

2017 年山东省德州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) -2 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.

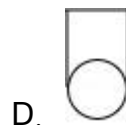
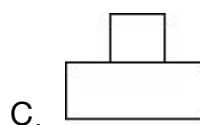
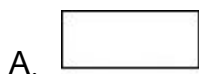


D.

3. (3 分) 2016 年，我市“全面改薄”和解决大班额工程成绩突出，两项工程累计开工面积达 477 万平方米，各项指标均居全省前列，477 万用科学记数法表示正确的是 ()

A. 4.77×10^5 B. 47.7×10^5 C. 4.77×10^6 D. 0.477×10^6

4. (3 分) 如图，两个等直径圆柱构成如图所示的 T 型管道，则其俯视图正确的是 ()



5. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $(a^2)^m = a^{2m}$ B. $(2a)^3 = 2a^3$ C. $a^3 \cdot a^{-5} = a^{-15}$ D. $a^3 \div a^{-5} = a^{-2}$

6. (3 分) 某专卖店专营某品牌的衬衫，店主对上一周中不同尺码的衬衫销售情况统计如下：

尺码	39	40	41	42	43
平均每天销售数量/件	10	12	20	12	12

该店主决定本周进货时，增加了一些 41 码的衬衫，影响该店主决策的统计量是 ()

A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

7. (3 分) 下列函数中, 对于任意实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 > x_2$ 时, 满足 $y_1 < y_2$ 的是 ()

A. $y = -3x + 2$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = 2x^2 + 1$ D. $y = -\frac{1}{x}$

8. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x + 9 \geq 3 \\ \frac{1+2x}{3} > x - 1 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x \geq -3$ B. $-3 \leq x < 4$ C. $-3 \leq x < 2$ D. $x > 4$

9. (3 分) 公式 $L = L_0 + KP$ 表示当重力为 P 时的物体作用在弹簧上时弹簧的长度, L_0 代表弹簧的初始长度, 用厘米 (cm) 表示, K 表示单位重力物体作用在弹簧上时弹簧拉伸的长度, 用厘米 (cm) 表示. 下面给出的四个公式中, 表明这是一个短而硬的弹簧的是 ()

A. $L = 10 + 0.5P$ B. $L = 10 + 5P$ C. $L = 80 + 0.5P$ D. $L = 80 + 5P$

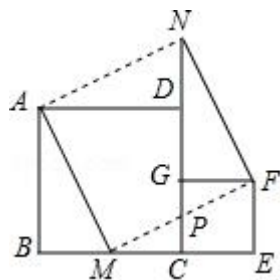
10. (3 分) 某校美术社团为练习素描, 他们第一次用 120 元买了若干本资料, 第二次用 240 元在同一商家买同样的资料, 这次商家每本优惠 4 元, 结果比上次多买了 20 本, 求第一次买了多少本资料? 若设第一次买了 x 本资料, 列方程正确的是 ()

A. $\frac{240}{x-20} - \frac{120}{x} = 4$ B. $\frac{240}{x+20} - \frac{120}{x} = 4$
C. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x-20} = 4$ D. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4$

11. (3 分) 如图放置的两个正方形, 大正方形 $ABCD$ 边长为 a , 小正方形 $CEFG$ 边长为 b ($a > b$), M 在 BC 边上, 且 $BM = b$, 连接 AM , MF , MF 交 CG 于点 P , 将 $\triangle ABM$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ADN$, 将 $\triangle MEF$ 绕点 F 旋转至 $\triangle NGF$, 给出以下

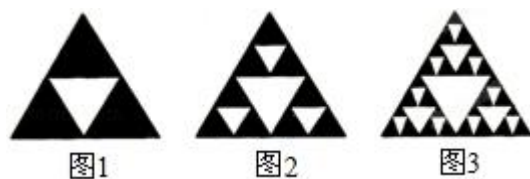
五个结论: ① $\angle MAD = \angle AND$; ② $CP = b - \frac{b^2}{a}$; ③ $\triangle ABM \cong \triangle NGF$; ④ $S_{\text{四边形}}$

$AMFN=a^2+b^2$; ⑤A, M, P, D 四点共圆, 其中正确的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

12. (3 分) 观察下列图形, 它是把一个三角形分别连接这个三角形三边的中点, 构成 4 个小三角形, 挖去中间的一个小三角形 (如图 1); 对剩下的三个小三角形再分别重复以上做法, ...将这种做法继续下去 (如图 2, 图 3...), 则图 6 中挖去三角形的个数为 ()

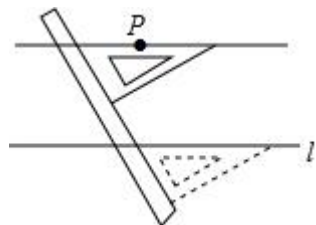


A. 121 B. 362 C. 364 D. 729

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

13. (4 分) 计算: $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (4 分) 如图是利用直尺和三角板过已知直线 l 外一点 P 作直线 l 的平行线的方法, 其理由是_____.

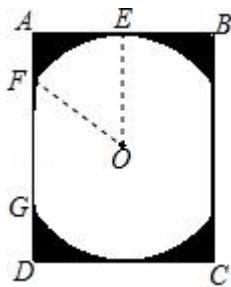


15. (4 分) 方程 $3x(x-1)=2(x-1)$ 的解为_____.

16. (4 分) 淘淘和丽丽是非常要好的九年级学生, 在 5 月份进行的物理、化学、

生物实验技能考试中，考试科目要求三选一，并且采取抽签方式取得，那么他们两人都抽到物理实验的概率是_____.

17. (4 分) 某景区修建一栋复古建筑，其窗户设计如图所示. 圆 O 的圆心与矩形 $ABCD$ 对角线的交点重合，且圆与矩形上下两边相切 (E 为上切点)，与左右两边相交 (F, G 为其中两个交点)，图中阴影部分为不透光区域，其余部分为透光区域. 已知圆的半径为 1m ，根据设计要求，若 $\angle EOF=45^\circ$ ，则此窗户的透光率 (透光区域与矩形窗面的面积的比值) 为_____.



三、解答题 (本大题共 7 小题，共 64 分)

18. (6 分) 先化简，再求值: $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4} \div \frac{a-2}{a^2+2a} - 3$ ，其中 $a=\frac{7}{2}$.

