

2017 年山东省东营市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 下列四个数中，最大的数是 ()

A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. π

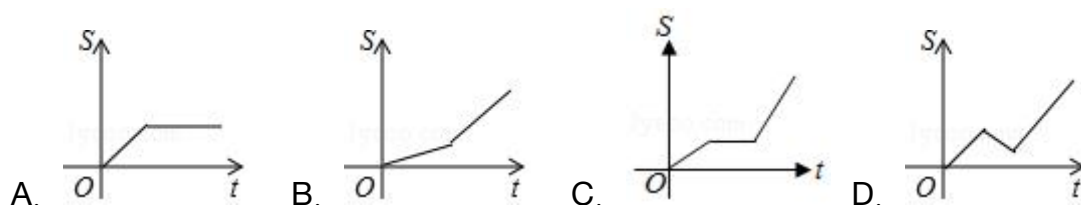
2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $(x-y)^2 = x^2 - y^2$ B. $|\sqrt{3}-2| = 2 - \sqrt{3}$ C. $\sqrt{8} - \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $-(-a+1) = a+1$

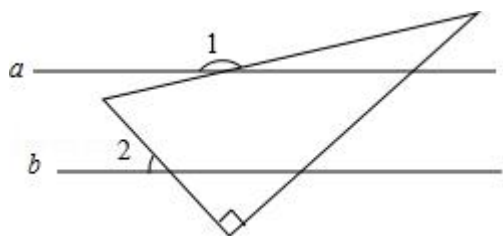
3. (3 分) 若 $|x^2 - 4x + 4|$ 与 $\sqrt{2x-y-3}$ 互为相反数，则 $x+y$ 的值为 ()

A. 3 B. 4 C. 6 D. 9

4. (3 分) 小明从家到学校，先匀速步行到车站，等了几分钟后坐上了公交车，公交车沿着公路匀速行驶一段时间后到达学校，小明从家到学校行驶路程 s (m) 与时间 t (min) 的大致图象是 ()



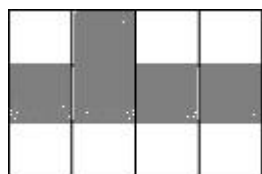
5. (3 分) 已知 $a \parallel b$ ，一块含 30° 角的直角三角板如图所示放置， $\angle 2 = 45^\circ$ ，则 $\angle 1$ 等于 ()



A. 100° B. 135° C. 155° D. 165°

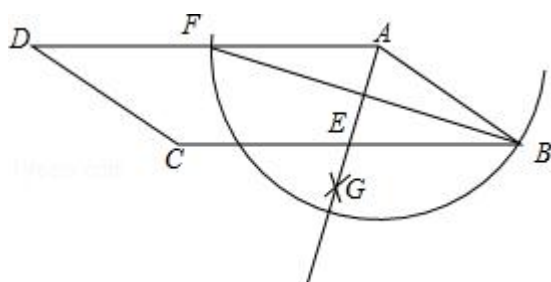
6. (3 分) 如图，共有 12 个大小相同的小正方形，其中阴影部分的 5 个小正方形是一个正方体的表面展开图的一部分，现从其余的小正方形中任取一个涂上阴

影，能构成这个正方体的表面展开图的概率是（ ）



- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

7. (3分) 如图，在□ABCD中，用直尺和圆规作∠BAD的平分线AG交BC于点E. 若BF=8，AB=5，则AE的长为（ ）

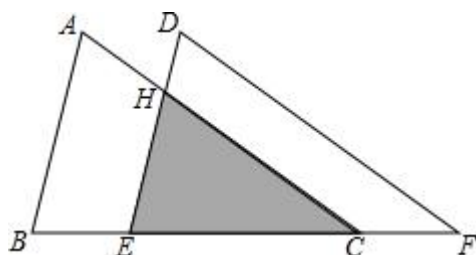


- A. 5 B. 6 C. 8 D. 12

8. (3分) 若圆锥的侧面积等于其底面积的3倍，则该圆锥侧面展开图所对应扇形圆心角的度数为（ ）

- A. 60° B. 90° C. 120° D. 180°

9. (3分) 如图，把△ABC沿着BC的方向平移到△DEF的位置，它们重叠部分的面积是△ABC面积的一半，若 $BC=\sqrt{3}$ ，则△ABC移动的距离是（ ）

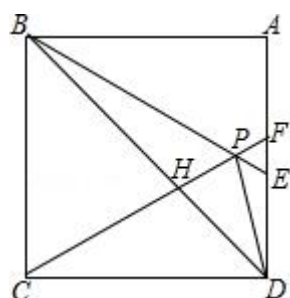


- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\sqrt{3}-\frac{\sqrt{6}}{2}$

10. (3分) 如图，在正方形ABCD中，△BPC是等边三角形，BP、CP的延长线分别交AD于点E、F，连接BD、DP，BD与CF相交于点H，给出下列结论：

① $BE=2AE$; ② $\triangle DFP \sim \triangle BPH$; ③ $\triangle PFD \sim \triangle PDB$; ④ $DP^2=PH \cdot PC$

其中正确的是 ()



A. ①②③④ B. ②③ C. ①②④ D. ①③④

二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 28 分)

11. (3 分) 《“一带一路”贸易合作大数据报告 (2017)》以“一带一路”贸易合作现状分析和趋势预测为核心, 采集调用了 8000 多个种类, 总计 1.2 亿条全球进出口贸易基础数据..., 1.2 亿用科学记数法表示为_____.

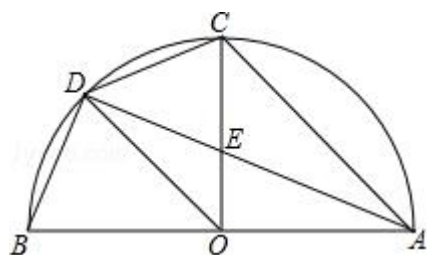
12. (3 分) 分解因式: $-2x^2y+16xy-32y=_____$.

13. (3 分) 为选拔一名选手参加全国中学生游泳锦标赛自由泳比赛, 我市四名中学生参加了男子 100 米自由泳训练, 他们成绩的平均数 $\bar{x}$ 及其方差 s^2 如下表所示:

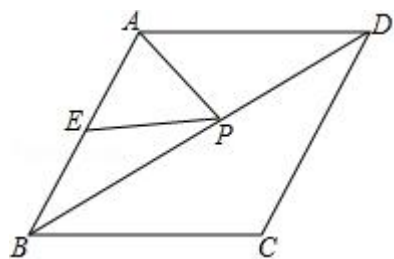
	甲	乙	丙	丁
$\bar{x}$	1'05 "33	1'04 "26	1'04 "26	1'07 "29
S^2	1.1	1.1	1.3	1.6

如果选拔一名学生去参赛, 应派_____去.

