

2016 年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项 A、B、C、D 中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项涂在答题卡相应位置）

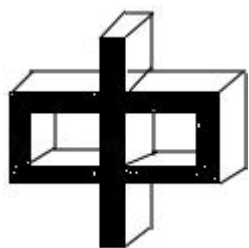
1. (3 分) 下列各对数是互为倒数的是 ()

- A. 4 和 -4 B. -3 和 $\frac{1}{3}$ C. -2 和 $-\frac{1}{2}$ D. 0 和 0

2. (3 分) 以下微信图标不是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) 如图所示，该几何体的俯视图是 ()

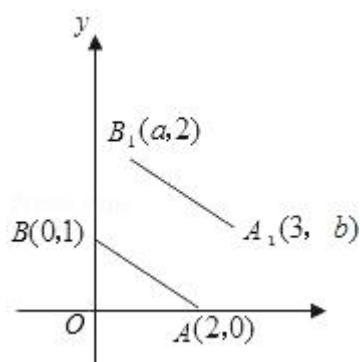


- A.  B. 
C.  D. 

4. (3 分) 当 $1 < a < 2$ 时，代数式 $|a - 2| + |1 - a|$ 的值是 ()

- A. -1 B. 1 C. 3 D. -3

5. (3 分) 如图，A、B 的坐标为 (2, 0)，(0, 1)，若将线段 AB 平移至 A_1B_1 ，则 $a+b$ 的值为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

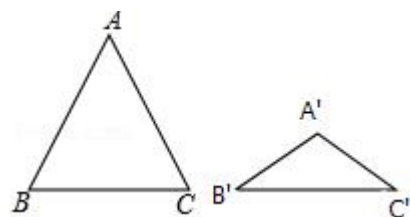
6. (3分) 在 $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 当 $\square ABCD$ 的面积最大时, 下列结论正确的有 ()

① $AC=5$; ② $\angle A + \angle C = 180^\circ$; ③ $AC \perp BD$; ④ $AC=BD$.

- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①③④

7. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 都是等腰三角形, 且 $AB=AC=5$, $A'B'=A'C'=3$,

若 $\angle B + \angle B' = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为 ()

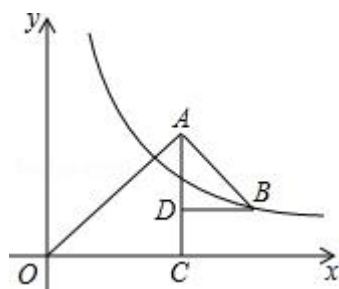


- A. 25: 9 B. 5: 3 C. $\sqrt{5}: \sqrt{3}$ D. $5\sqrt{5}: 3\sqrt{3}$

8. (3分) 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$,

反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的图象经过点B, 则 $\triangle OAC$ 与 $\triangle BAD$ 的面积之差

$S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD}$ 为 ()



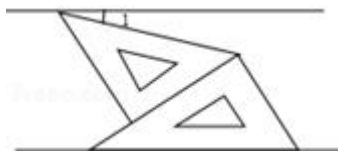
- A. 36 B. 12 C. 6 D. 3

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内)

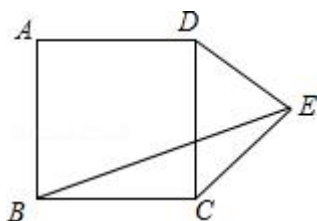
9. (3分) 2016 年春节期间, 在网络上用“百度”搜索引擎搜索“开放二胎”, 能搜索到与之相关的结果个数约为 45100000, 这个数用科学记数法表示

为_____.

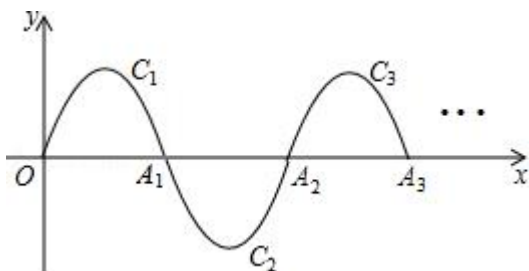
10. (3分) 如图, 将一副三角板和一张对边平行的纸条按如图方式摆放, 两个三角板的一直角边重合, 含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合, 含 45° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上, 则 $\angle 1$ 的度数是_____.



11. (3分) 某校九年级 (1) 班 40 名同学中, 14 岁的有 1 人, 15 岁的有 21 人, 16 岁的有 16 人, 17 岁的有 2 人, 则这个班同学年龄的中位数是_____岁.
12. (3分) 已知 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根, 则 $2m^2 - 4m =$ _____.
13. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 外作等腰直角 $\triangle CDE$, $DE = CE$, 连接 BE , 则 $\tan \angle EBC =$ _____.



14. (3分) 如图, 一段抛物线: $y = -x(x - 2)$ ($0 \leq x \leq 2$) 记为 C_1 , 它与 x 轴交于两点 O, A_1 ; 将 C_1 绕 A_1 旋转 180° 得到 C_2 , 交 x 轴于 A_2 ; 将 C_2 绕 A_2 旋转 180° 得到 C_3 , 交 x 轴于 A_3 ; ... 如此进行下去, 直至得到 C_6 , 若点 $P(11, m)$ 在第 6 段抛物线 C_6 上, 则 $m =$ _____.

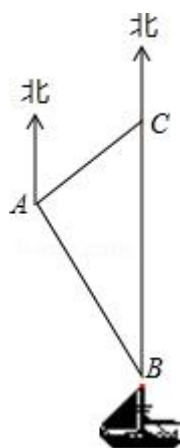


三、解答题（本题共 78 分，把解答和证明过程写在答题卡的相应区域内）

15. (6 分) 计算: $2^{-2} - 2\cos 60^\circ + |-\sqrt{12}| + (\pi - 3.14)^0$.

16. (6 分) 已知 $4x=3y$, 求代数式 $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$ 的值.

