

2016 年山东省潍坊市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分

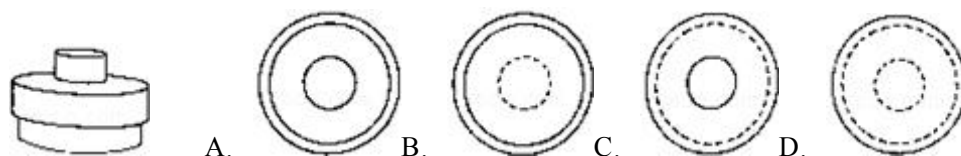
1. (3 分) (2016•潍坊) 计算： $2^0 \cdot 2^{-3} =$ ()

- A. $-\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. 0 D. 8

2. (3 分) (2016•潍坊) 下列科学计算器的按键中，其上面标注的符号是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

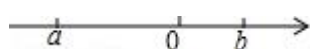
3. (3 分) (2016•潍坊) 如图，几何体是由底面圆心在同一条直线上的三个圆柱构成的，其俯视图是 ()



4. (3 分) (2016•潍坊) 近日，记者从潍坊市统计局获悉，2016 年第一季度潍坊全市实现生产总值 1256.77 亿元，将 1256.77 亿用科学记数法可表示为 (精确到百亿位) ()

- A. 1.2×10^{11} B. 1.3×10^{11} C. 1.26×10^{11} D. 0.13×10^{12}

5. (3 分) (2016•潍坊) 实数 a , b 在数轴上对应点的位置如图所示，化简 $|a| + \sqrt{(a-b)^2}$ 的结果是 ()

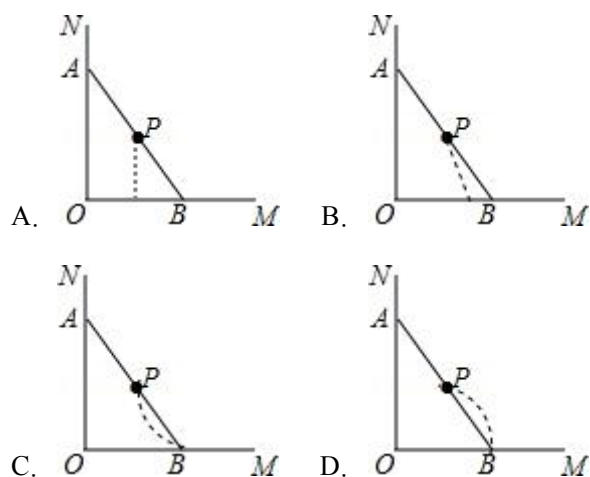


- A. $-2a+b$ B. $2a-b$ C. $-b$ D. b

6. (3 分) (2016•潍坊) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \sqrt{2}x + \sin\alpha = 0$ 有两个相等的实数根，则锐角 α 等于 ()

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

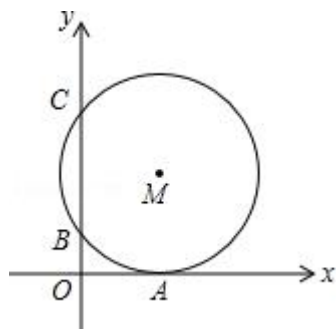
7. (3 分) (2016•潍坊) 木杆 AB 斜靠在墙壁上，当木杆的上端 A 沿墙壁 NO 竖直下滑时，木杆的底端 B 也随之沿着射线 OM 方向滑动. 下列图中用虚线画出木杆中点 P 随之下落的路线，其中正确的是 ()



8. (3分) (2016•潍坊) 将下列多项式因式分解, 结果中不含有因式 $a+1$ 的是 ()

- A. $a^2 - 1$ B. $a^2 + a$ C. $a^2 + a - 2$ D. $(a+2)^2 - 2(a+2) + 1$

9. (3分) (2016•潍坊) 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot M$ 与 x 轴相切于点 $A(8, 0)$, 与 y 轴分别交于点 $B(0, 4)$ 和点 $C(0, 16)$, 则圆心 M 到坐标原点 O 的距离是 ()

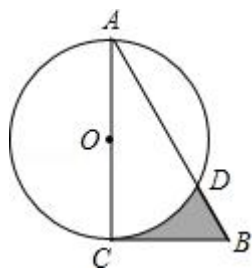


- A. 10 B. $8\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{13}$ D. $2\sqrt{41}$

10. (3分) (2016•潍坊) 若关于 x 的方程 $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是 ()

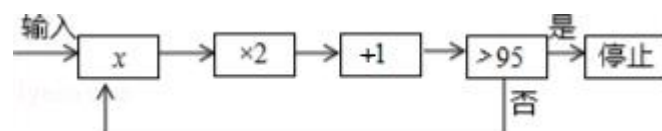
- A. $m < \frac{9}{2}$ B. $m < \frac{9}{2}$ 且 $m \neq \frac{3}{2}$ C. $m > -\frac{9}{4}$ D. $m > -\frac{9}{4}$ 且 $m \neq -\frac{3}{4}$

11. (3分) (2016•潍坊) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 2\sqrt{3}$, 以直角边 AC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. $\frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\pi$ B. $\frac{15\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\pi$ C. $\frac{7\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

12. (3分) (2016•潍坊) 运行程序如图所示, 规定: 从“输入一个值 x ”到“结果是否 > 95 ”为一次程序操作, 如果程序操作进行了三次才停止, 那么 x 的取值范围是 ()



- A. $x \geq 11$ B. $11 \leq x < 23$ C. $11 < x \leq 23$ D. $x \leq 23$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分

13. (3分) (2016•潍坊) 计算: $\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{27}) =$ _____.

