,$$

$\therefore \triangle OBN$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore \triangle QAB \sim \triangle OBN,$$

综上可知存在满足条件的点 Q , 其坐标为 $(2, -1)$.

2017 年 7 月 2 日