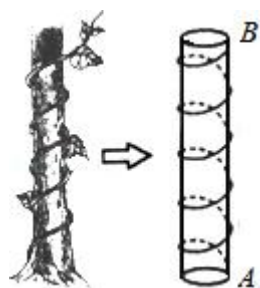
14. (3 分) 如图, AB 是半圆直径, 半径 $OC \perp AB$ 于点 O, D 为半圆上一点, $AC \parallel OD$, AD 与 OC 交于点 E, 连结 CD、BD, 给出以下三个结论: ①OD 平分 $\angle COB$; ② $BD=CD$; ③ $CD^2=CE \cdot CO$, 其中正确结论的序号是_____.



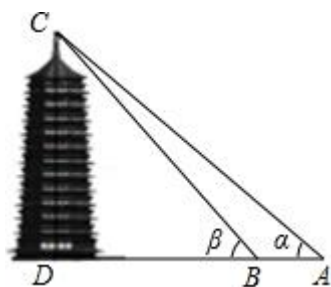
15. (4分) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的周长为 16, 面积为 $8\sqrt{3}$, E 为 AB 的中点, 若 P 为对角线 BD 上一动点, 则 $EP+AP$ 的最小值为_____.



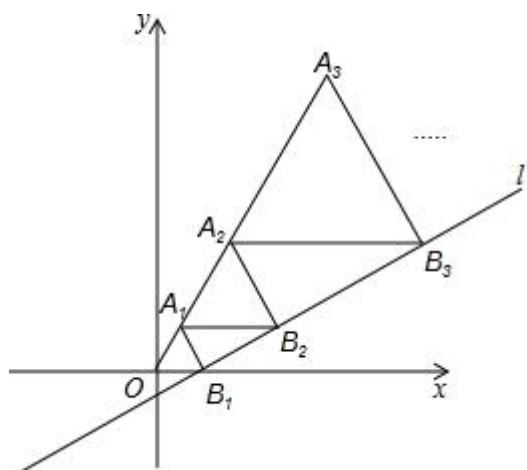
16. (4分) 我国古代有这样一道数学问题: “枯木一根直立地上, 高二丈, 周三尺, 有葛藤自根缠绕而上, 五周而达其顶, 问葛藤之长几何?” 题意是: 如图所示, 把枯木看作一个圆柱体, 因一丈是十尺, 则该圆柱的高为 20 尺, 底面周长为 3 尺, 有葛藤自点 A 处缠绕而上, 绕五周后其末端恰好到达点 B 处, 则问题中葛藤的最短长度是_____尺.



17. (4分) 一数学兴趣小组来到某公园, 准备测量一座塔的高度. 如图, 在 A 处测得塔顶的仰角为 α , 在 B 处测得塔顶的仰角为 β , 又测量出 A 、 B 两点的距离为 s 米, 则塔高为_____米.



18. (4 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 x 轴交于点 B_1 , 以 OB_1 为边长作等边三角形 A_1OB_1 , 过点 A_1 作 A_1B_2 平行于 x 轴, 交直线 l 于点 B_2 , 以 A_1B_2 为边长作等边三角形 $A_2A_1B_2$, 过点 A_2 作 A_2B_3 平行于 x 轴, 交直线 l 于点 B_3 , 以 A_2B_3 为边长作等边三角形 $A_3A_2B_3$, ..., 则点 A_{2017} 的横坐标是_____.



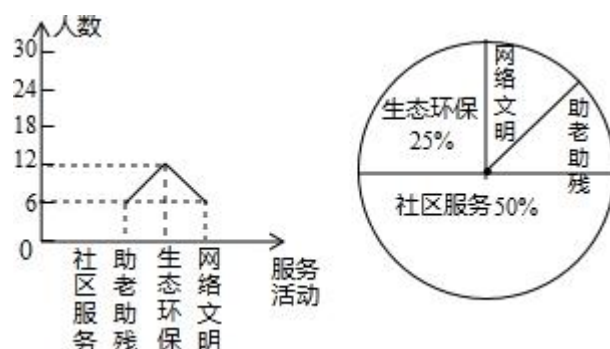
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 62 分)

19. (8 分) (1) 计算: $6\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + (\sqrt{3} - 1.73)^0 + |5 - 3\sqrt{2}| + 4^{2017} \times (-0.25)^{2017}$

- (2) 先化简, 再求值: $\left(\frac{3}{a+1} - a + 1\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a+1} + \frac{4}{a-2} - a$, 并从 $-1, 0, 2$ 中选一个合适的数作为 a 的值代入求值.

20. (7分) 为大力弘扬“奉献、友爱、互助、进步”的志愿服务精神, 传播“奉献他人、提升自我”的志愿服务理念, 东营市某中学利用周末时间开展了“助老助残、社区服务、生态环保、网络文明”四个志愿服务活动 (每人只参加一个活动), 九年级某班全班同学都参加了志愿服务, 班长为了解志愿服务的情况, 收集整理数据后, 绘制以下不完整的统计图, 请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题:

- (1) 求该班的人数;
- (2) 请把折线统计图补充完整;
- (3) 求扇形统计图中, 网络文明部分对应的圆心角的度数;
- (4) 小明和小丽参加了志愿服务活动, 请用树状图或列表法求出他们参加同一服务活动的概率.



21. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE , 交 AC 于点 E , AC 的反向延长线交 $\odot O$ 于点 F .

- (1) 求证: $DE \perp AC$;
- (2) 若 $DE+EA=8$, $\odot O$ 的半径为 10, 求 AF 的长度.

所 B 类学校共需资金 7800 万元，改扩建 3 所 A 类学校和 1 所 B 类学校共需资金 5400 万元.

(1) 改扩建 1 所 A 类学校和 1 所 B 类学校所需资金分别是多少万元?

