

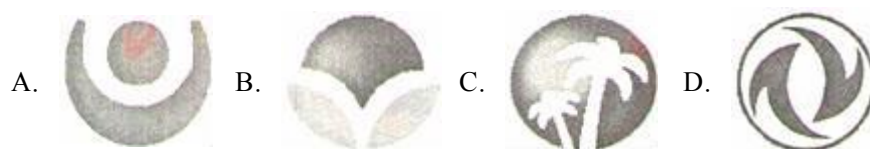
## 2016 年山东省烟台市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 下列实数中，有理数是（ ）

- A.  $\sqrt{8}$  B.  $\sqrt[3]{4}$  C.  $\frac{\pi}{2}$  D. 0.101001001

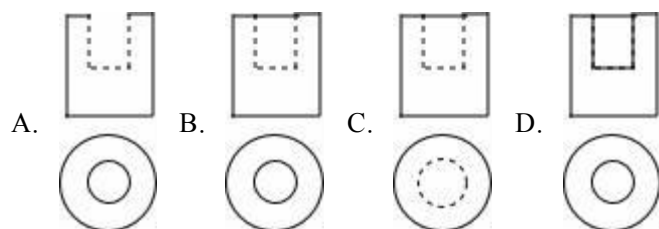
2. 下列商标图案中，既不是轴对称图形又不是中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

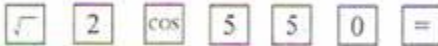
- A.  $3a^2 - 6a^2 = -3$  B.  $(-2a) \cdot (-a) = 2a^2$   
C.  $10a^{10} \div 2a^2 = 5a^5$  D.  $-(a^3)^2 = a^6$

4. 如图，圆柱体中挖去一个小圆柱，那么这个几何体的主视图和俯视图分别为（ ）



5. 如图，是我们数学课本上采用的科学计算器面板，利用该型号计算器计算  $\sqrt{2}\cos 55^\circ$ ，按键顺序正确的是（ ）

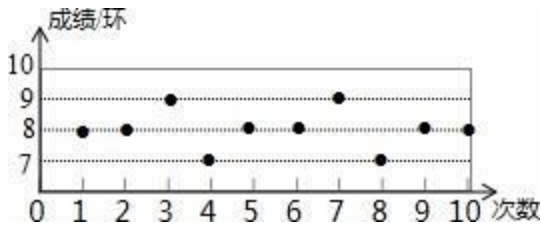


- A.  B.   
C.  D. 

6. 某射击队要从甲、乙、丙、丁四人中选拔一名选手参赛，在选拔赛中，每人射击 10 次，然后从他们的成绩平均数（环）及方差两个因素进行分析，甲、乙、丙的成绩分析如表所示，丁的成绩如图所示.

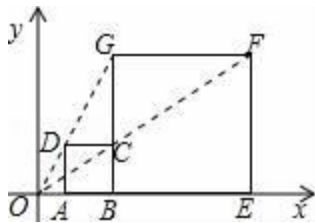
|     | 甲    | 乙    | 丙   |
|-----|------|------|-----|
| 平均数 | 7.9  | 7.9  | 8.0 |
| 方差  | 3.29 | 0.49 | 1.8 |

根据以上图表信息，参赛选手应选（ ）



A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

7. 如图，在平面直角坐标中，正方形 ABCD 与正方形 BEFG 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且相似比为  $\frac{1}{3}$ ，点 A, B, E 在 x 轴上，若正方形 BEFG 的边长为 6，则 C 点坐标为（ ）



A. (3, 2) B. (3, 1) C. (2, 2) D. (4, 2)

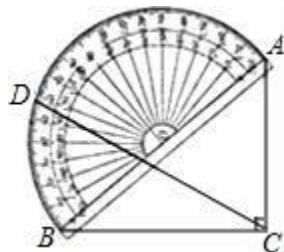
8. 反比例函数  $y = \frac{1-6t}{x}$  的图象与直线  $y = -x+2$  有两个交点，且两交点横坐标的积为负数，则 t 的取值范围是（ ）

A.  $t < \frac{1}{6}$  B.  $t > \frac{1}{6}$  C.  $t \leq \frac{1}{6}$  D.  $t \geq \frac{1}{6}$

9. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两个根，则  $x_1^2 - x_1 + x_2$  的值为（ ）

A. -1 B. 0 C. 2 D. 3

10. 如图，Rt△ABC 的斜边 AB 与量角器的直径恰好重合，B 点与 0 刻度线的一端重合，∠ABC=40°，射线 CD 绕点 C 转动，与量角器外沿交于点 D，若射线 CD 将△ABC 分割出以 BC 为边的等腰三角形，则点 D 在量角器上对应的度数是（ ）

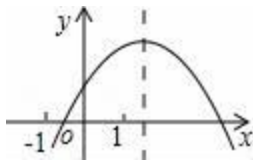


A. 40° B. 70° C. 70°或 80° D. 80°或 140°

11. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示，下列结论：

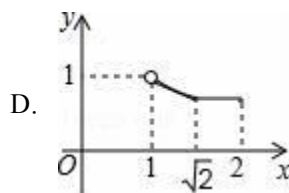
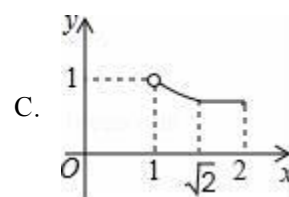
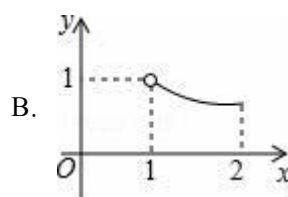
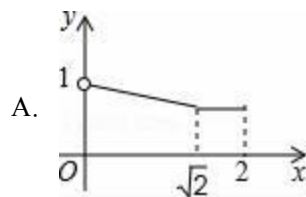
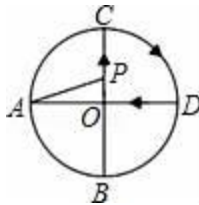
①  $4ac < b^2$ ；②  $a + c > b$ ；③  $2a + b > 0$ .

其中正确的有（ ）



A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

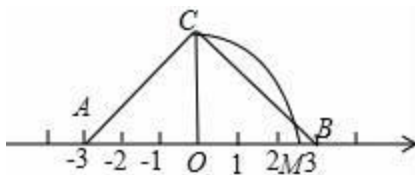
12. 如图， $\odot O$  的半径为 1，AD，BC 是  $\odot O$  的两条互相垂直的直径，点 P 从点 O 出发（P 点与 O 点不重合），沿  $O \rightarrow C \rightarrow D$  的路线运动，设  $AP=x$ ， $\sin \angle APB=y$ ，那么 y 与 x 之间的关系图象大致是（ ）



二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分

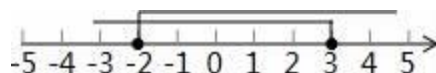
13. 已知  $|x - y + 2| - \sqrt{x + y - 2} = 0$ ，则  $x^2 - y^2$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 如图，O 为数轴原点，A，B 两点分别对应 -3，3，作腰长为 4 的等腰  $\triangle ABC$ ，连接 OC，以 O 为圆心，CO 长为半径画弧交数轴于点 M，则点 M 对应的实数为\_\_\_\_\_.

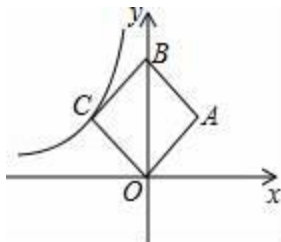


15. 已知不等式组  $\begin{cases} x \geq -a-1 & \text{①} \\ -x \geq -b & \text{②} \end{cases}$ ，在同一条数轴上表示不等式①，②的解集如图所示，

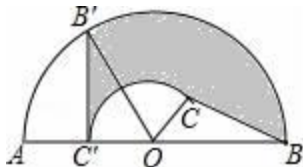
则  $b^{-a}$  的值为\_\_\_\_\_.



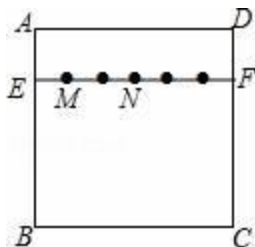
16. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 OABC 的面积为 12，点 B 在 y 轴上，点 C 在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上，则 k 的值为\_\_\_\_\_.