17. (6 分) 南沙群岛是我国固有领土, 现在我南海渔民要在南沙某海岛附近进行捕鱼作业, 当渔船航行至 B 处时, 测得该岛位于正北方向 $20(1+\sqrt{3})$ 海里的 C 处, 为了防止某国海巡警干扰, 就请求我 A 处的渔监船前往 C 处护航, 已知 C 位于 A 处的北偏东 45° 方向上, A 位于 B 的北偏西 30° 的方向上, 求 A、C 之间的距离.



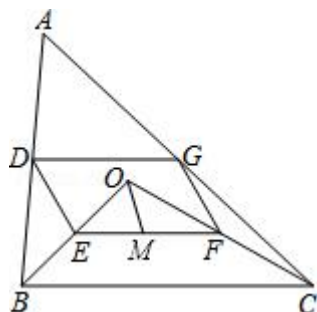
18. (6 分) 列方程或方程组解应用题:

为了响应“十三五”规划中提出的绿色环保的倡议, 某校文印室提出了每个人都践行“双面打印, 节约用纸”. 已知打印一份资料, 如果用 A4 厚型纸单面打印, 总质量为 400 克, 将其全部改成双面打印, 用纸将减少一半; 如果用 A4 薄型纸双面打印, 这份资料的总质量为 160 克, 已知每页薄型纸比厚型纸轻 0.8 克, 求 A4 薄型纸每页的质量. (墨的质量忽略不计)

19. (7 分) 如图, 点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点, 连结 OB 、 OC , 并将 AB 、 OB 、 OC 、 AC 的中点 D 、 E 、 F 、 G 依次连结, 得到四边形 $DEFG$.

(1) 求证: 四边形 $DEFG$ 是平行四边形;

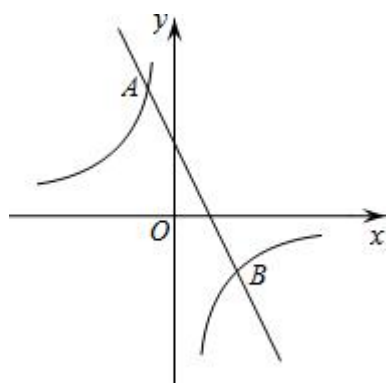
(2) 若 M 为 EF 的中点, $OM=3$, $\angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余, 求 DG 的长度.



20. (7 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 与直线 $y = -2x + 2$ 交于点 $A(-1, a)$.

(1) 求 a, m 的值;

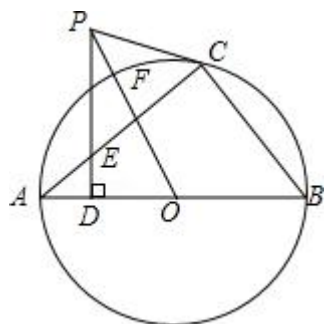
(2) 求该双曲线与直线 $y = -2x + 2$ 另一个交点 B 的坐标.



21. (10 分) 如图, 直角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 AB 上的一点, 过点 D 作 AB 的垂线交 AC 于 E , 过点 C 作 $\angle ECP = \angle AED$, CP 交 DE 的延长线于点 P , 连结 PO 交 $\odot O$ 于点 F .

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $PC = 3$, $PF = 1$, 求 AB 的长.



22. (10 分) 锐锐参加我市电视台组织的“牡丹杯”智力竞答节目，答对最后两道单选题就顺利通关，第一道单选题有 3 个选项，第二道单选题有 4 个选项，这两道题锐锐都不会，不过锐锐还有两个“求助”可以用（使用“求助”一次可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项）.

(1) 如果锐锐两次“求助”都在第一道题中使用，那么锐锐通关的概率是_____.

(2) 如果锐锐两次“求助”都在第二道题中使用，那么锐锐通关的概率是_____.

(3) 如果锐锐将每道题各用一次“求助”，请用树状图或者列表来分析他顺利通关的概率.

23. (10 分) 如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形，点 A, D, E 在同一直线上，连接 BE.

(1) 如图 1, 若 $\angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 50^\circ$

①求证: $AD = BE$;

②求 $\angle AEB$ 的度数.

(2) 如图 2, 若 $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$, CM 为 $\triangle DCE$ 中 DE 边上的高, BN 为

$\triangle ABE$ 中 AE 边上的高, 试证明: $AE = 2\sqrt{3}CM + \frac{2\sqrt{3}}{3}BN$.

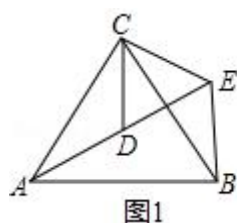


图1

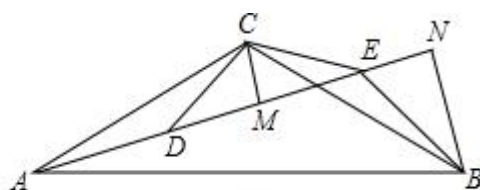


图2

24. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 过 $B(-2, 6)$,

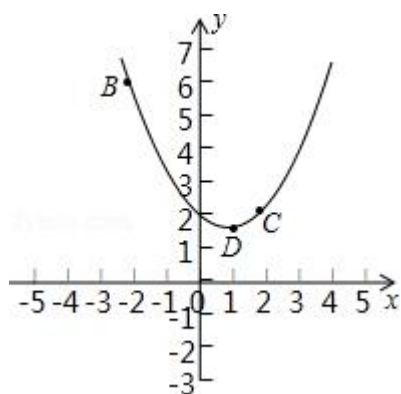
C (2, 2) 两点.

(1) 试求抛物线的解析式;

(2) 记抛物线顶点为 D, 求 $\triangle BCD$ 的面积;

(3) 若直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移 b 个单位所得的直线与抛物线段 BDC (包括端点

B、C) 部分有两个交点, 求 b 的取值范围.



2016 年山东省菏泽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项 A、B、C、D 中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项涂在答题卡相应位置）

1. (3 分) 下列各对数是互为倒数的是 ()

- A. 4 和 -4 B. -3 和 $\frac{1}{3}$ C. -2 和 $-\frac{1}{2}$ D. 0 和 0

【考点】17：倒数.