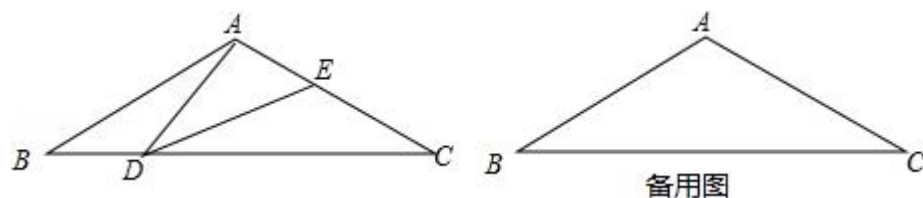
(2) 该县计划改扩建 A、B 两类学校共 10 所，改扩建资金由国家财政和地方财政共同承担. 若国家财政拨付资金不超过 11800 万元；地方财政投入资金不少于 4000 万元，其中地方财政投入到 A、B 两类学校的改扩建资金分别为每所 300 万元和 500 万元. 请问共有哪几种改扩建方案?

24. (10 分) 如图，在等腰三角形 ABC 中， $\angle BAC=120^\circ$ ， $AB=AC=2$ ，点 D 是 BC 边上的一个动点 (不与 B、C 重合)，在 AC 上取一点 E，使 $\angle ADE=30^\circ$.

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle DCE$;

(2) 设 $BD=x$ ， $AE=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时，求 AE 的长.

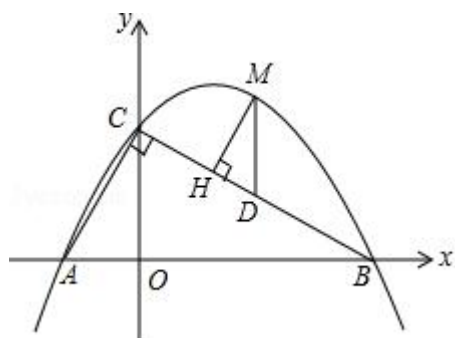


25. (12 分) 如图, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 B 、 C 两点, 点 A 在 x 轴上, $\angle ACB = 90^\circ$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + \sqrt{3}$ 经过 A 、 B 两点.

(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 求抛物线的解析式;

(3) 点 M 是直线 BC 上方抛物线上的一点, 过点 M 作 $MH \perp BC$ 于点 H , 作 $MD \parallel y$ 轴交 BC 于点 D , 求 $\triangle DMH$ 周长的最大值.



2017 年山东省东营市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 下列四个数中，最大的数是 ()

A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. π

【解答】解： $0 < \sqrt{3} < 3 < \pi$,

故选：D.

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $(x-y)^2 = x^2 - y^2$ B. $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$ C. $\sqrt{8} - \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $-(-a+1)$

$= a+1$

【解答】解：A、原式 $= x^2 - 2xy + y^2$ ，故本选项错误；

B、原式 $= 2 - \sqrt{3}$ ，故本选项正确；

C、原式 $= 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ ，故本选项错误；

D、原式 $= a - 1$ ，故本选项错误；

故选：B.

3. (3 分) 若 $|x^2 - 4x + 4|$ 与 $\sqrt{2x - y - 3}$ 互为相反数，则 $x+y$ 的值为 ()

A. 3 B. 4 C. 6 D. 9

【解答】解：根据题意得 $|x^2 - 4x + 4| + \sqrt{2x - y - 3} = 0$,

所以 $|x^2 - 4x + 4| = 0$, $\sqrt{2x - y - 3} = 0$,

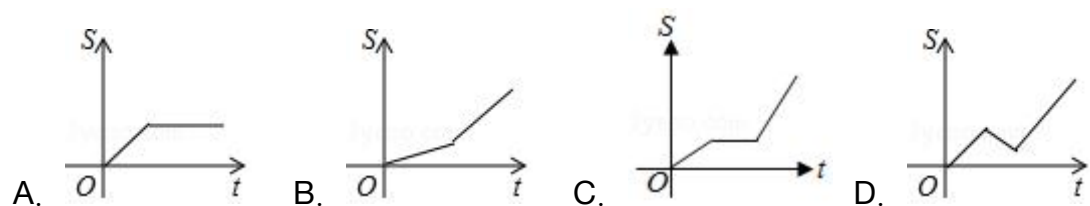
即 $(x - 2)^2 = 0$, $2x - y - 3 = 0$,

所以 $x=2$, $y=1$,

所以 $x+y=3$.

故选: A.

4. (3分) 小明从家到学校, 先匀速步行到车站, 等了几分钟后坐上了公交车, 公交车沿着公路匀速行驶一段时间后到达学校, 小明从家到学校行驶路程 s (m) 与时间 t (min) 的大致图象是 ()



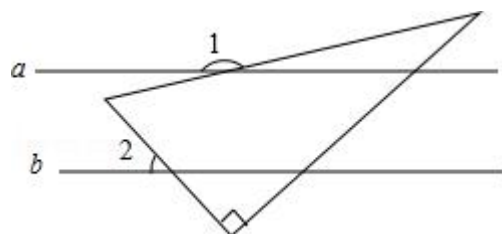
【解答】解: 小明从家到学校, 先匀速步行到车站, 因此 S 随时间 t 的增长而增长,

等了几分钟后坐上了公交车, 因此时间在增加, S 不增长,

坐上了公交车, 公交车沿着公路匀速行驶一段时间后到达学校, 因此 S 又随时间 t 的增长而增长,

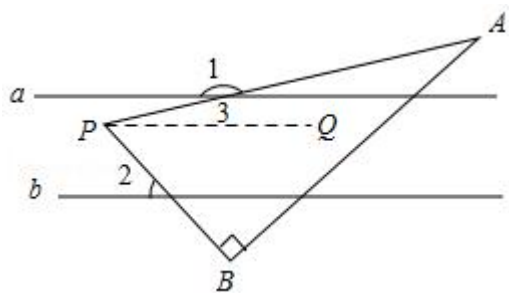
故选: C.

5. (3分) 已知 $a \parallel b$, 一块含 30° 角的直角三角板如图所示放置, $\angle 2=45^\circ$, 则 $\angle 1$ 等于 ()



A. 100° B. 135° C. 155° D. 165°

【解答】解: 如图, 过 P 作 $PQ \parallel a$,



$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore PQ \parallel b,$$

$$\therefore \angle BPQ = \angle 2 = 45^\circ,$$

$$\because \angle APB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APQ = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle APQ = 165^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 165^\circ,$$

故选：D.