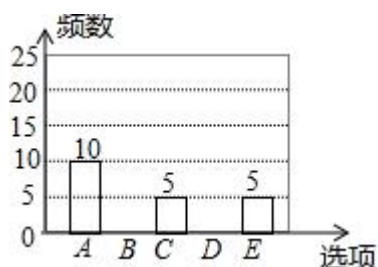
19. (8 分) 随着移动终端设备的升级换代，手机已经成为我们生活中不可缺少的一部分，为了解中学生在假期使用手机的情况 (选项: A. 和同学亲友聊天; B. 学习; C. 购物; D. 游戏; E. 其它)，端午节后某中学在全校范围内随机抽取了若干名学生进行调查，得到如下图表 (部分信息未给出):

选项	频数	频率
A	10	m
B	n	0.2
C	5	0.1
D	p	0.4

E	5	0.1
---	---	-----

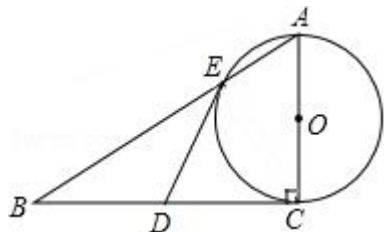
根据以上信息解答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生有多少人?
- (2) 求表中 m , n , p 的值, 并补全条形统计图.
- (3) 若该中学约有 800 名学生, 估计全校学生中利用手机购物或玩游戏的共有多少人? 并根据以上调查结果, 就中学生如何合理使用手机给出你的一条建议.



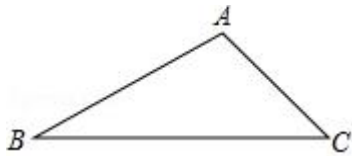
20. (8 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, D 为 BC 的中点, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 E .

- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AE:EB=1:2$, $BC=6$, 求 AE 的长.



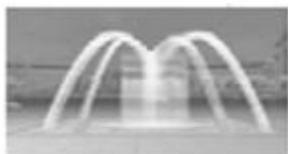
21. (10 分) 如图所示, 某公路检测中心在一事故多发地段安装了一个测速仪器, 检测点设在距离公路 10m 的 A 处, 测得一辆汽车从 B 处行驶到 C 处所用时间为 0.9 秒, 已知 $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$.

- (1) 求 B , C 之间的距离; (保留根号)
- (2) 如果此地限速为 80km/h, 那么这辆汽车是否超速? 请说明理由. (参考数据: $\sqrt{3}\approx 1.7$, $\sqrt{2}\approx 1.4$)



22. (10 分) 随着新农村的建设和旧城的改造, 我们的家园越来越美丽, 小明家附近广场中央新修了个圆形喷水池, 在水池中心竖直安装了一根高为 2 米的喷水管, 它喷出的抛物线形水柱在与水池中心的水平距离为 1 米处达到最高, 水柱落地处离池中心 3 米.

- (1) 请你建立适当的平面直角坐标系, 并求出水柱抛物线的函数解析式;
- (2) 求出水柱的最大高度的多少?



23. (10 分) 如图 1, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3\text{cm}$, $AD=5\text{cm}$, 折叠纸片使 B 点落在边 AD 上的 E 处, 折痕为 PQ , 过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 PQ 于 F , 连接 BF .

- (1) 求证: 四边形 $BFEP$ 为菱形;
- (2) 当点 E 在 AD 边上移动时, 折痕的端点 P 、 Q 也随之移动;
 - ①当点 Q 与点 C 重合时 (如图 2), 求菱形 $BFEP$ 的边长;
 - ②若限定 P 、 Q 分别在边 BA 、 BC 上移动, 求出点 E 在边 AD 上移动的最大距离.

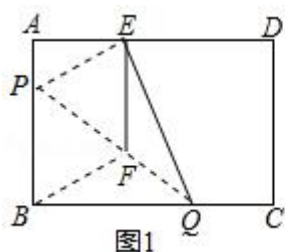


图1

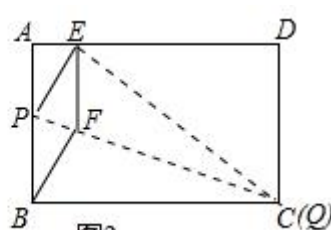


图2

24. (12 分) 有这样一个问题：探究同一平面直角坐标系中系数互为倒数的正、

反比例函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象性质.

小明根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ ，当 $k > 0$ 时的图象性质进行了探究.

下面是小明的探究过程：

(1) 如图所示，设函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 图象的交点为 A, B, 已知 A 点的坐标为 $(-k, -1)$ ，则 B 点的坐标为_____；

(2) 若点 P 为第一象限内双曲线上不同于点 B 的任意一点.

① 设直线 PA 交 x 轴于点 M, 直线 PB 交 x 轴于点 N. 求证: $PM=PN$.

证明过程如下, 设 $P(m, \frac{k}{m})$, 直线 PA 的解析式为 $y=ax+b$ ($a \neq 0$).

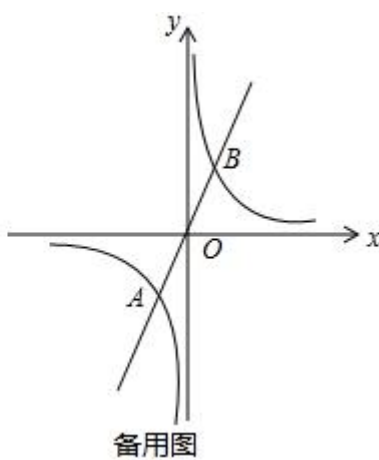
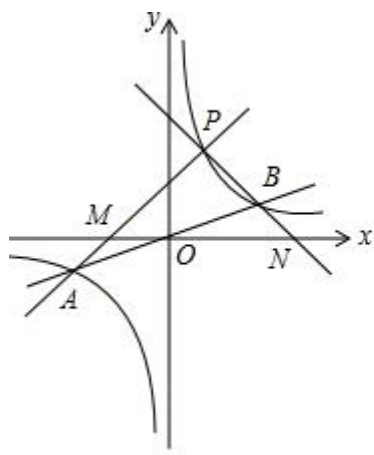
$$\text{则} \begin{cases} -ka + b = -1 \\ ma + b = \frac{k}{m} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \underline{\hspace{2cm}} \\ b = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 PA 的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$

请你把上面的解答过程补充完整, 并完成剩余的证明.

② 当 P 点坐标为 $(1, k)$ ($k \neq 1$) 时, 判断 $\triangle PAB$ 的形状, 并用 k 表示出 $\triangle PAB$ 的面积.



2017 年山东省德州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2017•德州) -2 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

【考点】17: 倒数.

【专题】1 : 常规题型.

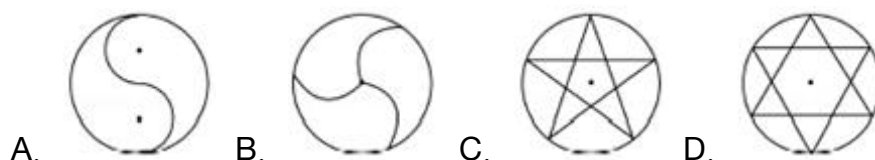
【分析】根据倒数的定义即可求解.

【解答】解: -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选: A.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) (2017•德州) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形对各选项分析判断即可得解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故本选项错误;

B、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故本选项错误;

C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

D、既是轴对称图形又是中心对称图形, 故本选项正确.

故选 D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻

找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合.

