

2016 年山东省青岛市中考数学试卷

一、选择题（本题满分 24 分，共有 8 道小题，每小题 3 分）下列每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个是正确的. 每小题选对得分；不选、选错或选出的标号超过一个的不得分.

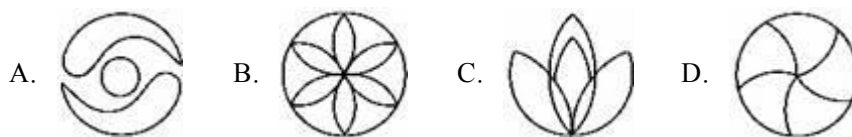
1. $-\sqrt{5}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $-\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 5

2. 我国平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 130 000 000kg 的煤所产生的能量. 把 130 000 000kg 用科学记数法可表示为 ()

- A. 13×10^7 kg B. 0.13×10^8 kg C. 1.3×10^7 kg D. 1.3×10^8 kg

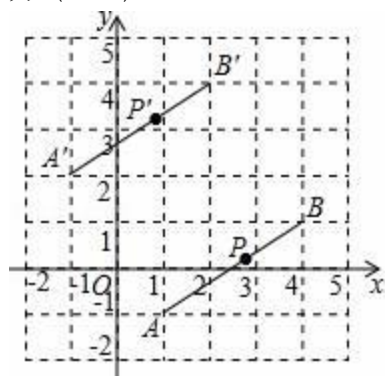
3. 下列四个图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. 计算 $a \cdot a^5 - (2a^3)^2$ 的结果为 ()

- A. $a^6 - 2a^5$ B. $-a^6$ C. $a^6 - 4a^5$ D. $-3a^6$

5. 如图，线段 AB 经过平移得到线段 A_1B_1 ，其中点 A、B 的对应点分别为点 A_1 、 B_1 ，这四个点都在格点上. 若线段 AB 上有一个点 P (a, b)，则点 P 在 A_1B_1 上的对应点 P' 的坐标为 ()

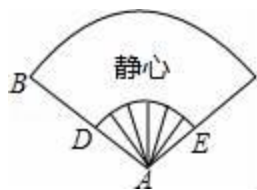


- A. (a-2, b+3) B. (a-2, b-3) C. (a+2, b+3) D. (a+2, b-3)

6. A、B 两地相距 180km，新修的高速公路开通后，在 A、B 两地间行驶的长途客车平均车速提高了 50%，而从 A 地到 B 地的时间缩短了 1h. 若设原来的平均车速为 xkm/h，则根据题意可列方程为 ()

- A. $\frac{180}{x} - \frac{180}{(1+50\%)x} = 1$ B. $\frac{180}{(1+50\%)x} - \frac{180}{x} = 1$
C. $\frac{180}{x} - \frac{180}{(1-50\%)x} = 1$ D. $\frac{180}{(1-50\%)x} - \frac{180}{x} = 1$

7. 如图，一扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条和 AC 的夹角为 120° ，长为 25cm，贴纸部分的宽 BD 为 15cm，若纸扇两面贴纸，则贴纸的面积为 ()

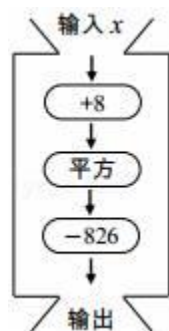


- A. $175\pi\text{cm}^2$ B. $350\pi\text{cm}^2$ C. $\frac{800}{3}\pi\text{cm}^2$ D. $150\pi\text{cm}^2$

8. 输入一组数据，按下列程序进行计算，输出结果如表：

x	20.5	20.6	20.7	20.8	20.9
输出	-13.75	-8.04	-2.31	3.44	9.21

分析表格中的数据，估计方程 $(x+8)^2 - 826 = 0$ 的一个正数解 x 的大致范围为 ()



- A. $20.5 < x < 20.6$ B. $20.6 < x < 20.7$ C. $20.7 < x < 20.8$ D. $20.8 < x < 20.9$

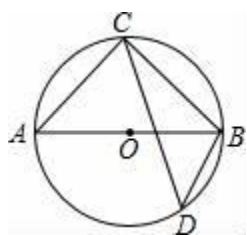
二、填空题 (本题满分 18 分，共有 6 道小题，每小题 3 分)

9. 计算： $\frac{\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. “万人马拉松”活动组委会计划制作运动衫分发给参与者，为此，调查了部分参与者，以决定制作橙色、黄色、白色、红色四种颜色运动衫的数量。根据得到的调查数据，绘制成如图所示的扇形统计图。若本次活动共有 12000 名参与者，则估计其中选择红色运动衫的约有 名。

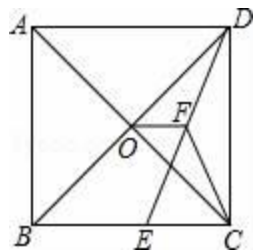


11. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C, D 是 $\odot O$ 上的两点，若 $\angle BCD = 28^\circ$ ，则 $\angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

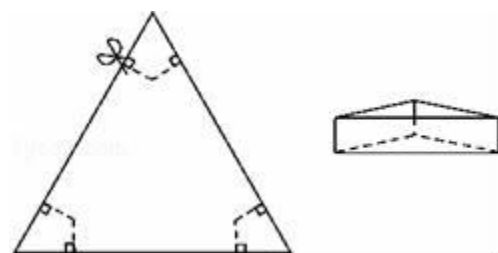


12. 已知二次函数 $y = 3x^2 + c$ 与正比例函数 $y = 4x$ 的图象只有一个交点，则 c 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， E 为 BC 上一点， $CE=5$ ， F 为 DE 的中点．若 $\triangle CEF$ 的周长为 18，则 OF 的长为_____．



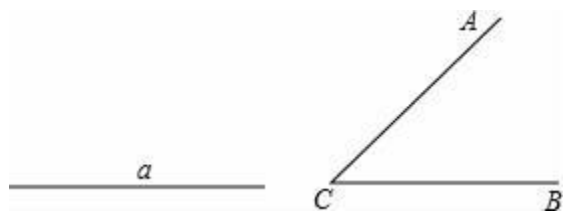
14. 如图，以边长为 20cm 的正三角形纸板的各顶点为端点，在各边上分别截取 4cm 长的六条线段，过截得的六个端点作所在边的垂线，形成三个有两个直角的四边形．把它们沿图中虚线剪掉，用剩下的纸板折成一个底为正三角形的无盖柱形盒子，则它的容积为_____ cm^3 ．



三、作图题（本题满分 4 分）用圆规、直尺作图，不写作法，但要保留作图痕迹．

15. 已知：线段 a 及 $\angle ACB$ ．

求作： $\odot O$ ，使 $\odot O$ 在 $\angle ACB$ 的内部， $CO=a$ ，且 $\odot O$ 与 $\angle ACB$ 的两边分别相切．

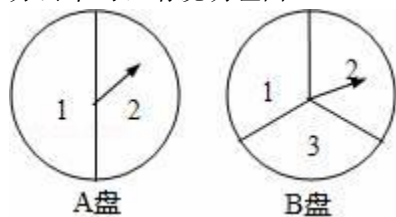


四、解答题（本题满分 74 分，共有 9 道小题）

16. (1) 化简： $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4x}{x^2-1}$

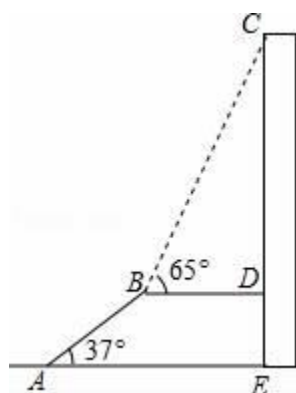
(2) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 \\ 5x-8 \leq 1 \end{cases}$ ，并写出它的整数解．