6. (3分) 如图，共有 12 个大小相同的小正方形，其中阴影部分的 5 个小正方形是一个正方体的表面展开图的一部分，现从其余的小正方形中任取一个涂上阴影，能构成这个正方体的表面展开图的概率是 ()



- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

【解答】解：设没有涂上阴影的分别为：A、B、C、D、E、F、G，如图所示，

从其余的小正方形中任取一个涂上阴影共有 7 种情况，

而能够构成正方体的表面展开图的有以下情况，D、E、F、G，

$\therefore$ 能构成这个正方体的表面展开图的概率是 $\frac{4}{7}$ ，

8. (3 分) 若圆锥的侧面积等于其底面积的 3 倍, 则该圆锥侧面展开图所对应扇形圆心角的度数为 ()

A. 60° B. 90° C. 120° D. 180°

【解答】解: 设母线长为 R , 底面半径为 r ,

$\therefore$ 底面周长 $= 2\pi r$, 底面面积 $= \pi r^2$, 侧面面积 $= \frac{1}{2}lr = \pi rR$,

$\therefore$ 侧面积是底面积的 3 倍,

$\therefore 3\pi r^2 = \pi rR$,

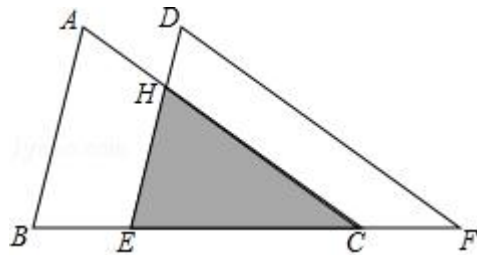
$\therefore R = 3r$,

设圆心角为 n , 有 $\frac{n\pi R}{180} = \frac{2}{3}\pi R$,

$\therefore n = 120^\circ$.

故选: C.

9. (3 分) 如图, 把 $\triangle ABC$ 沿着 BC 的方向平移到 $\triangle DEF$ 的位置, 它们重叠部分的面积是 $\triangle ABC$ 面积的一半, 若 $BC = \sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 移动的距离是 ()



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\sqrt{3} - \frac{\sqrt{6}}{2}$

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 沿 BC 边平移到 $\triangle DEF$ 的位置,

$\therefore AB \parallel DE$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle HEC$,

$\therefore \frac{S_{\triangle HEC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{EC}{BC}\right)^2 = \frac{1}{2}$,

$$\therefore EC: BC=1: \sqrt{2},$$

$$\therefore BC=\sqrt{3},$$

$$\therefore EC=\frac{\sqrt{6}}{2},$$

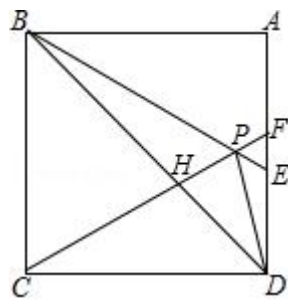
$$\therefore BE=BC-EC=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

故选：D.

10. (3分) 如图，在正方形ABCD中， $\triangle BPC$ 是等边三角形，BP、CP的延长线分别交AD于点E、F，连接BD、DP，BD与CF相交于点H，给出下列结论：

① $BE=2AE$ ；② $\triangle DFP \sim \triangle BPH$ ；③ $\triangle PFD \sim \triangle PDB$ ；④ $DP^2=PH \cdot PC$

其中正确的是（ ）



A. ①②③④ B. ②③ C. ①②④ D. ①③④

【解答】解： $\because \triangle BPC$ 是等边三角形，

$$\therefore BP=PC=BC, \quad \angle PBC=\angle PCB=\angle BPC=60^\circ,$$

在正方形ABCD中，

$$\therefore AB=BC=CD, \quad \angle A=\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$$

$$\therefore \angle ABE=\angle DCF=30^\circ,$$

$$\therefore BE=2AE; \text{ 故①正确;}$$

$$\therefore PC=CD, \quad \angle PCD=30^\circ,$$

$$\therefore \angle PDC=75^\circ,$$

$\therefore \angle FDP = 15^\circ$,
 $\therefore \angle DBA = 45^\circ$,
 $\therefore \angle PBD = 15^\circ$,
 $\therefore \angle FDP = \angle PBD$,
 $\therefore \angle DFP = \angle BPC = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle DFP \sim \triangle BPH$; 故②正确;
 $\therefore \angle FDP = \angle PBD = 15^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$,
 $\therefore \angle PDB = 30^\circ$, 而 $\angle DFP = 60^\circ$,
 $\therefore \angle PFD \neq \angle PDB$,
 $\therefore \triangle PFD$ 与 $\triangle PDB$ 不会相似; 故③错误;
 $\therefore \angle PDH = \angle PCD = 30^\circ$, $\angle DPH = \angle DPC$,
 $\therefore \triangle DPH \sim \triangle CPD$,
 $\therefore \frac{DP}{PC} = \frac{PH}{DP}$,
 $\therefore DP^2 = PH \cdot PC$, 故④正确;

故选: C.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 28 分)

11. (3 分) 《“一带一路”贸易合作大数据报告 (2017)》以“一带一路”贸易合作现状分析和趋势预测为核心, 采集调用了 8000 多个种类, 总计 1.2 亿条全球进出口贸易基础数据..., 1.2 亿用科学记数法表示为 1.2×10^8 .

【解答】解: 1.2 亿用科学记数法表示为 1.2×10^8 .

故答案为: 1.2×10^8 .

12. (3 分) 分解因式: $-2x^2y+16xy-32y=$ $-2y(x-4)^2$.

【解答】解: 原式 $= -2y(x^2 - 8x + 16)$

$$= -2y(x-4)^2$$

故答案为: $-2y(x-4)^2$

13. (3 分) 为选拔一名选手参加全国中学生游泳锦标赛自由泳比赛, 我市四名中学生参加了男子 100 米自由泳训练, 他们成绩的平均数 $\bar{x}$ 及其方差 s^2 如下表所示:

	甲	乙	丙	丁
$\bar{x}$	1'05 "33	1'04 "26	1'04 "26	1'07 "29
S^2	1.1	1.1	1.3	1.6

如果选拔一名学生去参赛, 应派 乙 去.