3. (3分) (2017•德州) 2016年，我市“全面改薄”和解决大班额工程成绩突出，两项工程累计开工面积达477万平方米，各项指标均居全省前列，477万用科学记数法表示正确的是 ()

A. 4.77×10^5 B. 47.7×10^5 C. 4.77×10^6 D. 0.477×10^6

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

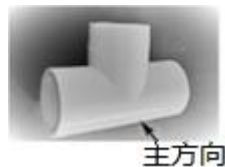
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

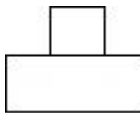
【解答】解：477万用科学记数法表示 4.77×10^6 ,

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3分) (2017•德州) 如图，两个等直径圆柱构成如图所示的T型管道，则其俯视图正确的是 ()



A.  B.  C.  D. 

【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】俯视图是从物体的上面看，所得到的图形.

【解答】解：两个等直径圆柱构成如图所示的T型管道的俯视图是矩形和圆的组

合图，且圆位于矩形的中心位置，

故选：B.

【点评】本题考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

5. (3 分) (2017•德州) 下列运算正确的是 ()

A. $(a^2)^m = a^{2m}$ B. $(2a)^3 = 2a^3$ C. $a^3 \cdot a^{-5} = a^{-15}$ D. $a^3 \div a^{-5} = a^{-2}$

【考点】48: 同底数幂的除法; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 6F: 负整数指数幂.

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: (B) 原式 $= 8a^3$, 故 B 不正确;

(C) 原式 $= a^{-2}$, 故 C 不正确;

(D) 原式 $= a^8$, 故 D 不正确;

故选 (A)

【点评】本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

6. (3 分) (2017•德州) 某专卖店专营某品牌的衬衫, 店主对上一周中不同尺码的衬衫销售情况统计如下:

尺码	39	40	41	42	43
平均每天销售数量/件	10	12	20	12	12

该店主决定本周进货时, 增加了一些 41 码的衬衫, 影响该店主决策的统计量是 ()

A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

【考点】WA: 统计量的选择; VA: 统计表.

【分析】平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量; 方差、标准差是描述一组数据离散程度的统计量. 销量大的尺码就是这组数据的众数.

【解答】解: 由于众数是数据中出现次数最多的数, 故影响该店主决策的统计量是众数.

故选: C.

【点评】此题主要考查统计的有关知识，主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义.

7. (3分) (2017•德州) 下列函数中，对于任意实数 x_1, x_2 ，当 $x_1 > x_2$ 时，满足 $y_1 < y_2$ 的是 ()

A. $y = -3x + 2$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = 2x^2 + 1$ D. $y = -\frac{1}{x}$

【考点】F5：一次函数的性质；G4：反比例函数的性质；G6：反比例函数图象上点的坐标特征；H3：二次函数的性质.

【分析】A、由 $k = -3$ 可得知 y 随 x 值的增大而减小；B、由 $k = 2$ 可得知 y 随 x 值的增大而增大；C、由 $a = -2$ 可得知：当 $x < 0$ 时， y 随 x 值的增大而增大，当 $x > 0$ 时， y 随 x 值的增大而减小；D、由 $k = -1$ 可得知：当 $x < 0$ 时， y 随 x 值的增大而增大，当 $x > 0$ 时， y 随 x 值的增大而增大. 此题得解.

【解答】解：A、 $y = -3x + 2$ 中 $k = -3$,

$\therefore y$ 随 x 值的增大而减小,

$\therefore$ A 选项符合题意;

B、 $y = 2x + 1$ 中 $k = 2$,

$\therefore y$ 随 x 值的增大而增大,

$\therefore$ B 选项不符合题意;

C、 $y = -2x^2 + 1$ 中 $a = -2$,

$\therefore$ 当 $x < 0$ 时， y 随 x 值的增大而增大，当 $x > 0$ 时， y 随 x 值的增大而减小,

$\therefore$ C 选项不符合题意;

D、 $y = -\frac{1}{x}$ 中 $k = -1$,

$\therefore$ 当 $x < 0$ 时， y 随 x 值的增大而增大，当 $x > 0$ 时， y 随 x 值的增大而增大,

$\therefore$ D 选项不符合题意.

故选 A.

【点评】 本题考查了一次函数的性质、二次函数的性质以及反比例函数的性质，根据一次（二次、反比例）函数的性质，逐一分析四个选项中 y 与 x 之间的增减性是解题的关键.

8. (3 分) (2017·德州) 不等式组 $\begin{cases} 2x + 9 \geq 3 \\ \frac{1+2x}{3} > x - 1 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x \geq -3$ B. $-3 \leq x < 4$ C. $-3 \leq x < 2$ D. $x > 4$

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】 解：解不等式 $2x+9 \geq 3$ ，得： $x \geq -3$ ，

解不等式 $\frac{1+2x}{3} > x - 1$ ，得： $x < 4$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-3 \leq x < 4$ ，

故选： B.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

9. (3 分) (2017·德州) 公式 $L=L_0+KP$ 表示当重力为 P 时的物体作用在弹簧上时弹簧的长度， L_0 代表弹簧的初始长度，用厘米 (cm) 表示， K 表示单位重力物体作用在弹簧上时弹簧拉伸的长度，用厘米 (cm) 表示. 下面给出的四个公式中，表明这是一个短而硬的弹簧的是 ()

A. $L=10+0.5P$ B. $L=10+5P$ C. $L=80+0.5P$ D. $L=80+5P$

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 A 和 B 中， $L_0=10$ ，表示弹簧短； A 和 C 中， $K=0.5$ ，表示弹簧硬，由此即可得出结论.

【解答】解： $\because 10 < 80, 0.5 < 5,$

$\therefore$ A 和 B 中， $L_0=10$ ，表示弹簧短；A 和 C 中， $K=0.5$ ，表示弹簧硬，

$\therefore$ A 选项表示这是一个短而硬的弹簧.

故选 A.

【点评】 本题考查了一次函数的应用，比较 L_0 和 K 的值，找出短而硬的弹簧是解题的关键.

10. (3 分) (2017•德州) 某校美术社团为练习素描，他们第一次用 120 元买了若干本资料，第二次用 240 元在同一商家买同样的资料，这次商家每本优惠 4 元，结果比上次多买了 20 本，求第一次买了多少本资料？若设第一次买了 x 本资料，列方程正确的是 ()

A. $\frac{240}{x-20} - \frac{120}{x} = 4$ B. $\frac{240}{x+20} - \frac{120}{x} = 4$
C. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x-20} = 4$ D. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4$

【考点】 B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】 由设第一次买了 x 本资料，则设第二次买了 $(x+20)$ 本资料，由等量关系：第二次比第一次每本优惠 4 元，即可得到方程.

【解答】 解： 设他上月买了 x 本笔记本，则这次买了 $(x+20)$ 本，
根据题意得： $\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4$.

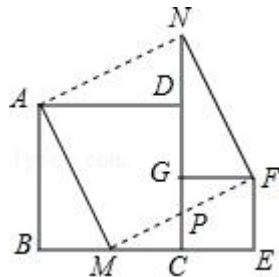
故选 D.