17. 小明和小亮用下面两个可以自由转动的转盘做游戏，每个转盘被分成面积相等的几个扇形．转动两个转盘各一次，若两次数字之积大于 2，则小明胜，否则小亮胜．这个游戏对双方公平吗？请说明理由．



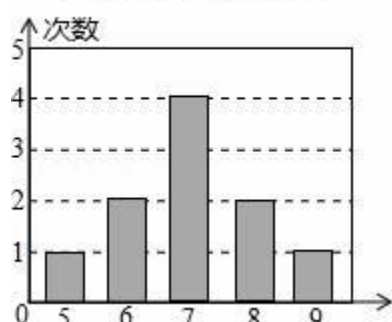
18. 如图, AB 是长为 10m, 倾斜角为 37° 的自动扶梯, 平台 BD 与大楼 CE 垂直, 且与扶梯 AB 的长度相等, 在 B 处测得大楼顶部 C 的仰角为 65° , 求大楼 CE 的高度 (结果保留整数).

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sin 65^\circ \approx \frac{9}{10}$, $\tan 65^\circ \approx \frac{15}{7}$)

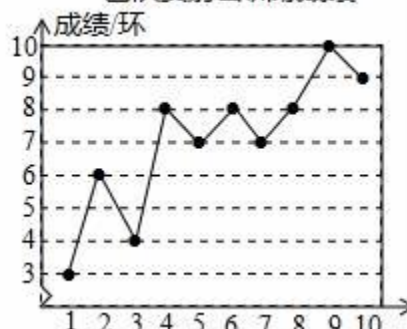


19. 甲、乙两名队员参加射击训练, 成绩分别被制成下列两个统计图:

甲队员射击训练成绩



乙队员射击训练成绩



根据以上信息, 整理分析数据如下:

	平均成绩/环	中位数/环	众数/环	方差
甲	a	7	7	1.2
乙	7	b	8	c

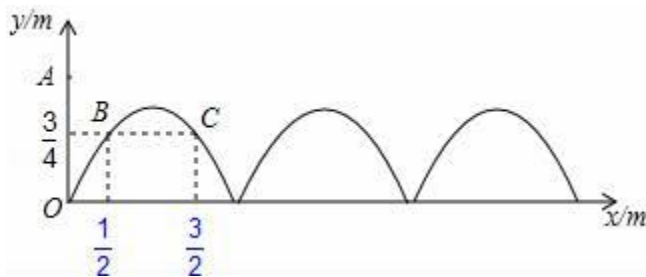
(1) 写出表格中 a, b, c 的值;

(2) 分别运用表中的四个统计量, 简要分析这两名队员的射击训练成绩. 若选派其中一名参赛, 你认为应选哪名队员?

20. 如图, 需在一面墙上绘制几个相同的抛物线型图案. 按照图中的直角坐标系, 最左边的抛物线可以用 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 表示. 已知抛物线上 B, C 两点到地面的距离均为 $\frac{3}{4}$ m, 到墙边似的距离分别为 $\frac{1}{2}$ m, $\frac{3}{2}$ m.

(1) 求该抛物线的函数关系式, 并求图案最高点到地面的距离;

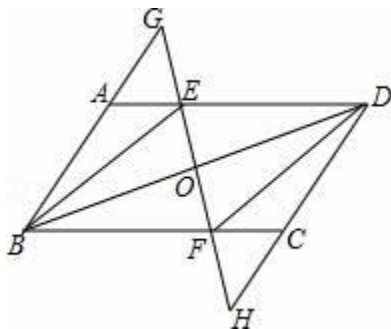
(2) 若该墙的长度为 10m, 则最多可以连续绘制几个这样的抛物线型图案?



21. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中，E、F 分别是边 AD、BC 上的点，且 $AE=CF$ ，直线 EF 分别交 BA 的延长线、DC 的延长线于点 G，H，交 BD 于点 O.

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 连接 DG，若 $DG=BG$ ，则四边形 BEDF 是什么特殊四边形？请说明理由.



22. 某玩具厂生产一种玩具，本着控制固定成本，降价促销的原则，使生产的玩具能够全部售出. 据市场调查，若按每个玩具 280 元销售时，每月可销售 300 个. 若销售单价每降低 1 元，每月可多售出 2 个. 据统计，每个玩具的固定成本 Q (元) 与月产销量 y (个) 满足如下关系：

月产销量 y (个)	...	160	200	240	300	...
每个玩具的固定成本 Q (元)	...	60	48	40	32	...

(1) 写出月产销量 y (个) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式；

(2) 求每个玩具的固定成本 Q (元) 与月产销量 y (个) 之间的函数关系式；

(3) 若每个玩具的固定成本为 30 元，则它占销售单价的几分之几？

(4) 若该厂这种玩具的月产销量不超过 400 个，则每个玩具的固定成本至少为多少元？销售单价最低为多少元？

23. 问题提出：如何将边长为 n ($n \geq 5$, 且 n 为整数) 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形 ($a \times b$ 的矩形指边长分别为 a, b 的矩形)？

问题探究：我们先从简单的问题开始研究解决，再把复杂问题转化为已解决的问题.

探究一：

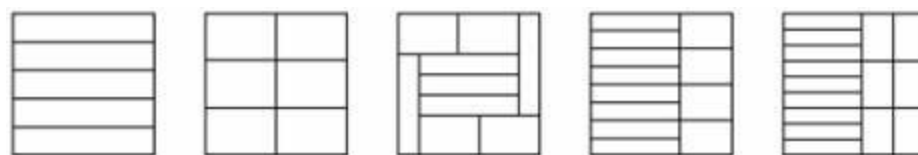
如图①，当 $n=5$ 时，可将正方形分割为五个 1×5 的矩形.

如图②，当 $n=6$ 时，可将正方形分割为六个 2×3 的矩形.

如图③，当 $n=7$ 时，可将正方形分割为五个 1×5 的矩形和四个 2×3 的矩形

如图④，当 $n=8$ 时，可将正方形分割为八个 1×5 的矩形和四个 2×3 的矩形

如图⑤，当 $n=9$ 时，可将正方形分割为九个 1×5 的矩形和六个 2×3 的矩形



图①

图②

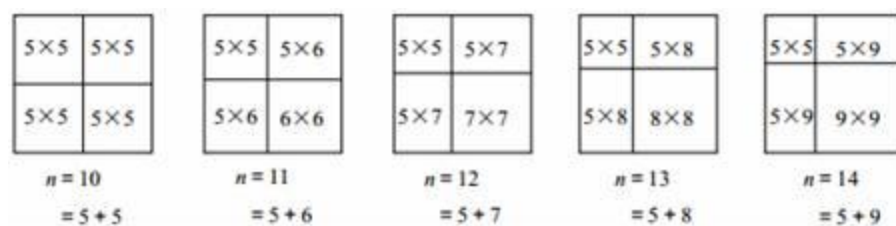
图③

图④

图⑤

探究二:

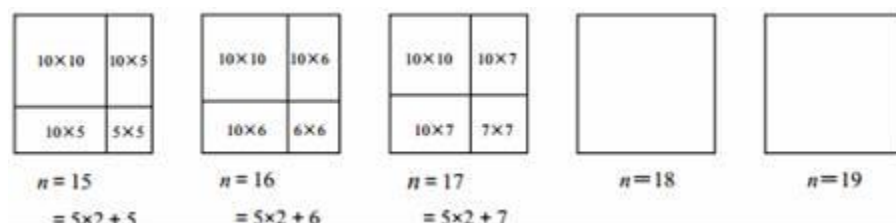
当 $n=10, 11, 12, 13, 14$ 时, 分别将正方形按下列方式分割:



所以, 当 $n=10, 11, 12, 13, 14$ 时, 均可将正方形分割为一个 5×5 的正方形、一个 $(n-5) \times (n-5)$ 的正方形和两个 $5 \times (n-5)$ 的矩形. 显然, 5×5 的正方形和 $5 \times (n-5)$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形, 而 $(n-5) \times (n-5)$ 的正方形是边长分别为 $5, 6, 7, 8, 9$ 的正方形, 用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形.

