

2016 年山东省莱芜市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 36 分)

1. (3 分) 4 的算术平方根为 ()

A. -2 B. 2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^7 \div a^4 = a^3$ B. $5a^2 - 3a = 2a$ C. $3a^4 \cdot a^2 = 3a^8$ D. $(a^3b^2)^2 = a^5b^4$

3. (3 分) 如图, 有理数 a , b , c , d 在数轴上的对应点分别是 A, B, C, D,

若 $a+c=0$, 则 $b+d$ ()



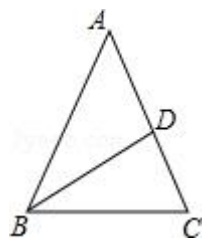
A. 大于 0 B. 小于 0 C. 等于 0 D. 不确定

4. (3 分) 投掷一枚均匀的骰子, 掷出的点数是 3 的倍数的概率是 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

5. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A=46^\circ$, $\angle C=74^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 交 AC 于

点 D, 那么 $\angle BDC$ 的度数是 ()



A. 76° B. 81° C. 92° D. 104°

6. (3 分) 将函数 $y = -2x$ 的图象向下平移 3 个单位, 所得图象对应的函数关系式为 ()

A. $y = -2(x+3)$ B. $y = -2(x-3)$ C. $y = -2x+3$ D. $y = -2x-3$

7. (3 分) 甲、乙两个转盘同时转动, 甲转动 270 圈时, 乙恰好转了 330 圈,

已知两个转盘每分钟共转 200 圈, 设甲每分钟转 x 圈, 则列方程为 ()

A. $\frac{270}{200+x} = \frac{330}{x}$ B. $\frac{270}{200-x} = \frac{330}{x}$ C. $\frac{270}{x} = \frac{330}{200+x}$ D. $\frac{270}{x} = \frac{330}{200-x}$

8. (3分) 用面积为 12π ，半径为 6 的扇形围成一个圆锥的侧面，则圆锥的高是 ()

A. $2\sqrt{10}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

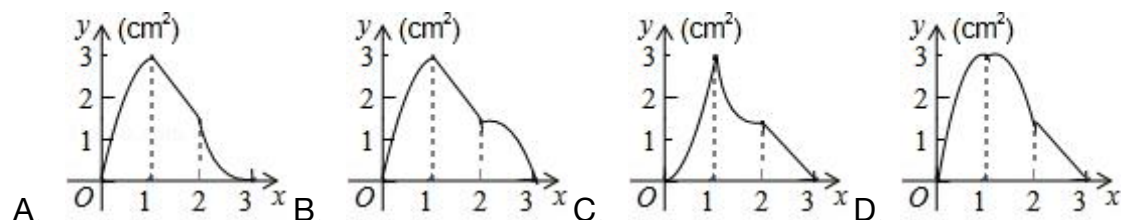
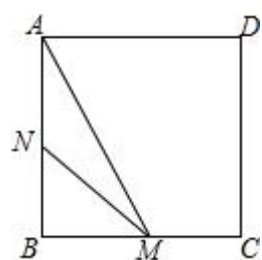
9. (3分) 正多边形的内切圆与外接圆的周长之比为 $\sqrt{3}:2$ ，则这个正多边形为 ()

A. 正十二边形 B. 正六边形 C. 正四边形 D. 正三角形

10. (3分) 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $AC=8$ ， $BC=11$ ，任作一条直线将 $\triangle ABC$ 分成两个三角形，若其中有一个三角形是等腰三角形，则这样的直线最多有 ()

A. 3条 B. 5条 C. 7条 D. 8条

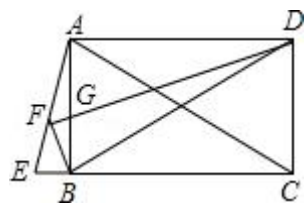
11. (3分) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm，动点 M 从点 B 出发以 3cm/s 的速度沿着边 $BC-CD-DA$ 运动，到达点 A 停止运动，另一动点 N 同时从点 B 出发，以 1cm/s 的速度沿着边 BA 向点 A 运动，到达点 A 停止运动，设点 M 运动时间为 x (s)， $\triangle AMN$ 的面积为 y (cm^2)，则 y 关于 x 的函数图象是 ()



12. (3分) 已知四边形 $ABCD$ 为矩形，延长 CB 到 E ，使 $CE=CA$ ，连接 AE ， F 为 AE 的中点，连接 BF ， DF ， DF 交 AB 于点 G ，下列结论：

- (1) $BF \perp DF$;
- (2) $S_{\triangle BDG} = S_{\triangle ADF}$;
- (3) $EF^2 = FG \cdot FD$;
- (4) $\frac{AG}{BG} = \frac{BC}{AC}$

其中正确的个数是 ()



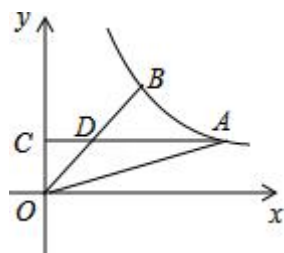
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

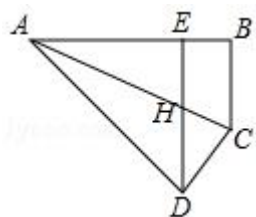
13. (4 分) $(2 - \pi)^0 + \sqrt[3]{27} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - |\tan 45^\circ - 3| = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. (4 分) 若一次函数 $y = x + 3$ 与 $y = -2x$ 的图象交于点 A, 则 A 关于 y 轴的对称点 A' 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

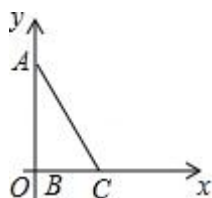
15. (4 分) 如图, A, B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两点, 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴, 垂足为 C, AC 交 OB 于点 D. 若 D 为 OB 的中点, $\triangle AOD$ 的面积为 3, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$



16. (4 分) 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿斜边 AC 所在直线翻折后点 B 落到点 D, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E, 如果 $AE = 3EB$, $EB = 7$, 那么 $BC = \underline{\hspace{2cm}}.$



17. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=4$, $BC=2$. 如图, 将直角顶点 B 放在原点, 点 A 放在 y 轴正半轴上, 当点 B 在 x 轴上向右移动时, 点 A 也随之在 y 轴上向下移动, 当点 A 到达原点时, 点 B 停止移动, 在移动过程中, 点 C 到原点的最大距离为_____.



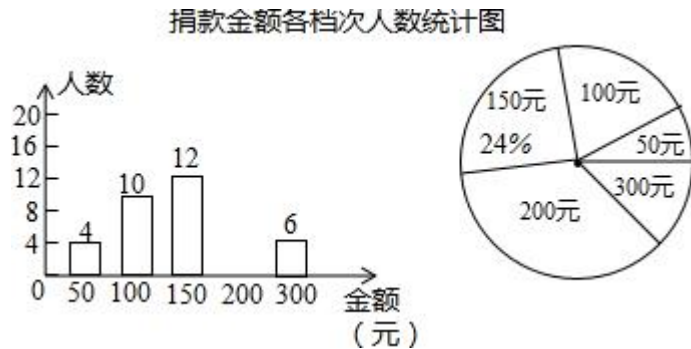
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 64 分)

18. (6分) 先化简, 再求值: $(a - \frac{1}{a}) \div \frac{a-1}{(a+1)^2-1}$, 其中 a 满足 $a^2+3a-1=0$.