【点评】 此题考查了由实际问题抽象出分式方程. 找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

11. (3 分) (2017•德州) 如图放置的两个正方形，大正方形 ABCD 边长为 a ，小正方形 CEFG 边长为 b ($a > b$)，M 在 BC 边上，且 $BM=b$ ，连接 AM，MF，MF 交 CG 于点 P，将 $\triangle ABM$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ADN$ ，将 $\triangle MEF$ 绕点 F 旋转至 $\triangle$

NGF, 给出以下五个结论: ① $\angle MAD = \angle AND$; ② $CP = b - \frac{b^2}{a}$; ③ $\triangle ABM \cong \triangle NGF$;

④ $S_{\text{四边形} AMFN} = a^2 + b^2$; ⑤ A, M, P, D 四点共圆, 其中正确的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】 @4: 四点共圆.

【分析】 ①根据正方形的性质得到 $\angle BAD = \angle ADC = \angle B = 90^\circ$, 根据旋转的性质得到 $\therefore \angle NAD = \angle BAM$, $\angle AND = \angle AMB$, 根据余角的性质得到 $\angle DAM + \angle NAD = \angle NAD + \angle AND = \angle AND + \angle NAD = 90^\circ$, 等量代换得到 $\angle DAM = \angle AND$, 故①正确;

②根据正方形的性质得到 $PC \parallel EF$, 根据相似三角形的性质得到 $CP = b - \frac{b^2}{a}$; 故②正确;

③根据旋转的性质得到 $GN = ME$, 等量代换得到 $AB = ME = NG$, 根据全等三角形的判定定理得到 $\triangle ABM \cong \triangle NGF$; 故③正确;

④由旋转的性质得到 $AM = AN$, $NF = MF$, 根据全等三角形的性质得到 $AM = NF$, 推出四边形 $AMFN$ 是矩形, 根据余角的想知道的 $\angle NAM = 90^\circ$, 推出四边形 $AMFN$ 是正方形, 于是得到 $S_{\text{四边形} AMFN} = AM^2 = a^2 + b^2$; 故④正确;

⑤根据正方形的性质得到 $\angle AMP = 90^\circ$, $\angle ADP = 90^\circ$, 得到 $\angle ABP + \angle ADP = 180^\circ$, 于是推出 A, M, P, D 四点共圆, 故⑤正确.

【解答】 解: ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle BAD = \angle ADC = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAM + \angle DAM = 90^\circ,$$

∴ 将 $\triangle ABM$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ADN$,

$$\therefore \angle NAD = \angle BAM, \quad \angle AND = \angle AMB,$$

$$\therefore \angle DAM + \angle NAD = \angle NAD + \angle AND = \angle AND + \angle NAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAM = \angle AND, \text{ 故①正确;}$$

② ∵ 四边形 CEFG 是正方形,

$$\therefore PC \parallel EF,$$

$$\therefore \triangle MPC \sim \triangle EMF,$$

$$\therefore \frac{PC}{EF} = \frac{CM}{ME},$$

∵ 大正方形 ABCD 边长为 a, 小正方形 CEFG 边长为 b ($a > b$), $BM = b$,

$$\therefore EF = b, \quad CM = a - b, \quad ME = (a - b) + b = a,$$

$$\therefore \frac{PC}{b} = \frac{a-b}{a},$$

$$\therefore CP = b - \frac{b^2}{a}; \text{ 故②正确;}$$

③ ∵ 将 $\triangle MEF$ 绕点 F 旋转至 $\triangle NGF$,

$$\therefore GN = ME,$$

$$\therefore AB = a, \quad ME = a,$$

$$\therefore AB = ME = NG,$$

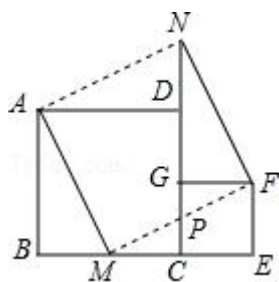
$$\text{在 } \triangle ABM \text{ 与 } \triangle NGF \text{ 中, } \begin{cases} AB = NG = a \\ \angle B = \angle NGF = 90^\circ, \\ GF = BM = b \end{cases}$$

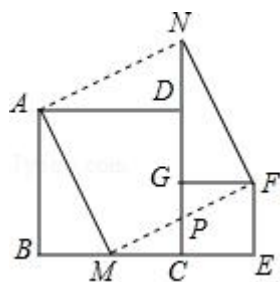
$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle NGF; \text{ 故③正确;}$$

④ ∵ 将 $\triangle ABM$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ADN$,

$\therefore AM=AN$,
 $\therefore$ 将 $\triangle MEF$ 绕点 F 旋转至 $\triangle NGF$,
 $\therefore NF=MF$,
 $\therefore \triangle ABM \cong \triangle NGF$,
 $\therefore AM=NF$,
 $\therefore$ 四边形 $AMFN$ 是矩形,
 $\therefore \angle BAM = \angle NAD$,
 $\therefore \angle BAM + \angle DAM = \angle NAD + \angle DAN = 90^\circ$,
 $\therefore \angle NAM = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $AMFN$ 是正方形,
 $\therefore$ 在 $Rt\triangle ABM$ 中, $a^2 + b^2 = AM^2$,
 $\therefore S_{\text{四边形 } AMFN} = AM^2 = a^2 + b^2$; 故④正确;
 ⑤ $\therefore$ 四边形 $AMFN$ 是正方形,
 $\therefore \angle AMP = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADP = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABP + \angle ADP = 180^\circ$,
 $\therefore A, M, P, D$ 四点共圆, 故⑤正确.

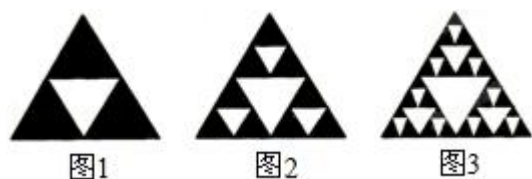
故选 D.





【点评】 本题考查了四点共圆，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，正方形的性质旋转的性质，勾股定理，正确的理解题意是解题的关键.

12. (3 分) (2017•德州) 观察下列图形, 它是把一个三角形分别连接这个三角形三边的中点, 构成 4 个小三角形, 挖去中间的一个小三角形 (如图 1); 对剩下的三个小三角形再分别重复以上做法, ... 将这种做法继续下去 (如图 2, 图 3...), 则图 6 中挖去三角形的个数为 ()



A. 121 B. 362 C. 364 D. 729

【考点】 38: 规律型: 图形的变化类.

【分析】 根据题意找出图形的变化规律，根据规律计算即可.

【解答】解：图 1 挖去中间的 1 个小三角形，

图 2 挖去中间的 $(1+3)$ 个小三角形.

图 3 挖去中间的 $(1+3+3^2)$ 个小三角形.

...