探究三:

当 $n=15, 16, 17, 18, 19$ 时, 分别将正方形按下列方式分割:



请按照上面的方法, 分别画出边长为 $18, 19$ 的正方形分割示意图.

所以, 当 $n=15, 16, 17, 18, 19$ 时, 均可将正方形分割为一个 10×10 的正方形、一个 $(n-10) \times (n-10)$ 的正方形和两个 $10 \times (n-10)$ 的矩形. 显然, 10×10 的正方形和 $10 \times (n-10)$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形, 而 $(n-10) \times (n-10)$ 的正方形又是边长分别为 $5, 6, 7, 8, 9$ 的正方形, 用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形.

问题解决: 如何将边长为 n ($n \geq 5$, 且 n 为整数) 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形?

请按照上面的方法画出分割示意图, 并加以说明.

实际应用: 如何将边长为 61 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形? (只需按照探究三的方法画出分割示意图即可)

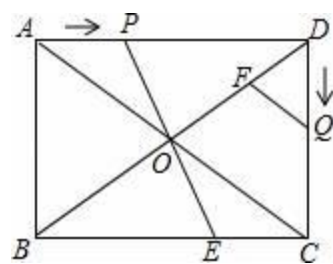
24. 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 对角线 AC, BD 交于点 O . 点 P 从点 A 出发, 沿 AB 方向匀速运动, 速度为 1cm/s ; 同时, 点 Q 从点 D 出发, 沿 DC 方向匀速运动, 速度为 1cm/s ; 当一个点停止运动时, 另一个点也停止运动. 连接 PO 并延长, 交 BC 于点 E , 过点 Q 作 $QF \parallel AC$, 交 BD 于点 F . 设运动时间为 t (s) ($0 < t < 6$), 解答下列问题:

(1) 当 t 为何值时, $\triangle AOP$ 是等腰三角形?

(2) 设五边形 $OECQF$ 的面积为 S (cm^2), 试确定 S 与 t 的函数关系式;

(3) 在运动过程中, 是否存在某一时刻 t , 使 $S_{\text{五边形 OECQF}} : S_{\triangle ACD} = 9 : 16$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由;

(4) 在运动过程中, 是否存在某一时刻 t , 使 OD 平分 $\angle COP$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2016 年山东省青岛市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题满分 24 分，共有 8 道小题，每小题 3 分）下列每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个是正确的.每小题选对得分；不选、选错或选出的标号超过一个的不得分.

1. $-\sqrt{5}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $-\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 5

【考点】实数的性质.

【分析】直接利用绝对值的定义分析得出答案.

【解答】解: $|\sqrt{5}|=\sqrt{5}$.

故选: C.

2. 我国平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量, 相当于燃烧 130 000 000kg 的煤所产生的能量. 把 130 000 000kg 用科学记数法可表示为 ()

- A. $13\times 10^7\text{kg}$ B. $0.13\times 10^8\text{kg}$ C. $1.3\times 10^7\text{kg}$ D. $1.3\times 10^8\text{kg}$

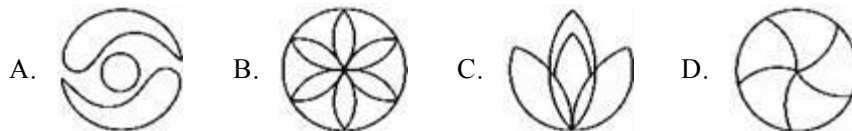
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $1\leq |a|<10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 >1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 <1 时, n 是负数.

【解答】解: $130\,000\,000\text{kg}=1.3\times 10^8\text{kg}$.

故选: D.

3. 下列四个图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】中心对称图形; 轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故此选项错误;

B、是轴对称图形, 又是中心对称图形, 故此选项正确;

C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误;

D、不是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误.

故选: B.

4. 计算 $a\cdot a^5 - (2a^3)^2$ 的结果为 ()

- A. $a^6 - 2a^5$ B. $-a^6$ C. $a^6 - 4a^5$ D. $-3a^6$

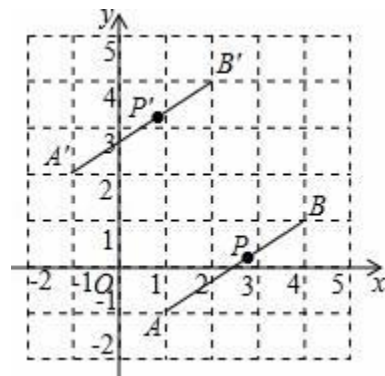
【考点】幂的乘方与积的乘方; 同底数幂的乘法.

【分析】首先利用同底数幂的乘法运算法则以及结合积的乘方运算法则分别化简求出答案.

【解答】解: 原式 $=a^6 - 4a^6 = -3a^6$.

故选: D.

5. 如图, 线段 AB 经过平移得到线段 A_1B_1 , 其中点 A, B 的对应点分别为点 A_1, B_1 , 这四个点都在格点上. 若线段 AB 上有一个点 $P(a, b)$, 则点 P 在 A_1B_1 上的对应点 P' 的坐标为 ()



- A. $(a-2, b+3)$ B. $(a-2, b-3)$ C. $(a+2, b+3)$ D. $(a+2, b-3)$

【考点】坐标与图形变化-平移.

【分析】根据点 A, B 平移后横纵坐标的变化可得线段 AB 向左平移 2 个单位, 向上平移了 3 个单位, 然后再确定 a, b 的值, 进而可得答案.

【解答】解: 由题意可得线段 AB 向左平移 2 个单位, 向上平移了 3 个单位, 则 $P(a-2, b+3)$

故选 A.

6. A, B 两地相距 180km, 新修的高速公路开通后, 在 A, B 两地间行驶的长途客车平均车速提高了 50%, 而从 A 地到 B 地的时间缩短了 1h. 若设原来的平均车速为 x km/h, 则根据题意可列方程为 ()

- A. $\frac{180}{x} - \frac{180}{(1+50\%)x} = 1$ B. $\frac{180}{(1+50\%)x} - \frac{180}{x} = 1$
C. $\frac{180}{x} - \frac{180}{(1-50\%)x} = 1$ D. $\frac{180}{(1-50\%)x} - \frac{180}{x} = 1$

【考点】由实际问题抽象出分式方程.

【分析】直接利用在 A, B 两地间行驶的长途客车平均车速提高了 50%, 而从 A 地到 B 地的时间缩短了 1h, 利用时间差值得出等式即可.

【解答】解: 设原来的平均车速为 x km/h, 则根据题意可列方程为:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{(1+50\%)x} = 1.$$

故选: A.