19. (8分) 企业举行“爱心一日捐”活动, 捐款金额分为五个档次, 分别是 50 元, 100 元, 150 元, 200 元, 300 元. 宣传小组随机抽取部分捐款职工并统计了他们的捐款金额, 绘制成两个不完整的统计图, 请结合图表中的信息解答下列问题:

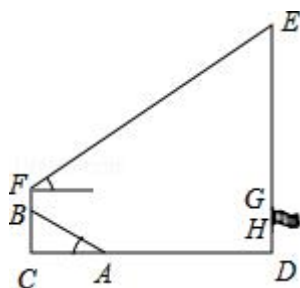
- (1) 宣传小组抽取的捐款人数为_____人, 请补全条形统计图;
- (2) 统计的捐款金额的中位数是_____元;

- (3) 在扇形统计图中，求 100 元所对应扇形的圆心角的度数；
- (4) 已知该企业共有 500 人参与本次捐款，请你估计捐款总额大约为多少元？



20. (9 分) 某体育场看台的坡面 AB 与地面的夹角是 37° ，看台最高点 B 到地面的垂直距离 BC 为 3.6 米，看台正前方有一垂直于地面的旗杆 DE ，在 B 点用测角仪测得旗杆的最高点 E 的仰角为 33° ，已知测角仪 BF 的高度为 1.6 米，看台最低点 A 与旗杆底端 D 之间的距离为 16 米 (C, A, D 在同一条直线上)。

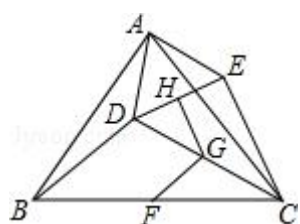
- (1) 求看台最低点 A 到最高点 B 的坡面距离；
- (2) 一面红旗挂在旗杆上，固定红旗的上下两个挂钩 G, H 之间的距离为 1.2 米，下端挂钩 H 与地面的距离为 1 米，要求用 30 秒的时间将红旗升到旗杆的顶端，求红旗升起的平均速度 (计算结果保留两位小数) ($\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 33^\circ \approx 0.54$, $\cos 33^\circ \approx 0.84$, $\tan 33^\circ \approx 0.65$)



21. (9 分) 如图, $\triangle ABC$ 为等腰三角形, $AB=AC$, D 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 AD , 将线段 AD 绕点 A 旋转至 AE , 使得 $\angle DAE = \angle BAC$, F, G, H 分别为 BC, CD, DE 的中点, 连接 BD, CE, GF, GH .

(1) 求证: $GH=GF$;

(2) 试说明 $\angle FGH$ 与 $\angle BAC$ 互补.



22. (10 分) 为迎接“国家卫生城市”复检, 某市环卫局准备购买 A、B 两种型号的垃圾箱, 通过市场调研得知: 购买 3 个 A 型垃圾箱和 2 个 B 型垃圾箱共需 540 元; 购买 2 个 A 型垃圾箱比购买 3 个 B 型垃圾箱少用 160 元.

(1) 每个 A 型垃圾箱和 B 型垃圾箱各多少元?

(2) 现需要购买 A、B 两种型号的垃圾箱共 300 个, 分别由甲、乙两人进行安

装，要求在 12 天内完成（两人同时进行安装）。已知甲负责 A 型垃圾箱的安装，每天可以安装 15 个，乙负责 B 型垃圾箱的安装，每天可以安装 20 个，生产厂家表示若购买 A 型垃圾箱不少于 150 个时，该型号的产品可以打九折；若购买 B 型垃圾箱超过 150 个时，该型号的产品可以打八折，若既能在规定时间内完成任务，费用又最低，应购买 A 型和 B 型垃圾箱各多少个？最低费用是多少元？

23. (10 分) 已知 AB 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦，直线 AB 、 CD 互相垂直，垂足为 E ，连接 AC ，过点 B 作 $BF \perp AC$ ，垂足为 F ，直线 BF 交直线 CD 于点 M 。

(1) 如图 1，当点 E 在 $\odot O$ 内时，连接 AD ， AM ， BD ，求证： $AD=AM$ ；

(2) 如图 2, 当点 E 在 $\odot O$ 外时, 连接 AD, AM, 求证: $AD=AM$;

(3) 如图 3, 当点 E 在 $\odot O$ 外时, $\angle ABF$ 的平分线与 AC 交于点 H, 若 $\tan \angle C = \frac{4}{3}$, 求 $\tan \angle ABH$ 的值.

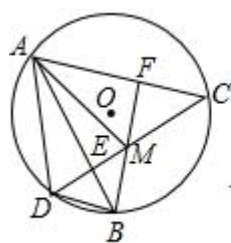


图1

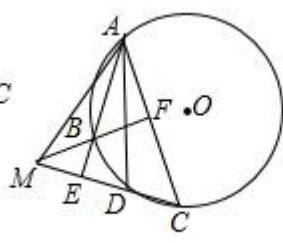


图2

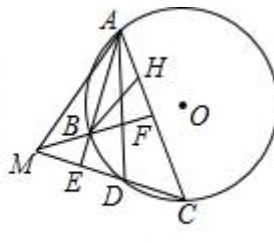
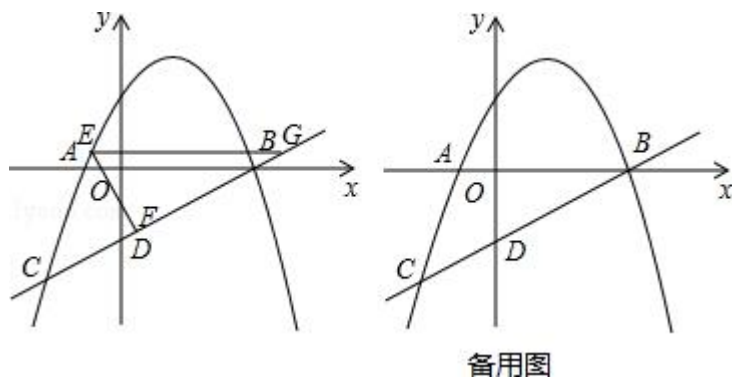


图3

24. (12 分) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 A $(-1, 0)$, B $(4, 0)$, C $(-2, -3)$, 直线 BC 与 y 轴交于点 D, E 为二次函数图象上任一点.

- (1) 求这个二次函数的解析式；
- (2) 若点 E 在直线 BC 的上方，过 E 分别作 BC 和 y 轴的垂线，交直线 BC 于不同的两点 F, G (F 在 G 的左侧)，求 $\triangle EFG$ 周长的最大值；
- (3) 是否存在点 E ，使得 $\triangle EDB$ 是以 BD 为直角边的直角三角形？如果存在，求点 E 的坐标；如果不存在，请说明理由。



2016 年山东省莱芜市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2016•莱芜) 4 的算术平方根为 ()

A. -2 B. 2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$

【分析】依据算术平方根的定义求解即可.

【解答】解: $\because 2^2=4$,

$\therefore 4$ 的算术平方根是 2 ,

故选: B.

【点评】本题主要考查的是算术平方根的定义, 掌握算术平方根的定义是解题的关键.

2. (3 分) (2016•莱芜) 下列运算正确的是 ()

A. $a^7 \div a^4 = a^3$ B. $5a^2 - 3a = 2a$ C. $3a^4 \cdot a^2 = 3a^8$ D. $(a^3b^2)^2 = a^5b^4$

【分析】分别利用单项式乘以单项式以及单项式除以单项式、积的乘方运算法则分别化简得出答案.