14. (3分) (2016•潍坊) 若 $3x^{2n}y^m$ 与 $x^{4-n}y^{n-1}$ 是同类项, 则 $m+n=$ _____.

15. (3分) (2016•潍坊) 超市决定招聘广告策划人员一名, 某应聘者三项素质测试的成绩如表:

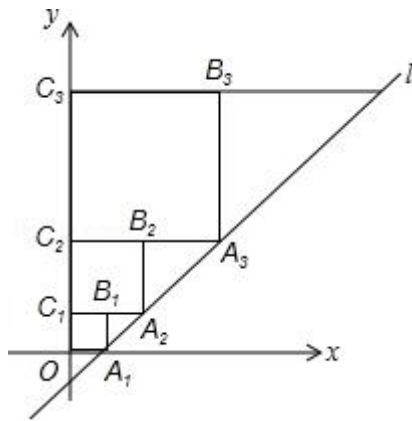
测试项目	创新能力	综合知识	语言表达
测试成绩 (分数)	70	80	92

将创新能力、综合知识和语言表达三项测试成绩按 5: 3: 2 的比例计入总成绩, 则该应聘者的总成绩是_____分.

16. (3分) (2016•潍坊) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $(3, -1)$, 则当 $1 < y < 3$ 时, 自变量 x 的取值范围是_____.

17. (3分) (2016•潍坊) 已知 $\angle AOB = 60^\circ$, 点 P 是 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上的动点, 点 M 在边 OA 上, 且 $OM = 4$, 则点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值是_____.

18. (3分) (2016•潍坊) 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y = x - 1$ 与 x 轴交于点 A_1 , 如图所示依次作正方形 $A_1B_1C_1O$ 、正方形 $A_2B_2C_2C_1$ 、...、正方形 $A_nB_nC_nC_{n-1}$, 使得点 A_1 、 A_2 、 A_3 、...在直线 l 上, 点 C_1 、 C_2 、 C_3 、...在 y 轴正半轴上, 则点 B_n 的坐标是_____.



三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分

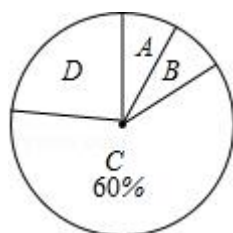
19. (6 分) (2016•潍坊) 关于 x 的方程 $3x^2+mx-8=0$ 有一个根是 $\frac{2}{3}$ ，求另一个根及 m 的值.

20. (9 分) (2016•潍坊) 今年 5 月，某大型商业集团随机抽取所属的 m 家商业连锁店进行评估，将各连锁店按照评估成绩分成了 A、B、C、D 四个等级，绘制了如图尚不完整的统计图表.

评估成绩 n (分)	评定等级	频数
$90 \leq n \leq 100$	A	2
$80 \leq n < 90$	B	
$70 \leq n < 80$	C	15
$n < 70$	D	6

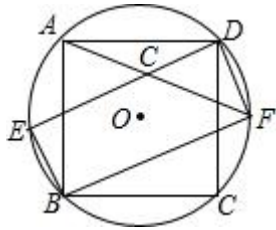
根据以上信息解答下列问题:

- (1) 求 m 的值;
- (2) 在扇形统计图中，求 B 等级所在扇形的圆心角的大小；(结果用度、分、秒表示)
- (3) 从评估成绩不少于 80 分的连锁店中任选 2 家介绍营销经验，求其中至少有一家 is A 等级的概率.

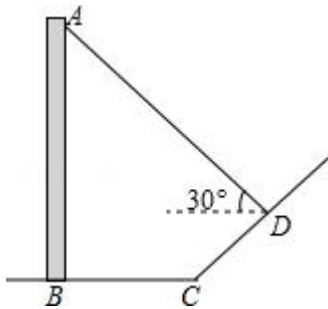


21. (8分) (2016•潍坊) 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 如图所示, 在劣弧 $\widehat{AB}$ 上取一点 E , 连接 DE 、 BE , 过点 D 作 $DF \parallel BE$ 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 BF 、 AF , 且 AF 与 DE 相交于点 G , 求证:

- (1) 四边形 $EBFD$ 是矩形;
- (2) $DG=BE$.



22. (9分) (2016•潍坊) 如图, 直立于地面上的电线杆 AB , 在阳光下落水平地面和坡面上的影子分别是 BC 、 CD , 测得 $BC=6$ 米, $CD=4$ 米, $\angle BCD=150^\circ$, 在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30° , 试求电线杆的高度 (结果保留根号)



23. (10 分) (2016•潍坊) 旅游公司在景区内配置了 50 辆观光车共游客租赁使用, 假定每辆观光车一天内最多只能出租一次, 且每辆车的日租金 x (元) 是 5 的倍数. 发现每天的营运规律如下: 当 x 不超过 100 元时, 观光车能全部租出; 当 x 超过 100 元时, 每辆车的日租金每增加 5 元, 租出去的观光车就会减少 1 辆. 已知所有观光车每天的管理费是 1100 元.

(1) 优惠活动期间, 为使观光车全部租出且每天的净收入为正, 则每辆车的日租金至少应为多少元? (注: 净收入=租车收入-管理费)

(2) 当每辆车的日租金为多少元时, 每天的净收入最多?

24. (12 分) (2016•潍坊) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F .

(1) 如图 1, 连接 AC 分别交 DE 、 DF 于点 M 、 N , 求证: $MN = \frac{1}{3}AC$;

(2) 如图 2, 将 $\triangle EDF$ 以点 D 为旋转中心旋转, 其两边 DE' 、 DF' 分别与直线 AB 、 BC 相交于点 G 、 P , 连接 GP , 当 $\triangle DGP$ 的面积等于 $3\sqrt{3}$ 时, 求旋转角的大小并指明旋转方向.