7. 如图, 一扇形纸扇完全打开后, 外侧两竹条和 AC 的夹角为 120° , 长为 25cm, 贴纸部分的宽 BD 为 15cm, 若纸扇两面贴纸, 则贴纸的面积为 ()



A. $175\pi\text{cm}^2$ B. $350\pi\text{cm}^2$ C. $\frac{800}{3}\pi\text{cm}^2$ D. $150\pi\text{cm}^2$

【考点】扇形面积的计算.

【分析】贴纸部分的面积等于扇形 ABC 减去小扇形的面积, 已知圆心角的度数为 120° , 扇形的半径为 25cm 和 10cm , 可根据扇形的面积公式求出贴纸部分的面积.

【解答】解: $\because AB=25$, $BD=15$,

$\therefore AD=10$,

$$\therefore S_{\text{贴纸}} = \frac{120 \cdot \pi \times 25^2}{360} - \frac{120 \cdot \pi \times 10^2}{360}$$

$$= 175\pi\text{cm}^2,$$

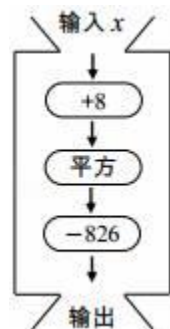
故选 A.



8. 输入一组数据, 按下列程序进行计算, 输出结果如表:

x	20.5	20.6	20.7	20.8	20.9
输出	-13.75	-8.04	-2.31	3.44	9.21

分析表格中的数据, 估计方程 $(x+8)^2 - 826 = 0$ 的一个正数解 x 的大致范围为 ()



A. $20.5 < x < 20.6$ B. $20.6 < x < 20.7$ C. $20.7 < x < 20.8$ D. $20.8 < x < 20.9$

【考点】估算一元二次方程的近似解.

【分析】根据表格中的数据, 可以知道 $(x+8)^2 - 826$ 的值, 从而可以判断当 $(x+8)^2 - 826 = 0$ 时, x 的所在的范围, 本题得以解决.

【解答】解: 由表格可知,

当 $x=20.7$ 时, $(x+8)^2 - 826 = -2.31$,

当 $x=20.8$ 时, $(x+8)^2 - 826 = 3.44$,

故 $(x+8)^2 - 826 = 0$ 时, $20.7 < x < 20.8$,

故选 C.

二、填空题 (本题满分 18 分, 共有 6 道小题, 每小题 3 分)

9. 计算: $\frac{\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \underline{2}$.

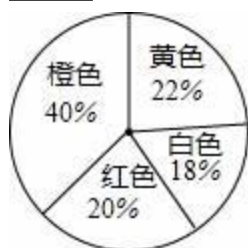
【考点】二次根式的混合运算.

【分析】首先化简二次根式, 进而求出答案.

【解答】解：原式 $=\frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$.

故答案为：2.

10. “万人马拉松”活动组委会计划制作运动衫分发给参与者，为此，调查了部分参与者，以决定制作橙色、黄色、白色、红色四种颜色运动衫的数量. 根据得到的调查数据，绘制成如图所示的扇形统计图. 若本次活动共有 12000 名参与者，则估计其中选择红色运动衫的约有 2400 名.

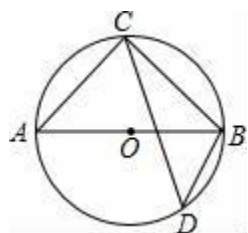


【考点】扇形统计图；用样本估计总体.

【分析】根据样本中选择红色运动衫的人数占总数的百分比，据此可估计总体中选择红色运动衫的人数占总数的百分比近似相等，列式计算即可.

【解答】解：若本次活动共有 12000 名参与者，则估计其中选择红色运动衫的约有 $12000 \times 20\% = 2400$ (名)，
故答案为：2400.

11. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C，D 是 $\odot O$ 上的两点，若 $\angle BCD = 28^\circ$ ，则 $\angle ABD =$ 62 $^\circ$.



【考点】圆周角定理.

【分析】根据直径所对的圆周角是直角得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，求出 $\angle BCD$ ，根据圆周角定理解答即可.

【解答】解： $\because$ AB 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，
 $\because \angle BCD = 28^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACD = 62^\circ$ ，
由圆周角定理得， $\angle ABD = \angle ACD = 62^\circ$ ，
故答案为：62.

12. 已知二次函数 $y = 3x^2 + c$ 与正比例函数 $y = 4x$ 的图象只有一个交点，则 c 的值为 $\frac{4}{3}$.

【考点】根的判别式.

【分析】将一次函数解析式代入到二次函数解析式中，得出关于 x 的一元二次方程，由两函数图象只有一个交点可得知该方程有两个相同的实数根，结合根的判别式即可得出关于 c 的一元一次方程，解方程即可得出结论.

【解答】解：将正比例函数 $y=4x$ 代入到二次函数 $y=3x^2+c$ 中，
得： $4x=3x^2+c$ ，即 $3x^2-4x+c=0$ 。

$\because$ 两函数图象只有一个交点，

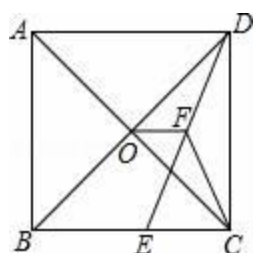
$\therefore$ 方程 $3x^2-4x+c=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 3c = 0$ ，

解得： $c = \frac{4}{3}$ 。

故答案为： $\frac{4}{3}$ 。

13. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， E 为 BC 上一点， $CE=5$ ， F 为 DE 的中点。若 $\triangle CEF$ 的周长为 18，则 OF 的长为 $\frac{7}{2}$ 。



【考点】正方形的性质；直角三角形斜边上的中线；勾股定理；三角形中位线定理。

【分析】先根据直角三角形的性质求出 DE 的长，再由勾股定理得出 CD 的长，进而可得出 BE 的长，由三角形中位线定理即可得出结论。

【解答】解： $\because CE=5$ ， $\triangle CEF$ 的周长为 18，

$\therefore CF+EF=18-5=13$ 。

$\because F$ 为 DE 的中点，

$\therefore DF=EF$ 。

$\because \angle BCD=90^\circ$ ，

$\therefore CF=\frac{1}{2}DE$ ，

$\therefore EF=CF=\frac{1}{2}DE=6.5$ ，

$\therefore DE=2EF=13$ ，

$\therefore CD=\sqrt{DE^2-CE^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ 。

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC=CD=12$ ， O 为 BD 的中点，

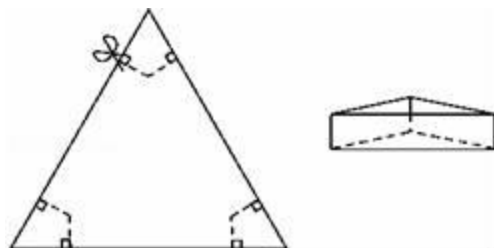
$\therefore OF$ 是 $\triangle BDE$ 的中位线，

$\therefore OF=\frac{1}{2}(BC-CE)=\frac{1}{2}(12-5)=\frac{7}{2}$ 。

故答案为： $\frac{7}{2}$ 。

14. 如图，以边长为 20cm 的正三角形纸板的各顶点为端点，在各边上分别截取 4cm 长的六条线段，过截得的六个端点作所在边的垂线，形成三个有两个直角的四边形。把它们沿图中

虚线剪掉，用剩下的纸板折成一个底为正三角形的无盖柱形盒子，则它的容积为 $448\sqrt{3}-480$ cm^3 .