则图 6 挖去中间的 $(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)$ 个小三角形, 即图 6 挖去中间的 364 个小三角形.

故选: C.

【点评】 本题考查的是图形的变化, 掌握图形的变化规律是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

13. (4分) (2017•德州) 计算: $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\underline{\sqrt{2}}$.

【考点】78: 二次根式的加减法.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

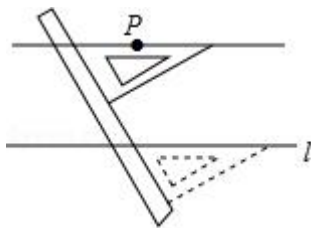
【分析】原式化简后, 合并即可得到结果.

【解答】解: 原式= $2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$,

故答案为: $\sqrt{2}$

【点评】此题考查了二次根式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. (4分) (2017•德州) 如图是利用直尺和三角板过已知直线 l 外一点 P 作直线 l 的平行线的方法, 其理由是 同位角相等, 两直线平行.



【考点】N3: 作图—复杂作图; J9: 平行线的判定.

【分析】过直线外一点作已知直线的平行线, 只有满足同位角相等, 才能得到两直线平行.

【解答】解: 由图形得, 有两个相等的同位角存在,
所以依据: 同位角相等, 两直线平行, 即可得到所得的直线与已知直线平行.
故答案为: 同位角相等, 两直线平行.

【点评】本题主要考查了平行线的判定, 正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键, 只有同位角相等、内错角相等、同旁内角互补, 才能推出两被截直线平行.

15. (4分) (2017•德州) 方程 $3x(x-1)=2(x-1)$ 的解为 1 或 $\frac{2}{3}$.

【考点】A8: 解一元二次方程—因式分解法; 83: 等式的性质; 86: 解一元一次方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】移项后分解因式得到 $(x-1)(3x-2)=0$, 推出方程 $x-1=0$, $3x-2=0$,

求出方程的解即可.

【解答】解: $3x(x-1)=2(x-1)$,

移项得: $3x(x-1)-2(x-1)=0$,

即 $(x-1)(3x-2)=0$,

$\therefore x-1=0, 3x-2=0$,

解方程得: $x_1=1, x_2=\frac{2}{3}$.

故答案为: 1 或 $\frac{2}{3}$.

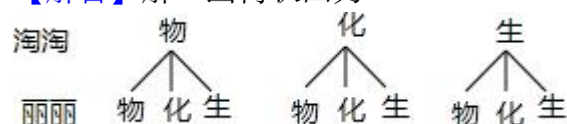
【点评】本题主要考查对解一元一次方程, 等式的性质, 解一元二次方程等知识点的理解和掌握, 能把一元二次方程转化成一元一次方程是解此题的关键.

16. (4 分) (2017•德州) 淘淘和丽丽是非常要好的九年级学生, 在 5 月份进行的物理、化学、生物实验技能考试中, 考试科目要求三选一, 并且采取抽签方式取得, 那么他们两人都抽到物理实验的概率是 $\frac{1}{9}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】先画树状图展示所有 9 种等可能的结果数, 再找出淘淘与丽丽同学同时抽到物理的结果数, 然后根据概率公式求解即可.

【解答】解: 画树状图为:



因为共有 9 种等可能的结果数, 其中淘淘与丽丽同学同时抽到物理物的结果数为 1,

所以他们两人都抽到物理实验的概率是 $\frac{1}{9}$.

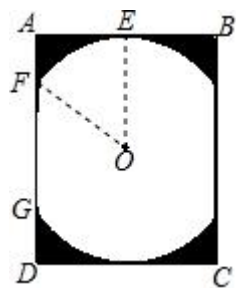
故答案为: $\frac{1}{9}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

17. (4 分) (2017•德州) 某景区修建一栋复古建筑, 其窗户设计如图所示. 圆

O 的圆心与矩形 ABCD 对角线的交点重合，且圆与矩形上下两边相切（E 为上切点），与左右两边相交（F，G 为其中两个交点），图中阴影部分为不透光区域，其余部分为透光区域。已知圆的半径为 1m，根据设计要求，若 $\angle EOF=45^\circ$ ，则

此窗户的透光率（透光区域与矩形窗面的面积的比值）为 $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{8}$ 。



【考点】 MO：扇形面积的计算。

【分析】 把透光部分看作是两个直角三角形与四个 45° 的扇形的组合体，其和就是透光的面积，再计算矩形的面积，相比可得结果。

【解答】 解：设 $\odot O$ 与矩形 ABCD 的另一个交点为 M，

连接 OM、OG，则 M、O、E 共线，

由题意得： $\angle MOG = \angle EOF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle FOG = 90^\circ$ ，且 $OF = OG = 1$ ，

$$\therefore S_{\text{透明区域}} = \frac{180\pi \times 1^2}{360} + 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{\pi}{2} + 1,$$

过 O 作 $ON \perp AD$ 于 N，

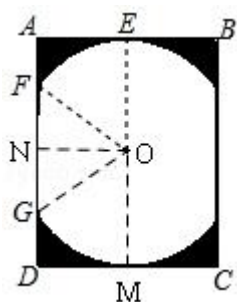
$$\therefore ON = \frac{1}{2} FG = \frac{1}{2} \sqrt{2},$$

$$\therefore AB = 2ON = 2 \times \frac{1}{2} \sqrt{2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\text{矩形}} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\text{透光区域}}}{S_{\text{矩形}}} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\pi + 2)}{8}.$$

故答案为: $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{8}$.



【点评】本题考查了矩形的性质、扇形的面积、直角三角形的面积，将透光部分化分为几个熟知图形的面积是关键.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 64 分)

18. (6 分) (2017•德州) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4} \div \frac{a-2}{a^2+2a} - 3$, 其中 $a=\frac{7}{2}$.

【考点】6D: 分式的化简求值.

【分析】根据分式的除法和减法可以化简题目中的式子, 然后将 a 的值代入即可解答本题.

【解答】解: $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4} \div \frac{a-2}{a^2+2a} - 3$

$$= \frac{(a-2)^2}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a(a+2)}{a-2} - 3$$

$$= a - 3,$$

当 $a=\frac{7}{2}$ 时, 原式 $= \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$.

【点评】本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

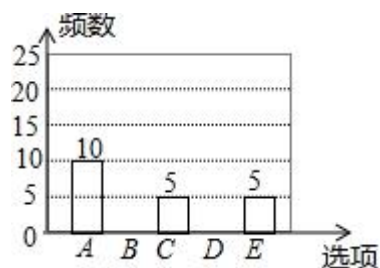
19. (8 分) (2017•德州) 随着移动终端设备的升级换代, 手机已经成为我们生活中不可缺少的一部分, 为了解中学生在假期使用手机的情况 (选项: A. 和同学亲友聊天; B. 学习; C. 购物; D. 游戏; E. 其它), 端午节后某中学在全校范围内随机抽取了若干名学生进行调查, 得到如下图表 (部分信息未给出):

	频数	频率
--	----	----

选项		
A	10	m
B	n	0.2
C	5	0.1
D	p	0.4
E	5	0.1

根据以上信息解答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生有多少人?
- (2) 求表中 m , n , p 的值, 并补全条形统计图.
- (3) 若该中学约有 800 名学生, 估计全校学生中利用手机购物或玩游戏的共有多少人? 并根据以上调查结果, 就中学生如何合理使用手机给出你的一条建议.