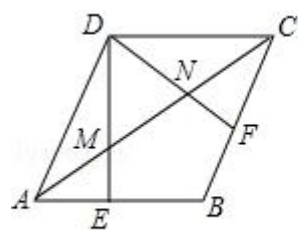


图1

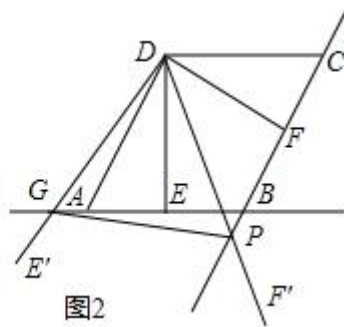


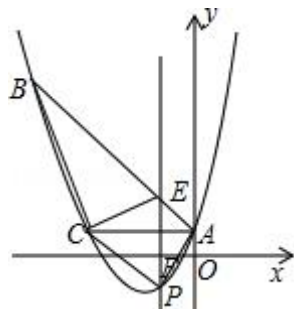
图2

25. (12 分) (2016•潍坊) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 $\triangle ABC$ 的三个顶点, 其中点

A (0, 1), 点 B (-9, 10), AC // x 轴, 点 P 是直线 AC 下方抛物线上的动点.

(1) 求抛物线的解析式; (2) 过点 P 且与 y 轴平行的直线 l 与直线 AB、AC 分别交于点 E、F, 当四边形 AECF 的面积最大时, 求点 P 的坐标;

(3) 当点 P 为抛物线的顶点时, 在直线 AC 上是否存在点 Q, 使得以 C、P、Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 若存在, 求出点 Q 的坐标, 若不存在, 请说明理由.



2016 年山东省潍坊市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分

1. (3 分) (2016•潍坊) 计算： $2^0 \cdot 2^{-3} =$ ()

A. $-\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. 0 D. 8

【考点】负整数指数幂；零指数幂.

【分析】直接利用负整数指数幂的性质结合零指数幂的性质分析得出答案.

【解答】解： $2^0 \cdot 2^{-3} = 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了负整数指数幂的性质和零指数幂的性质，正确掌握相关性质是解题关键.

2. (3 分) (2016•潍坊) 下列科学计算器的按键中，其上面标注的符号是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()

A.  B.  C.  D. 

【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

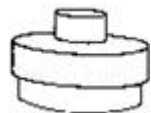
C、是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项错误；

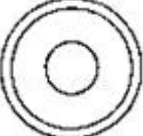
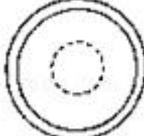
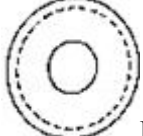
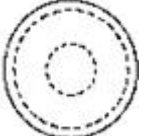
D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

3. (3 分) (2016•潍坊) 如图，几何体是由底面圆心在同一条直线上的三个圆柱构成的，其俯视图是 ()



A.  B.  C.  D. 

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据俯视图的概念和看得到的边都应用实线表现在三视图中、看不到，又实际存在的，又没有被其他边挡住的边用虚线表现在三视图中解答即可.

【解答】解：图中几何体的俯视图是 C 选项中的图形.

故选：C.

【点评】本题考查的是简单几何体的三视图，掌握主视图，左视图与俯视图分别是从物体的正面，左面，上面看得到的图形是解题的关键.

4. (3 分) (2016•潍坊) 近日，记者从潍坊市统计局获悉，2016 年第一季度潍坊全市实现生产总值 1256.77 亿元，将 1256.77 亿用科学记数法可表示为 (精确到百亿位) ()

A. 1.2×10^{11} B. 1.3×10^{11} C. 1.26×10^{11} D. 0.13×10^{12}

【考点】科学记数法与有效数字.

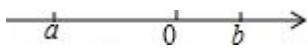
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 1256.77 亿用科学记数法可表示为 1.3×10^{11} .

故选 B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) (2016•潍坊) 实数 a ， b 在数轴上对应点的位置如图所示，化简 $|a| + \sqrt{(a-b)^2}$ 的结果是 ()



A. $-2a+b$ B. $2a-b$ C. $-b$ D. b

【考点】二次根式的性质与化简；实数与数轴.

【分析】直接利用数轴上 a ， b 的位置，进而得出 $a < 0$ ， $a-b < 0$ ，再利用绝对值以及二次根式的性质化简得出答案.

【解答】解：如图所示： $a < 0$ ， $a-b < 0$ ，

$$\text{则 } |a| + \sqrt{(a-b)^2}$$

$$= -a - (a-b)$$

$$= -2a+b.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质以及实数与数轴，正确得出各项符号是解题关键.

6. (3 分) (2016•潍坊) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \sqrt{2}x + \sin\alpha = 0$ 有两个相等的实数根，则锐角 α 等于 ()

A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

【考点】根的判别式；特殊角的三角函数值.

【分析】由方程有两个相等的实数根，结合根的判别式可得出 $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ ，再由 α 为锐角，即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \sqrt{2}x + \sin\alpha = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-\sqrt{2})^2 - 4\sin\alpha = 2 - 4\sin\alpha = 0,$$

解得: $\sin\alpha = \frac{1}{2}$,

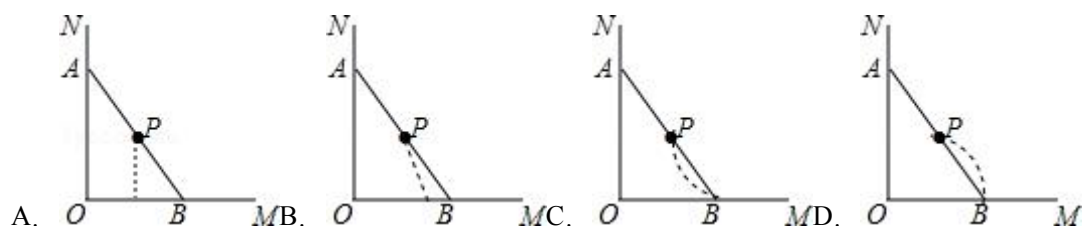
$\because \alpha$ 为锐角,

$\therefore \alpha = 30^\circ$.