【考点】剪纸问题.

【分析】由题意得出 $\triangle ABC$ 为等边三角形， $\triangle OPQ$ 为等边三角形，得出 $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$ ， $AB=BC=AC$ ， $\angle POQ=60^\circ$ ，连结 AO ，作 $QM\perp OP$ 于 M ，在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $\angle OAD=\angle OAK=30^\circ$ ，得出 $OD=\frac{1}{2}AD=2\text{cm}$ ， $AD=\sqrt{3}OD=2\sqrt{3}\text{cm}$ ，同理： $BE=AD=2\sqrt{3}\text{cm}$ ，求出 PQ 、 QM ，无盖柱形盒子的容积=底面积 $\times$ 高，即可得出结果.

【解答】解：如图，由题意得： $\triangle ABC$ 为等边三角形， $\triangle OPQ$ 为等边三角形，
 $\therefore \angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$ ， $AB=BC=AC$ ， $\angle POQ=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADO=\angle AKO=90^\circ$.
 连结 AO ，作 $QM\perp OP$ 于 M ，
 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $\angle OAD=\angle OAK=30^\circ$ ，

$$\therefore OD=\frac{1}{2}AD=2\text{cm},$$

$$\therefore AD=\sqrt{3}OD=2\sqrt{3}\text{cm},$$

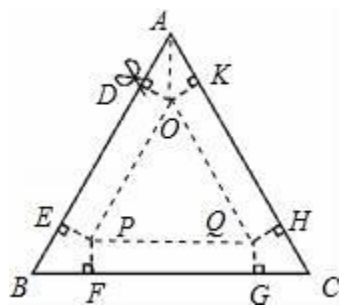
同理： $BE=AD=2\sqrt{3}\text{cm}$ ，

$$\therefore PQ=DE=20-2\times 2\sqrt{3}=20-4\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\therefore QM=OP\cdot \sin 60^\circ=(20-4\sqrt{3})\times \frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}-6,(\text{cm}),$$

$$\therefore \text{无盖柱形盒子的容积}=\frac{1}{2}\times (20-4\sqrt{3})(10\sqrt{3}-6)\times 4=448\sqrt{3}-480(\text{cm}^3);$$

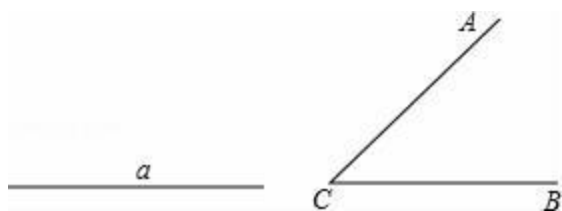
故答案为： $448\sqrt{3}-480$.



三、作图题（本题满分4分）用圆规、直尺作图，不写作法，但要保留作图痕迹.

15. 已知：线段 a 及 $\angle ACB$.

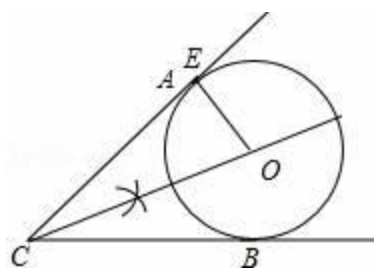
求作： $\odot O$ ，使 $\odot O$ 在 $\angle ACB$ 的内部， $CO=a$ ，且 $\odot O$ 与 $\angle ACB$ 的两边分别相切.



【考点】 作图—复杂作图.

【分析】 首先作出 $\angle ACB$ 的平分线 CD , 再截取 $CO=a$ 得出圆心 O , 作 $OE \perp CA$, 由角平分线的性质和切线的判定作出圆即可.

【解答】 解: ①作 $\angle ACB$ 的平分线 CD ,
 ②在 CD 上截取 $CO=a$,
 ③作 $OE \perp CA$ 于 E , 以 O 为圆心, OE 长为半径作圆;
 如图所示: $\odot O$ 即为所求.



四、解答题 (本题满分 74 分, 共有 9 道小题)

16. (1) 化简: $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4x}{x^2-1}$

(2) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 \\ 5x-8 \leq 1 \end{cases}$, 并写出它的整数解.

【考点】 分式的加减法; 解一元一次不等式组; 一元一次不等式组的整数解.

【分析】 (1) 原式通分并利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果;

(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分确定出不等式组的解集, 确定出整数解即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} -$

$$\frac{4x}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x-1}{x+1};$$

(2) $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 \text{ ①} \\ 5x-8 \leq 1 \text{ ②} \end{cases},$

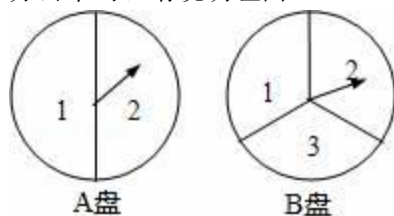
由①得: $x \leq 1$,

由②得: $x \leq \frac{9}{5}$,

则不等式组的解集为 $x \leq 1$,

则不等式组的整数解为 $\{x \in \mathbb{Z} | x \leq 1\}$.

17. 小明和小亮用下面两个可以自由转动的转盘做游戏，每个转盘被分成面积相等的几个扇形．转动两个转盘各一次，若两次数字之积大于 2，则小明胜，否则小亮胜．这个游戏对双方公平吗？请说明理由．



【考点】游戏公平性．

【分析】首先依据题先用列表法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式求出该事件的概率，游戏是否公平，求出游戏双方获胜的概率，比较是否相等即可．

【解答】解：这个游戏对双方是公平的．

列表得：

$\begin{matrix} B \\ A \end{matrix}$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6

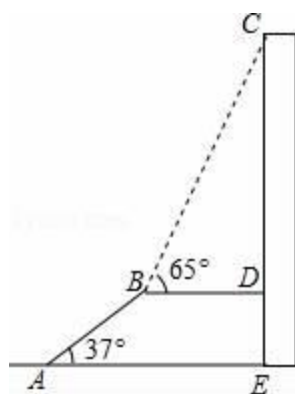
$\therefore$ 一共有 6 种情况，积大于 2 的有 3 种，

$$\therefore P(\text{积大于 } 2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 这个游戏对双方是公平的．

18. 如图，AB 是长为 10m，倾斜角为 37° 的自动扶梯，平台 BD 与大楼 CE 垂直，且与扶梯 AB 的长度相等，在 B 处测得大楼顶部 C 的仰角为 65° ，求大楼 CE 的高度（结果保留整数）．

（参考数据： $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sin 65^\circ \approx \frac{9}{10}$, $\tan 65^\circ \approx \frac{15}{7}$ ）



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题．

【分析】作 $BF \perp AE$ 于点 F．则 $BF = DE$ ，在直角 $\triangle ABF$ 中利用三角函数求得 BF 的长，在直角 $\triangle CDB$ 中利用三角函数求得 CD 的长，则 CE 即可求得．

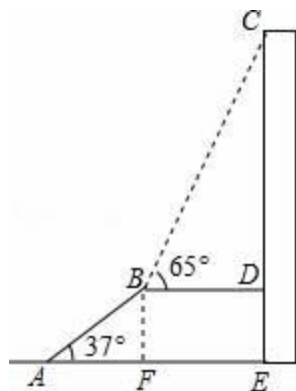
【解答】解：作 $BF \perp AE$ 于点 F．则 $BF = DE$ ．

在直角 $\triangle ABF$ 中, $\sin \angle BAF = \frac{BF}{AB}$, 则 $BF = AB \cdot \sin \angle BAF = 10 \times \frac{3}{5} = 6$ (m).