【分析】根据倒数的定义可知，乘积是 1 的两个数互为倒数，据此求解即可.

【解答】解：A、 $4 \times (-4) \neq 1$ ，选项错误；

B、 $-3 \times \frac{1}{3} \neq 1$ ，选项错误；

C、 $-2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$ ，选项正确；

D、 $0 \times 0 \neq 1$ ，选项错误.

故选：C.

【点评】主要考查了倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数. 要求掌握并熟练运用.

2. (3 分) 以下微信图标不是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

【考点】P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念求解，看图形是不是关于直线对称.

【解答】解：A、是轴对称图形；

B、是轴对称图形；

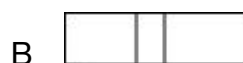
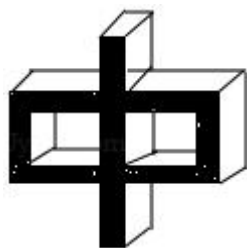
C、是轴对称图形；

D、不是轴对称图形.

故选：D.

【点评】 本题主要考查了轴对称的概念，轴对称的关键是寻找对称轴，两边图象折叠后可重合.

3. (3分) 如图所示，该几何体的俯视图是 ()



【考点】 U2：简单组合体的三视图.

【分析】 根据俯视图是从物体的上面看得到的视图进行解答即可.

【解答】 解：从上往下看，可以看到选项 C 所示的图形.

故选：C.

【点评】 本题考查了三视图的知识，掌握俯视图是从物体的上面看得到的视图是解题的关键.

4. (3分) 当 $1 < a < 2$ 时，代数式 $|a - 2| + |1 - a|$ 的值是 ()

A. -1

B. 1

C. 3

D. -3

【考点】 15：绝对值；33：代数式求值.

【专题】 11：计算题.

【分析】 根据 a 的取值范围，先去绝对值符号，再计算求值.

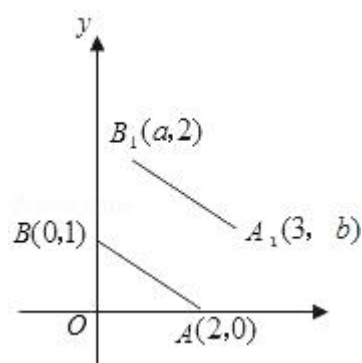
【解答】 解：当 $1 < a < 2$ 时，

$$|a-2|+|1-a|=2-a+a-1=1.$$

故选：B.

【点评】此题考查的知识点是代数式求值及绝对值，关键是根据 a 的取值，先去绝对值符号.

5. (3分) 如图，A，B 的坐标为 (2, 0)，(0, 1)，若将线段 AB 平移至 A_1B_1 ，则 $a+b$ 的值为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】Q3：坐标与图形变化 – 平移.

【分析】直接利用平移中点的变化规律求解即可.

【解答】解：由 B 点平移前后的纵坐标分别为 1、2，可得 B 点向上平移了 1 个单位，

由 A 点平移前后的横坐标分别是为 2、3，可得 A 点向右平移了 1 个单位，

由此得线段 AB 的平移的过程是：向上平移 1 个单位，再向右平移 1 个单位，

所以点 A、B 均按此规律平移，

由此可得 $a=0+1=1$ ， $b=0+1=1$ ，

故 $a+b=2$.

故选：A.

【点评】本题考查了坐标系中点、线段的平移规律，在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同. 平移中点的变化规律是：横坐标右移加，

左移减；纵坐标上移加，下移减.

6. (3分) 在 $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 当 $\square ABCD$ 的面积最大时, 下列结论正确的有 ()

① $AC=5$; ② $\angle A + \angle C = 180^\circ$; ③ $AC \perp BD$; ④ $AC=BD$.

A. ①②③

B. ①②④

C. ②③④

D. ①③④

【考点】L5: 平行四边形的性质.

【分析】当 $\square ABCD$ 的面积最大时, 四边形 $ABCD$ 为矩形, 得出 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$, $AC=BD$, 根据勾股定理求出 AC , 即可得出结论.

【解答】解: 根据题意得: 当 $\square ABCD$ 的面积最大时, 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$, $AC=BD$,

$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

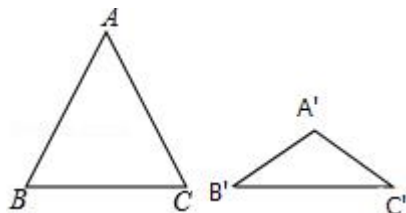
①正确, ②正确, ④正确; ③不正确;

故选: B.

【点评】本题考查了平行四边形的性质、矩形的性质以及勾股定理; 得出 $\square ABCD$ 的面积最大时, 四边形 $ABCD$ 为矩形是解决问题的关键.

7. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 都是等腰三角形, 且 $AB=AC=5$, $A'B'=A'C'=3$,

若 $\angle B + \angle B' = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为 ()



A. 25: 9

B. 5: 3

C. $\sqrt{5}$: $\sqrt{3}$

D. $5\sqrt{5}$: $3\sqrt{3}$

【考点】T4: 互余两角三角函数的关系.

【分析】先根据等腰三角形的性质得到 $\angle B = \angle C$, $\angle B' = \angle C'$, 根据三角函数的

定义得到 $AD=AB \cdot \sin B$, $A'D'=A'B' \cdot \sin B'$, $BC=2BD=2AB \cdot \cos B$,
 $B'C'=2B'D'=2A'B' \cdot \cos B'$, 然后根据三角形面积公式即可得到结论.