故选 B.

【点评】 本题考查了根的判别式以及特殊角的三角形函数值, 解题的关键是求出 $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据根的个数结合根的判别式得出方程 (不等式或不等式组) 是关键.

7. (3 分) (2016•潍坊) 木杆 AB 斜靠在墙壁上, 当木杆的上端 A 沿墙壁 NO 竖直下滑时, 木杆的底端 B 也随之沿着射线 OM 方向滑动. 下列图中用虚线画出木杆中点 P 随之下落的路线, 其中正确的是 ()



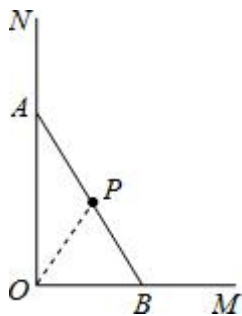
【考点】 轨迹; 直角三角形斜边上的中线.

【分析】 先连接 OP, 易知 OP 是 $\text{Rt}\triangle AOB$ 斜边上的中线, 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 可得 $OP = \frac{1}{2}AB$, 由于木杆不管如何滑动, 长度都不变, 那么 OP 就是一个定值, 那么 P 点就在以 O 为圆心的圆弧上.

【解答】 解: 如右图,

连接 OP, 由于 OP 是 $\text{Rt}\triangle AOB$ 斜边上的中线,

所以 $OP = \frac{1}{2}AB$, 不管木杆如何滑动, 它的长度不变, 也就是 OP 是一个定值, 点 P 就在以 O 为圆心的圆弧上, 那么中点 P 下落的路线是一段弧线.
故选 D.



【点评】 本题考查了轨迹, 直角三角形斜边上的中线, 解题的关键是知道直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

8. (3 分) (2016•潍坊) 将下列多项式因式分解, 结果中不含有因式 $a+1$ 的是 ()

A. $a^2 - 1$ B. $a^2 + a$ C. $a^2 + a - 2$ D. $(a+2)^2 - 2(a+2) + 1$

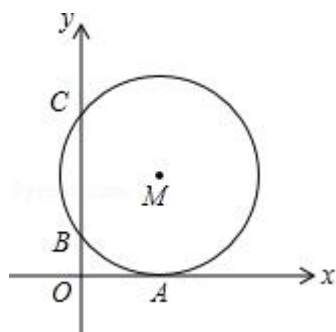
【考点】 因式分解的意义.

【分析】先把各个多项式分解因式，即可得出结果.

【解答】解：∵ $a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$ ，
 $a^2 + a = a(a+1)$ ，
 $a^2 + a - 2 = (a+2)(a-1)$ ，
 $(a+2)^2 - 2(a+2) + 1 = (a+2-1)^2 = (a+1)^2$ ，
∴ 结果中不含有因式 $a+1$ 的是选项 C；
故选：C.

【点评】本题考查了因式分解的意义与方法；熟练掌握因式分解的方法是解决问题的关键.

9. (3 分) (2016•潍坊) 如图，在平面直角坐标系中， $\odot M$ 与 x 轴相切于点 $A(8, 0)$ ，与 y 轴分别交于点 $B(0, 4)$ 和点 $C(0, 16)$ ，则圆心 M 到坐标原点 O 的距离是 ()

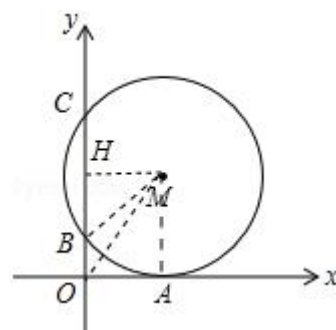


A. 10 B. $8\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{13}$ D. $2\sqrt{41}$

【考点】切线的性质；坐标与图形性质.

【分析】如图连接 BM 、 OM 、 AM ，作 $MH \perp BC$ 于 H ，先证明四边形 $OAMH$ 是矩形，根据垂径定理求出 HB ，在 $RT\triangle AOM$ 中求出 OM 即可.

【解答】解：如图连接 BM 、 OM 、 AM ，作 $MH \perp BC$ 于 H .



∵ $\odot M$ 与 x 轴相切于点 $A(8, 0)$ ，
∴ $AM \perp OA$ ， $OA=8$ ，
∴ $\angle OAM = \angle MH0 = \angle HOA = 90^\circ$ ，
∴ 四边形 $OAMH$ 是矩形，
∴ $AM=OH$ ，
∵ $MH \perp BC$ ，
∴ $HC=HB=6$ ，
∴ $OH=AM=10$ ，

在 $RT\triangle AOM$ 中， $OM = \sqrt{AM^2 + OA^2} = \sqrt{10^2 + 8^2} = 2\sqrt{41}$.

故选 D.

【点评】 本题考查切线的性质、坐标与图形性质、垂径定理、勾股定理等知识，解题的关键是正确添加辅助线，构造直角三角形.