【解答】解: A、 $a^7 \div a^4 = a^3$, 正确;

B、 $5a^2 - 3a$, 无法计算, 故此选项错误;

C、 $3a^4 \cdot a^2 = 3a^6$, 故此选项错误;

D、 $(a^3b^2)^2 = a^6b^4$, 故此选项错误;

故选: A.

【点评】此题主要考查了幂的运算性质以及整式的加减运算, 正确掌握相关性质是解题关键.

3. (3分) (2016•莱芜) 如图, 有理数 a, b, c, d 在数轴上的对应点分别是 A, B, C, D, 若 $a+c=0$, 则 $b+d$ ()



A. 大于 0 B. 小于 0 C. 等于 0 D. 不确定

【分析】 由 $a+c=0$ 可知 a 与 c 互为相反数, 所以原点是 AC 的中点, 利用 b, d 与原点的距离可知 $b+d$ 与 0 的大小关系.

【解答】 解: $\because a+c=0$,
 $\therefore a, c$ 互为相反数,
 $\therefore$ 原点 O 是 AC 的中点,
 $\therefore$ 由图可知: 点 D 到原点的距离大于点 B 到原点的距离, 且点 D、B 分布在原点的两侧,
故 $b+d < 0$,
故选 (B).

【点评】 本题考查数轴、相反数、有理数加法法则, 属于中等题型.

4. (3分) (2016•莱芜) 投掷一枚均匀的骰子, 掷出的点数是 3 的倍数的概率是 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【分析】 根据题意, 分析可得掷一枚骰子, 共 6 种情况, 其中是 3 的倍数的有 3、6, 2 种情况, 由概率公式可得答案.

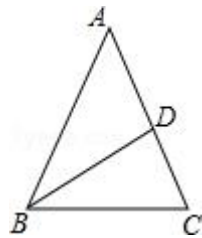
【解答】 解: 根据题意, 掷一枚骰子, 共 6 种情况,
其中是 3 的倍数的有 3、6, 2 种情况,

故其概率为 $\frac{1}{3}$;

故选 C.

【点评】 本题考查概率的求法，其计算方法为：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

5. (3 分) (2016•莱芜) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A=46^\circ$ ， $\angle C=74^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，交 AC 于点 D ，那么 $\angle BDC$ 的度数是 ()



A. 76° B. 81° C. 92° D. 104°

【分析】 由题意利用三角形内角和定理求出 $\angle ABC$ 度数，再由 BD 为角平分线求出 $\angle ABD$ 度数，根据外角性质求出所求角度数即可.

【解答】 解： $\because \triangle ABC$ 中， $\angle A=46^\circ$ ， $\angle C=74^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC=60^\circ$ ，

$\because BD$ 为 $\angle ABC$ 平分线，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD=30^\circ$ ，

$\because \angle BDC$ 为 $\triangle ABD$ 外角，

$\therefore \angle BDC=\angle A+\angle ABD=76^\circ$ ，

故选 A

【点评】 此题考查了三角形内角和定理，以及外角性质，熟练掌握内角和定理是解本题的关键.

6. (3分) (2016•莱芜) 将函数 $y = -2x$ 的图象向下平移 3 个单位, 所得图象对应的函数关系式为 ()

A. $y = -2(x+3)$ B. $y = -2(x-3)$ C. $y = -2x+3$ D. $y = -2x-3$

【分析】根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】解: 把函数 $y = -2x$ 的图象向下平移 3 个单位后, 所得图象的函数关系式为 $y = -2x - 3$.

故选 D.

【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知函数图象平移时“上加下减, 左加右减”的法则是解答此题的关键.

7. (3分) (2016•莱芜) 甲、乙两个转盘同时转动, 甲转动 270 圈时, 乙恰好转了 330 圈, 已知两个转盘每分钟共转 200 圈, 设甲每分钟转 x 圈, 则列方程为 ()

A. $\frac{270}{200+x} = \frac{330}{x}$ B. $\frac{270}{200-x} = \frac{330}{x}$
C. $\frac{270}{x} = \frac{330}{200+x}$ D. $\frac{270}{x} = \frac{330}{200-x}$

【分析】根据“甲转动 270 圈和乙转了 330 圈所用的时间相等”列出方程即可;

【解答】解: 设甲每分钟转 x 圈, 则乙每分钟转动 $(200 - x)$ 圈,

根据题意得: $\frac{270}{x} = \frac{330}{200-x}$,

故选 D.

【点评】本题考查了分式方程的知识, 解题的关键是能够从实际问题中找到等量关系, 难度不大.

8. (3分) (2016•莱芜) 用面积为 12π , 半径为 6 的扇形围成一个圆锥的侧面,

则圆锥的高是 ()

A. $2\sqrt{10}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

【分析】根据题意可以求得围成圆锥底面圆的周长和半径，从而可以解答本题.

【解答】解：由题意可得，

围成的圆锥底面圆的周长为： $\frac{12\pi \times 2}{6} = 4\pi$,

设围成的圆锥底面圆的半径为 r ，则 $2\pi r = 4\pi$,

解得， $r=2$,

$\therefore$ 则圆锥的高是： $\sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$,

故选 B.

【点评】本题考查圆锥的计算，解题的关键是明确扇形弧长公式，圆锥的底面圆的周长等于侧面扇形的弧长.

9. (3 分) (2016•莱芜) 正多边形的内切圆与外接圆的周长之比为 $\sqrt{3}:2$ ，则这个正多边形为 ()

A. 正十二边形 B. 正六边形 C. 正四边形 D. 正三角形

【分析】设 AB 是正多边形的一边， $OC \perp AB$ ，在直角 $\triangle AOC$ 中，利用三角函数求得 $\angle AOC$ 的度数，从而求得中心角的度数，然后利用 360 度除以中心角的度数，即可求得边数.

【解答】解：正多边形的内切圆与外接圆的周长之比为 $\sqrt{3}:2$ ，则半径之比为 $\sqrt{3}:2$,

设 AB 是正多边形的一边， $OC \perp AB$,

则 $OC = \sqrt{3}$ ， $OA = OB = 2$,

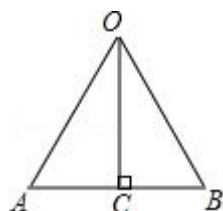
在直角 $\triangle AOC$ 中， $\cos \angle AOC = \frac{OC}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \angle AOC = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 60^\circ$,

则正多边形边数是: $\frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$.

故选: B.



【点评】 本题考查学生对正多边形的概念掌握和计算的能力, 正多边形的计算一般是转化成半径、边心距、以及边长的一半这三条线段构成的直角三角形的计算.

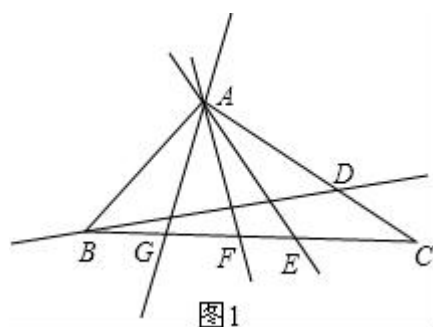
10. (3 分) (2016•莱芜) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=8$, $BC=11$, 任作一条直线将 $\triangle ABC$ 分成两个三角形, 若其中有一个三角形是等腰三角形, 则这样的直线最多有 ()

A. 3 条 B. 5 条 C. 7 条 D. 8 条

【分析】 分别以 A、B、C 为等腰三角形的顶点, 可画出直线, 再分别以 AB、AC、BC 为底的等腰三角形, 可画出直线, 综合两种情况可求得答案.