【解答】解: 过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D, 过 A' 作 $A'D' \perp B'C'$ 于 D',

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 都是等腰三角形,

$\therefore \angle B = \angle C$, $\angle B' = \angle C'$, $BC = 2BD$, $B'C' = 2B'D'$,

$\therefore AD = AB \cdot \sin B$, $A'D' = A'B' \cdot \sin B'$, $BC = 2BD = 2AB \cdot \cos B$,
 $B'C' = 2B'D' = 2A'B' \cdot \cos B'$,

$\therefore \angle B + \angle B' = 90^\circ$,

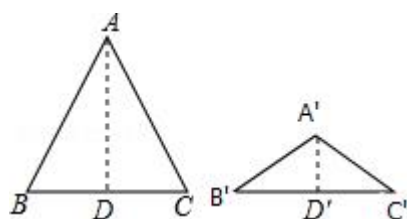
$\therefore \sin B = \cos B'$, $\sin B' = \cos B$,

$\therefore S_{\triangle BAC} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot \sin B \cdot 2AB \cdot \cos B = 25 \sin B \cdot \cos B$,

$S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2} A'D' \cdot B'C' = \frac{1}{2} A'B' \cdot \cos B' \cdot 2A'B' \cdot \sin B' = 9 \sin B' \cdot \cos B'$,

$\therefore S_{\triangle BAC} : S_{\triangle A'B'C'} = 25 : 9$.

故选: A.

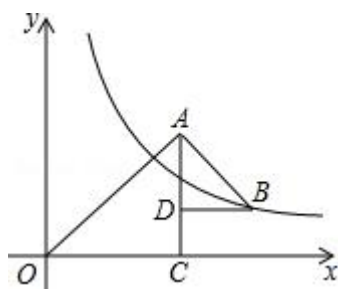


【点评】本题考查了互余两角的关系, 解直角三角形: 在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形. 也考查了等腰三角形的性质和三角形面积公式.

8. (3 分) 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$,

反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的图象经过点 B, 则 $\triangle OAC$ 与 $\triangle BAD$ 的面积之差

$S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD}$ 为 ()



A. 36

B. 12

C. 6

D. 3

【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; KW: 等腰直角三角形.

【分析】 设 $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 的直角边长分别为 a 、 b , 结合等腰直角三角形的性质及图象可得出点 B 的坐标, 根据三角形的面积公式结合反比例函数系数 k 的几何意义以及点 B 的坐标即可得出结论.

【解答】 解: 设 $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 的直角边长分别为 a 、 b ,

则点 B 的坐标为 $(a+b, a-b)$.

$\therefore$ 点 B 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的第一象限图象上,

$$\therefore (a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2 = 6.$$

$$\therefore S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD} = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}(a^2 - b^2) = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义、等腰三角形的性质以及面积公式, 解题的关键是找出 $a^2 - b^2$ 的值. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 设出等腰直角三角形的直角边, 用其表示出反比例函数上点的坐标是关键.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内)

9. (3 分) 2016 年春节期间, 在网络上用“百度”搜索引擎搜索“开放二胎”, 能搜索到与之相关的结果个数约为 45100000, 这个数用科学记数法表示为 4.51

$\times 10^7$.

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确

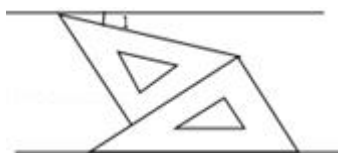
定 n 的值是易错点, 由于 45100000 有 8 位, 所以可以确定 $n=8-1=7$.

【解答】 解: 45100000 这个数用科学记数法表示为 4.51×10^7 .

故答案为: 4.51×10^7 .

【点评】 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

10. (3 分) 如图, 将一副三角板和一张对边平行的纸条按如图方式摆放, 两个三角板的一直角边重合, 含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合, 含 45° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上, 则 $\angle 1$ 的度数是 15° .



【考点】 JA: 平行线的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 过 A 点作 $AB \parallel a$, 利用平行线的性质得 $AB \parallel b$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4 = 30^\circ$, 加上 $\angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$, 易得 $\angle 1 = 15^\circ$.

【解答】 解: 如图, 过 A 点作 $AB \parallel a$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore AB \parallel b,$$

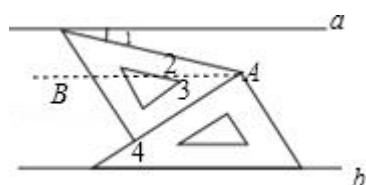
$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 30^\circ,$$

$$\text{而 } \angle 2 + \angle 3 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 15^\circ.$$

故答案为 15° .



【点评】 本题考查了平行线的性质：两直线平行，内错角相等.

11. (3 分) 某校九年级 (1) 班 40 名同学中, 14 岁的有 1 人, 15 岁的有 21 人, 16 岁的有 16 人, 17 岁的有 2 人, 则这个班同学年龄的中位数是 15 岁.

【考点】 W4: 中位数.

【分析】 根据中位数的定义找出第 20 和 21 个数的平均数, 即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 该班有 40 名同学,

$\therefore$ 这个班同学年龄的中位数是第 20 和 21 个数的平均数,

$\therefore$ 15 岁的有 21 人,

$\therefore$ 这个班同学年龄的中位数是 15 岁;

故答案为: 15.

【点评】 此题考查了中位数, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 熟练掌握中位数的定义是本题的关键.

12. (3 分) 已知 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根, 则 $2m^2 - 4m =$ 6.

【考点】 A3: 一元二次方程的解.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 根据 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根, 通过变形可以得到 $2m^2$

-4m 值，本题得以解决.

【解答】解：∵m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根，

$$\therefore m^2 - 2m - 3 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 2m = 3,$$

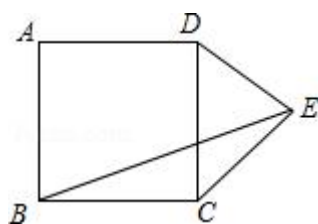
$$\therefore 2m^2 - 4m = 6,$$

故答案为：6.

【点评】本题考查一元二次方程的解，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

13. (3 分) 如图，在正方形 ABCD 外作等腰直角 $\triangle CDE$ ， $DE = CE$ ，连接 BE，

$$\text{则 } \tan \angle EBC = \frac{1}{3}.$$



【考点】 KW：等腰直角三角形；LE：正方形的性质；T7：解直角三角形.

【专题】 11：计算题.