在直角 $\triangle CDB$ 中, $\tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$, 则 $CD = BD \cdot \tan 65^\circ = 10 \times \frac{25}{7} \approx 27$ (m).

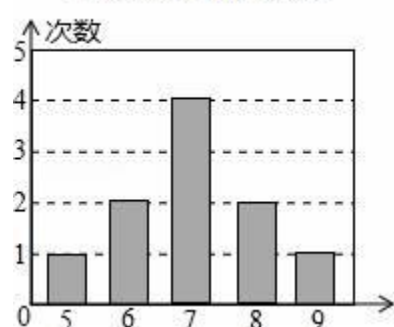
则 $CE = DE + CD = BF + CD = 6 + 27 = 33$ (m).

答: 大楼 CE 的高度是 33m.

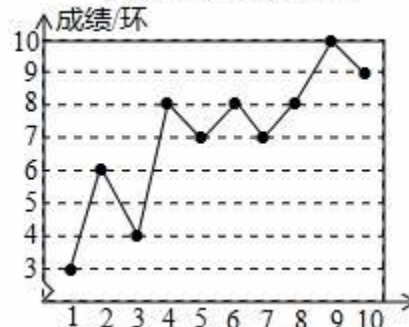


19. 甲、乙两名队员参加射击训练, 成绩分别被制成下列两个统计图:

甲队员射击训练成绩



乙队员射击训练成绩



根据以上信息, 整理分析数据如下:

	平均成绩/环	中位数/环	众数/环	方差
甲	a	7	7	1.2
乙	7	b	8	c

(1) 写出表格中 a , b , c 的值;

(2) 分别运用表中的四个统计量, 简要分析这两名队员的射击训练成绩. 若选派其中一名参赛, 你认为应选哪名队员?

【考点】 方差; 条形统计图; 折线统计图; 中位数; 众数.

【分析】 (1) 利用平均数的计算公式直接计算平均分即可; 将乙的成绩从小到大重新排列, 用中位数的定义直接写出中位数即可; 根据乙的平均数利用方差的公式计算即可;

(2) 结合平均数和中位数、众数、方差三方面的特点进行分析.

【解答】 解: (1) 甲的平均成绩 $a = \frac{5 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 \times 1}{1 + 2 + 4 + 2 + 1} = 7$ (环),

$\therefore$ 乙射击的成绩从小到大重新排列为: 3, 4, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 10,

$\therefore$ 乙射击成绩的中位数 $b = \frac{7 + 8}{2} = 7.5$ (环),

$$\begin{aligned}
 \text{其方差 } c &= \frac{1}{10} \times [(3-7)^2 + (4-7)^2 + (6-7)^2 + 2 \times (7-7)^2 + 3 \times (8-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2] \\
 &= \frac{1}{10} \times (16+9+1+3+4+9) \\
 &= 4.2;
 \end{aligned}$$

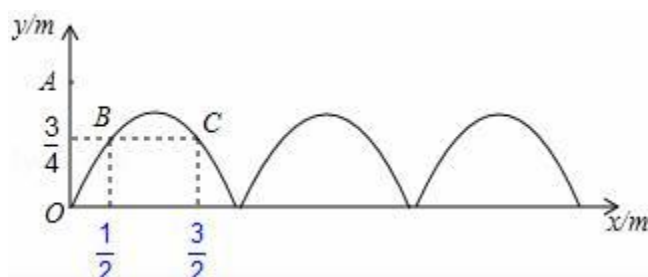
(2) 从平均成绩看甲、乙二人的成绩相等均为 7 环，从中位数看甲射中 7 环以上的次数小于乙，从众数看甲射中 7 环的次数最多而乙射中 8 环的次数最多，从方差看甲的成绩比乙的成绩稳定，

综合以上各因素，若选派一名学生参加比赛的话，可选择乙参赛，因为乙获得高分的可能更大.

20. 如图，需在一面墙上绘制几个相同的抛物线型图案. 按照图中的直角坐标系，最左边的抛物线可以用 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 表示. 已知抛物线上 B, C 两点到地面的距离均为 $\frac{3}{4}$ m, 到墙边似的距离分别为 $\frac{1}{2}$ m, $\frac{3}{2}$ m.

(1) 求该抛物线的函数关系式，并求图案最高点到地面的距离；

(2) 若该墙的长度为 10m, 则最多可以连续绘制几个这样的抛物线型图案？



【考点】二次函数的应用.

【分析】(1) 根据题意求得 B $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$, C $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$, 解方程组求得抛物线的函数关系式为 $y = -x^2 + 2x$; 根据抛物线的顶点坐标公式得到结果;

(2) 令 $y=0$, 即 $-x^2 + 2x = 0$, 解方程得到 $x_1=0$, $x_2=2$, 即可得到结论.

【解答】解: (1) 根据题意得: B $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$, C $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$,

$$\text{把 B, C 代入 } y=ax^2+bx \text{ 得 } \begin{cases} \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b \\ \frac{3}{4} = \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的函数关系式为 $y = -x^2 + 2x$;

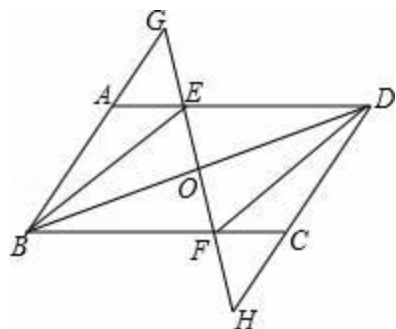
$$\therefore \text{图案最高点到地面的距离} = \frac{-2^2}{4 \times (-1)} = 1;$$

(2) 令 $y=0$, 即 $-x^2+2x=0$,
 $\therefore x_1=0, x_2=2$,
 $\therefore 10 \div 2=5$,
 $\therefore$ 最多可以连续绘制 5 个这样的抛物线型图案.

21. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 分别是边 AD, BC 上的点, 且 $AE=CF$, 直线 EF 分别交 BA 的延长线、 DC 的延长线于点 G, H , 交 BD 于点 O .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 连接 DG , 若 $DG=BG$, 则四边形 $BEDF$ 是什么特殊四边形? 请说明理由.



【考点】 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由平行四边形的性质得出 $AB=CD$, $\angle BAE=\angle DCF$, 由 SAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 即可;

(2) 由平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$, $AD=BC$, 证出 $DE=BF$, 得出四边形 $BEDF$ 是平行四边形, 得出 $OB=OD$, 再由等腰三角形的三线合一性质得出 $EF \perp BD$, 即可得出四边形 $BEDF$ 是菱形.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=CD$, $\angle BAE=\angle DCF$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} AB=CD \\ \angle BAE=\angle DCF \\ AE=CF \end{cases}$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS);

(2) 解: 四边形 $BEDF$ 是菱形; 理由如下: 如图所示:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD=BC$,

$\because AE=CF$,

$\therefore DE=BF$,

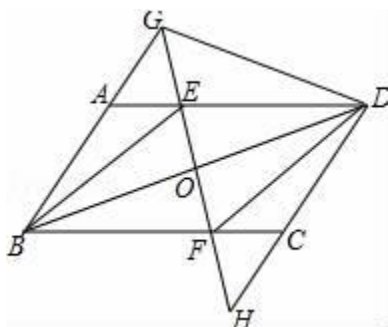
$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形,

$\therefore OB=OD$,

$\because DG=BG$,

$\therefore EF \perp BD$,

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是菱形.