【解答】 解:

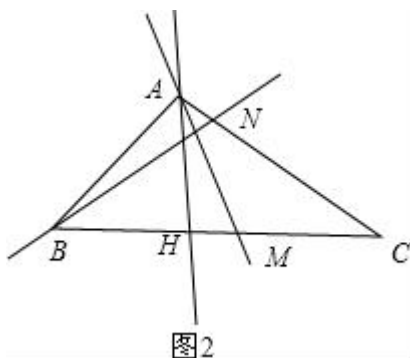
分别以 A、B、C 为等腰三角形的顶点的等腰三角形有 4 个, 如图 1,



分别为 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ABF$ 、 $\triangle ACG$,

$\therefore$ 满足条件的直线有 4 条;

分别以 AB、AC、BC 为底的等腰三角形有 3 个, 如图 2,



分别为 $\triangle ABH$ 、 $\triangle ACM$ 、 $\triangle BCN$,

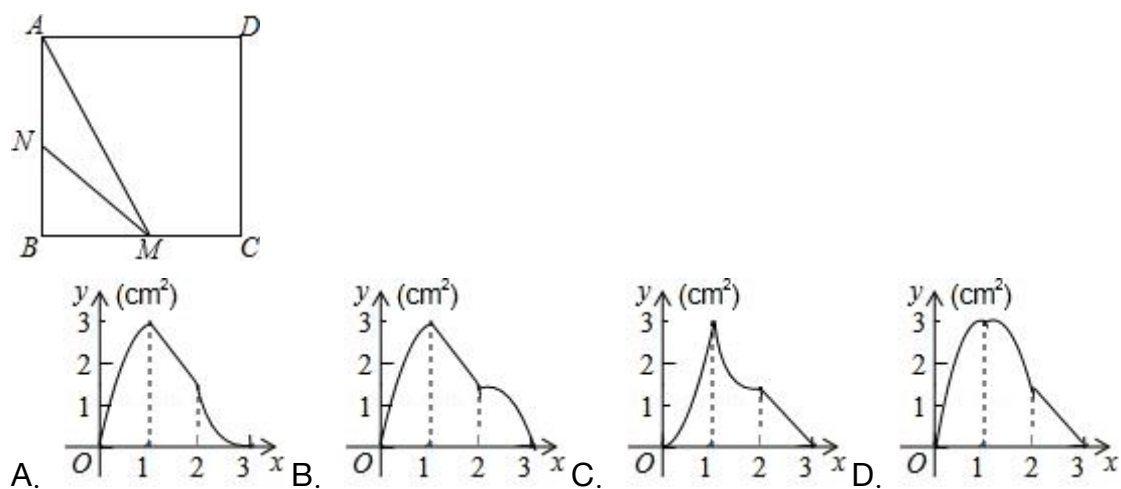
$\therefore$ 满足条件的直线有 3 条,

综上所述满足条件的直线共有 7 条,

故选 C.

【点评】 本题主要考查等腰三角形的性质, 正确画出图形是解题的关键.

11. (3 分) (2016•莱芜) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 3cm, 动点 M 从点 B 出发以 3cm/s 的速度沿着边 BC - CD - DA 运动, 到达点 A 停止运动, 另一动点 N 同时从点 B 出发, 以 1cm/s 的速度沿着边 BA 向点 A 运动, 到达点 A 停止运动, 设点 M 运动时间为 x (s), $\triangle AMN$ 的面积为 y (cm^2), 则 y 关于 x 的函数图象是 ()



【分析】 分三种情况进行讨论, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 当 $1 \leq x \leq 2$ 时, 当 $2 \leq x \leq 3$ 时,

分别求得 $\triangle ANM$ 的面积，列出函数解析式，根据函数图象进行判断即可.

【解答】解：由题可得， $BN=x$,

当 $0 \leq x \leq 1$ 时， M 在 BC 边上， $BM=3x$ ， $AN=3-x$ ，则

$$S_{\triangle ANM} = \frac{1}{2} AN \cdot BM,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot (3-x) \cdot 3x = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x, \text{ 故 C 选项错误;}$$

当 $1 \leq x \leq 2$ 时， M 点在 CD 边上，则

$$S_{\triangle ANM} = \frac{1}{2} AN \cdot BC,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} (3-x) \cdot 3 = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}, \text{ 故 D 选项错误;}$$

当 $2 \leq x \leq 3$ 时， M 在 AD 边上， $AM=9-x$,

$$\therefore S_{\triangle ANM} = \frac{1}{2} AM \cdot AN,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot (9-3x) \cdot (3-x) = \frac{3}{2} (x-3)^2, \text{ 故 B 选项错误;}$$

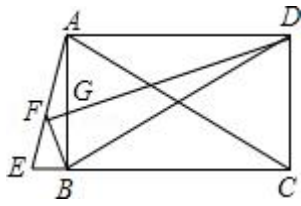
故选 (A).

【点评】本题主要考查了动点问题的函数图象，用图象解决问题时，要理清图象的含义即会识图. 利用数形结合，分类讨论是解决问题的关键.

12. (3 分) (2016•莱芜) 已知四边形 $ABCD$ 为矩形，延长 CB 到 E ，使 $CE=CA$ ，连接 AE ， F 为 AE 的中点，连接 BF ， DF ， DF 交 AB 于点 G ，下列结论：

- (1) $BF \perp DF$;
- (2) $S_{\triangle BDG} = S_{\triangle ADF}$;
- (3) $EF^2 = FG \cdot FD$;
- (4) $\frac{AG}{BG} = \frac{BC}{AC}$

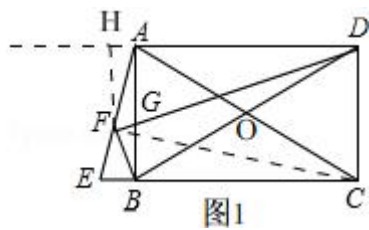
其中正确的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】 利用矩形的性质和直角三角形的性质得出结论判断出 $\triangle BDF \cong \triangle ACF$ ，借助直角三角形的斜边大于直角边，再用面积公式判断出面积大小，判断出 $\triangle AFG \sim \triangle DFA$ ， $\triangle BFG \sim \triangle DFB$ ，即可判断出结论.

【解答】 解：如图 1，连接 CF，



设 AC 与 BD 的交点为点 O，

$\because$ 点 F 是 AE 中点，

$\therefore AF = EF$ ，

$\because CE = CA$ ，

$\therefore CF \perp AE$ ，

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore AC = BD$ ，

$\therefore OA = OB$ ，

$\therefore \angle OAB = \angle OBA$ ，

$\because$ 点 F 是 Rt $\triangle ABE$ 斜边上的中点，

$\therefore AF = BF$ ，

$\therefore \angle BAF = \angle FBA$ ，

$$\therefore \angle FAC = \angle FBD,$$

$$\text{在 } \triangle BDF \text{ 和 } \triangle ACF \text{ 中, } \begin{cases} AF=BF \\ \angle FAC=\angle FBD, \\ AC=BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle ACF,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\therefore BD \perp DF,$$

所以①正确;