【分析】作 $EF \perp BC$ 于 F，如图，设 $DE = CE = a$ ，根据等腰直角三角形的性质得

$CD = \sqrt{2}CE = \sqrt{2}a$ ， $\angle DCE = 45^\circ$ ，再利用正方形的性质得 $CB = CD = \sqrt{2}a$ ， $\angle$

$BCD = 90^\circ$ ，接着判断 $\triangle CEF$ 为等腰直角三角形得到 $CF = EF = \frac{\sqrt{2}}{2}CE = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，然

后在 $Rt\triangle BEF$ 中根据正切的定义求解.

【解答】解：作 $EF \perp BC$ 于 F，如图，设 $DE = CE = a$ ，

∵ $\triangle CDE$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore CD = \sqrt{2}CE = \sqrt{2}a, \angle DCE = 45^\circ,$$

∵ 四边形 ABCD 为正方形，

$$\therefore CB=CD=\sqrt{2}a, \quad \angle BCD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF=45^\circ,$$

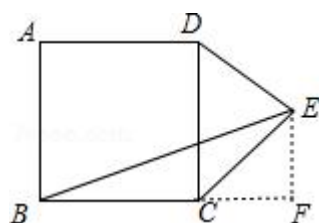
$\therefore \triangle CEF$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore CF=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}CE=\frac{\sqrt{2}}{2}a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BEF \text{ 中, } \tan \angle EBF = \frac{EF}{BF} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}a}{\sqrt{2}a + \frac{\sqrt{2}}{2}a} = \frac{1}{3},$$

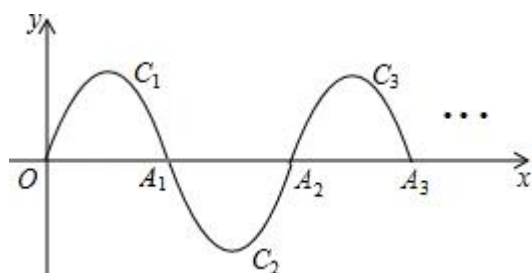
$$\text{即 } \tan \angle EBC = \frac{1}{3}.$$

故答案为 $\frac{1}{3}$.



【点评】 本题考查了正方形的性质：正方形的四条边都相等，四个角都是直角；正方形的两条对角线相等，互相垂直平分，并且每条对角线平分一组对角；正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质。也考查了等腰直角三角形的性质。

14. (3 分) 如图，一段抛物线： $y = -x(x-2)$ ($0 \leq x \leq 2$) 记为 C_1 ，它与 x 轴交于两点 O, A_1 ；将 C_1 绕 A_1 旋转 180° 得到 C_2 ，交 x 轴于 A_2 ；将 C_2 绕 A_2 旋转 180° 得到 C_3 ，交 x 轴于 A_3 ；... 如此进行下去，直至得到 C_6 ，若点 $P(11, m)$ 在第 6 段抛物线 C_6 上，则 $m = \underline{-1}$ 。



【考点】 H6：二次函数图象与几何变换；HA：抛物线与 x 轴的交点。

【专题】2A: 规律型.

【分析】将这段抛物线 C_1 通过配方法求出顶点坐标及抛物线与 x 轴的交点, 由旋转的性质可以知道 C_1 与 C_2 的顶点到 x 轴的距离相等, 且 $OA_1=A_1A_2$, 照此类推可以推导知道点 $P(11, m)$ 为抛物线 C_6 的顶点, 从而得到结果.

【解答】解: $\because y = -x(x-2) (0 \leq x \leq 2)$,

$\therefore$ 配方可得 $y = -(x-1)^2 + 1 (0 \leq x \leq 2)$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(1, 1)$,

$\therefore A_1$ 坐标为 $(2, 0)$

$\because C_2$ 由 C_1 旋转得到,

$\therefore OA_1=A_1A_2$, 即 C_2 顶点坐标为 $(3, -1)$, $A_2(4, 0)$;

照此类推可得, C_3 顶点坐标为 $(5, 1)$, $A_3(6, 0)$;

C_4 顶点坐标为 $(7, -1)$, $A_4(8, 0)$;

C_5 顶点坐标为 $(9, 1)$, $A_5(10, 0)$;

C_6 顶点坐标为 $(11, -1)$, $A_6(12, 0)$;

$\therefore m = -1$.

故答案为: -1 .

【点评】本题考查了二次函数的性质及旋转的性质, 解题的关键是求出抛物线的顶点坐标.

三、解答题 (本题共 78 分, 把解答和证明过程写在答题卡的相应区域内)

15. (6 分) 计算: $2^{-2} - 2\cos 60^\circ + |-\sqrt{12}| + (\pi - 3.14)^0$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】原式利用负整数指数幂法则，特殊角的三角函数值，绝对值的代数意义，以及零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $=\frac{1}{4}-2\times\frac{1}{2}+2\sqrt{3}+1$
 $=\frac{1}{4}+2\sqrt{3}.$

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

16. (6分) 已知 $4x=3y$ ，求代数式 $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$ 的值.

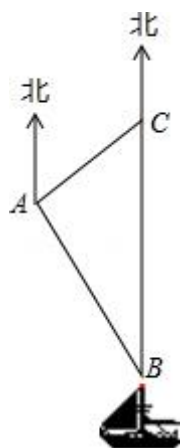
【考点】4J：整式的混合运算—化简求值.

【分析】首先利用平方差公式和完全平方公式计算，进一步合并，最后代入求得答案即可.

【解答】解： $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$
 $=x^2 - 4xy + 4y^2 - (x^2 - y^2) - 2y^2$
 $= -4xy + 3y^2$
 $= -y(4x - 3y).$
 $\because 4x=3y,$
 $\therefore$ 原式 $=0.$

【点评】此题考查整式的化简求值，注意先化简，再代入求得数值即可.

17. (6分) 南沙群岛是我国固有领土，现在我南海渔民要在南沙某海岛附近进行捕鱼作业，当渔船航行至 B 处时，测得该岛位于正北方向 $20(1+\sqrt{3})$ 海里的 C 处，为了防止某国海巡警干扰，就请求我 A 处的渔监船前往 C 处护航，已知 C 位于 A 处的北偏东 45° 方向上，A 位于 B 的北偏西 30° 的方向上，求 A、C 之间的距离.