22. 某玩具厂生产一种玩具，本着控制固定成本，降价促销的原则，使生产的玩具能够全部售出。据市场调查，若按每个玩具 280 元销售时，每月可销售 300 个。若销售单价每降低 1 元，每月可多售出 2 个。据统计，每个玩具的固定成本 Q （元）与月产销量 y （个）满足如下关系：

月产销量 y （个）	...	160	200	240	300	...
每个玩具的固定成本 Q （元）	...	60	48	40	32	...

- (1) 写出月产销量 y （个）与销售单价 x （元）之间的函数关系式；
- (2) 求每个玩具的固定成本 Q （元）与月产销量 y （个）之间的函数关系式；
- (3) 若每个玩具的固定成本为 30 元，则它占销售单价的几分之几？
- (4) 若该厂这种玩具的月产销量不超过 400 个，则每个玩具的固定成本至少为多少元？销售单价最低为多少元？

【考点】 二次函数的应用；待定系数法求一次函数解析式。

【分析】 (1) 设 $y=kx+b$ ，把，代入解方程组即可。

(2) 观察函数表可知两个变量的乘积为定值，所以固定成本 Q （元）与月产销量 y （个）

之间存在反比例函数关系，不妨设 $Q=\frac{\pi}{y}$ ，由此即可解决问题。

(3) 求出销售价即可解决问题。

(4) 根据条件分别列出不等式即可解决问题。

【解答】 解：(1) 由于销售单价每降低 1 元，每月可多售出 2 个，所以月产销量 y （个）与销售单价 x （元）之间存在一次函数关系，不妨设 $y=kx+b$ ，则，满足函数关系式，得

$$\begin{cases} 280k+b=300 \\ 279k+b=302 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-2 \\ b=860 \end{cases}$$

产销量 y （个）与销售单价 x （元）之间的函数关系式为 $y=-2x+860$ 。

(2) 观察函数表可知两个变量的乘积为定值，所以固定成本 Q （元）与月产销量 y （个）

之间存在反比例函数关系，不妨设 $Q=\frac{\pi}{y}$ ，将 $Q=60$ ， $y=160$ 代入得到 $m=9600$ ，

$$\text{此时 } Q=\frac{9600}{y}.$$

(3) 当 $Q=30$ 时， $y=320$ ，由 (1) 可知 $y=-2x+860$ ，所以 $y=270$ ，即销售单价为 270 元，由于 $\frac{30}{270}=\frac{1}{9}$ ， $\therefore$ 成本占销售价的 $\frac{1}{9}$ 。

(4) 若 $y \leq 400$ ，则 $Q \geq \frac{9600}{400}$ ，即 $Q \geq 24$ ，固定成本至少是 24 元，

$400 \geq -2x+860$ ，解得 $x \geq 230$ ，即销售单价最底为 230 元。

23. 问题提出：如何将边长为 n ($n \geq 5$, 且 n 为整数) 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形 ($a \times b$ 的矩形指边长分别为 a, b 的矩形)？

问题探究：我们先从简单的问题开始研究解决，再把复杂问题转化为已解决的问题。

探究一：

如图①，当 $n=5$ 时，可将正方形分割为五个 1×5 的矩形。

如图②，当 $n=6$ 时，可将正方形分割为六个 2×3 的矩形。

如图③，当 $n=7$ 时，可将正方形分割为五个 1×5 的矩形和四个 2×3 的矩形

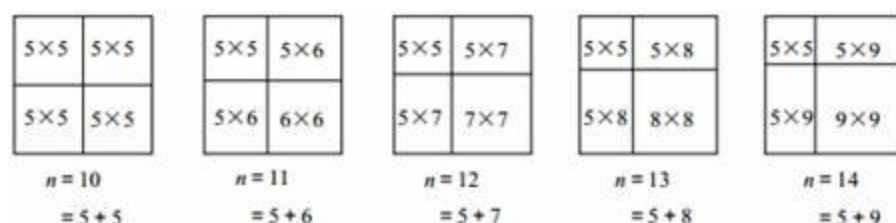
如图④，当 $n=8$ 时，可将正方形分割为八个 1×5 的矩形和四个 2×3 的矩形

如图⑤，当 $n=9$ 时，可将正方形分割为九个 1×5 的矩形和六个 2×3 的矩形



探究二：

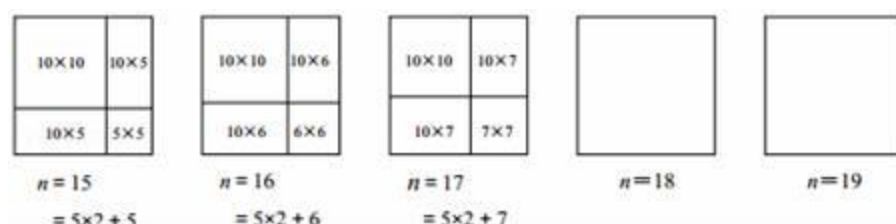
当 $n=10, 11, 12, 13, 14$ 时，分别将正方形按下列方式分割：



所以，当 $n=10, 11, 12, 13, 14$ 时，均可将正方形分割为一个 5×5 的正方形、一个 $(n-5) \times (n-5)$ 的正方形和两个 $5 \times (n-5)$ 的矩形。显然， 5×5 的正方形和 $5 \times (n-5)$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形，而 $(n-5) \times (n-5)$ 的正方形是边长分别为 $5, 6, 7, 8, 9$ 的正方形，用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形。

探究三：

当 $n=15, 16, 17, 18, 19$ 时，分别将正方形按下列方式分割：



请按照上面的方法，分别画出边长为 $18, 19$ 的正方形分割示意图。

所以，当 $n=15, 16, 17, 18, 19$ 时，均可将正方形分割为一个 10×10 的正方形、一个 $(n-10) \times (n-10)$ 的正方形和两个 $10 \times (n-10)$ 的矩形。显然， 10×10 的正方形和 $10 \times (n-10)$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形，而 $(n-10) \times (n-10)$ 的正方形又是边长分别为 $5, 6, 7, 8, 9$ 的正方形，用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形。

问题解决：如何将边长为 n ($n \geq 5$, 且 n 为整数) 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形？

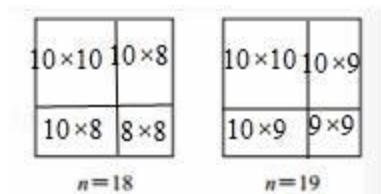
请按照上面的方法画出分割示意图，并加以说明。

实际应用：如何将边长为 61 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形？（只需按照探究三的方法画出分割示意图即可）

【考点】四边形综合题。

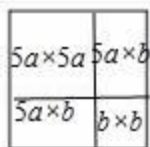
【分析】先从简单的问题开始研究解决，再把复杂问题转化为已解决的问题，由此把要解决的问题转化为已经解决的问题，即可解决问题.

【解答】解：探究三：边长为 18, 19 的正方形分割示意图，如图所示，



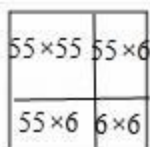
问题解决：若 $5 \leq n < 10$ 时，如探究一.

若 $n \geq 10$ ，设 $n=5a+b$ ，其中 a, b 为正整数， $5 \leq b < 10$ ，则图形如图所示，



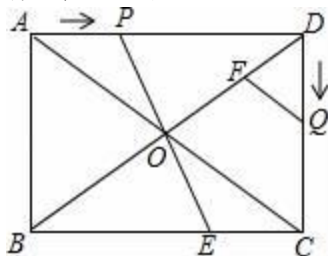
均可将正方形分割为一个 $5a \times 5a$ 的正方形、一个 $b \times b$ 的正方形和两个 $5a \times b$ 的矩形. 显然， $5a \times 5a$ 的正方形和 $5a \times b$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形，而 $b \times b$ 的正方形又是边长分别为 5, 6, 7, 8, 9 的正方形，用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形即可.