10. (3 分) (2016•潍坊) 若关于 x 的方程 $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$ 的解为正数，则 m 的取值范围是 ()

A. $m < \frac{9}{2}$ B. $m < \frac{9}{2}$ 且 $m \neq \frac{3}{2}$ C. $m > -\frac{9}{4}$ D. $m > -\frac{9}{4}$ 且 $m \neq -\frac{3}{4}$

【考点】 分式方程的解.

【分析】 直接解分式方程，再利用解为正数列不等式，解不等式得出 x 的取值范围，进而得出答案.

【解答】 解：去分母得： $x+m-3m=3x-9$,

整理得： $2x=-2m+9$,

解得： $x=\frac{-2m+9}{2}$,

$\because$ 关于 x 的方程 $\frac{x+m}{x-3} + \frac{3m}{3-x} = 3$ 的解为正数，

$\therefore -2m+9 > 0$,

级的： $m < \frac{9}{2}$,

当 $x=3$ 时， $x=\frac{-2m+9}{2}=3$,

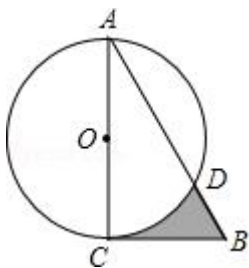
解得： $m=\frac{3}{2}$,

故 m 的取值范围是： $m < \frac{9}{2}$ 且 $m \neq \frac{3}{2}$.

故选： B.

【点评】 此题主要考查了分式方程的解以及不等式的解法，正确解分式方程是解题关键.

11. (3 分) (2016•潍坊) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=2\sqrt{3}$ ，以直角边 AC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，则图中阴影部分的面积是 ()



A. $\frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\pi$ B. $\frac{15\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\pi$ C. $\frac{7\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

【考点】 扇形面积的计算；含 30° 角的直角三角形.

【分析】 连接 OD 、 CD ，根据 $S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACD} - (S_{\text{扇形} OCD} - S_{\triangle OCD})$ 计算即可解决问题.

【解答】解：如图连接 OD、CD.

$\because AC$ 是直径,

$\therefore \angle ADC=90^\circ$,

$\because \angle A=30^\circ$,

$\therefore \angle ACD=90^\circ - \angle A=60^\circ$,

$\because OC=OD$,

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形,

$\because BC$ 是切线.

$\therefore \angle ACB=90^\circ$, $\therefore BC=2\sqrt{3}$,

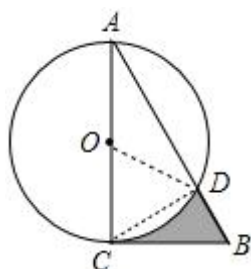
$\therefore AB=4\sqrt{3}$, $AC=6$,

$\therefore S_{\text{阴}}=S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACD} - (S_{\text{扇形} OCD} - S_{\triangle OCD})$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} - \left(\frac{60\pi \cdot 3^2}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 \right)$$

$$= \frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\pi.$$

故选 A.



【点评】 本题考查扇形面积公式、直角三角形 30 度角性质、等边三角形性质等知识，解题的关键是学会分割法求面积，属于中考常考题型.

12. (3 分) (2016•潍坊) 运行程序如图所示，规定：从“输入一个值 x ”到“结果是否 > 95 ”为一次程序操作，如果程序操作进行了三次才停止，那么 x 的取值范围是 ()



A. $x \geq 11$ B. $11 \leq x < 23$ C. $11 < x \leq 23$ D. $x \leq 23$

【考点】 一元一次不等式组的应用.

【分析】 根据运算程序，前两次运算结果小于等于 95，第三次运算结果大于 95 列出不等式组，然后求解即可.

【解答】 解：由题意得，
$$\begin{cases} 2x+1 \leq 95 \text{ ①} \\ 2(2x+1) \leq 95 \text{ ②} \\ 2[2(2x+1)+1]+1 > 95 \text{ ③} \end{cases},$$

解不等式①得， $x \leq 47$,

解不等式②得， $x \leq 23$,

解不等式③得， $x > 11$,

所以， x 的取值范围是 $11 < x \leq 23$.

故选 C.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的应用，读懂题目信息，理解运输程序并列出不等式组是解题的关键.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分

13. (3 分) (2016•潍坊) 计算： $\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{27}) = \underline{12}$.

【考点】二次根式的混合运算.

【专题】计算题.

【分析】先把 $\sqrt{27}$ 化简，再本括号内合并，然后进行二次根式的乘法运算.

【解答】解：原式 $=\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}+3\sqrt{3})$
 $=\sqrt{3} \times 4\sqrt{3}$
 $=12$.

故答案为 12.

【点评】本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

14. (3 分) (2016•潍坊) 若 $3x^{2n}y^m$ 与 $x^{4-n}y^{n-1}$ 是同类项，则 $m+n = \underline{\frac{5}{3}}$.

【考点】同类项.

【分析】直接利用同类项的定义得出关于 m , n 的等式，进而求出答案.

【解答】解： $\because 3x^{2n}y^m$ 与 $x^{4-n}y^{n-1}$ 是同类项，

$$\therefore \begin{cases} 2n=4-n \\ m=n-1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} n=\frac{4}{3} \\ m=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{则 } m+n = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}.$$

故答案为： $\frac{5}{3}$.

【点评】此题主要考查了同类项，正确把握同类项的定义是解题关键.

15. (3 分) (2016•潍坊) 超市决定招聘广告策划人员一名，某应聘者三项素质测试的成绩如表：

测试项目	创新能力	综合知识	语言表达
测试成绩 (分数)	70	80	92

将创新能力、综合知识和语言表达三项测试成绩按 5: 3: 2 的比例计入总成绩，则该应聘者的总成绩是 77.4 分.

【考点】加权平均数.