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】 作 $AD \perp BC$, 垂足为 D, 设 $CD=x$, 利用解直角三角形的知识, 可得出 AD, 继而可得出 BD, 结合题意 $BC=CD+BD$ 可得出方程, 解出 x 的值后即可得出答案.

【解答】 解: 如图, 作 $AD \perp BC$, 垂足为 D,

由题意得, $\angle ACD=45^\circ$, $\angle ABD=30^\circ$.

设 $CD=x$, 在 $Rt\triangle ACD$ 中, 可得 $AD=x$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, 可得 $BD=\sqrt{3}x$,

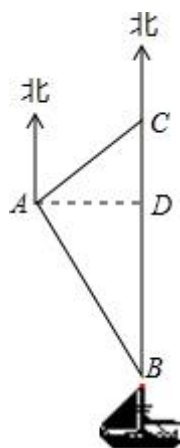
又 $\because BC=20(1+\sqrt{3})$, $CD+BD=BC$,

即 $x+\sqrt{3}x=20(1+\sqrt{3})$,

解得: $x=20$,

$\therefore AC=\sqrt{2}x=20\sqrt{2}$ (海里).

答: A、C 之间的距离为 $20\sqrt{2}$ 海里.



【点评】此题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是根据题意构造直角三角形，将实际问题转化为数学模型进行求解，难度一般.

18. (6 分) 列方程或方程组解应用题:

为了响应“十三五”规划中提出的绿色环保的倡议，某校文印室提出了每个人都践行“双面打印，节约用纸”. 已知打印一份资料，如果用 A4 厚型纸单面打印，总质量为 400 克，将其全部改成双面打印，用纸将减少一半；如果用 A4 薄型纸双面打印，这份资料的总质量为 160 克，已知每页薄型纸比厚型纸轻 0.8 克，求 A4 薄型纸每页的质量. (墨的质量忽略不计)

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 设 A4 薄型纸每页的质量为 x 克，则 A4 厚型纸每页的质量为 $(x+0.8)$ 克，然后根据“双面打印，用纸将减少一半”列方程，然后解方程即可.

【解答】解: 设 A4 薄型纸每页的质量为 x 克, 则 A4 厚型纸每页的质量为 $(x+0.8)$ 克,

根据题意, 得: $\frac{400}{x+0.8}=2 \times \frac{160}{x}$,

解得: $x=3.2$,

经检验: $x=3.2$ 是原分式方程的解, 且符合题意,

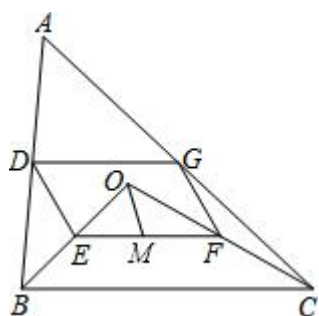
答: A4 薄型纸每页的质量为 3.2 克.

【点评】 本题主要考查分式方程的应用，根据题意准确找到相等关系并据此列出方程是解题的关键.

19. (7 分) 如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，连结 OB 、 OC ，并将 AB 、 OB 、 OC 、 AC 的中点 D 、 E 、 F 、 G 依次连结，得到四边形 $DEFG$.

(1) 求证：四边形 $DEFG$ 是平行四边形；

(2) 若 M 为 EF 的中点， $OM=3$ ， $\angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余，求 DG 的长度.



【考点】 L7：平行四边形的判定与性质.

【专题】 14：证明题.

【分析】 (1) 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $EF \parallel BC$ 且 $EF = \frac{1}{2}BC$ ， $DG \parallel BC$ 且 $DG = \frac{1}{2}BC$ ，从而得到 $DE = EF$ ， $DG \parallel EF$ ，再利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明即可；

(2) 先判断出 $\angle BOC = 90^\circ$ ，再利用直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，求出 EF 即可.

【解答】 解：(1) $\because D$ 、 G 分别是 AB 、 AC 的中点，

$$\therefore DG \parallel BC, DG = \frac{1}{2}BC,$$

$\because E$ 、 F 分别是 OB 、 OC 的中点，

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore DG = EF, DG \parallel EF,$$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形；

(2) $\because \angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余,

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$,

$\because M$ 为 EF 的中点, $OM = 3$,

$\therefore EF = 2OM = 6$.

由 (1) 有四边形 $DEFG$ 是平行四边形,

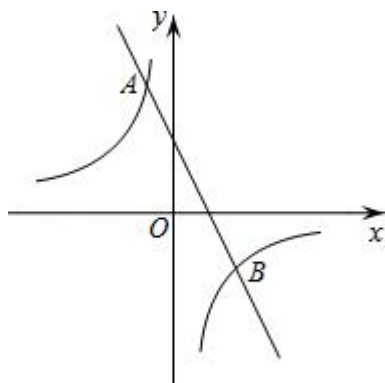
$\therefore DG = EF = 6$.

【点评】 此题是平行四边形的判定与性质题, 主要考查了平行四边形的判定和性质, 三角形的中位线, 直角三角形的性质, 解本题的关键是判定四边形 $DEFG$ 是平行四边形.

20. (7 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 与直线 $y = -2x + 2$ 交于点 $A(-1, a)$.

(1) 求 a, m 的值;

(2) 求该双曲线与直线 $y = -2x + 2$ 另一个交点 B 的坐标.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 将 A 坐标代入一次函数解析式中即可求得 a 的值, 将 $A(-1, 4)$ 坐标代入反比例解析式中即可求得 m 的值;

(2) 解方程组 $\begin{cases} y=-2x+2 \\ y=-\frac{4}{x} \end{cases}$, 即可解答.