【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表.

【分析】 (1) 根据 C 的人数除以 C 所占的百分比, 可得答案;

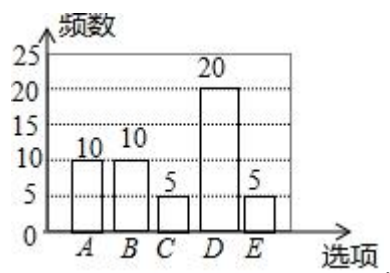
(2) 根据人数比抽查人数, 所占的百分比乘以抽查人数, 可得答案;

(3) 根据样本估计总体, 可得答案.

【解答】 解: (1) 从 C 可看出 $5 \div 0.1 = 50$ 人,

答: 次被调查的学生有 50 人;

$$(2) m = \frac{10}{50} = 0.2, n = 0.2 \times 50 = 10, p = 0.4 \times 50 = 20,$$



$$(3) 800 \times (0.1 + 0.4) = 800 \times 0.5 = 400 \text{ 人},$$

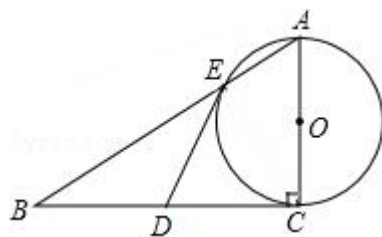
答：全校学生中利用手机购物或玩游戏的共有 400 人，可利用手机学习.

【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用. 读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

20. (8 分) (2017•德州) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle C=90^\circ$ ，D 为 BC 的中点，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 E.

(1) 求证：DE 是 $\odot O$ 的切线；

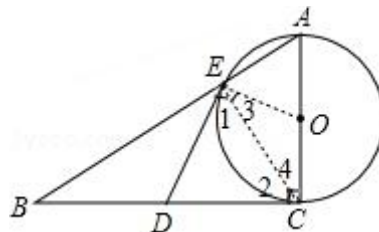
(2) 若 $AE:EB=1:2$ ， $BC=6$ ，求 AE 的长.



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质；ME：切线的判定与性质.

【分析】 (1) 求出 $\angle OED = \angle BCA = 90^\circ$ ，根据切线的判定得出即可；

(2) 求出 $\triangle BEC \sim \triangle BCA$ ，得出比例式，代入求出即可.



【解答】 (1) 证明：

连接 OE、EC，

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEC = \angle BEC = 90^\circ$ ，

$\because D$ 为 BC 的中点，

$\therefore ED = DC = BD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\because OE = OC$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4,$$

$$\text{即 } \angle OED = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OED = 90^\circ,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 由 (1) 知: $\angle BEC = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle BEC$ 与 $Rt\triangle BCA$ 中, $\angle B = \angle B$, $\angle BEC = \angle BCA$,

$$\therefore \triangle BEC \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{BC}{BA},$$

$$\therefore BC^2 = BE \cdot BA,$$

$\therefore AE:EB = 1:2$, 设 $AE = x$, 则 $BE = 2x$, $BA = 3x$,

$$\therefore BC = 6,$$

$$\therefore 6^2 = 2x \cdot 3x,$$

解得: $x = \sqrt{6}$,

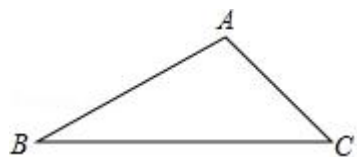
即 $AE = \sqrt{6}$.

【点评】 本题考查了切线的判定和相似三角形的性质和判定, 能求出 $\angle OED = \angle BCA$ 和 $\triangle BEC \sim \triangle BCA$ 是解此题的关键.

21. (10 分) (2017•德州) 如图所示, 某公路检测中心在一事故多发地段安装了一个测速仪器, 检测点设在距离公路 10m 的 A 处, 测得一辆汽车从 B 处行驶到 C 处所用时间为 0.9 秒, 已知 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$.

(1) 求 B, C 之间的距离; (保留根号)

(2) 如果此地限速为 80km/h, 那么这辆汽车是否超速? 请说明理由. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 (1) 如图作 $AD \perp BC$ 于 D. 则 $AD=10\text{m}$, 求出 CD、BD 即可解决问题.

(2) 求出汽车的速度, 即可解决问题, 注意统一单位;

【解答】 解: (1) 如图作 $AD \perp BC$ 于 D. 则 $AD=10\text{m}$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because \angle C=45^\circ$,

$$\therefore AD=CD=10\text{m},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\because \angle B=30^\circ$,

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AD}{BD},$$

$$\therefore BD = \sqrt{3}AD = 10\sqrt{3}\text{m},$$

$$\therefore BC = BD + DC = (10 + 10\sqrt{3}) \text{ m}.$$

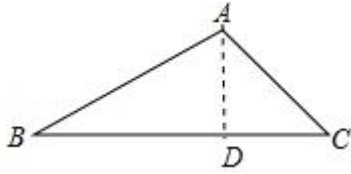
(2) 结论: 这辆汽车超速.

理由: $\because BC = 10 + 10\sqrt{3} \approx 27\text{m}$,

$$\therefore \text{汽车速度} = \frac{27}{0.9} = 30\text{m/s} = 108\text{km/h},$$

$$\therefore 108 > 80,$$

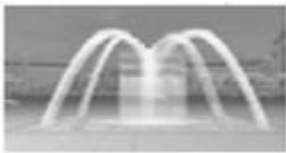
$\therefore$ 这辆汽车超速.



【点评】 本题考查解直角三角形的应用，锐角三角函数、速度、时间、路程之间的关系等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型.

22. (10 分) (2017•德州) 随着新农村的建设和旧城的改造，我们的家园越来越美丽，小明家附近广场中央新修了个圆形喷水池，在水池中心竖直安装了一根高为 2 米的喷水管，它喷出的抛物线形水柱在与水池中心的水平距离为 1 米处达到最高，水柱落地处离池中心 3 米.

- (1) 请你建立适当的平面直角坐标系，并求出水柱抛物线的函数解析式；
- (2) 求出水柱的最大高度的多少？



【考点】 HE：二次函数的应用.

【分析】 (1) 以水管与地面交点为原点，原点与水柱落地点所在直线为 x 轴，水管所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+h$ ，代入 $(0, 2)$ 和 $(3, 0)$ 得出方程组，解方程组即可，

(2) 求出当 $x=1$ 时， $y=\frac{8}{3}$ 即可.