【分析】根据该应聘者的总成绩=创新能力×所占的比值+综合知识×所占的比值+语言表达×所占的比值即可求得.

【解答】解：根据题意，该应聘者的总成绩是： $70 \times \frac{5}{10} + 80 \times \frac{3}{10} + 92 \times \frac{2}{10} = 77.4$ （分），

故答案为：77.4.

【点评】此题考查了加权平均数，解题的关键是熟记加权平均数的计算方法.

16. (3分) (2016•潍坊) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $(3, -1)$ ，则当 $1 < y < 3$ 时，自变量 x 的取值范围是 $-3 < x < -1$.

【考点】反比例函数的性质；反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据反比例函数过点 $(3, -1)$ 结合反比例函数图象上点的坐标特征可求出 k 值，根据 k 值可得出反比例函数在每个象限内的函数图象都单增，分别代入 $y=1$ 、 $y=3$ 求出 x 值，即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $(3, -1)$ ，

$$\therefore k = 3 \times (-1) = -3,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{-3}{x}.$$

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{-3}{x} \text{ 中 } k = -3,$$

$\therefore$ 该反比例函数的图象经过第二、四象限，且在每个象限内均单增.

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, } x = \frac{-3}{1} = -3;$$

$$\text{当 } y=3 \text{ 时, } x = \frac{-3}{3} = -1.$$

$\therefore 1 < y < 3$ 时，自变量 x 的取值范围是 $-3 < x < -1$.

故答案为： $-3 < x < -1$.

【点评】本题考查了反比例函数的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是求出 k 值. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，由点的坐标结合反比例函数图象上点的坐标特征求出 k 值，再根据反比例函数的性质找出去增减性是关键.

17. (3分) (2016•潍坊) 已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，点 P 是 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上的动点，点 M 在边 OA 上，且 $OM = 4$ ，则点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值是 $2\sqrt{3}$.

【考点】轴对称-最短路线问题.

【分析】过 M 作 $MN' \perp OB$ 于 N' ，交 OC 于 P ，即 MN' 的长度等于点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值，解直角三角形即可得到结论.

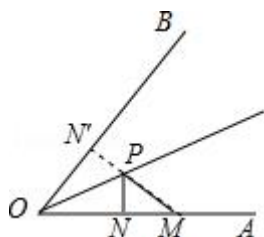
【解答】解：过 M 作 $MN' \perp OB$ 于 N' ，交 OC 于 P ，
则 MN' 的长度等于 $PM + PN$ 的最小值，

即 MN' 的长度等于点 P 到点 M 与到边 OA 的距离之和的最小值，

$$\because \angle ON'M = 90^\circ, OM = 4,$$

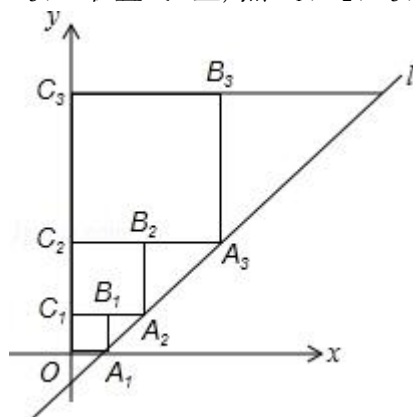
$$\therefore MN' = OM \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 到点 } M \text{ 与到边 } OA \text{ 的距离之和的最小值为 } 2\sqrt{3}.$$



【点评】本题考查了轴对称 - 最短路线问题, 解直角三角形, 正确的作出图形是解题的关键.

18. (3 分) (2016•潍坊) 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y=x-1$ 与 x 轴交于点 A_1 , 如图所示依次作正方形 $A_1B_1C_1O$ 、正方形 $A_2B_2C_2C_1$ 、...、正方形 $A_nB_nC_nC_{n-1}$, 使得点 A_1 、 A_2 、 A_3 、...在直线 l 上, 点 C_1 、 C_2 、 C_3 、...在 y 轴正半轴上, 则点 B_n 的坐标是 $(2^{n-1}, 2^n - 1)$.



【考点】一次函数图象上点的坐标特征; 正方形的性质.

【专题】规律型.

【分析】先求出 B_1 、 B_2 、 B_3 的坐标, 探究规律后即可解决问题.

【解答】解: $\because y=x-1$ 与 x 轴交于点 A_1 ,

$\therefore A_1$ 点坐标 $(1, 0)$,

$\because$ 四边形 $A_1B_1C_1O$ 是正方形,

$\therefore B_1$ 坐标 $(1, 1)$,

$\because C_1A_2 \parallel x$ 轴,

$\therefore A_2$ 坐标 $(2, 1)$,

$\because$ 四边形 $A_2B_2C_2C_1$ 是正方形,

$\therefore B_2$ 坐标 $(2, 3)$,

$\because C_2A_3 \parallel x$ 轴,

$\therefore A_3$ 坐标 $(4, 3)$,

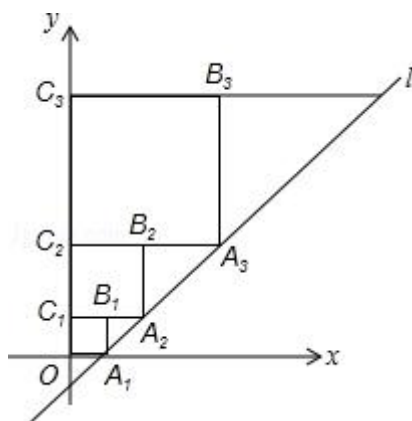
$\because$ 四边形 $A_3B_3C_3C_2$ 是正方形,

$\therefore B_3$ $(4, 7)$,

$\therefore B_1$ $(2^0, 2^1 - 1)$, B_2 $(2^1, 2^2 - 1)$, B_3 $(2^2, 2^3 - 1)$, ...,

$\therefore B_n$ 坐标 $(2^{n-1}, 2^n - 1)$.