【解答】解: (1) $\because$ 点 A 的坐标是 $(-1, a)$, 在直线 $y=-2x+2$ 上,

$$\therefore a = -2 \times (-1) + 2 = 4,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标是 $(-1, 4)$, 代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$,

$$\therefore m = -4.$$

(2) 解方程组 $\begin{cases} y=-2x+2 \\ y=-\frac{4}{x} \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$,

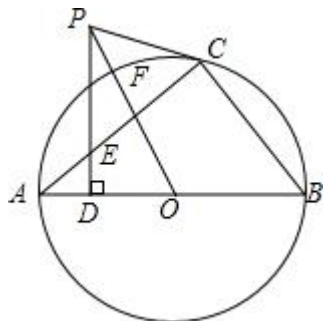
$\therefore$ 该双曲线与直线 $y=-2x+2$ 另一个交点 B 的坐标为 $(2, -2)$.

【点评】此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 涉及的知识有: 反比例函数的图象上点的坐标特征, 待定系数法确定函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

21. (10 分) 如图, 直角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 AB 上的一点, 过点 D 作 AB 的垂线交 AC 于 E, 过点 C 作 $\angle ECP = \angle AED$, CP 交 DE 的延长线于点 P, 连结 PO 交 $\odot O$ 于点 F.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $PC=3$, $PF=1$, 求 AB 的长.



【考点】MD: 切线的判定; MH: 切割线定理.

【分析】(1) 连接 OC, 欲证明 PC 是 $\odot O$ 的切线, 只要证明 $PC \perp OC$ 即可.

(2) 延长 PO 交圆于 G 点, 由切割线定理求出 PG 即可解决问题.

【解答】解: (1) 如图, 连接 OC,

$$\therefore PD \perp AB,$$

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECP = \angle AED,$$

$$\text{又} \therefore \angle EAD = \angle ACO,$$

$$\therefore \angle PCO = \angle ECP + \angle ACO = \angle AED + \angle EAD = 90^\circ,$$

$$\therefore PC \perp OC,$$

$$\therefore PC \text{ 是 } \odot O \text{ 切线.}$$

(2) 解法一:

延长 PO 交圆于 G 点,

$$\therefore PF \times PG = PC^2, \quad PC=3, \quad PF=1,$$

$$\therefore PG=9,$$

$$\therefore FG=9-1=8,$$

$$\therefore AB=FG=8.$$

解法二:

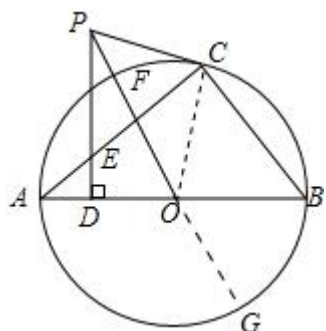
设 $\odot O$ 的半径为 x , 则 $OC=OF=x$, $OP=1+x$

$$\therefore PC=3, \text{ 且 } OC \perp PC$$

$$\therefore 3^2 + x^2 = (1+x)^2$$

解得 $x=4$

$$\therefore AB=2x=8$$



【点评】 本题考查切线的判定、切割线定理、等角的余角相等知识，解题的关键是熟练运用这些知识解决问题，学会添加常用辅助线，属于中考常考题型.

22. (10 分) 锐锐参加我市电视台组织的“牡丹杯”智力竞答节目，答对最后两道单选题就顺利通关，第一道单选题有 3 个选项，第二道单选题有 4 个选项，这两道题锐锐都不会，不过锐锐还有两个“求助”可以用（使用“求助”一次可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项）.

(1) 如果锐锐两次“求助”都在第一道题中使用，那么锐锐通关的概率是 $\frac{1}{4}$.

(2) 如果锐锐两次“求助”都在第二道题中使用，那么锐锐通关的概率是 $\frac{1}{6}$.

(3) 如果锐锐将每道题各用一次“求助”，请用树状图或者列表来分析他顺利通关的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【专题】 12: 应用题.

【分析】 (1) 锐锐两次“求助”都在第一道题中使用，第一道肯定能对，第二道对的概率为 $\frac{1}{4}$ ，即可得出结果；

(2) 由题意得出第一道题对的概率为 $\frac{1}{3}$ ，第二道题对的概率为 $\frac{1}{2}$ ，即可得出结果；

(3) 用树状图得出共有 6 种等可能的结果，锐锐顺利通关的只有 1 种情况，即可得出结果.

【解答】 解：(1) 第一道肯定能对，第二道对的概率为 $\frac{1}{4}$,

所以锐锐通关的概率为 $\frac{1}{4}$;

故答案为: $\frac{1}{4}$;

(2) 锐锐两次“求助”都在第二道题中使用,

则第一道题对的概率为 $\frac{1}{3}$, 第二道题对的概率为 $\frac{1}{2}$,

所以锐锐能通关的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1-1}{3-6}$;

故答案为: $\frac{1}{6}$;

(3) 锐锐将每道题各用一次“求助”, 分别用 A, B 表示剩下的第一道单选题的 2

个选项, a, b, c 表示剩下的第二道单选题的 3 个选项,

树状图如图所示:

共有 6 种等可能的结果, 锐锐顺利通关的只有 1 种情况,

$\therefore$ 锐锐顺利通关的概率为: $\frac{1}{6}$.



【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (10 分) 如图, $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形, 点 A, D, E 在同一直线上, 连接 BE.

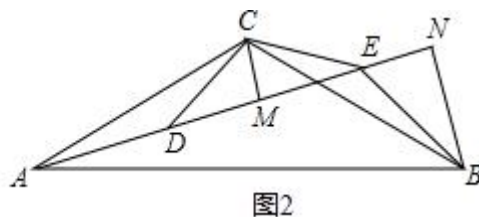
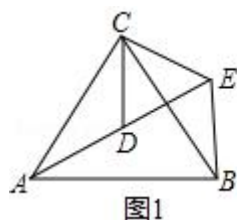
(1) 如图 1, 若 $\angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 50^\circ$

①求证: $AD = BE$;

②求 $\angle AEB$ 的度数.

(2) 如图 2, 若 $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$, CM 为 $\triangle DCE$ 中 DE 边上的高, BN 为

$\triangle ABE$ 中 AE 边上的高, 试证明: $AE = 2\sqrt{3}CM + \frac{2\sqrt{3}}{3}BN$.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质.