【解答】解: $\because \bar{x}_{丁} > \bar{x}_{甲} > \bar{x}_{乙} = \bar{x}_{丙},$

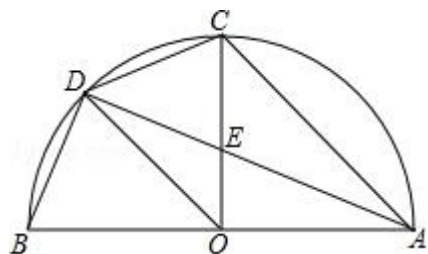
$\therefore$ 从乙和丙中选择一人参加比赛,

$$\because S_{乙}^2 < S_{丙}^2,$$

$\therefore$ 选择乙参赛,

故答案为: 乙.

14. (3 分) 如图, AB 是半圆直径, 半径 $OC \perp AB$ 于点 O , D 为半圆上一点, $AC \parallel OD$, AD 与 OC 交于点 E , 连结 CD 、 BD , 给出以下三个结论: ① OD 平分 $\angle COB$; ② $BD=CD$; ③ $CD^2=CE \cdot CO$, 其中正确结论的序号是 ①②③.



【解答】解: ① $\because OC \perp AB,$

$$\therefore \angle BOC = \angle AOC = 90^\circ.$$

$$\because OC = OA,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OAC = 45^\circ.$$

$$\therefore AC \parallel OD,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle CAO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle DOC,$$

$\therefore OD$ 平分 $\angle COB$. 故①正确;

$$\textcircled{2} \because \angle BOD = \angle DOC,$$

$\therefore BD = CD$. 故②正确;

$$\textcircled{3} \because \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle CDA.$$

$$\therefore \angle OCD = \angle OCD,$$

$$\therefore \triangle DOC \sim \triangle EDC,$$

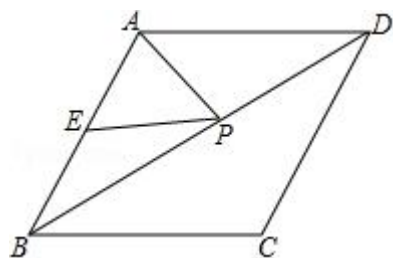
$$\therefore \frac{DC}{EC} = \frac{OC}{DC},$$

$$\therefore CD^2 = CE \cdot CO. \text{ 故③正确.}$$

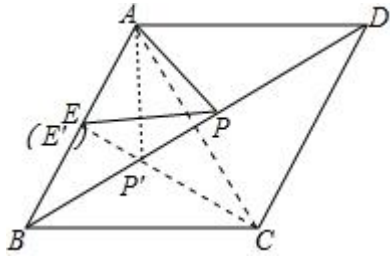
故答案为: ①②③.

15. (4分) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的周长为 16, 面积为 $8\sqrt{3}$, E 为 AB 的中点,

若 P 为对角线 BD 上一动点, 则 $EP + AP$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$.



【解答】 解: 如图作 $CE' \perp AB$ 于 E' , 交 BD 于 P' , 连接 AC 、 AP' .



∵已知菱形 ABCD 的周长为 16，面积为 $8\sqrt{3}$ ，

∴ $AB=BC=4$ ， $AB \cdot CE'=8\sqrt{3}$ ，

∴ $CE'=2\sqrt{3}$ ，

在 $Rt\triangle BCE'$ 中， $BE'=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$ ，

∴ $BE=EA=2$ ，

∴E 与 E'重合，

∴四边形 ABCD 是菱形，

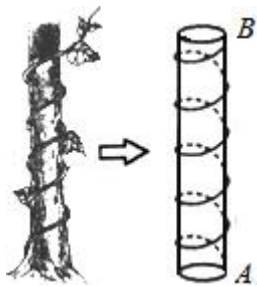
∴BD 垂直平分 AC，

∴A、C 关于 BD 对称，

∴当 P 与 P'重合时， $P'A+P'E$ 的值最小，最小值为 CE 的长= $2\sqrt{3}$ ，

故答案为 $2\sqrt{3}$ 。

16. (4 分) 我国古代有这样一道数学问题：“枯木一根直立地上，高二丈，周三尺，有葛藤自根缠绕而上，五周而达其顶，问葛藤之长几何？”题意是：如图所示，把枯木看作一个圆柱体，因一丈是十尺，则该圆柱的高为 20 尺，底面周长为 3 尺，有葛藤自点 A 处缠绕而上，绕五周后其末端恰好到达点 B 处，则问题中葛藤的最短长度是 25 尺。

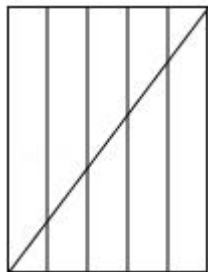


【解答】解：如图，一条直角边（即枯木的高）长 20 尺，

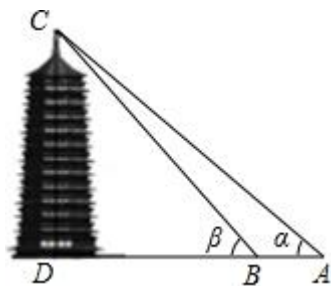
另一条直角边长 $5 \times 3 = 15$ （尺），

因此葛藤长为 $\sqrt{20^2 + 15^2} = 25$ （尺）.

故答案为：25.



17. (4 分) 一数学兴趣小组来到某公园，准备测量一座塔的高度. 如图，在 A 处测得塔顶的仰角为 α ，在 B 处测得塔顶的仰角为 β ，又测量出 A、B 两点的距离为 s 米，则塔高为 $\frac{\tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot s}{\tan \beta - \tan \alpha}$ 米.



【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$,

$$\therefore BD = \frac{CD}{\tan \beta},$$

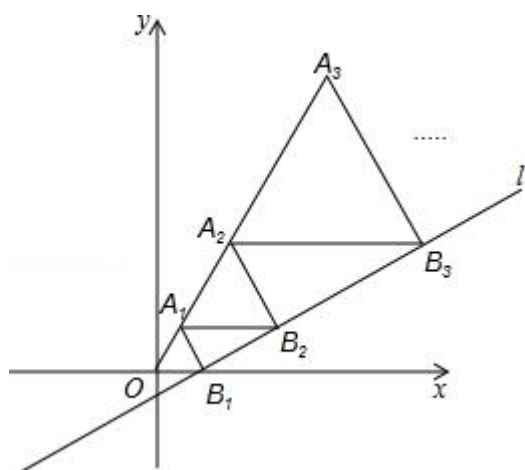
在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\therefore \tan \angle A = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{BD + AB}$,

$$\therefore \tan \alpha = \frac{CD}{\frac{CD}{\tan \beta} + s},$$

$$\text{解得: } CD = \frac{\tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot s}{\tan \beta - \tan \alpha},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot s}{\tan \beta - \tan \alpha}.$$

18. (4分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 x 轴交于点 B_1 , 以 OB_1 为边长作等边三角形 A_1OB_1 , 过点 A_1 作 A_1B_2 平行于 x 轴, 交直线 l 于点 B_2 , 以 A_1B_2 为边长作等边三角形 $A_2A_1B_2$, 过点 A_2 作 A_2B_3 平行于 x 轴, 交直线 l 于点 B_3 , 以 A_2B_3 为边长作等边三角形 $A_3A_2B_3$, ..., 则点 A_{2017} 的横坐标是 $\frac{2^{2017}-1}{2}$.