17. 如图，C 为半圆内一点，O 为圆心，直径 AB 长为 2cm， $\angle BOC=60^\circ$ ， $\angle BCO=90^\circ$ ，将  $\triangle BOC$  绕圆心 O 逆时针旋转至  $\triangle B'OC'$ ，点 C' 在 OA 上，则边 BC 扫过区域（图中阴影部分）的面积为\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>.



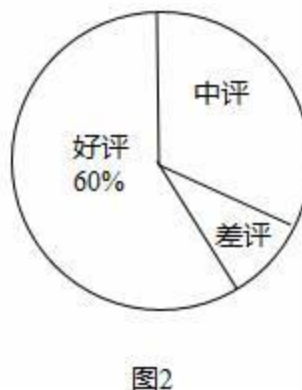
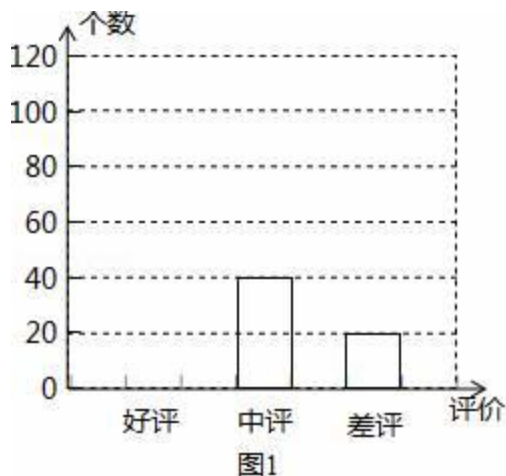
18. 如图，在正方形纸片 ABCD 中，EF // AD，M，N 是线段 EF 的六等分点，若把该正方形纸片卷成一个圆柱，使点 A 与点 D 重合，此时，底面圆的直径为 10cm，则圆柱上 M，N 两点间的距离是\_\_\_\_\_cm.



三、解答题：本大题共 7 个小题，满分 66 分

19. 先化简，再求值： $(\frac{x^2-y}{x}-x-1) \div \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy-y^2}$ ，其中  $x=\sqrt{2}$ ， $y=\sqrt{6}$ .

20. 网上购物已经成为人们常用的一种购物方式，售后评价特别引人关注，消费者在网店购买某种商品后，对其有“好评”、“中评”、“差评”三种评价，假设这三种评价是等可能的.



(1) 小明对一家网店销售某种商品显示的评价信息进行了统计，并列出了两幅不完整的统计图.

利用图中所提供的信息解决以下问题:

- ①小明一共统计了\_\_\_\_\_个评价;  
②请将图 1 补充完整;  
③图 2 中“差评”所占的百分比是\_\_\_\_\_;

(2) 若甲、乙两名消费者在该网店购买了同一商品, 请你用列表格或画树状图的方法帮助店主求一下两人中至少有一个给“好评”的概率.

21. 由于雾霾天气频发, 市场上防护口罩出现热销, 某医药公司每月固定生产甲、乙两种型号的防雾霾口罩共 20 万只, 且所有产品当月全部售出, 原料成本、销售单价及工人生产提成如表:

| 价格(元/只) 型号<br>种类 | 甲  | 乙   |
|------------------|----|-----|
| 原料成本             | 12 | 8   |
| 销售单价             | 18 | 12  |
| 生产提成             | 1  | 0.8 |

- (1) 若该公司五月份的销售收入为 300 万元, 求甲、乙两种型号的产品分别是多少万只?  
(2) 公司实行计件工资制, 即工人每生产一只口罩获得一定金额的提成, 如果公司六月份投入总成本(原料总成本+生产提成总额)不超过 239 万元, 应怎样安排甲、乙两种型号的产量, 可使该月公司所获利润最大? 并求出最大利润(利润=销售收入-投入总成本)

22. 某中学广场上有旗杆如图 1 所示, 在学习解直角三角形以后, 数学兴趣小组测量了旗杆的高度. 如图 2, 某一时刻, 旗杆 AB 的影子一部分落在平台上, 另一部分落在斜坡上, 测得落在平台上的影长 BC 为 4 米, 落在斜坡上的影长 CD 为 3 米,  $AB \perp BC$ , 同一时刻, 光线与水平面的夹角为  $72^\circ$ , 1 米的竖立标杆 PQ 在斜坡上的影长 QR 为 2 米, 求旗杆的高度(结果精确到 0.1 米). (参考数据:  $\sin 72^\circ \approx 0.95$ ,  $\cos 72^\circ \approx 0.31$ ,  $\tan 72^\circ \approx 3.08$ )



图1

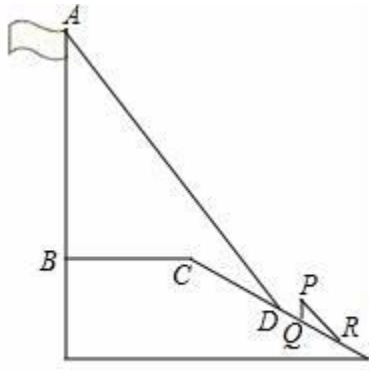
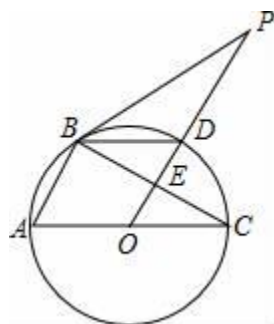


图2

23. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AC$  为  $\odot O$  的直径,  $PB$  是  $\odot O$  的切线,  $B$  为切点,  $OP \perp BC$ , 垂足为  $E$ , 交  $\odot O$  于  $D$ , 连接  $BD$ .

- (1) 求证:  $BD$  平分  $\angle PBC$ ;  
(2) 若  $\odot O$  的半径为 1,  $PD=3DE$ , 求  $OE$  及  $AB$  的长.



#### 24. 【探究证明】

(1) 某班数学课题学习小组对矩形内两条互相垂直的线段与矩形两邻边的数量关系进行探究, 提出下列问题, 请你给出证明.

如图 1, 矩形 ABCD 中,  $EF \perp GH$ , EF 分别交 AB, CD 于点 E, F, GH 分别交 AD, BC 于点 G, H. 求证:  $\frac{EF}{GH} = \frac{AD}{AB}$ .

#### 【结论应用】

(2) 如图 2, 在满足 (1) 的条件下, 又  $AM \perp BN$ , 点 M, N 分别在边 BC, CD 上, 若  $\frac{EF}{GH} = \frac{11}{15}$ , 则  $\frac{BN}{AM}$  的值为\_\_\_\_\_;

#### 【联系拓展】

(3) 如图 3, 四边形 ABCD 中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = AD = 10$ ,  $BC = CD = 5$ ,  $AM \perp DN$ , 点 M, N 分别在边 BC, AB 上, 求  $\frac{DN}{AM}$  的值.

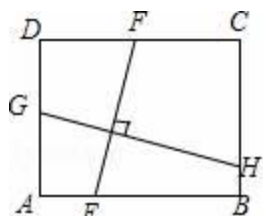


图1

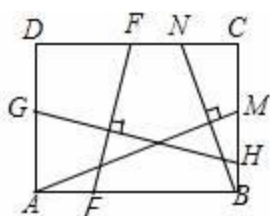


图2

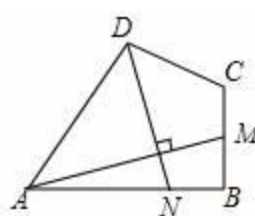


图3

25. 如图 1, 已知平行四边形 ABCD 顶点 A 的坐标为 (2, 6), 点 B 在 y 轴上, 且  $AD \parallel BC \parallel x$  轴, 过 B, C, D 三点的抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标为 (2, 2), 点 F (m, 6) 是线段 AD 上一动点, 直线 OF 交 BC 于点 E.