【解答】 解：(1) 如图所示：以水管与地面交点为原点，原点与水柱落地点所在直线为 x 轴，水管所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，设抛物线的解析式为

： $y=a(x-1)^2+h$,

代入 $(0, 2)$ 和 $(3, 0)$ 得：
$$\begin{cases} 4a + h = 0 \\ a + h = 2 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ h = \frac{8}{3} \end{cases}$$

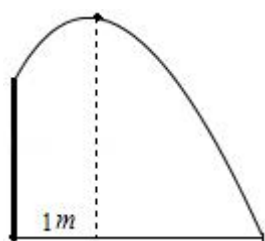
∴ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2 + \frac{8}{3}$;

即 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ ($0 \leq x \leq 3$);

(2) $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ ($0 \leq x \leq 3$),

当 $x=1$ 时, $y = \frac{8}{3}$;

即水柱的最大高度为 $\frac{8}{3}$ m.



【点评】 本题考查了二次函数在实际生活中的运用, 重点是二次函数解析式的求法, 利用顶点式求出解析式是解题关键.

23. (10 分) (2017·德州) 如图 1, 在矩形纸片 ABCD 中, AB=3cm, AD=5cm, 折叠纸片使 B 点落在边 AD 上的 E 处, 折痕为 PQ, 过点 E 作 EF//AB 交 PQ 于 F, 连接 BF.

(1) 求证: 四边形 BFEP 为菱形;

(2) 当点 E 在 AD 边上移动时, 折痕的端点 P、Q 也随之移动;

①当点 Q 与点 C 重合时 (如图 2), 求菱形 BFEP 的边长;

②若限定 P、Q 分别在边 BA、BC 上移动, 求出点 E 在边 AD 上移动的最大距离.

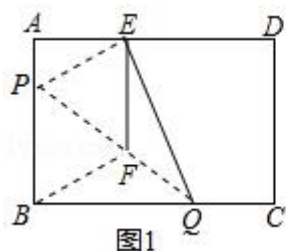


图1

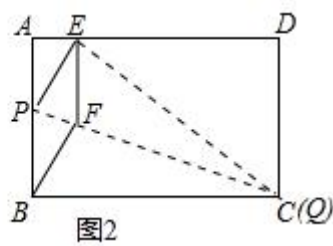


图2

【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 由折叠的性质得出 $PB=PE$, $BF=EF$, $\angle BPF=\angle EPF$, 由平行线的性质得出 $\angle BPF=\angle EFP$, 证出 $\angle EPF=\angle EFP$, 得出 $EP=EF$, 因此 $BP=BF=EF=EP$, 即可得出结论;

(2) ①由矩形的性质得出 $BC=AD=5\text{cm}$, $CD=AB=3\text{cm}$, $\angle A=\angle D=90^\circ$, 由对称的性质得出 $CE=BC=5\text{cm}$, 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, 由勾股定理求出 $DE=4\text{cm}$, 得出 $AE=AD-DE=1\text{cm}$; 在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中, 由勾股定理得出方程, 解方程得出 $EP=\frac{5}{3}\text{cm}$ 即可;

②当点 Q 与点 C 重合时, 点 E 离点 A 最近, 由①知, 此时 $AE=1\text{cm}$; 当点 P 与点 A 重合时, 点 E 离点 A 最远, 此时四边形 $ABQE$ 为正方形, $AE=AB=3\text{cm}$, 即可得出答案.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 折叠纸片使 B 点落在边 AD 上的 E 处, 折痕为 PQ ,

$\therefore$ 点 B 与点 E 关于 PQ 对称,

$\therefore PB=PE$, $BF=EF$, $\angle BPF=\angle EPF$,

又 $\because EF \parallel AB$,

$\therefore \angle BPF=\angle EFP$,

$\therefore \angle EPF=\angle EFP$,

$\therefore EP=EF$,

$\therefore BP=BF=EF=EP$,

$\therefore$ 四边形 $BFEP$ 为菱形;

(2) 解: ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore BC=AD=5\text{cm}$, $CD=AB=3\text{cm}$, $\angle A=\angle D=90^\circ$,

$\because$ 点 B 与点 E 关于 PQ 对称,

$\therefore CE=BC=5\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $DE = \sqrt{CE^2 - CD^2} = 4\text{cm}$,

$$\therefore AE = AD - DE = 5\text{cm} - 4\text{cm} = 1\text{cm};$$

在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中, $AE = 1$, $AP = 3 - PB = 3 - PE$,

$$\therefore EP^2 = 1^2 + (3 - EP)^2,$$

$$\text{解得: } EP = \frac{5}{3}\text{cm},$$

$$\therefore \text{菱形 } BFEP \text{ 的边长为 } \frac{5}{3}\text{cm};$$

②当点 Q 与点 C 重合时, 如图 2:

点 E 离点 A 最近, 由①知, 此时 $AE = 1\text{cm}$;

当点 P 与点 A 重合时, 如图 3 所示:

点 E 离点 A 最远, 此时四边形 $ABQE$ 为正方形, $AE = AB = 3\text{cm}$,

$\therefore$ 点 E 在边 AD 上移动的最大距离为 2cm .

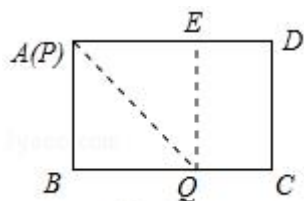


图3

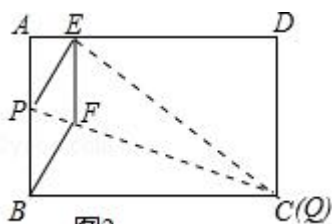


图2

【点评】 本题是四边形综合题目, 考查了矩形的性质、折叠的性质、菱形的判定、平行线的性质、等腰三角形的判定、勾股定理、正方形的性质等知识; 本题综合性强, 有一定难度.

24. (12 分) (2017·德州) 有这样一个问题: 探究同一平面直角坐标系中系数互

为倒数的正、反比例函数 $y = \frac{1}{k}x$ 与 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象性质.

小明根据学习函数的经验，对函数 $y=\frac{1}{k}x$ 与 $y=\frac{k}{x}$ ，当 $k>0$ 时的图象性质进行了探究.

下面是小明的探究过程：

(1) 如图所示，设函数 $y=\frac{1}{k}x$ 与 $y=\frac{k}{x}$ 图象的交点为 A, B, 已知 A 点的坐标为 $(-k, -1)$ ，则 B 点的坐标为 $(k, 1)$ ；

(2) 若点 P 为第一象限内双曲线上不同于点 B 的任意一点.

①设直线 PA 交 x 轴于点 M, 直线 PB 交 x 轴于点 N. 求证: $PM=PN$.