【解答】解: 由直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 x 轴交于点 B_1 , 可得 $B_1(1, 0)$, $D(0, -\frac{\sqrt{3}}{3})$,

$$\therefore OB_1 = 1, \angle OB_1D = 30^\circ,$$

如图所示, 过 A_1 作 $A_1A \perp OB_1$ 于 A , 则 $OA = \frac{1}{2}OB_1 = \frac{1}{2}$,

$$\text{即 } A_1 \text{ 的横坐标为 } \frac{1}{2} = \frac{2^1 - 1}{2},$$

由题可得 $\angle A_1B_2B_1 = \angle OB_1D = 30^\circ$, $\angle B_2A_1B_1 = \angle A_1B_1O = 60^\circ$,

$$\therefore \angle A_1B_1B_2 = 90^\circ,$$

$$\therefore A_1B_2=2A_1B_1=2,$$

过 A_2 作 $A_2B \perp A_1B_2$ 于 B , 则 $A_1B=\frac{1}{2}A_1B_2=1$,

即 A_2 的横坐标为 $\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}=\frac{2^2-1}{2}$,

过 A_3 作 $A_3C \perp A_2B_3$ 于 C ,

同理可得, $A_2B_3=2A_2B_2=4$, $A_2C=\frac{1}{2}A_2B_3=2$,

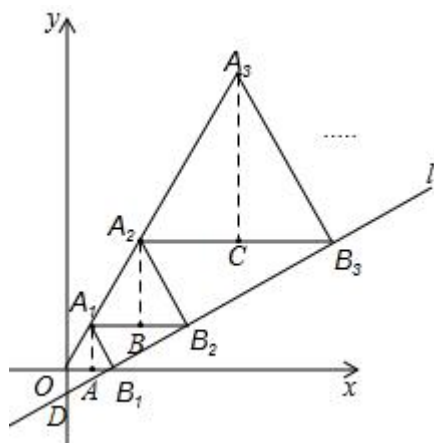
即 A_3 的横坐标为 $\frac{1}{2}+1+2=\frac{7}{2}=\frac{2^3-1}{2}$,

同理可得, A_4 的横坐标为 $\frac{1}{2}+1+2+4=\frac{15}{2}=\frac{2^4-1}{2}$,

由此可得, A_n 的横坐标为 $\frac{2^n-1}{2}$,

$\therefore$ 点 A_{2017} 的横坐标是 $\frac{2^{2017}-1}{2}$,

故答案为: $\frac{2^{2017}-1}{2}$.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 62 分)

19. (8 分) (1) 计算: $6\cos 45^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} + (\sqrt{3} - 1.73)^0 + |5 - 3\sqrt{2}| + 4^{2017} \times (-0.25)^{2017}$

(2) 先化简, 再求值: $(\frac{3}{a+1} - a + 1) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a+1} + \frac{4}{a-2} - a$, 并从 $-1, 0, 2$ 中选一个合适的数作为 a 的值代入求值.

【解答】 解: (1) $6\cos 45^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} + (\sqrt{3} - 1.73)^0 + |5 - 3\sqrt{2}| + 4^{2017} \times (-0.25)$

2017

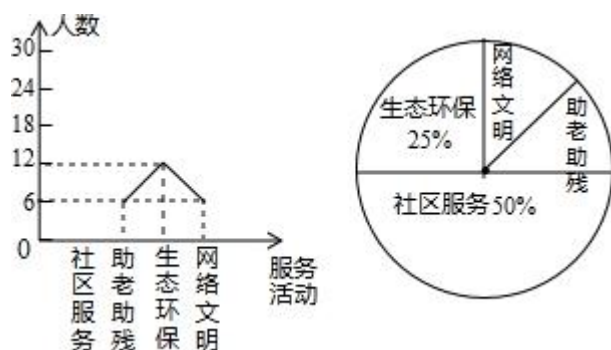
$$\begin{aligned}
 &= 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 + 1 + 5 - 3\sqrt{2} + 4^{2017} \times \left(-\frac{1}{4}\right)^{2017} \\
 &= 3\sqrt{2} + 3 + 1 + 5 - 3\sqrt{2} - 1 \\
 &= 8;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & \left(\frac{3}{a+1} - a + 1\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a+1} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{3 - (a-1)(a+1)}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{-(a+2)(a-2)}{(a-2)^2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{-a-2}{a-2} + \frac{4}{a-2} - a \\
 &= \frac{-(a-2)}{a-2} - a \\
 &= -a - 1,
 \end{aligned}$$

当 $a=0$ 时, 原式 $= -0 - 1 = -1$.

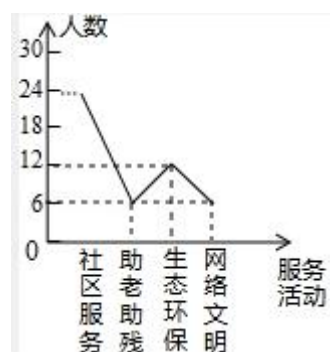
20. (7 分) 为大力弘扬“奉献、友爱、互助、进步”的志愿服务精神, 传播“奉献他人、提升自我”的志愿服务理念, 东营市某中学利用周末时间开展了“助老助残、社区服务、生态环保、网络文明”四个志愿服务活动 (每人只参加一个活动), 九年级某班全班同学都参加了志愿服务, 班长为了解志愿服务的情况, 收集整理数据后, 绘制以下不完整的统计图, 请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题:

- (1) 求该班的人数;
- (2) 请把折线统计图补充完整;
- (3) 求扇形统计图中, 网络文明部分对应的圆心角的度数;
- (4) 小明和小丽参加了志愿服务活动, 请用树状图或列表法求出他们参加同一服务活动的概率.