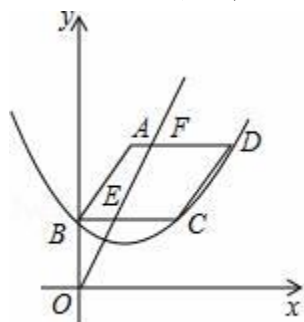


图1

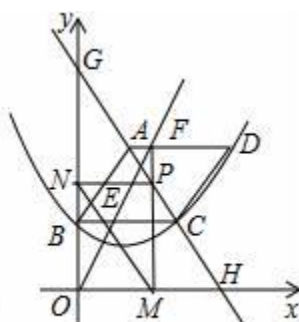


图2

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设四边形 ABEF 的面积为  $S$ ，请求出  $S$  与  $m$  的函数关系式，并写出自变量  $m$  的取值范围；

(3) 如图 2，过点  $F$  作  $FM \perp x$  轴，垂足为  $M$ ，交直线  $AC$  于  $P$ ，过点  $P$  作  $PN \perp y$  轴，垂足为  $N$ ，连接  $MN$ ，直线  $AC$  分别交  $x$  轴， $y$  轴于点  $H$ ， $G$ ，试求线段  $MN$  的最小值，并直接写出此时  $m$  的值.

# 2016 年山东省烟台市中考数学试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 下列实数中，有理数是（ ）

- A.  $\sqrt{8}$  B.  $\sqrt[3]{4}$  C.  $\frac{\pi}{2}$  D. 0.101001001

【考点】实数.

【分析】实数分为有理数，无理数，有理数有分数、整数，无理数有根式下不能开方的， $\pi$  等，很容易选择.

【解答】解：A、 $\sqrt{8}$ 不能正好开方，即为无理数，故本选项错误；

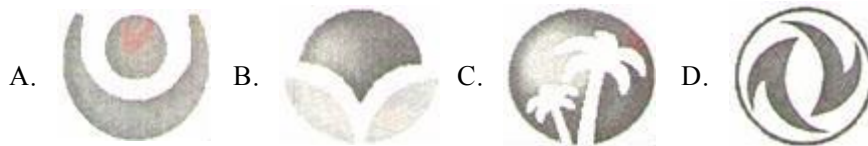
B、 $\sqrt[3]{4}$ 不能正好开方，即为无理数，故本选项错误；

C、 $\pi$ 为无理数，所以 $\frac{\pi}{2}$ 为无理数，故本选项错误；

D、小数为有理数，符合.

故选 D.

2. 下列商标图案中，既不是轴对称图形又不是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念逐项分析即可.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形；

C、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，

故选 C.

3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $3a^2 - 6a^2 = -3$  B.  $(-2a) \cdot (-a) = 2a^2$   
C.  $10a^{10} \div 2a^2 = 5a^5$  D.  $-(a^3)^2 = a^6$

【考点】整式的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；单项式乘单项式.

【分析】根据整式的加减法可得出 A 选项结论不正确；根据单项式乘单项式的运算可得出 B 选项不正确；根据整式的除法可得出 C 选项正确；根据幂的乘方可得出 D 选项不正确. 由此即可得出结论.

【解答】解：A、 $3a^2 - 6a^2 = -3a^2$ ， $-3a^2 \neq -3$ ，

$\therefore$  A 中算式计算不正确；

B、 $(-2a) \cdot (-a) = 2a^2$ ， $2a^2 = 2a^2$ ，

$\therefore$  B 中算式计算正确；

C、 $10a^{10} \div 2a^2 = 5a^8$ ,  $5a^8 \neq 5a^5$  (特殊情况除外),

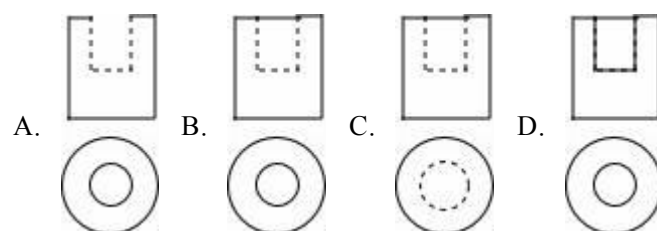
$\therefore$  C 中算式计算不正确;

D、 $-(a^3)^2 = -a^6$ ,  $-a^6 \neq a^6$  (特殊情况除外),

$\therefore$  D 中算式计算不正确.

故选 B.

4. 如图, 圆柱体中挖去一个小圆柱, 那么这个几何体的主视图和俯视图分别为 ( )



【考点】简单组合体的三视图.

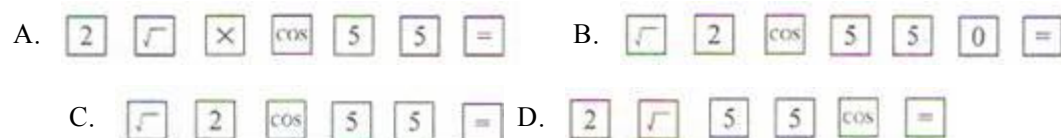
【分析】直接利用组合体结合主视图以及俯视图的观察角度得出答案.

【解答】解: 由几何体所示, 可得主视图和俯视图分别为:



故选: B.

5. 如图, 是我们数学课本上采用的科学计算器面板, 利用该型号计算器计算  $\sqrt{2}\cos 55^\circ$ , 按键顺序正确的是 ( )



【考点】计算器—三角函数; 计算器—数的开方.

【分析】简单的电子计算器工作顺序是先输入者先算, 其中 R - CM 表示存储、读出键, M+ 为存储加键, M - 为存储减键, 根据按键顺序写出式子, 再根据开方运算即可求出显示的结果.

【解答】解：利用该型号计算器计算 $\sqrt{2}\cos 55^\circ$ ，按键顺序正确的是

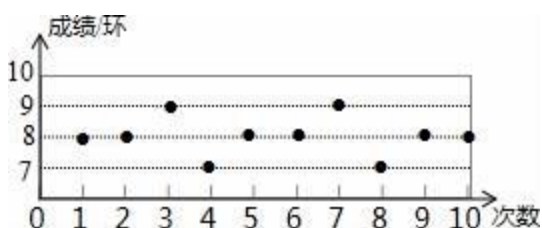


故选：C.

6. 某射击队要从甲、乙、丙、丁四人中选拔一名选手参赛，在选拔赛中，每人射击 10 次，然后从他们的成绩平均数（环）及方差两个因素进行分析，甲、乙、丙的成绩分析如表所示，丁的成绩如图所示.

|     | 甲    | 乙    | 丙   |
|-----|------|------|-----|
| 平均数 | 7.9  | 7.9  | 8.0 |
| 方差  | 3.29 | 0.49 | 1.8 |

根据以上图表信息，参赛选手应选（ ）



A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】方差；算术平均数.

【分析】根据方差的计算公式求出丁的成绩的方差，根据方差的性质解答即可.

【解答】解：由图可知丁射击 10 次的成绩为：8、8、9、7、8、8、9、7、8、8，

则丁的成绩的平均数为： $\frac{1}{10} \times (8+8+9+7+8+8+9+7+8+8) = 8$ ,

丁的成绩的方差为： $\frac{1}{10} \times [(8-8)^2 + (8-8)^2 + (8-9)^2 + (8-7)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (8-9)^2 + (8-7)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2] = 0.4$ ,

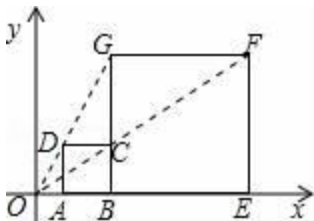
$\therefore$  丁的成绩的方差最小，

$\therefore$  丁的成绩最稳定，

$\therefore$  参赛选手应选丁，

故选：D.

7. 如图，在平面直角坐标中，正方形 ABCD 与正方形 BEFG 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且相似比为  $\frac{1}{3}$ ，点 A，B，E 在 x 轴上，若正方形 BEFG 的边长为 6，则 C 点坐标为（ ）



A. (3, 2) B. (3, 1) C. (2, 2) D. (4, 2)

【考点】位似变换；坐标与图形性质；正方形的性质.

【分析】直接利用位似图形的性质结合相似比得出 AD 的长，进而得出  $\triangle OAD \sim \triangle OBG$ ，进而得出 AO 的长，即可得出答案.