故答案为 $(2^{n-1}, 2^n - 1)$.



【点评】 本题考查一次函数图象上点的特征，正方形的性质等知识，解题的关键是学会从特殊到一般的探究方法，利用规律解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分

19. (6 分) (2016•潍坊) 关于 x 的方程 $3x^2+mx-8=0$ 有一个根是 $\frac{2}{3}$ ，求另一个根及 m 的值.

【考点】 根与系数的关系.

【分析】 由于 $x=\frac{2}{3}$ 是方程的一个根，直接把它代入方程即可求出 m 的值，然后由根与系数的关系来求方程的另一根.

【解答】 解： 设方程的另一根为 t .

依题意得： $3 \times (\frac{2}{3})^2 + \frac{2}{3}m - 8 = 0$,

解得 $m=10$.

又 $\frac{2}{3}t = -\frac{8}{3}$,

所以 $t = -4$.

综上所述，另一个根是 -4 ， m 的值为 10 .

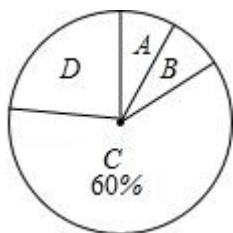
【点评】 此题考查了根与系数的关系，一元二次方程的根的定义，把方程的根代入原方程就可以确定待定系数 m 的值.

20. (9 分) (2016•潍坊) 今年 5 月，某大型商业集团随机抽取所属的 m 家商业连锁店进行评估，将各连锁店按照评估成绩分成了 A、B、C、D 四个等级，绘制了如图尚不完整的统计图表.

评估成绩 n (分)	评定等级	频数
$90 \leq n \leq 100$	A	2
$80 \leq n < 90$	B	
$70 \leq n < 80$	C	15
$n < 70$	D	6

根据以上信息解答下列问题:

- (1) 求 m 的值;
- (2) 在扇形统计图中，求 B 等级所在扇形的圆心角的大小；(结果用度、分、秒表示)
- (3) 从评估成绩不少于 80 分的连锁店中任选 2 家介绍营销经验，求其中至少有一家 A 等级的概率.



【考点】列表法与树状图法；频数（率）分布表；扇形统计图.

【分析】(1) 由 C 等级频数为 15，占 60%，即可求得 m 的值；

(2) 首先求得 B 等级的频数，继而求得 B 等级所在扇形的圆心角的大小；

(3) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与其中至少有一家是 A 等级的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

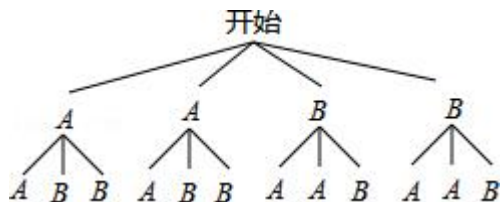
【解答】解：(1) $\because$ C 等级频数为 15，占 60%，

$$\therefore m = 15 \div 60\% = 25;$$

(2) $\because$ B 等级频数为：25 - 2 - 15 - 6 = 2，

$$\therefore \text{B 等级所在扇形的圆心角的大小为：} \frac{2}{25} \times 360^\circ = 28.8^\circ = 28^\circ 48';$$

(3) 评估成绩不少于 80 分的连锁店中，有两家等级为 A，有两家等级为 B，画树状图得：



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，其中至少有一家是 A 等级的有 10 种情况，

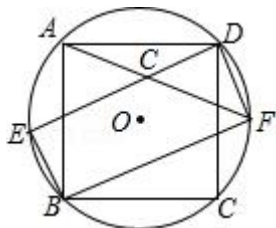
$$\therefore \text{其中至少有一家是 A 等级的概率为：} \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及扇形统计图的知识. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

21. (8 分) (2016•潍坊) 正方形 ABCD 内接于 $\odot O$ ，如图所示，在劣弧 $\widehat{AB}$ 上取一点 E，连接 DE、BE，过点 D 作 $DF \parallel BE$ 交 $\odot O$ 于点 F，连接 BF、AF，且 AF 与 DE 相交于点 G，求证：

(1) 四边形 EBF D 是矩形；

(2) $DG = BE$.



【考点】正方形的性质；矩形的判定；圆周角定理.

【专题】证明题.

【分析】(1) 直接利用正方形的性质、圆周角定理结合平行线的性质得出 $\angle BED = \angle BAD = 90^\circ$, $\angle BFD = \angle BCD = 90^\circ$, $\angle EDF = 90^\circ$, 进而得出答案;

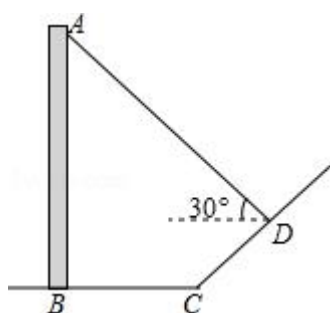
(2) 直接利用正方形的性质 $\widehat{AD}$ 的度数是 90° , 进而得出 $BE = DF$, 则 $BE = DG$.

【解答】证明: (1) $\because$ 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,
 $\therefore \angle BED = \angle BAD = 90^\circ$, $\angle BFD = \angle BCD = 90^\circ$,
 又 $\because DF \parallel BE$,
 $\therefore \angle EDF + \angle BED = 180^\circ$,
 $\therefore \angle EDF = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是矩形;

(2) $\because$ 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,
 $\therefore \widehat{AD}$ 的度数是 90° ,
 $\therefore \angle AFD = 45^\circ$,
 又 $\because \angle GDF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DGF = \angle DFC = 45^\circ$,
 $\therefore DG = DF$,
 又 $\because$ 在矩形 $EBFD$ 中, $BE = DF$,
 $\therefore BE = DG$.