【分析】 (1) ①通过角的计算找出 $\angle ACD = \angle BCE$, 再结合 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形可得出“ $AC=BC$, $DC=EC$ ”, 利用全等三角形的判定 (SAS) 即可证出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 由此即可得出结论 $AD=BE$;

②结合①中的 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ 可得出 $\angle ADC = \angle BEC$, 再通过角的计算即可算出 $\angle AEB$ 的度数;

(2) 根据等腰三角形的性质结合顶角的度数, 即可得出底角的度数, 利用 (1) 的结论, 通过解直角三角形即可求出线段 AD 、 DE 的长度, 二者相加即可证出结论.

【解答】 (1) ①证明: $\because \angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 50^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle DCE = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ.$$

$$\because \angle ACB = \angle ACD + \angle DCB, \quad \angle DCE = \angle DCB + \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE.$$

$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形,

$$\therefore AC=BC, \quad DC=EC.$$

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, 有 } \begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE, \\ DC=EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \text{ (SAS),}$$

$$\therefore AD=BE.$$

②解: $\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$,

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC.$$

$\because$ 点 A, D, E 在同一直线上, 且 $\angle CDE = 50^\circ$,

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle CDE = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 130^\circ.$$

$\because \angle BEC = \angle CED + \angle AEB$, 且 $\angle CED = 50^\circ$,

$$\therefore \angle AEB = \angle BEC - \angle CED = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ.$$

(2) 证明: $\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形, 且 $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$,

$$\therefore \angle CDM = \angle CEM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ.$$

$\because CM \perp DE$,

$$\therefore \angle CMD = 90^\circ, DM = EM.$$

在 $Rt\triangle CMD$ 中, $\angle CMD = 90^\circ$, $\angle CDM = 30^\circ$,

$$\therefore DE = 2DM = 2 \times \frac{CM}{\tan \angle CDM} = 2\sqrt{3}CM.$$

$\because \angle BEC = \angle ADC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$, $\angle BEC = \angle CEM + \angle AEB$,

$$\therefore \angle AEB = \angle BEC - \angle CEM = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BEN = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

在 $Rt\triangle BNE$ 中, $\angle BNE = 90^\circ$, $\angle BEN = 60^\circ$,

$$\therefore BE = \frac{BN}{\sin \angle BEN} = \frac{2\sqrt{3}}{3}BN.$$

$\because AD = BE$, $AE = AD + DE$,

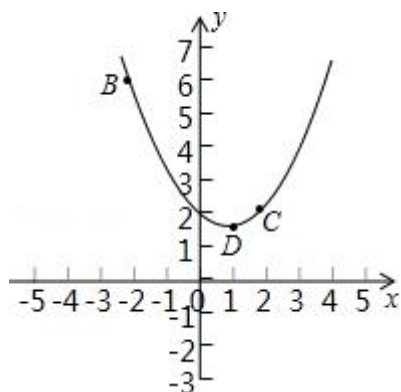
$$\therefore AE = BE + DE = \frac{2\sqrt{3}}{3}BN + 2\sqrt{3}CM.$$

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质、全等三角形的判定及性质、解直角三角形以及角的计算, 解题的关键是: (1) 通过角的计算结合等腰三角形的性质证出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$; (2) 找出线段 AD、DE 的长. 本题属于中档题, 难度

不大，但稍显繁琐，解决该题型题目时，利用角的计算找出相等的角，再利用等腰三角形的性质找出相等的边或角，最后根据全等三角形的判定定理证出三角形全等是关键.

24. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 过 $B(-2, 6)$, $C(2, 2)$ 两点.

- (1) 试求抛物线的解析式;
- (2) 记抛物线顶点为 D ，求 $\triangle BCD$ 的面积;
- (3) 若直线 $y=-\frac{1}{2}x$ 向上平移 b 个单位所得的直线与抛物线段 BDC (包括端点 B 、 C) 部分有两个交点，求 b 的取值范围.



【考点】 H3: 二次函数的性质; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 根据待定系数法即可解决问题.

(2) 求出直线 BC 与对称轴的交点 H ，根据 $S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BDH} + S_{\triangle DHC}$ 即可解决问题.

(3) 由
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + b \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \end{cases}$$
, 当方程组只有一组解时求出 b 的值, 当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$

经过点 C 时, 求出 b 的值, 当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 B 时, 求出 b 的值, 由此即可解决问题.

【解答】 解: (1) 由题意
$$\begin{cases} 4a - 2b + 2 = 6 \\ 4a + 2b + 2 = 2 \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

∴ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$.

$$(2) \because y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 = \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2}.$$

∴ 顶点坐标 $(1, \frac{3}{2})$,

∵ 直线 BC 为 $y = -x + 4$, ∴ 对称轴与 BC 的交点 H $(1, 3)$,

$$\therefore S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BDH} + S_{\triangle DHC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 = 3.$$

$$(3) \text{ 由 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + b \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 得到 } x^2 - x + 4 - 2b = 0,$$

当 $\Delta = 0$ 时, 直线与抛物线相切, $1 - 4(4 - 2b) = 0$,

$$\therefore b = \frac{15}{8},$$

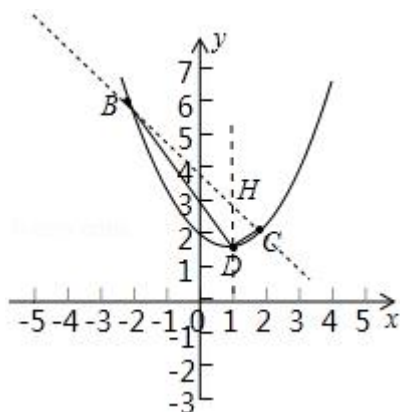
当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 C 时, $b = 3$,

当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 B 时, $b = 5$,

∴ 直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移 b 个单位所得的直线与抛物线段 BDC (包括端点 B、C)

部分有两个交点,

$$\therefore \frac{15}{8} < b \leq 3.$$



【点评】 本题考查待定系数法确定二次函数解析式、二次函数性质等知识, 解题的关键是求出对称轴与直线 BC 交点 H 坐标, 学会利用判别式确定两个函数图象的交点问题, 属于中考常考题型.