过点 F 作 $FH \perp AD$ 交 DA 的延长线于点 H,

在 $\text{Rt} \triangle AFH$ 中, $FH < AF$,

在 $\text{Rt} \triangle BFG$ 中, $BG > BF$,

$$\therefore AF = BF,$$

$$\therefore BG > FH,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} FH \times AD, \quad S_{\triangle BDG} = \frac{1}{2} BG \times AD,$$

$$\therefore S_{\triangle BDG} > S_{\triangle ADF},$$

所以②错误;

$$\therefore \angle ABF + \angle BGF = \angle ADG + \angle AGD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ADG,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle FBA,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle ADG,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle DFA,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle DFA,$$

$$\therefore \frac{AF}{FD} = \frac{FG}{AF},$$

$$\therefore AF^2 = FG \cdot FD,$$

$$\therefore EF=AF,$$

$$\therefore EF^2=FG \cdot FD,$$

所以③正确;

$$\therefore BF=EF,$$

$$\therefore BF^2=FG \cdot FD,$$

$$\therefore \frac{BF}{FG} = \frac{FD}{BF},$$

$$\therefore \angle BFG = \angle DFB,$$

$$\therefore \triangle BFG \sim \triangle DFB,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BDF,$$

$$\therefore \text{由③知, } \angle ABF = \angle ADF$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BDF,$$

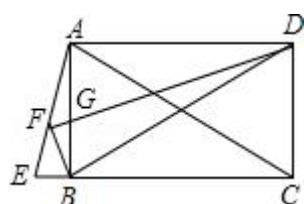
$$\therefore \frac{AG}{BG} = \frac{AD}{BD} \text{ (利用角平分线定理),}$$

$$\therefore BD=AC, AD=BC,$$

$$\therefore \frac{AG}{BG} = \frac{BC}{AC},$$

所以④正确,

故选 C.



【点评】此题是相似三角形的性质和判定，全等三角形的判定和性质，直角三角形的性质，等腰三角形的性质，三角形内角平分线定理，解本题的是 $\triangle BDF \cong \triangle ACF$.

二、填空题 (本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. (4分) (2016•莱芜) $(2-\pi)^0 + \sqrt[3]{27} - (\frac{1}{3})^{-1} - |\tan 45^\circ - 3| = \underline{-1}$.

【分析】原式利用零指数幂、负整数指数幂法则，立方根定义，以及绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $=1+3-3-2=-1$.

故答案为：-1

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

14. (4分) (2016•莱芜) 若一次函数 $y=x+3$ 与 $y=-2x$ 的图象交于点 A，则 A 关于 y 轴的对称点 A' 的坐标为 $\underline{(1, 2)}$.

【分析】直接联立函数解析式求出 A 点坐标，再利用关于 y 轴对称点的性质得出答案.

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y=x+3$ 与 $y=-2x$ 的图象交于点 A，

$$\therefore x+3=-2x,$$

解得： $x=-1$,

则 $y=2$,

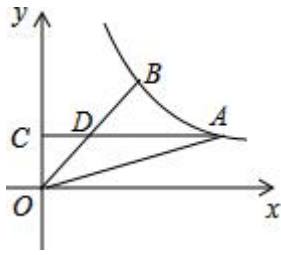
故 A 点坐标为： $(-1, 2)$,

$\therefore$ A 关于 y 轴的对称点 A' 的坐标为： $(1, 2)$.

故答案为： $(1, 2)$.

【点评】此题主要考查了一次函数的交点问题以及关于 y 轴对称点的性质，正确得出 A 点坐标是解题关键.

15. (4分) (2016•莱芜) 如图，A，B 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的两点，过点 A 作 $AC \perp y$ 轴，垂足为 C，AC 交 OB 于点 D. 若 D 为 OB 的中点， $\triangle AOD$ 的面积为 3，则 k 的值为 $\underline{8}$.



【分析】先设点 D 坐标为 (a, b) ，得出点 B 的坐标为 $(2a, 2b)$ ，A 的坐标为 $(4a, b)$ ，再根据 $\triangle AOD$ 的面积为 3，列出关系式求得 k 的值.

【解答】解：设点 D 坐标为 (a, b) ，

$\because$ 点 D 为 OB 的中点，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2a, 2b)$ ，

$\therefore k=4ab$ ，

又 $\because AC \perp y$ 轴，A 在反比例函数图象上，

$\therefore$ A 的坐标为 $(4a, b)$ ，

$\therefore AD=4a - a=3a$ ，

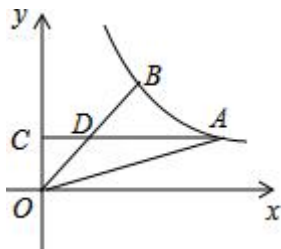
$\because \triangle AOD$ 的面积为 3，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3a \times b=3,$$

$\therefore ab=2$ ，

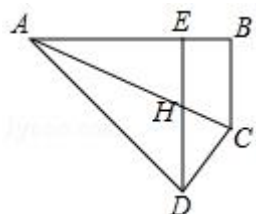
$\therefore k=4ab=4 \times 2=8$.

故答案为：8



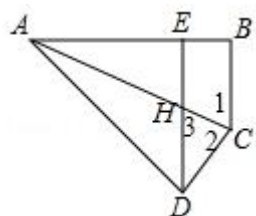
【点评】本题主要考查了反比例函数系数 k 的几何意义，以及运用待定系数法求反比例函数解析式，根据 $\triangle AOD$ 的面积为 3 列出关系式是解题的关键.

16. (4分) (2016•莱芜) 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿斜边 AC 所在直线翻折后点 B 落到点 D , 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E , 如果 $AE=3EB$, $EB=7$, 那么 $BC=$ $4\sqrt{7}$.



【分析】根据相似三角形的判定和性质、以及勾股定理解答即可.

【解答】解: $\because DE \perp AB$, $\angle B=90^\circ$,



$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore DH = DC,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AFH \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{FH}{BC} = \frac{3}{4},$$

设 $EH=3x$, $BC=DC=DH=4x$,

$$\therefore DE=7x,$$

$$\because AE=3EB, EB=7,$$

$$\therefore AE=21,$$

$$\therefore AD=AB=AE+BE=7+21=28,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{28^2-21^2}=7\sqrt{7},$$

$$\therefore 7x=7\sqrt{7},$$

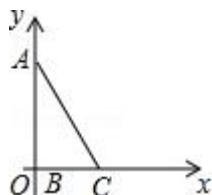
$$\therefore x=\sqrt{7},$$

$$\therefore BC=4\sqrt{7}.$$

故答案为: $4\sqrt{7}$.

【点评】 此题考查相似三角形的判定和性质, 证明 $DH=DC$ 是解题关键.

17. (4 分) (2016•莱芜) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=4$, $BC=2$. 如图, 将直角顶点 B 放在原点, 点 A 放在 y 轴正半轴上, 当点 B 在 x 轴上向右移动时, 点 A 也随之在 y 轴上向下移动, 当点 A 到达原点时, 点 B 停止移动, 在移动过程中, 点 C 到原点的最大距离为 $2+2\sqrt{2}$.



【分析】 根据题意首先取 A_1B_1 的中点 E , 连接 OE , C_1E , 当 O , E , C_1 在一条直线上时, 点 C 到原点的距离最大, 进而求出答案.

【解答】 解: 如图所示: 取 A_1B_1 的中点 E , 连接 OE , C_1E , 当 O , E , C_1 在一条直线上时, 点 C 到原点的距离最大, 在

$\text{Rt}\triangle A_1OB_1$ 中, $\therefore A_1B_1=AB=4$, 点 OE 为斜边中线,

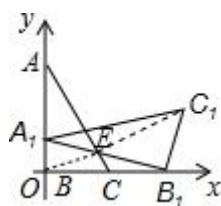
$$\therefore OE=B_1E=\frac{1}{2}A_1B_1=2,$$

又 $\therefore B_1C_1=BC=2$,

$$\therefore C_1E=\sqrt{B_1C_1^2+B_1E^2}=2\sqrt{2},$$

∴ 点 C 到原点的最大距离为：OE+C₁E=2+2√2.