证明过程如下，设 $P(m, \frac{k}{m})$ ，直线 PA 的解析式为 $y=ax+b$ ($a \neq 0$).

$$\text{则} \begin{cases} -ka + b = -1 \\ ma + b = \frac{k}{m} \end{cases},$$

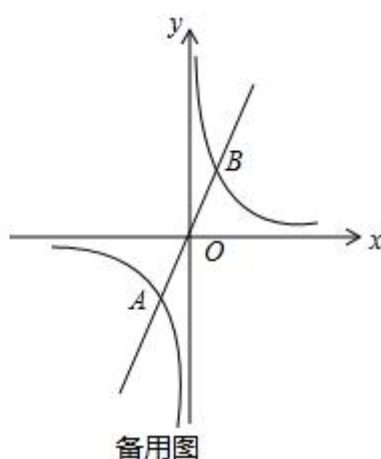
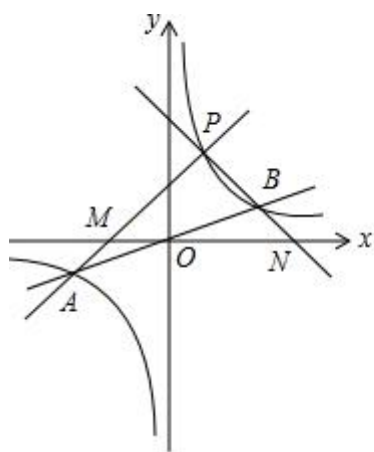
$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{m} \\ b = -\frac{k}{m} \end{cases}$$

$$\frac{k}{m} - 1$$

$$\therefore \text{直线 PA 的解析式为 } y = \frac{1}{m}x + \frac{k}{m} - 1$$

请你把上面的解答过程补充完整，并完成剩余的证明.

②当 P 点坐标为 $(1, k)$ ($k \neq 1$) 时，判断 $\triangle PAB$ 的形状，并用 k 表示出 $\triangle PAB$ 的面积.



【考点】GB: 反比例函数综合题.

【分析】(1) 根据正、反比例函数图象的对称性结合点 A 的坐标即可得出点 B 的坐标;

(2) ①设 $P(m, \frac{k}{m})$, 根据点 P、A 的坐标利用待定系数法可求出直线 PA 的解析式, 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 M 的坐标, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H, 由点 P 的坐标可得出点 H 的坐标, 进而即可求出 MH 的长度, 同理可得出 HN 的长度, 再根据等腰三角形的三线合一即可证出 $PM=PN$;

②根据①结合 PH、MH、NH 的长度, 可得出 $\triangle PAB$ 为直角三角形, 分 $k > 1$ 和 $0 < k < 1$ 两种情况, 利用分割图形求面积法即可求出 $\triangle PAB$ 的面积.

【解答】解: (1) 由正、反比例函数图象的对称性可知, 点 A、B 关于原点 O 对称,

$\therefore$ A 点的坐标为 $(-k, -1)$,

$\therefore$ B 点的坐标为 $(k, 1)$.

故答案为: $(k, 1)$.

(2) ①证明过程如下, 设 $P(m, \frac{k}{m})$, 直线 PA 的解析式为 $y=ax+b$ ($a \neq 0$).

$$\text{则} \begin{cases} -ka + b = -1 \\ ma + b = \frac{k}{m} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{m} \\ b = \frac{k}{m} - 1 \end{cases},$$

∴ 直线 PA 的解析式为 $y = \frac{1}{m}x + \frac{k}{m} - 1$.

当 $y=0$ 时, $x=m-k$,

∴ M 点的坐标为 $(m-k, 0)$.

过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H, 如图 1 所示,

∴ P 点坐标为 $(m, \frac{k}{m})$,

∴ H 点的坐标为 $(m, 0)$,

∴ $MH = x_H - x_M = m - (m-k) = k$.

同理可得: $HN=k$.

∴ $MH=HN$,

∴ $PM=PN$.

$$\text{故答案为: } \begin{cases} a = \frac{1}{m} \\ b = \frac{k}{m} - 1 \end{cases}; y = \frac{1}{m}x + \frac{k}{m} - 1.$$

②由①可知, 在 $\triangle PMN$ 中, $PM=PN$,

∴ $\triangle PMN$ 为等腰三角形, 且 $MH=HN=k$.

当 P 点坐标为 $(1, k)$ 时, $PH=k$,

∴ $MH=HN=PH$,

∴ $\angle PMH = \angle MPH = 45^\circ$, $\angle PNH = \angle NPH = 45^\circ$,

∴ $\angle MPN = 90^\circ$, 即 $\angle APB = 90^\circ$,

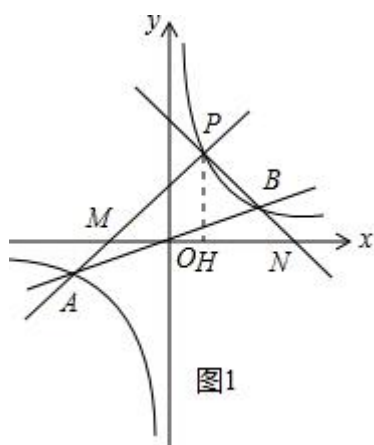
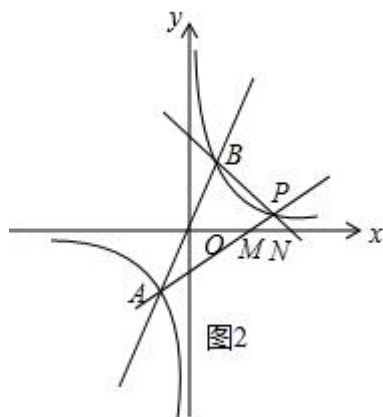
∴ $\triangle PAB$ 为直角三角形.

当 $k > 1$ 时, 如图 1,

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle PAB} &= S_{\triangle PMN} - S_{\triangle OBN} + S_{\triangle OAM}, \\
 &= \frac{1}{2} MN \cdot PH - \frac{1}{2} ON \cdot y_B + \frac{1}{2} OM \cdot |y_A|, \\
 &= \frac{1}{2} \times 2k \times k - \frac{1}{2} (k+1) \times 1 + \frac{1}{2} (k-1) \times 1, \\
 &= k^2 - 1;
 \end{aligned}$$

当 $0 < k < 1$ 时, 如图 2,

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle PAB} &= S_{\triangle OBN} - S_{\triangle PMN} + S_{\triangle OAM}, \\
 &= \frac{1}{2} ON \cdot y_B - k^2 + \frac{1}{2} OM \cdot |y_A|, \\
 &= \frac{1}{2} (k+1) \times 1 - k^2 + \frac{1}{2} (1-k) \times 1, \\
 &= 1 - k^2.
 \end{aligned}$$



【点评】 本题考查了正（反）比例函数的图象、待定系数法求一次函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征、等腰三角形的判定以及三角形的面积，解题的关

键是：(1) 根据正、反比例函数图象结合点 A 的坐标求出点 B 的坐标；(2) ① 利用等腰三角形的三线合一证出 $PM=PN$ ；②分 $k > 1$ 和 $0 < k < 1$ 两种情况求出 $\triangle PAB$ 的面积.