【解答】解：  $\because$  正方形 ABCD 与正方形 BEFG 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且相似比为  $\frac{1}{3}$ ，

$$\therefore \frac{AD}{BG} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore BG = 6,$$

$$\therefore AD = BC = 2,$$

$$\therefore AD \parallel BG,$$

$$\therefore \triangle OAD \sim \triangle OBG,$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{OA}{2+OA} = \frac{1}{3},$$

$$\text{解得： } OA = 1,$$

$$\therefore OB = 3,$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为： } (3, 2),$$

故选：A.

8. 反比例函数  $y = \frac{1-6t}{x}$  的图象与直线  $y = -x+2$  有两个交点，且两交点横坐标的积为负数，则 t 的取值范围是 ( )

A.  $t < \frac{1}{6}$  B.  $t > \frac{1}{6}$  C.  $t \leq \frac{1}{6}$  D.  $t \geq \frac{1}{6}$

【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】将一次函数解析式代入到反比例函数解析式中，整理得出关于 x 的一元二次方程，由两函数图象有两个交点，且两交点横坐标的积为负数，结合根的判别式以及根与系数的关系即可得出关于 k 的一元一次不等式组，解不等式组即可得出结论.

【解答】解：将  $y = -x+2$  代入到反比例函数  $y = \frac{1-6t}{x}$  中，

$$\text{得： } -x+2 = \frac{1-6t}{x},$$

$$\text{整理，得： } x^2 - 2x + 1 - 6t = 0.$$

$\because$  反比例函数  $y = \frac{1-6t}{x}$  的图象与直线  $y = -x+2$  有两个交点，且两交点横坐标的积为负数，

$$\therefore \begin{cases} (-2)^2 - 4(1-6t) > 0 \\ 1-6t < 0 \end{cases}, \text{ 解得： } t > \frac{1}{6}.$$

故选 B.

9. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两个根，则  $x_1^2 - x_1 + x_2$  的值为 ( )

A. -1 B. 0 C. 2 D. 3

【考点】根与系数的关系.

【分析】由根与系数的关系得出“ $x_1+x_2=2$ ,  $x_1 \cdot x_2=-1$ ”, 将代数式  $x_1^2-x_1+x_2$  变形为  $x_1^2-2x_1-1+x_1+1+x_2$ , 套入数据即可得出结论.

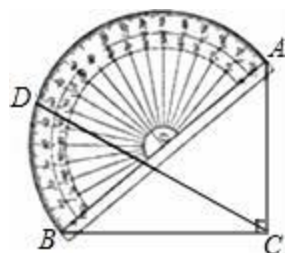
【解答】解:  $\because x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2-2x-1=0$  的两个根,

$$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=2, \quad x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}=-1.$$

$$x_1^2-x_1+x_2=x_1^2-2x_1-1+x_1+1+x_2=1+x_1+x_2=1+2=3.$$

故选 D.

10. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  的斜边  $AB$  与量角器的直径恰好重合,  $B$  点与  $0$  刻度线的一端重合,  $\angle ABC=40^\circ$ , 射线  $CD$  绕点  $C$  转动, 与量角器外沿交于点  $D$ , 若射线  $CD$  将  $\triangle ABC$  分割出以  $BC$  为边的等腰三角形, 则点  $D$  在量角器上对应的度数是 ( )



A.  $40^\circ$  B.  $70^\circ$  C.  $70^\circ$ 或  $80^\circ$  D.  $80^\circ$ 或  $140^\circ$

【考点】角的计算.

【分析】如图, 点  $O$  是  $AB$  中点, 连接  $DO$ , 易知点  $D$  在量角器上对应的度数  $=\angle DOB=2\angle BCD$ , 只要求出  $\angle BCD$  的度数即可解决问题.

【解答】解: 如图, 点  $O$  是  $AB$  中点, 连接  $DO$ .

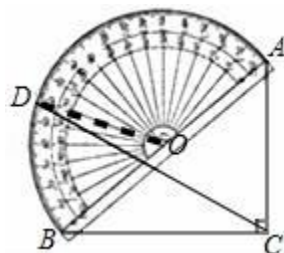
$\because$  点  $D$  在量角器上对应的度数  $=\angle DOB=2\angle BCD$ ,

$\because$  当射线  $CD$  将  $\triangle ABC$  分割出以  $BC$  为边的等腰三角形时,

$\angle BCD=40^\circ$ 或  $70^\circ$ ,

$\therefore$  点  $D$  在量角器上对应的度数  $=\angle DOB=2\angle BCD=80^\circ$ 或  $140^\circ$ ,

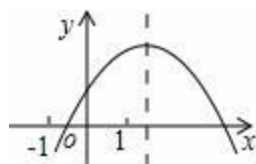
故选 D.



11. 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象如图所示, 下列结论:

①  $4ac < b^2$ ; ②  $a+c > b$ ; ③  $2a+b > 0$ .

其中正确的有 ( )



A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

【考点】二次函数图象与系数的关系.

【分析】根据抛物线与  $x$  轴有两个交点即可判断①正确，根据  $x = -1$ ,  $y < 0$ ，即可判断②错误，根据对称轴  $x > 1$ ，即可判断③正确，由此可以作出判断.

【解答】解：∵ 抛物线与  $x$  轴有两个交点，

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore 4ac < b^2, \text{ 故①正确,}$$

$$\because x = -1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a - b + c < 0,$$

$$\therefore a + c < b, \text{ 故②错误,}$$

$$\therefore \text{对称轴 } x > 1, a < 0,$$

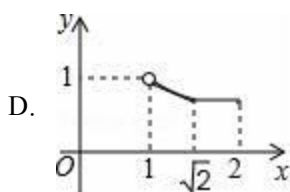
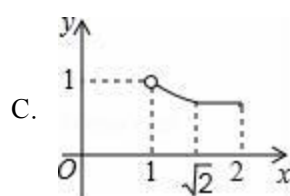
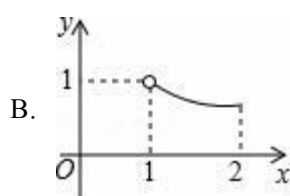
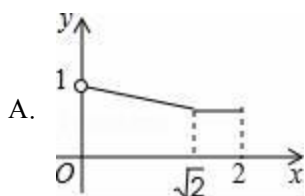
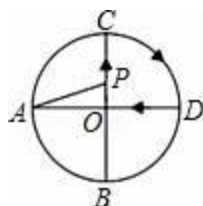
$$\therefore -\frac{b}{2a} > 1,$$

$$\therefore -b < 2a,$$

$$\therefore 2a + b > 0, \text{ 故③正确.}$$

故选 B.

12. 如图， $\odot O$  的半径为 1，AD，BC 是  $\odot O$  的两条互相垂直的直径，点 P 从点 O 出发（P 点与 O 点不重合），沿  $O \rightarrow C \rightarrow D$  的路线运动，设  $AP = x$ ， $\sin \angle APB = y$ ，那么  $y$  与  $x$  之间的关系图象大致是（ ）



【考点】动点问题的函数图象.

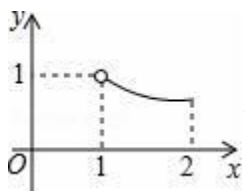
【分析】根据题意确定出  $y$  与  $x$  的关系式，即可确定出图象.

【解答】解：根据题意得： $\sin \angle APB = \frac{OA}{AP}$ ,

$$\because OA = 1, AP = x, \sin \angle APB = y,$$

$$\therefore xy = 1, \text{ 即 } y = \frac{1}{x} \quad (1 < x < 2),$$

图象为:



故选 B.

## 二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分

13. 已知  $|x - y + 2| - \sqrt{x + y - 2} = 0$ , 则  $x^2 - y^2$  的值为 -4.

**【考点】** 因式分解-运用公式法; 非负数的性质: 绝对值; 非负数的性质: 算术平方根.

**【分析】** 由  $|x - y + 2| - \sqrt{x + y - 2} = 0$ , 根据非负数的性质, 可求得  $x - y$  与  $x + y$  的值, 继而由  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$  求得答案.