【解答】解：（1）该班全部人数： $12 \div 25\% = 48$ 人.

（2） $48 \times 50\% = 24$ ，折线统计如图所示：



（3） $\frac{6}{48} \times 360^\circ = 45^\circ$.

（4）分别用“1，2，3，4”代表“助老助残、社区服务、生态环保、网络文明”四个服务活动，列表如下：

小明 \ 小丽	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

则所有可能有 16 种，其中他们参加同一活动有 4 种，

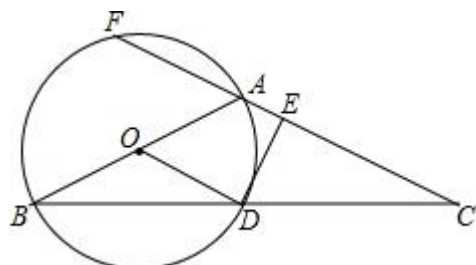
所以他们参加同一服务活动的概率 $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

21. (8 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D ,

过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE，交 AC 于点 E，AC 的反向延长线交 $\odot O$ 于点 F.

(1) 求证： $DE \perp AC$;

(2) 若 $DE+EA=8$ ， $\odot O$ 的半径为 10，求 AF 的长度.



【解答】(1) 证明： $\because OB=OD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ODB,$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle ACB,$$

$$\therefore OD \parallel AC.$$

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线， OD 是半径，

$$\therefore DE \perp OD,$$

$$\therefore DE \perp AC;$$

(2) 如图，过点 O 作 $OH \perp AF$ 于点 H，则 $\angle ODE = \angle DEH = \angle OHE = 90^\circ$,

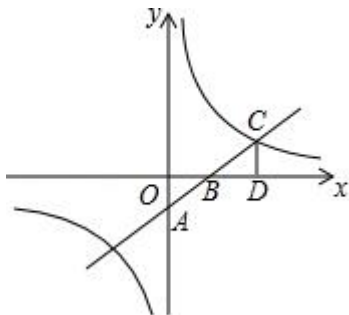
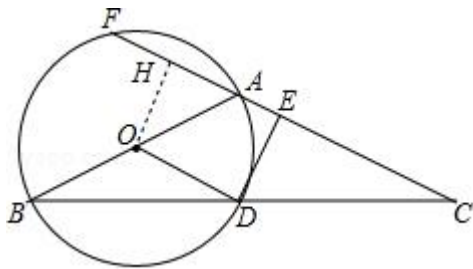
$\therefore$ 四边形 ODEH 是矩形，

$$\therefore OD=EH, OH=DE.$$

设 $AH=x$.

$$\because DE+AE=8, OD=10,$$

$$\therefore AE=10-x, OH=DE=8-(10-x)=x-2.$$



代入 $y=kx+b$ 得: $\begin{cases} 0=3k+b, \\ -2=b \end{cases}$,

解得: $k=\frac{2}{3}$, $b=-2$,

$\therefore$ 一次函数 $y=\frac{2}{3}x-2$,

$\therefore OD=6$,

$\therefore D(6, 0)$, $CD \perp x$ 轴,

当 $x=6$ 时, $y=\frac{2}{3} \times 6 - 2 = 2$

$\therefore C(6, 2)$,

$\therefore n=6 \times 2=12$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y=\frac{12}{x}$;

(2) 当 $x > 0$ 时, $kx+b - \frac{n}{x} < 0$ 的解集是 $0 < x < 6$.

23. (9 分) 为解决中小学大班额问题, 东营市各县区今年将改扩建部分中小学, 某县计划对 A、B 两类学校进行改扩建, 根据预算, 改扩建 2 所 A 类学校和 3 所 B 类学校共需资金 7800 万元, 改扩建 3 所 A 类学校和 1 所 B 类学校共需资金 5400 万元.

(1) 改扩建 1 所 A 类学校和 1 所 B 类学校所需资金分别是多少万元?

(2) 该县计划改扩建 A、B 两类学校共 10 所, 改扩建资金由国家财政和地方财政共同承担. 若国家财政拨付资金不超过 11800 万元; 地方财政投入资金不少于 4000 万元, 其中地方财政投入到 A、B 两类学校的改扩建资金分别为每所 300 万元和 500 万元. 请问共有哪几种改扩建方案?

【解答】 解: (1) 设改扩建一所 A 类和一所 B 类学校所需资金分别为 x 万元和 y 万元

$$\begin{aligned} &\text{由题意得} \begin{cases} 2x+3y=7800 \\ 3x+y=5400 \end{cases}, \\ &\text{解得} \begin{cases} x=1200 \\ y=1800 \end{cases}, \end{aligned}$$

答：改扩建一所 A 类学校和一所 B 类学校所需资金分别为 1200 万元和 1800 万元.

(2) 设今年改扩建 A 类学校 a 所，则改扩建 B 类学校 $(10-a)$ 所，

$$\begin{aligned} &\text{由题意得：} \begin{cases} (1200-300)a + (1800-500)(10-a) \leq 11800 \\ 300a + 500(10-a) \geq 4000 \end{cases}, \\ &\text{解得} \begin{cases} a \geq 3 \\ a \leq 5 \end{cases}, \end{aligned}$$

$$\therefore 3 \leq a \leq 5,$$

$\therefore a$ 取整数，

$$\therefore a=3, 4, 5.$$

即共有 3 种方案：

方案一：改扩建 A 类学校 3 所，B 类学校 7 所；

方案二：改扩建 A 类学校 4 所，B 类学校 6 所；

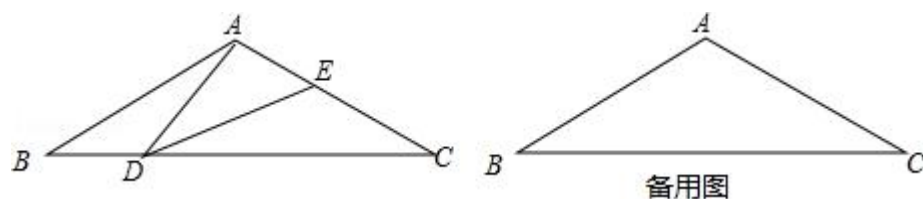
方案三：改扩建 A 类学校 5 所，B 类学校 5 所.

24. (10 分) 如图，在等腰三角形 ABC 中， $\angle BAC=120^\circ$ ， $AB=AC=2$ ，点 D 是 BC 边上的一个动点（不与 B、C 重合），在 AC 上取一点 E，使 $\angle ADE=30^\circ$.