故答案为：2+2√2.



【点评】 此题主要考查了轨迹以及勾股定理等知识，正确得出 C 点位置是解题关键.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 64 分）

18. (6 分) (2016•莱芜) 先化简，再求值： $(a - \frac{1}{a}) \div \frac{a-1}{(a+1)^2 - 1}$ ，其中 a 满足 $a^2 + 3a - 1 = 0$.

【分析】 根据题意得到 $a^2 + 3a = 1$ ，根据分式的通分、约分法则把原式化简，代入计算即可.

【解答】 解：∵ $a^2 + 3a - 1 = 0$,

$$\therefore a^2 + 3a = 1$$

$$\text{原式} = \frac{(a+1)(a-1)}{a} \times \frac{a(a+2)}{a-1} = (a+1)(a+2) = a^2 + 3a + 2 = 3.$$

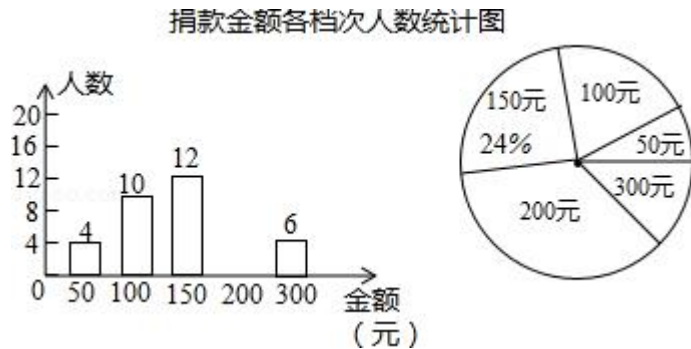
【点评】 本题考查的是分式的化简求值，掌握分式的通分、约分法则是解题的关键.

19. (8 分) (2016•莱芜) 企业举行“爱心一日捐”活动，捐款金额分为五个档次，分别是 50 元，100 元，150 元，200 元，300 元. 宣传小组随机抽取部分捐款职工并统计了他们的捐款金额，绘制成两个不完整的统计图，请结合图表中的信息解答下列问题：

(1) 宣传小组抽取的捐款人数为 50 人，请补全条形统计图；

(2) 统计的捐款金额的中位数是 150 元；

- (3) 在扇形统计图中，求 100 元所对应扇形的圆心角的度数；
- (4) 已知该企业共有 500 人参与本次捐款，请你估计捐款总额大约为多少元？



【分析】 (1) 根据题意即可得到结论；求得捐款 200 元的人数即可补全条形统计图；

- (2) 根据中位数的定义即可得到结论；
- (3) 用周角乘以 100 元所占的百分比即可求得圆心角；
- (4) 根据题意即可得到结论.

【解答】 解：(1) 50，补全条形统计图，

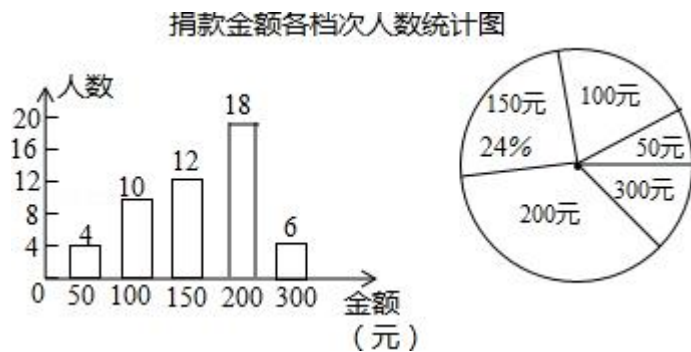
故答案为：50；

(2) 150，

故答案为：150；

(3) $\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$.

(4) $\frac{1}{50} (50 \times 4 + 100 \times 10 + 150 \times 12 + 200 \times 18 + 300 \times 6) \times 500 = 84000$ (元).

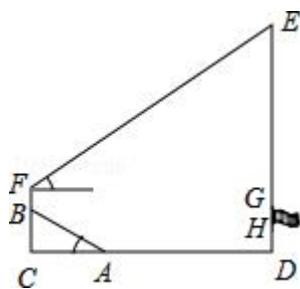


【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. (9 分) (2016•莱芜) 某体育场看台的坡面 AB 与地面的夹角是 37° , 看台最高点 B 到地面的垂直距离 BC 为 3.6 米, 看台正前方有一垂直于地面的旗杆 DE , 在 B 点用测角仪测得旗杆的最高点 E 的仰角为 33° , 已知测角仪 BF 的高度为 1.6 米, 看台最低点 A 与旗杆底端 D 之间的距离为 16 米 (C, A, D 在同一条直线上).

(1) 求看台最低点 A 到最高点 B 的坡面距离;

(2) 一面红旗挂在旗杆上, 固定红旗的上下两个挂钩 G, H 之间的距离为 1.2 米, 下端挂钩 H 与地面的距离为 1 米, 要求用 30 秒的时间将红旗升到旗杆的顶端, 求红旗升起的平均速度 (计算结果保留两位小数) ($\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 33^\circ \approx 0.54$, $\cos 33^\circ \approx 0.84$, $\tan 33^\circ \approx 0.65$)



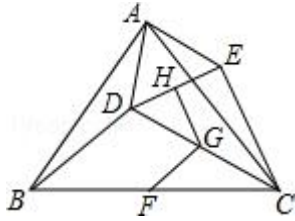
【分析】 (1) 根据正弦的定义计算即可;

(2) 作 $FP \perp ED$ 于 P , 根据正切的定义求出 AC , 根据正切的概念求出 EP , 计算即可.

【解答】 解: (1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中,

$$AB = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = 6 \text{ 米};$$

$$(2) AC = \frac{BC}{\tan \angle BAC} = 4.8 \text{ 米},$$



【分析】(1) 首先得出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS), 进而利用三角形中位线定理得出 $GH=GF$;

(2) 利用全等三角形的性质结合平行线的性质得出 $\angle FGH = \angle DGF + \angle HGD$ 进而得出答案.

【解答】证明: (1) $\because \angle DAE = \angle BAC$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BD=CE,$$

$\because F, G, H$ 分别为 BC, CD, DE 的中点,

$$\therefore GH \parallel GF, \text{ 且 } GH = \frac{1}{2}CE, \quad GF = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore GH=GF;$$

$$(2) \because \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore HG \parallel CE, \quad GE \parallel BD,$$

$$\therefore \angle HGD = \angle ECD, \quad \angle GFC = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle HGD = \angle ACD + \angle ECA = \angle ACD + \angle ABD,$$

$$\angle DGF = \angle GFC + \angle GCF = \angle DBC + \angle GCF,$$

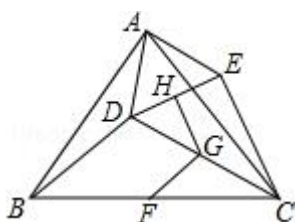
$$\therefore \angle FGH = \angle DGF + \angle HGD$$

$$= \angle DBC + \angle GCF + \angle ACD + \angle ABD$$

$$= \angle ABC + \angle ACB$$

$$= 180^\circ - \angle BAC,$$

$\therefore \angle FGH$ 与 $\angle BAC$ 互补.