**【解答】** 解:  $\because |x - y + 2| - \sqrt{x + y - 2} = 0$ ,

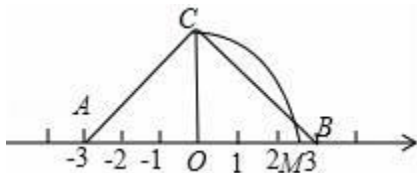
$$\therefore x - y + 2 = 0, \quad x + y - 2 = 0,$$

$$\therefore x - y = -2, \quad x + y = 2,$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = -4.$$

故答案为: -4.

14. 如图, O 为数轴原点, A, B 两点分别对应 -3, 3, 作腰长为 4 的等腰  $\triangle ABC$ , 连接 OC, 以 O 为圆心, CO 长为半径画弧交数轴于点 M, 则点 M 对应的实数为  $\sqrt{7}$ .



**【考点】** 勾股定理; 实数与数轴; 等腰三角形的性质.

**【分析】** 先利用等腰三角形的性质得到  $OC \perp AB$ , 则利用勾股定理可计算出  $OC = \sqrt{7}$ , 然后利用画法可得到  $OM = OC = \sqrt{7}$ , 于是可确定点 M 对应的数.

**【解答】** 解:  $\because \triangle ABC$  为等腰三角形,  $OA = OB = 3$ ,

$$\therefore OC \perp AB,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBC \text{ 中, } OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

$\therefore$  以 O 为圆心, CO 长为半径画弧交数轴于点 M,

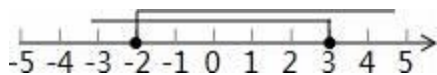
$$\therefore OM = OC = \sqrt{7},$$

$\therefore$  点 M 对应的数为  $\sqrt{7}$ .

故答案为  $\sqrt{7}$ .

15. 已知不等式组  $\begin{cases} x \geq -a-1 & ① \\ -x \geq -b & ② \end{cases}$ ，在同一条数轴上表示不等式①，②的解集如图所示，

则  $b^{-a}$  的值为  $\frac{1}{3}$ 。



【考点】解一元一次不等式组；负整数指数幂；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】根据不等式组  $\begin{cases} x \geq -a-1 & ① \\ -x \geq -b & ② \end{cases}$ ，和数轴可以得到  $a$ 、 $b$  的值，从而可以得到  $b^{-a}$

的值.

【解答】解：  $\begin{cases} x \geq -a-1 & ① \\ -x \geq -b & ② \end{cases}$ ，

由①得， $x \geq -a-1$ ，

由②得， $x \leq b$ ，

由数轴可得，原不等式的解集是：  $-2 \leq x < 3$ ，

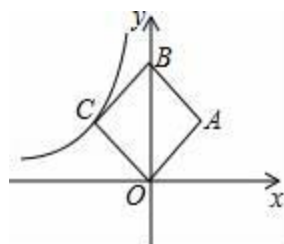
$$\therefore \begin{cases} -a-1 = -2 \\ b = 3 \end{cases},$$

解得，  $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$ ，

$$\therefore b^{-a} = 3^{-1} = \frac{1}{3},$$

故答案为：  $\frac{1}{3}$ 。

16. 如图，在平面直角坐标系中，菱形  $OABC$  的面积为 12，点  $B$  在  $y$  轴上，点  $C$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上，则  $k$  的值为  $-6$ 。



【考点】反比例函数系数  $k$  的几何意义；菱形的性质.

【分析】连接  $AC$ ，交  $y$  轴于点  $D$ ，由四边形  $ABCO$  为菱形，得到对角线垂直且互相平分，得到三角形  $CDO$  面积为菱形面积的四分之一，根据菱形面积求出三角形  $CDO$  面积，利用反比例函数  $k$  的几何意义确定出  $k$  的值即可.

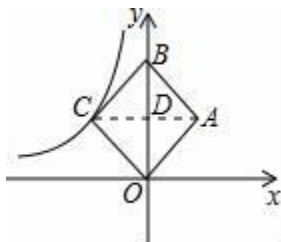
【解答】解：连接  $AC$ ，交  $y$  轴于点  $D$ ，

$\because$  四边形  $ABCO$  为菱形，

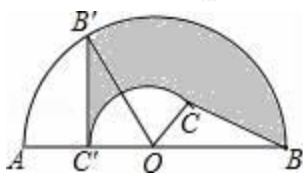
$\therefore AC \perp OB$ ，且  $CD = AD$ ， $BD = OD$ ，

$\because$  菱形  $OABC$  的面积为 12，

$\therefore \triangle CDO$  的面积为 3,  
 $\therefore |k|=6$ ,  
 $\because$  反比例函数图象位于第二象限,  
 $\therefore k < 0$ ,  
 则  $k = -6$ .  
 故答案为:  $-6$ .



17. 如图, C 为半圆内一点, O 为圆心, 直径 AB 长为 2cm,  $\angle BOC = 60^\circ$ ,  $\angle BCO = 90^\circ$ , 将  $\triangle BOC$  绕圆心 O 逆时针旋转至  $\triangle B'OC'$ , 点 C' 在 OA 上, 则边 BC 扫过区域 (图中阴影部分) 的面积为  $\frac{1}{4}\pi$  cm<sup>2</sup>.



**【考点】** 扇形面积的计算; 旋转的性质.

**【分析】** 根据已知条件和旋转的性质得出两个扇形的圆心角的度数, 再根据扇形的面积公式进行计算即可得出答案.

**【解答】** 解:  $\because \angle BOC = 60^\circ$ ,  $\triangle B'OC'$  是  $\triangle BOC$  绕圆心 O 逆时针旋转得到的,

$$\therefore \angle B'OC' = 60^\circ, \triangle BCO = \triangle B'C'O,$$

$$\therefore \angle B'OC = 60^\circ, \angle C'B'O = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle B'OB = 120^\circ,$$

$$\because AB = 2\text{cm},$$

$$\therefore OB = 1\text{cm}, OC' = \frac{1}{2},$$

$$\therefore B'C' = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\text{扇形 } B'OB} = \frac{120\pi \times 1^2}{360} = \frac{1}{3}\pi,$$

$$S_{\text{扇形 } C'OC} = \frac{120\pi \times \frac{1}{4}}{360} = \frac{\pi}{12},$$

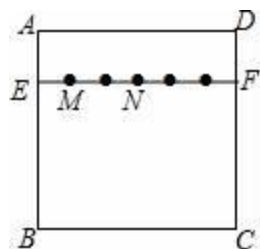
$\therefore$

$$\therefore \text{阴影部分面积} = S_{\text{扇形 } B'OB} + S_{\triangle B'C'O} - S_{\triangle BCO} - S_{\text{扇形 } C'OC} = S_{\text{扇形 } B'OB} - S_{\text{扇形 } C'OC} = \frac{1}{3}\pi -$$

$$\frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}\pi;$$

故答案为:  $\frac{1}{4}\pi$ .

18. 如图, 在正方形纸片 ABCD 中,  $EF \parallel AD$ , M, N 是线段 EF 的六等分点, 若把该正方形纸片卷成一个圆柱, 使点 A 与点 D 重合, 此时, 底面圆的直径为 10cm, 则圆柱上 M, N 两点间的距离是  $\frac{10\pi}{3}$  cm.



【考点】圆柱的计算.

【分析】根据题意得到  $EF=AD=BC$ ,  $MN=2EM$ , 由卷成圆柱后底面直径求出周长, 除以 6 得到 EM 的长, 进而确定出 MN 的长即可.

【解答】解: 根据题意得:  $EF=AD=BC$ ,  $MN=2EM=\frac{1}{3}EF$ ,

$\therefore$  把该正方形纸片卷成一个圆柱, 使点 A 与点 D 重合, 底面圆的直径为 10cm,

$\therefore$  底面周长为  $10\pi$ cm, 即  $EF=10\pi$ cm,

则  $MN=\frac{10\pi}{3}$ cm,

故答案为:  $\frac{10\pi}{3}$ .

三、解答题: 本大题共 7 个小题, 满分 66 分

19. 先化简, 再求值:  $(\frac{x^2-y}{x} - x - 1) \div \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy-y^2}$ , 其中  $x=\sqrt{2}$ ,  $y=\sqrt{6}$ .

【考点】分式的化简求值.