问题解决：边长为 61 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形，如图所示，



24. 已知：如图，在矩形 ABCD 中， $AB=6\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，对角线 AC，BD 交于点 O. 点 P 从点 A 出发，沿方向匀速运动，速度为 1cm/s ；同时，点 Q 从点 D 出发，沿 DC 方向匀速运动，速度为 1cm/s ；当一个点停止运动时，另一个点也停止运动. 连接 PO 并延长，交 BC 于点 E，过点 Q 作 $QF \parallel AC$ ，交 BD 于点 F. 设运动时间为 t (s) ($0 < t < 6$)，解答下列问题：

- (1) 当 t 为何值时， $\triangle AOP$ 是等腰三角形？
- (2) 设五边形 OECQF 的面积为 S (cm^2)，试确定 S 与 t 的函数关系式；
- (3) 在运动过程中，是否存在某一时刻 t ，使 $S_{\text{五边形 OECQF}} : S_{\triangle ACD} = 9 : 16$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；
- (4) 在运动过程中，是否存在某一时刻 t ，使 OD 平分 $\angle COP$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由.



【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 根据矩形的性质和勾股定理得到 $AC=10$ ，①当 $AP=PO=t$ ，如图 1，过 P 作 $PM \perp AO$ ，根据相似三角形的性质得到 $AP=t=\frac{25}{8}$ ，②当 $AP=AO=t=5$ ，于是得出结论；

(2) 作 $EH \perp AC$ 于 H , $QM \perp AC$ 于 M , $DN \perp AC$ 于 N , 交 QF 于 G , 根据全等三角形的性质得到 $CE=AP=t$, 根据相似三角形的性质得到 $EH=\frac{3t}{5}$, 根据相似三角形的性质得到

$$QM=\frac{24-4t}{5}, FQ=\frac{5t}{6}, \text{ 根据图形的面积即可得到结论,}$$

(3) 根据题意列方程得到 $t=\frac{9}{2}$, $t=0$, (不合题意, 舍去), 于是得到结论;

(4) 由角平分线的性质得到 $DM=DN=\frac{24}{5}$, 根据勾股定理得到 $ON=OM=\sqrt{OD^2-DN^2}=\frac{7}{5}$,

由三角形的面积公式得到 $OP=5-\frac{5}{8}t$, 根据勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $Ab=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$,

$$\therefore AC=10,$$

①当 $AP=PO=t$, 如图 1,

过 P 作 $PM \perp AO$,

$$\therefore AM=\frac{1}{2}AO=\frac{5}{2},$$

$$\because \angle PMA=\angle ADC=90^\circ, \angle PAM=\angle CAD,$$

$$\therefore \triangle APM \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AP}{AC}=\frac{AM}{AD},$$

$$\therefore AP=t=\frac{25}{8},$$

②当 $AP=AO=t=5$,

$\therefore$ 当 t 为 $\frac{25}{8}$ 或 5 时, $\triangle AOP$ 是等腰三角形;

(2) 作 $EH \perp AC$ 于 H , $QM \perp AC$ 于 M , $DN \perp AC$ 于 N , 交 QF 于 G ,
在 $\triangle APO$ 与 $\triangle CEO$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAO=\angle ECO \\ AO=OC \\ \angle AOP=\angle COE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOP \cong \triangle COE,$$

$$\therefore CE=AP=t,$$

$$\because \triangle CEH \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{EH}{AB}=\frac{CE}{AC},$$

$$\therefore EH=\frac{3t}{5},$$

$$\therefore DN=\frac{AD \cdot CD}{AC}=\frac{24}{5},$$

$$\because QM \parallel DN,$$

$$\therefore \triangle CQM \sim \triangle CDN,$$

$$\therefore \frac{QM}{DN} = \frac{CQ}{CD}, \text{ 即 } \frac{QM}{\frac{24}{5}} = \frac{6-t}{6},$$

$$\therefore QM = \frac{24-4t}{5},$$

$$\therefore DG = \frac{24}{5} - \frac{24-4t}{5} = \frac{4t}{5},$$

$$\therefore FQ \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle DFQ \sim \triangle DOC,$$

$$\therefore \frac{FQ}{OC} = \frac{DG}{DN},$$

$$\therefore FQ = \frac{5t}{6},$$

$$\therefore S_{\text{五边形 OECQF}} = S_{\triangle OEC} + S_{\text{四边形 OCQF}} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{3t}{5} + \frac{1}{2} \left(\frac{5t}{6} + 5 \right) \cdot \frac{24-4t}{5} = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{3}{2}t + 12,$$

$$\therefore S \text{ 与 } t \text{ 的函数关系式为 } S = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{3}{2}t + 12;$$

(3) 存在,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24,$$

$$\therefore S_{\text{五边形 OECQF}} : S_{\triangle ACD} = \left(-\frac{1}{3}t^2 + \frac{3}{2}t + 12 \right) : 24 = 9 : 16,$$

$$\text{解得 } t = \frac{9}{2}, t = 0, \text{ (不合题意, 舍去),}$$

$$\therefore t = \frac{9}{2} \text{ 时, } S_{\text{五边形 OECQF}} : S_{\triangle ACD} = 9 : 16;$$

(4) 如图 3, 过 D 作 $DM \perp AC$ 于 M, $DN \perp AC$ 于 N,

$$\therefore \angle POD = \angle COD,$$

$$\therefore DM = DN = \frac{24}{5},$$

$$\therefore ON = OM = \sqrt{OD^2 - DN^2} = \frac{7}{5},$$

$$\therefore OP \cdot DM = 3PD,$$

$$\therefore OP = 5 - \frac{5}{8}t,$$

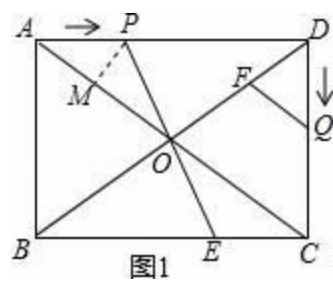
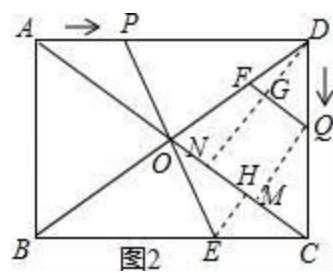
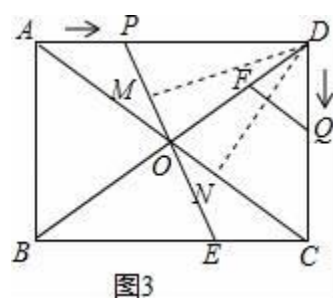
$$\therefore PM = \frac{18}{5} - \frac{5}{8}t,$$

$$\therefore PD^2 = PM^2 + DM^2,$$

$$\therefore (8-t)^2 = \left(\frac{18}{5} - \frac{5}{8}t \right)^2 + \left(\frac{24}{5} \right)^2,$$

$$\text{解得: } t \approx 15 \text{ (不合题意, 舍去), } t \approx 2.88,$$

$$\therefore \text{当 } t = 2.88 \text{ 时, OD 平分 } \angle COP.$$



2016 年 6 月 23 日