【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及三角形中位线定理，正确得出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 是解题关键.

22. (10 分) (2016·莱芜) 为迎接“国家卫生城市”复检，某市环卫局准备购买 A、B 两种型号的垃圾箱，通过市场调研得知：购买 3 个 A 型垃圾箱和 2 个 B 型垃圾箱共需 540 元；购买 2 个 A 型垃圾箱比购买 3 个 B 型垃圾箱少用 160 元.

(1) 每个 A 型垃圾箱和 B 型垃圾箱各多少元？

(2) 现需要购买 A、B 两种型号的垃圾箱共 300 个，分别由甲、乙两人进行安装，要求在 12 天内完成（两人同时进行安装）. 已知甲负责 A 型垃圾箱的安装，每天可以安装 15 个，乙负责 B 型垃圾箱的安装，每天可以安装 20 个，生产厂家表示若购买 A 型垃圾箱不少于 150 个时，该型号的产品可以打九折；若购买 B 型垃圾箱超过 150 个时，该型号的产品可以打八折，若既能在规定时间内完成任务，费用又最低，应购买 A 型和 B 型垃圾箱各多少个？最低费用是多少元？

【分析】 (1) 设每个 A 型垃圾箱和 B 型垃圾箱分别为 x 元和 y 元，利用两次购

买的费用列方程 $\begin{cases} 3x+2y=540 \\ 3y-2x=160 \end{cases}$ ，然后解方程组即可；

(2) 设购买 A 型垃圾箱 m 个，则购买 B 型垃圾箱 $(300 - m)$ 个，购买垃圾箱的费用为 w 元，利用工作效率和总工作时间可得到 $60 \leq m \leq 180$ ，然后讨论：若 $60 \leq m < 150$ 得到 $w=4m+28800$ ，若 $150 \leq m \leq 180$ 得 $w=-30m+3600$ ，再利用一次函数的性质求出两种情况下的 w 的最小值，于是比较大小可得到满足条件的购买方案.

【解答】解：(1) 设每个 A 型垃圾箱和 B 型垃圾箱分别为 x 元和 y 元，

根据题意得 $\begin{cases} 3x+2y=540 \\ 3y-2x=160 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=100 \\ y=120 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 每个 A 型垃圾箱和 B 型垃圾箱分别为 100 元和 120 元；

(2) 设购买 A 型垃圾箱 m 个，则购买 B 型垃圾箱 $(300 - m)$ 个，购买垃圾箱的费用为 w 元，

根据题意得 $\begin{cases} \frac{m}{15} \leq 12 \\ \frac{300-m}{20} \leq 12 \end{cases}$ ，解得 $60 \leq m \leq 180$ ，

若 $60 \leq m < 150$ ， $w=100m+120 \times 0.8 \times (300 - m) = 4m+28800$ ，

当 $m=60$ 时， w 最小， w 的最小值 $=4 \times 60+28800=29040$ (元)；

若 $150 \leq m \leq 180$ ， $w=100 \times 0.9 \times m+120 \times (300 - m) = -30m+3600$ ，

当 $m=180$ ， w 最小， w 的最小值 $= -30 \times 180+36000=30600$ (元)；

$\therefore 29040 < 30600$ ，

$\therefore$ 购买 A 型垃圾箱 60 个，则购买 B 型垃圾箱 240 个时，既能在规定时间内完成任务，费用又最低，最低费用为 29040 元.

【点评】 本题考查了一元一次不等式组的应用：分析题意，找出不等关系；设未知数，列出不等式组；解不等式组；从不等式组解集中找出符合题意的答案；作答. 也考查了二元一次方程组合一次函数的性质.

23. (10 分) (2016•莱芜) 已知 AB 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦，直线 AB 、 CD 互相垂直，垂足为 E ，连接 AC ，过点 B 作 $BF \perp AC$ ，垂足为 F ，直线 BF 交直线 CD 于点 M 。

(1) 如图 1，当点 E 在 $\odot O$ 内时，连接 AD ， AM ， BD ，求证： $AD=AM$ ；

(2) 如图 2，当点 E 在 $\odot O$ 外时，连接 AD ， AM ，求证： $AD=AM$ ；

(3) 如图 3，当点 E 在 $\odot O$ 外时， $\angle ABF$ 的平分线与 AC 交于点 H ，若 $\tan \angle C = \frac{4}{3}$ ，求 $\tan \angle ABH$ 的值。

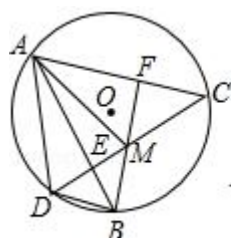


图1

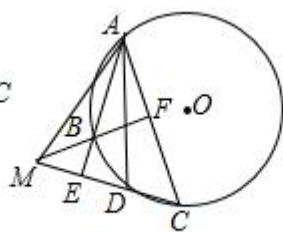


图2

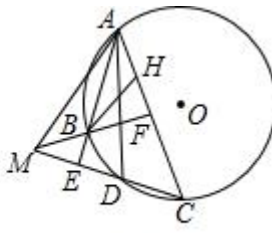


图3

【分析】 (1) 根据垂直的定义和垂直平分线的判定好小子即可求解；

(2) 如图 2，连结 BD ，先证明四边形 $ABDC$ 是圆内接四边形，根据圆内接四边形的性质和垂直平分线的性质即可求解；

(3) 如图 3，过点 H 作 $HN \perp AB$ ，垂足为 N ，在 $Rt\triangle ABF$ 中和在 $Rt\triangle BNH$ 中，根据三角函数的定义即可求解。

【解答】 (1) 证明： $\because AB \perp CD$ ， $BF \perp AC$ ，

$$\therefore \angle BEM = \angle BFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBM + \angle BME = 90^\circ, \quad \angle ABF + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BME = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BDM = \angle BMD,$$

$$\therefore BD = BM,$$

$\therefore AB \perp CD$,

$\therefore AB$ 是 MD 的垂直平分线,

$\therefore AD=AM$;

(2) 证明: 如图 2, 连结 BD ,

$\therefore AB \perp CD$, $BF \perp AC$,

$\therefore \angle BEM = \angle BFA = 90^\circ$,

$\therefore \angle EBM = \angle FBA$,

$\therefore \angle BME = \angle BAF$,

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 是圆内接四边形,

$\therefore \angle BDM = \angle BAC$,

$\therefore \angle BDM = \angle BMD$,

$\therefore BD=BM$,

$\therefore AB \perp CD$,

$\therefore AB$ 是 MD 的垂直平分线,

$\therefore AD=AM$;

(3) 解: 如图 3, 过点 H 作 $HN \perp AB$, 垂足为 N .