【分析】首先将括号里面进行通分, 进而将能分解因式的分解因式, 再化简求出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & (\frac{x^2-y}{x} - x - 1) \div \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy-y^2} \\ &= (\frac{x^2-y}{x} - \frac{x^2}{x} - \frac{x}{x}) \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{-y-x}{x} \times \frac{x-y}{x+y} \\ &= -\frac{x-y}{x}, \end{aligned}$$

把  $x=\sqrt{2}$ ,  $y=\sqrt{6}$  代入得:

$$\text{原式} = -\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = -1+\sqrt{3}.$$

20. 网上购物已经成为人们常用的一种购物方式，售后评价特别引人关注，消费者在网店购买某种商品后，对其有“好评”、“中评”、“差评”三种评价，假设这三种评价是等可能的.

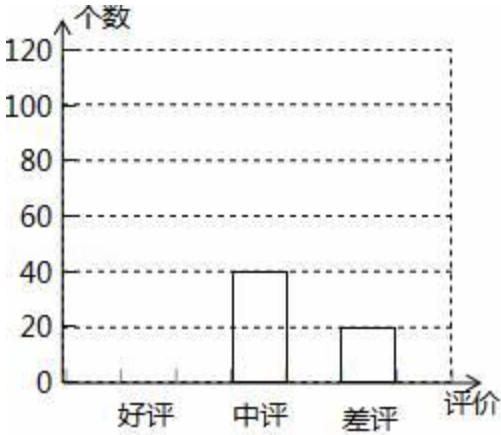


图1

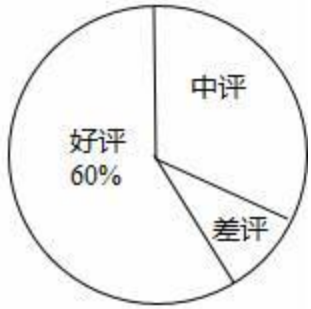


图2

(1) 小明对一家网店销售某种商品显示的评价信息进行了统计，并列出了两幅不完整的统计图.

利用图中所提供的信息解决以下问题:

①小明一共统计了 150 个评价;

②请将图 1 补充完整;

③图 2 中“差评”所占的百分比是 13.3%;

(2) 若甲、乙两名消费者在该网店购买了同一商品，请你用列表格或画树状图的方法帮助店主求一下两人中至少有一个给“好评”的概率.

**【考点】** 列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图.

**【分析】** (1) ①用“中评”、“差评”的人数除以二者的百分比之和可得总人数；②用总人数减去“中评”、“差评”的人数可得“好评”的人数，补全条形图即可；③根据  $\frac{\text{“差评”人数}}{\text{总人数}} \times 100\%$  可得;

(2) 可通过列表表示出甲、乙对商品评价的所有可能结果数，通过概率公式计算可得.

**【解答】** 解：(1) ①小明统计的评价一共有：  $\frac{40+20}{1-60\%} = 150$  (个)；

②“好评”一共有  $150 \times 60\% = 90$  (个)，补全条形图如图 1:

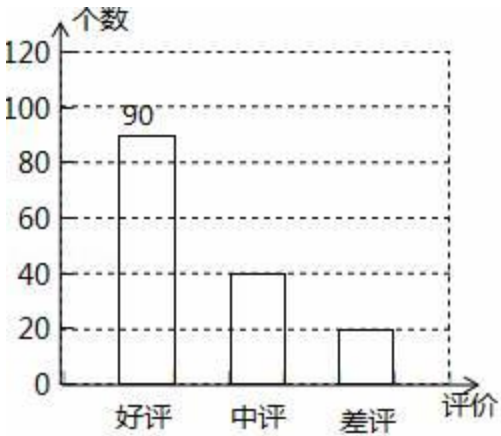


图1

③图 2 中“差评”所占的百分比是： $\frac{20}{150} \times 100\% = 13.3\%$ ；

(2) 列表如下：

|   |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|
|   | 好   | 中   | 差   |
| 好 | 好，好 | 好，中 | 好，差 |
| 中 | 中，好 | 中，中 | 中，差 |
| 差 | 差，好 | 差，中 | 差，差 |

由表可知，一共有 9 种等可能结果，其中至少有一个给“好评”的有 5 种，

∴两人中至少有一个给“好评”的概率是 $\frac{5}{9}$ .

故答案为：(1) ①150；③13.3%.

21. 由于雾霾天气频发，市场上防护口罩出现热销，某医药公司每月固定生产甲、乙两种型号的防雾霾口罩共 20 万只，且所有产品当月全部售出，原料成本、销售单价及工人生产提成如表：

| <div> <div>价格(元/只)</div> <div>型号</div> <div>种类</div> </div> | 甲  | 乙   |
|-------------------------------------------------------------|----|-----|
| 原料成本                                                        | 12 | 8   |
| 销售单价                                                        | 18 | 12  |
| 生产提成                                                        | 1  | 0.8 |

(1) 若该公司五月份的销售收入为 300 万元，求甲、乙两种型号的产品分别是多少万只？

(2) 公司实行计件工资制，即工人每生产一只口罩获得一定金额的提成，如果公司六月份投入总成本（原料总成本+生产提成总额）不超过 239 万元，应怎样安排甲、乙两种型号的产量，可使该月公司所获利润最大？并求出最大利润（利润=销售收入-投入总成本）

**【考点】**一元二次方程的应用.

**【分析】**(1) 设甲型号的产品有 x 万只，则乙型号的产品有 (20 - x) 万只，根据销售收入为 300 万元列出方程，求出方程的解即可得到结果；

(2) 设安排甲型号产品生产 y 万只，则乙型号产品生产 (20 - y) 万只，根据公司六月份投入总成本（原料总成本+生产提成总额）不超过 239 万元列出不等式，求出不等式的解集确定出 y 的范围，再根据利润=售价-成本列出 W 与 y 的一次函数，根据 y 的范围确定出 W 的最大值即可.

**【解答】**解：(1) 设甲型号的产品有 x 万只，则乙型号的产品有 (20 - x) 万只，

根据题意得： $18x + 12(20 - x) = 300$ ,

解得： $x = 10$ ,

则  $20 - x = 20 - 10 = 10$ ,

则甲、乙两种型号的产品分别为 10 万只，10 万只；

(2) 设安排甲型号产品生产 y 万只，则乙型号产品生产 (20 - y) 万只，

根据题意得： $13y + 8.8(20 - y) \leq 239$ ,

解得： $y \leq 15$ ,

根据题意得：利润  $W = (18 - 12 - 1)y + (12 - 8 - 0.8)(20 - y) = 1.8y + 64$ ,

当  $y = 15$  时，W 最大，最大值为 91 万元.

22. 某中学广场上有旗杆如图 1 所示, 在学习解直角三角形以后, 数学兴趣小组测量了旗杆的高度. 如图 2, 某一时刻, 旗杆 AB 的影子一部分落在平台上, 另一部分落在斜坡上, 测得落在平台上的影长 BC 为 4 米, 落在斜坡上的影长 CD 为 3 米,  $AB \perp BC$ , 同一时刻, 光线与水平面的夹角为  $72^\circ$ , 1 米的竖立标杆 PQ 在斜坡上的影长 QR 为 2 米, 求旗杆的高度 (结果精确到 0.1 米). (参考数据:  $\sin 72^\circ \approx 0.95$ ,  $\cos 72^\circ \approx 0.31$ ,  $\tan 72^\circ \approx 3.08$ )

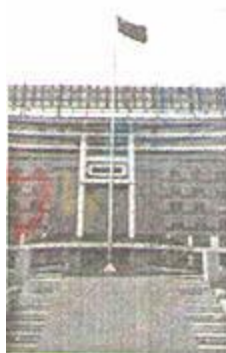


图1

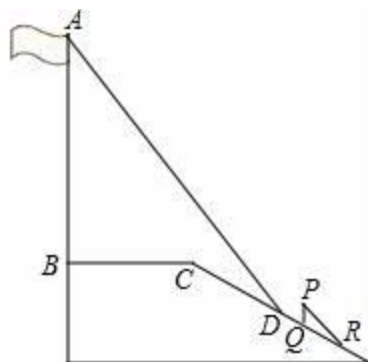


图2

**【考点】**解直角三角形的应用.

**【分析】**如图作  $CM \parallel AB$  交  $AD$  于  $M$ ,  $MN \perp AB$  于  $N$ , 根据  $\frac{CM}{CD} = \frac{PQ}{QR}$ , 求出  $CM$ , 在  $RT\triangle AMN$

中利用  $\tan 72^\circ = \frac{AN}{NM}$ , 求出  $AN$  即可解决问题.