(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ ；

(2) 设 $BD=x$ ， $AE=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围；

(3) 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时，求 AE 的长.



【解答】证明：(1) $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，且 $\angle BAC=120^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD=\angle ACB=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD=\angle ADE=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC=\angle ADE+\angle EDC=\angle ABD+\angle DAB,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle DAB,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE;$$

(2) 如图 1， $\because AB=AC=2$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，

过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F，

$$\therefore \angle AFB=90^\circ,$$

$$\therefore AB=2, \angle ABF=30^\circ,$$

$$\therefore AF=\frac{1}{2}AB=1,$$

$$\therefore BF=\sqrt{3},$$

$$\therefore BC=2BF=2\sqrt{3},$$

则 $DC=2\sqrt{3}-x$ ， $EC=2-y$ ，

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{BD}=\frac{DC}{CE},$$

$$\therefore \frac{2}{x}=\frac{2\sqrt{3}-x}{2-y},$$

化简得： $y=\frac{1}{2}x^2-\sqrt{3}x+2$ ($0 < x < 2\sqrt{3}$)；

(3) 当 $AD=DE$ 时，如图 2，

由 (1) 可知：此时 $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ ，

则 $AB=CD$ ，即 $2=2\sqrt{3}-x$ ，

$$x=2\sqrt{3}-2, \text{ 代入 } y=\frac{1}{2}x^2-\sqrt{3}x+2,$$

解得: $y=4-2\sqrt{3}$, 即 $AE=4-2\sqrt{3}$,

当 $AE=ED$ 时, 如图 3,

$\angle EAD=\angle EDA=30^\circ$, $\angle AED=120^\circ$,

$\therefore \angle DEC=60^\circ$, $\angle EDC=90^\circ$,

则 $ED=\frac{1}{2}EC$, 即 $y=\frac{1}{2}(2-y)$,

解得: $y=\frac{2}{3}$, 即 $AE=\frac{2}{3}$,

当 $AD=AE$ 时,

$\angle AED=\angle EDA=30^\circ$, $\angle EAD=120^\circ$,

此时点 D 与点 B 重合, 不符合题意, 此情况不存在,

$\therefore$ 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时, $AE=4-2\sqrt{3}$ 或 $\frac{2}{3}$.

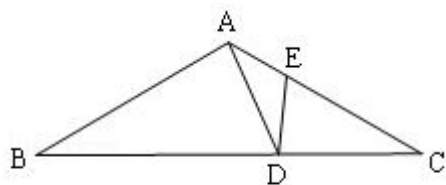


图3

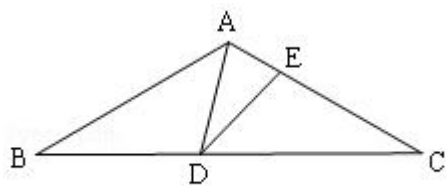


图2

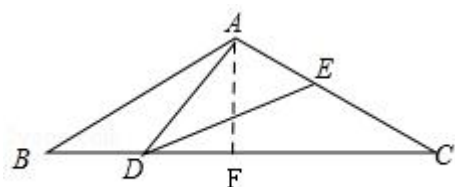
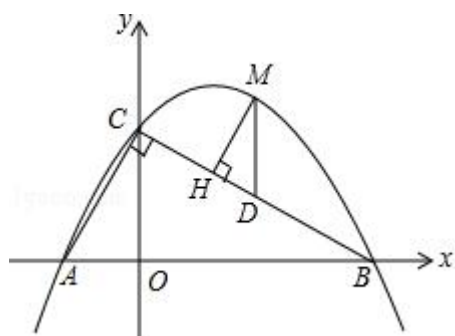


图1

25. (12 分) 如图, 直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 B、C 两点, 点 A

在 x 轴上, $\angle ACB=90^\circ$, 抛物线 $y=ax^2+bx+\sqrt{3}$ 经过 A, B 两点.

- (1) 求 A、B 两点的坐标；
- (2) 求抛物线的解析式；
- (3) 点 M 是直线 BC 上方抛物线上的一点，过点 M 作 $MH \perp BC$ 于点 H，作 $MD \parallel y$ 轴交 BC 于点 D，求 $\triangle DMH$ 周长的最大值.



【解答】解：

(1) $\because$ 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 分别与 x 轴、y 轴交于 B、C 两点，

$$\therefore B(3, 0), C(0, \sqrt{3}),$$

$$\therefore OB=3, OC=\sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle BCO = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle BCO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 即 } \frac{AO}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 解得 } AO=1,$$

$$\therefore A(-1, 0);$$

(2) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + \sqrt{3}$ 经过 A、B 两点，

$$\therefore \begin{cases} a - b + \sqrt{3} = 0 \\ 9a + 3b + \sqrt{3} = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3};$$

(3) $\because MD \parallel y$ 轴, $MH \perp BC$,

$\therefore \angle MDH = \angle BCO = 60^\circ$, 则 $\angle DMH = 30^\circ$,

$$\therefore DH = \frac{1}{2}DM, MH = \frac{\sqrt{3}}{2}DM,$$

$$\therefore \triangle DMH \text{ 的周长} = DM + DH + MH = DM + \frac{1}{2}DM + \frac{\sqrt{3}}{2}DM = \frac{3+\sqrt{3}}{2}DM,$$

$\therefore$ 当 DM 有最大值时, 其周长有最大值,

$\because$ 点 M 是直线 BC 上方抛物线上的一点,

$$\therefore \text{可设 } M(t, -\frac{\sqrt{3}}{3}t^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}t + \sqrt{3}), \text{ 则 } D(t, -\frac{\sqrt{3}}{3}t + \sqrt{3}),$$

$$\therefore DM = -\frac{\sqrt{3}}{3}t^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}t + \sqrt{3} - (-\frac{\sqrt{3}}{3}t + \sqrt{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}t^2 + \sqrt{3}t = -\frac{\sqrt{3}}{3}(t - \frac{3}{2})^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{3}{2} \text{ 时, } DM \text{ 有最大值, 最大值为 } \frac{3\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{此时 } \frac{3+\sqrt{3}}{2}DM = \frac{3+\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}+9}{8},$$

$$\text{即 } \triangle DMH \text{ 周长的最大值为 } \frac{9\sqrt{3}+9}{8}.$$