易知 $\angle AHN = \angle ABF = \angle C$,

在 $Rt\triangle ANH$ 中, 设 $HM=3m$,

$\therefore \tan \angle AHN = \tan \angle C = \frac{AN}{NH} = \frac{4}{3}$,

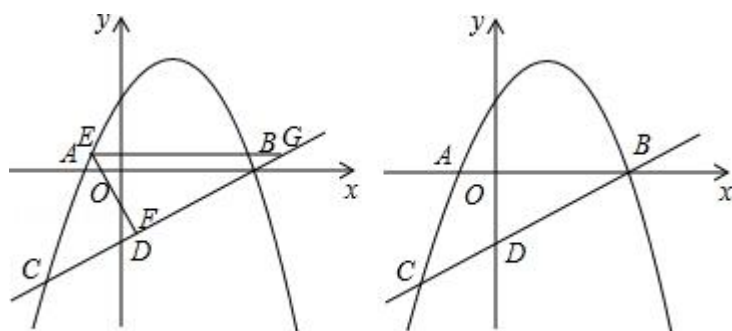
$\therefore AN=4m$,

$\therefore AH=5m$,

$\therefore BH$ 平分 $\angle ABF$,

(2) 若点 E 在直线 BC 的上方, 过 E 分别作 BC 和 y 轴的垂线, 交直线 BC 于不同的两点 F, G (F 在 G 的左侧), 求 $\triangle EFG$ 周长的最大值;

(3) 是否存在点 E, 使得 $\triangle EDB$ 是以 BD 为直角边的直角三角形? 如果存在, 求点 E 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



备用图

【分析】 (1) 如图 1, 运用待定系数法求这个二次函数的解析式;

(2) 如图 2, 先求直线 BC 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 2$, 设出点 E 的坐标, 写出点 G 的坐标 $(-m^2 + 3m + 8, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$, 求出 EG 的长, 证明 $\triangle EFG \sim \triangle DOB$, 根据相似三角形周长的比等于相似比表示 $\triangle EFG$ 周长 $= \frac{3\sqrt{5}+5}{5} (-m^2 + 2m + 8)$ $= \frac{3\sqrt{5}+5}{5} [-(m-1)^2 + 9]$, 根据二次函数的顶点确定其最值;

(3) 分二种情况讨论: 分别以 D、B 两个顶点为直角时, 列方程组, 求出点 E 的坐标, 根据两垂直直线的一次项系数为负倒数得出结论.

【解答】 解: (1) 如图 1, 把 A(-1, 0), B(4, 0), C(-2, -3) 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 得:

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 16a+4b+c=0 \\ 4a-2b+c=-3 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \\ c=2 \end{cases}$

则二次函数的解析式 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$;

(2) 如图 2, 设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$,

把 B (4, 0), C (-2, -3) 代入 $y=kx+b$ 中得: $\begin{cases} 4k+b=0 \\ -2k+b=-3 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=-2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-2$,

设 E (m , $-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2$), $-2 < m < 4$,

$\therefore EG \perp y$ 轴,

$\therefore$ E 和 G 的纵坐标相等,

$\therefore$ 点 G 在直线 BC 上,

当 $y = -\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2$ 时, $-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2 = \frac{1}{2}x-2$,

$x = -m^2+3m+8$,

则 G ($-m^2+3m+8$, $-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2$),

$\therefore EG = -m^2+3m+8 - m = -m^2+2m+8$,

$\therefore EG \parallel AB$,

$\therefore \angle EGF = \angle OBD$,

$\therefore \angle EFG = \angle BOD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EFG \sim \triangle DOB$,

$\therefore \frac{\triangle EFG \text{ 的周长}}{\triangle DOB \text{ 的周长}} = \frac{EG}{BD}$,

$\therefore D (0, -2), B (4, 0)$,

$\therefore OB=4, OD=2$,

$\therefore BD = \sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5}$,

$\therefore \frac{\triangle EFG \text{ 的周长}}{2+4+2\sqrt{5}} = \frac{-m^2+2m+8}{2\sqrt{5}}$,

$$\begin{aligned}\therefore \triangle EFG \text{ 的周长} &= \frac{3\sqrt{5}+5}{5} (-m^2+2m+8), \\ &= \frac{3\sqrt{5}+5}{5} [-(m-1)^2+9], \\ \therefore \text{当 } m=1 \text{ 时, } \triangle EFG \text{ 周长最大, 最大值是 } \frac{27\sqrt{5}+45}{5};\end{aligned}$$

(3) 存在点 E,

分两种情况:

①若 $\angle EBD=90^\circ$, 则 $BD \perp BE$, 如图 3,

设 BD 的解析式为: $y=kx+b$,

把 B (4, 0)、D (0, -2) 代入得: $\begin{cases} 4k+b=0 \\ b=-2 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=-2 \end{cases},$$

$\therefore$ BD 的解析式为: $y=\frac{1}{2}x-2$,

$\therefore$ 设直线 EB 的解析式为: $y=-2x+b$,

把 B (4, 0) 代入得: $b=8$,

$\therefore$ 直线 EB 的解析式为: $y=-2x+8$,

$$\therefore \begin{cases} y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2 \\ y=-2x+8 \end{cases},$$

$$-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=-2x+8,$$

解得: $x_1=3$, $x_2=4$ (舍),

当 $x=3$ 时, $y=-2 \times 3+8=2$,

$\therefore E (3, 2)$,

②当 $BD \perp DE$ 时, 即 $\angle EDB=90^\circ$, 如图 4,

同理得: DE 的解析式为: $y=-2x+b$,

把 D (0, -2) 代入得: $b=-2$,

∴ DE 的解析式为: $y = -2x - 2$,

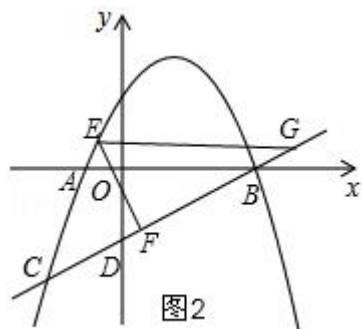
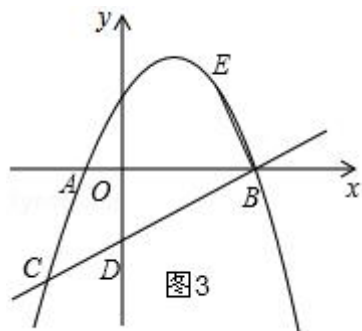
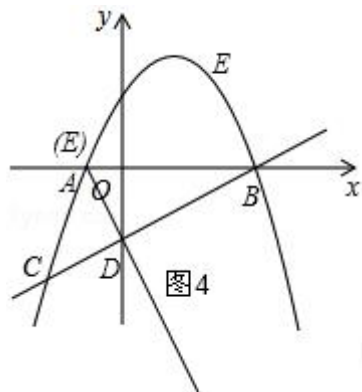
$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \\ y = -2x - 2 \end{cases},$$

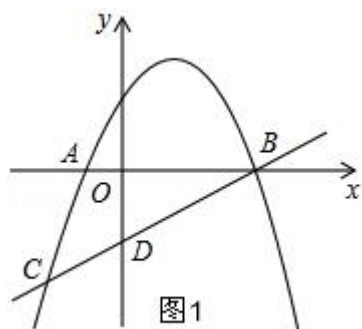
解得: $\begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = -18 \end{cases} \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 0 \end{cases},$

∴ E (8, -18) 或 (-1, 0),

综上所述, 点 E (3, 2) 或 (8, -18) 或 (-1, 0),

故存在满足条件的点 E, 点 E 的坐标为 (3, 2) 或 (-1, 0) 或 (8, -18).





【点评】本题是二次函数的综合题，考查了利用待定系数法求二次函数、一次函数的解析式；根据两直线垂直，则一次项系数为负倒数，利用一条直线求另一条直线的解析式；若三角形直角三角形时，要采用分类讨论的思想，分二种情况进行讨论，利用勾股定理或解析式或相似求出点 E 的坐标.

参与本试卷答题和审题的老师有：三界无我；sd2011；神龙杉；守拙；sks；HJJ；
sjzx；zgm666；nhx600；Ldt；szl；星月相随；1987483819；gbl210；知足长
乐；王学峰；gsIs；tcm123（排名不分先后）

菁优网

2017 年 3 月 1 日