**【解答】**解: 如图作  $CM \parallel AB$  交  $AD$  于  $M$ ,  $MN \perp AB$  于  $N$ .

由题意  $\frac{CM}{CD} = \frac{PQ}{QR}$ , 即  $\frac{CM}{3} = \frac{1}{2}$ ,  $CM = \frac{3}{2}$ .

在  $RT\triangle AMN$  中,  $\because \angle ANM = 90^\circ$ ,  $MN = BC = 4$ ,  $\angle AMN = 72^\circ$ ,

$$\therefore \tan 72^\circ = \frac{AN}{NM},$$

$$\therefore AN \approx 12.3,$$

$$\because MN \parallel BC, AB \parallel CM,$$

$\therefore$  四边形  $MNBC$  是平行四边形,

$$\therefore BN = CM = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AB = AN + BN = 13.8 \text{ 米}.$$

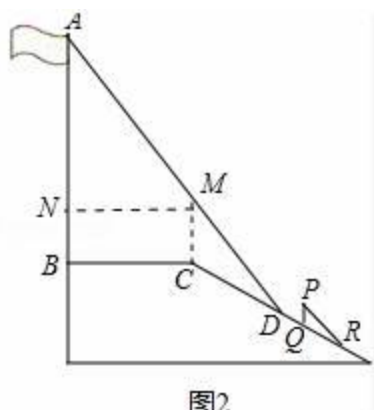
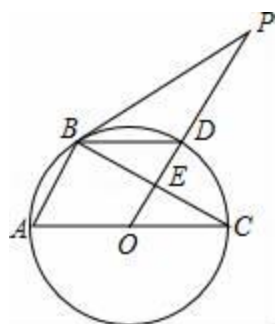


图2

23. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AC$  为  $\odot O$  的直径,  $PB$  是  $\odot O$  的切线,  $B$  为切点,  $OP \perp BC$ , 垂足为  $E$ , 交  $\odot O$  于  $D$ , 连接  $BD$ .

(1) 求证:  $BD$  平分  $\angle PBC$ ;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 1,  $PD=3DE$ , 求  $OE$  及  $AB$  的长.



**【考点】** 切线的性质; 三角形的外接圆与外心.

**【分析】** (1) 由  $\angle PBD + \angle OBD = 90^\circ$ ,  $\angle DBE + \angle BDO = 90^\circ$  利用等角的余角相等即可解决问题.

(2) 利用面积法首先证明  $\frac{BE}{PB} = \frac{ED}{PD} = \frac{1}{3}$ , 再证明  $\triangle BEO \sim \triangle PEB$ , 得  $\frac{BO}{PB} = \frac{OE}{BE}$ , 即  $\frac{OE}{BO} = \frac{BE}{PB} = \frac{1}{3}$ .

由此即可解决问题.

**【解答】** (1) 证明: 连接  $OB$ .

$\because PB$  是  $\odot O$  切线,

$\therefore OB \perp PB$ ,

$\therefore \angle PBO = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle PBD + \angle OBD = 90^\circ$ ,

$\because OB = OD$ ,

$\therefore \angle OBD = \angle ODB$ ,

$\because OP \perp BC$ ,

$\therefore \angle BED = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle DBE + \angle BDE = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle PBD = \angle EBD$ ,

$\therefore BD$  平分  $\angle PBC$ .

(2) 解: 作  $DK \perp PB$  于  $K$ ,

$$\because \frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle BDP}} = \frac{\frac{1}{2}PB \cdot DK}{\frac{1}{2}BE \cdot ED} = \frac{DE}{DP},$$

$\because BD$  平分  $\angle PBE$ ,  $DE \perp BE$ ,  $DK \perp PB$ ,

$\therefore DK = DE$ ,

$$\therefore \frac{BE}{PB} = \frac{ED}{PD} = \frac{1}{3},$$

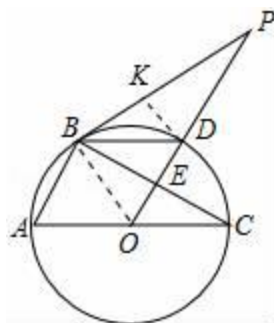
$\because \angle OBE + \angle PBE = 90^\circ$ ,  $\angle PBE + \angle P = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle OBE = \angle P$ ,  $\because \angle OEB = \angle BEP = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle BEO \sim \triangle PEB$ ,

$$\therefore \frac{BO}{PB} = \frac{OE}{BE},$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{OE}{BO} &= \frac{BE}{PB} = \frac{1}{3}, \\ \therefore BO &= 1, \\ \therefore OE &= \frac{1}{3}, \\ \therefore OE &\perp BC, \\ \therefore BE &= EC, \quad \therefore AO = OC, \\ \therefore AB &= 2OE = \frac{2}{3}.\end{aligned}$$



#### 24. 【探究证明】

(1) 某班数学课题学习小组对矩形内两条互相垂直的线段与矩形两邻边的数量关系进行探究，提出下列问题，请你给出证明.

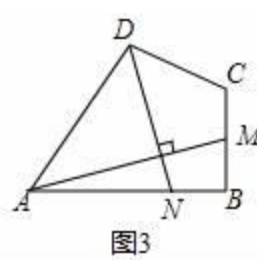
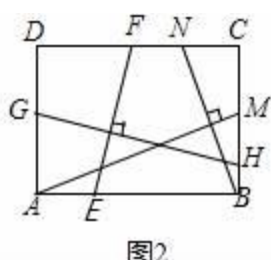
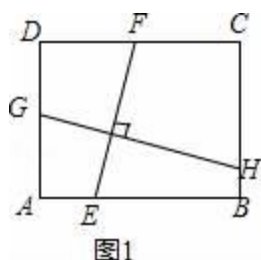
如图 1，矩形 ABCD 中， $EF \perp GH$ ，EF 分别交 AB，CD 于点 E，F，GH 分别交 AD，BC 于点 G，H. 求证： $\frac{EF}{GH} = \frac{AD}{AB}$ ;

#### 【结论应用】

(2) 如图 2，在满足 (1) 的条件下，又  $AM \perp BN$ ，点 M，N 分别在边 BC，CD 上，若  $\frac{EF}{GH} = \frac{11}{15}$ ，则  $\frac{BN}{AM}$  的值为  $\frac{11}{15}$ ;

#### 【联系拓展】

(3) 如图 3，四边形 ABCD 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = AD = 10$ ， $BC = CD = 5$ ， $AM \perp DN$ ，点 M，N 分别在边 BC，AB 上，求  $\frac{DN}{AM}$  的值.



【考点】相似形综合题.

【分析】(1) 过点 A 作  $AP \parallel EF$ ，交 CD 于 P，过点 B 作  $BQ \parallel GH$ ，交 AD 于 Q，如图 1，易证  $AP = EF$ ， $GH = BQ$ ， $\triangle PDA \sim \triangle QAB$ ，然后运用相似三角形的性质就可解决问题；

(2) 只需运用 (1) 中的结论, 就可得到  $\frac{EF}{GH} = \frac{AD}{AB} = \frac{BN}{AM}$ , 就可解决问题;

(3) 过点 D 作平行于 AB 的直线, 交过点 A 平行于 BC 的直线于 R, 交 BC 的延长线于 S, 如图 3, 易证四边形 ABSR 是矩形, 由 (1) 中的结论可得  $\frac{DN}{AM} = \frac{AR}{AB}$ . 设  $SC=x$ ,  $DS=y$ , 则

$AR=BS=5+x$ ,  $RD=10-y$ , 在  $Rt\triangle CSD$  中根据勾股定理可得  $x^2+y^2=25$ ①, 在  $Rt\triangle ARD$  中根据勾股定理可得  $(5+x)^2 + (10-y)^2 = 100$ ②, 解①②就可求出  $x$ , 即可得到  $AR$ , 问题得以解决.

**【解答】**解: (1) 过点 A 作  $AP \parallel EF$ , 交 CD 于 P, 过点 B 作  $BQ \parallel GH$ , 交 AD 于 Q, 如图 1,

$\because$  四边形 ABCD 是矩形,  $\therefore AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$ .

$\therefore$  四边形 AEFP、四边形 BHGQ 都是平行四边形,

$\therefore AP=EF$ ,  $BQ=GH$ .

又  $\because GH \perp EF$ ,  $\therefore AP \perp BQ$ ,

$\therefore \angle QAT + \angle AQT = 90^\circ$ .

$\because$  四边形 ABCD 是矩形,  $\therefore \angle DAB = \angle D = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle DAP + \angle DPA = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AQT = \angle DPA$ .

$\therefore \triangle PDA \sim \triangle QAB$ ,

$$\therefore \frac{AP}{BQ} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \frac{EF}{GH} = \frac{AD}{AB};$$

(2) 如图 2,

$\because EF \perp GH$ ,  $AM \perp BN$ ,

$\therefore$  由 (1) 中的结论可得  $\frac{EF}{GH} = \frac{AD}{AB}$ ,  $\frac{BN}{AM} = \frac{AD}{AB}$ ,

$$\therefore \frac{BN}{AM} = \frac{EF}{GH} = \frac{11}{15}.$$

故答案为  $\frac{11}{15}$ ;

(2) 过点 D 作平行于 AB 的直线, 交过点 A 平行于 BC 的直线于 R, 交 BC 的延长线于 S, 如图 3,

则四边形 ABSR 是平行四边形.

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ,  $\therefore \square ABSR$  是矩形,

$\therefore \angle R = \angle S = 90^\circ$ ,  $RS = AB = 10$ ,  $AR = BS$ .

$\because AM \perp DN$ ,

$\therefore$  由 (1) 中的结论可得  $\frac{DN}{AM} = \frac{AR}{AB}$ .

设  $SC=x$ ,  $DS=y$ , 则  $AR=BS=5+x$ ,  $RD=10-y$ ,

$\therefore$  在  $Rt\triangle CSD$  中,  $x^2+y^2=25$ ①,

在  $Rt\triangle ARD$  中,  $(5+x)^2 + (10-y)^2 = 100$ ②,

由② - ①得  $x=2y-5$ ③,

解方程组  $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x=2y-5 \end{cases}$ , 得

$\begin{cases} x=-5 \\ y=0 \end{cases}$  (舍去), 或  $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ ,

$\therefore AR=5+x=8$ ,

$\therefore \frac{DN}{AM} = \frac{AR}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ .

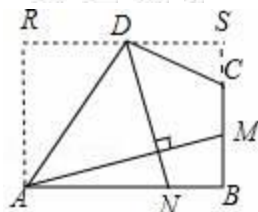


图3

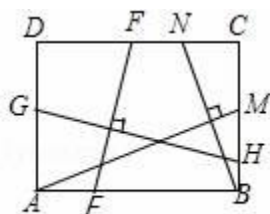


图2

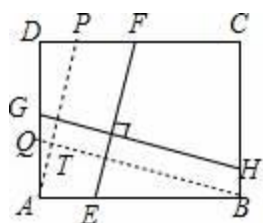


图1

25. 如图 1, 已知平行四边形  $ABCD$  顶点  $A$  的坐标为  $(2, 6)$ , 点  $B$  在  $y$  轴上, 且  $AD \parallel BC \parallel x$  轴, 过  $B, C, D$  三点的抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标为  $(2, 2)$ , 点  $F(m, 6)$  是线段  $AD$  上一动点, 直线  $OF$  交  $BC$  于点  $E$ .

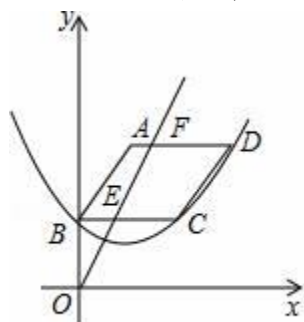


图1

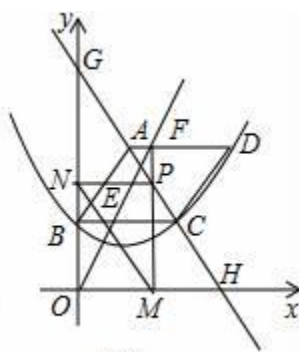


图2

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设四边形 ABEF 的面积为 S, 请求出 S 与 m 的函数关系式, 并写出自变量 m 的取值范围;

(3) 如图 2, 过点 F 作  $FM \perp x$  轴, 垂足为 M, 交直线 AC 于 P, 过点 P 作  $PN \perp y$  轴, 垂足为 N, 连接 MN, 直线 AC 分别交 x 轴, y 轴于点 H, G, 试求线段 MN 的最小值, 并直接写出此时 m 的值.

【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 根据平行四边形的性质和抛物线的特点确定出点 D, 然而用待定系数法确定出抛物线的解析式.

(2) 根据  $AD \parallel BC \parallel x$  轴, 且 AD, BC 间的距离为 3, BC, x 轴的距离也为 3,  $F(m, 6)$ , 确定出  $E(\frac{\pi}{2}, 3)$ , 从而求出梯形的面积.

(3) 先求出直线 AC 解析式, 然后根据  $FM \perp x$  轴, 表示出点  $P(m, -\frac{3}{2}m+9)$ , 最后根据勾股定理求出  $MN = \sqrt{\frac{13}{4}(m - \frac{54}{13})^2 + \frac{324}{13}}$ , 从而确定出 MN 最大值和 m 的值.

【解答】解: (1)  $\because$  过 B, C, D 三点的抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标为 (2, 2),  
 $\therefore$  点 C 的横坐标为 4,  $BC = 4$ ,

$\because$  四边形 ABCD 为平行四边形,

$\therefore AD = BC = 4$ ,

$\therefore A(2, 6)$ ,

$\therefore D(6, 6)$ ,

设抛物线解析式为  $y = a(x - 2)^2 + 2$ ,

$\because$  点 D 在此抛物线上,

$\therefore 6 = a(6 - 2)^2 + 2$ ,

$\therefore a = \frac{1}{4}$ ,

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 2 = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$ ,

(2)  $\because AD \parallel BC \parallel x$  轴, 且 AD, BC 间的距离为 3, BC, x 轴的距离也为 3,  $F(m, 6)$

$\therefore E(\frac{\pi}{2}, 3)$ ,

$\therefore BE = \frac{\pi}{2}$ ,

$\therefore S = \frac{1}{2}(AF + BE) \times 3 = \frac{1}{2}(m - 2 + \frac{\pi}{2}) \times 3 = \frac{9}{4}m - 3$

$\because$  点  $F(m, 6)$  是线段 AD 上,

$\therefore 2 \leq m \leq 6$ ,

即:  $S = \frac{9}{4}m - 3$

$\therefore (2 \leq m \leq 6)$

(3)  $\because$  抛物线解析式为  $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$ ,

$\therefore B(0, 3), C(4, 3)$ ,

$\therefore A(2, 6)$ ,

∴ 直线 AC 解析式为  $y = -\frac{3}{2}x + 9$ ,

∵  $FM \perp x$  轴, 垂足为 M, 交直线 AC 于 P

∴ P  $(m, -\frac{3}{2}m + 9)$ ,  $(2 \leq m \leq 6)$

∴  $PN = m$ ,  $PM = -\frac{3}{2}m + 9$ ,

∵  $FM \perp x$  轴, 垂足为 M, 交直线 AC 于 P, 过点 P 作  $PN \perp y$  轴,

∴  $\angle MPN = 90^\circ$ ,

$$\therefore MN = \sqrt{PN^2 + PM^2} = \sqrt{m^2 + \left(-\frac{3}{2}m + 9\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{4} \left(m - \frac{54}{13}\right)^2 + \frac{324}{13}}$$

∵  $2 \leq m \leq 6$ ,

∴ 当  $m = \frac{54}{13}$  时,  $MN_{\text{最大}} = \sqrt{\frac{324}{13} - \frac{18\sqrt{13}}{13}}$ .

2016 年 6 月 23 日