【点评】此题主要考查了正方形的性质以及圆周角定理和矩形的判定等知识, 正确应用正方形的性质是解题关键.

22. (9 分) (2016•潍坊) 如图, 直立于地面上的电线杆 AB , 在阳光落在水平地面和坡面上的影子分别是 BC 、 CD , 测得 $BC = 6$ 米, $CD = 4$ 米, $\angle BCD = 150^\circ$, 在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30° , 试求电线杆的高度 (结果保留根号)



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

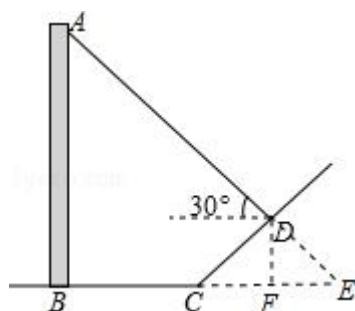
【分析】延长 AD 交 BC 的延长线于 E , 作 $DF \perp BE$ 于 F , 根据直角三角形的性质和勾股定理求出 DF 、 CF 的长, 根据正切的定义求出 EF , 得到 BE 的长, 根据正切的定义解答即可.

【解答】解: 延长 AD 交 BC 的延长线于 E , 作 $DF \perp BE$ 于 F ,
 $\because \angle BCD = 150^\circ$,
 $\therefore \angle DCF = 30^\circ$, 又 $CD = 4$,
 $\therefore DF = 2$, $CF = \sqrt{CD^2 - DF^2} = 2\sqrt{3}$.

由题意得 $\angle E = 30^\circ$,

$$\begin{aligned}\therefore EF &= \frac{DF}{\tan E} = 2\sqrt{3}, \\ \therefore BE &= BC + CF + EF = 6 + 4\sqrt{3}, \\ \therefore AB &= BE \times \tan E = (6 + 4\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = (2\sqrt{3} + 4) \text{ 米},\end{aligned}$$

答：电线杆的高度为 $(2\sqrt{3} + 4)$ 米.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

23. (10 分) (2016•潍坊) 旅游公司在景区内配置了 50 辆观光车共游客租赁使用，假定每辆观光车一天内最多只能出租一次，且每辆车的日租金 x (元) 是 5 的倍数. 发现每天的营运规律如下：当 x 不超过 100 元时，观光车能全部租出；当 x 超过 100 元时，每辆车的日租金每增加 5 元，租出去的观光车就会减少 1 辆. 已知所有观光车每天的管理费是 1100 元.

(1) 优惠活动期间，为使观光车全部租出且每天的净收入为正，则每辆车的日租金至少应为多少元？(注：净收入 = 租车收入 – 管理费)

(2) 当每辆车的日租金为多少元时，每天的净收入最多？

【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 观光车全部租出每天的净收入 = 出租自行车的总收入 – 管理费，根据不等关系：净收入为正，列出不等式求解即可；

(2) 由函数解析式是分段函数，在每一段内求出函数最大值，比较得出函数的最大值.

【解答】 解：(1) 由题意知，若观光车能全部租出，则 $0 < x \leq 100$,

由 $50x - 1100 > 0$,

解得 $x > 22$,

又 $\because x$ 是 5 的倍数,

$\therefore$ 每辆车的日租金至少应为 25 元;

(2) 设每辆车的净收入为 y 元,

当 $0 < x \leq 100$ 时, $y_1 = 50x - 1100$,

$\because y_1$ 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = 100$ 时, y_1 的最大值为 $50 \times 100 - 1100 = 3900$;

当 $x > 100$ 时,

$$y_2 = \left(50 - \frac{x - 100}{5}\right)x - 1100$$

$$= -\frac{1}{5}x^2 + 70x - 1100$$

$$= -\frac{1}{5}(x - 175)^2 + 5025,$$

当 $x=175$ 时, y_2 的最大值为 5025,

$5025 > 3900$,

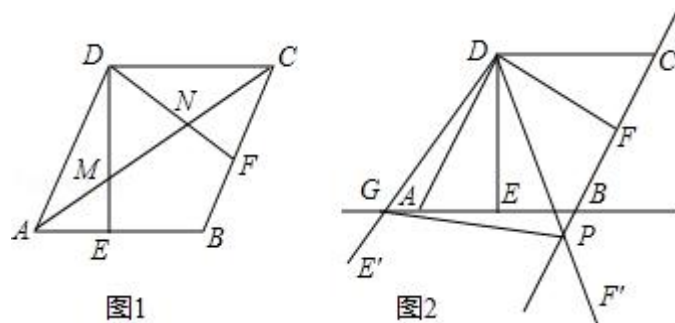
故当每辆车的日租金为 175 元时, 每天的净收入最多是 5025 元.

【点评】 本题用分段函数模型考查了一次函数, 二次函数的性质与应用, 解决问题的关键是弄清题意, 分清收费方式.

24. (12 分) (2016·潍坊) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F .

(1) 如图 1, 连接 AC 分别交 DE 、 DF 于点 M 、 N , 求证: $MN = \frac{1}{3}AC$;

(2) 如图 2, 将 $\triangle EDF$ 以点 D 为旋转中心旋转, 其两边 DE' 、 DF' 分别与直线 AB 、 BC 相交于点 G 、 P , 连接 GP , 当 $\triangle DGP$ 的面积等于 $3\sqrt{3}$ 时, 求旋转角的大小并指明旋转方向.



【考点】 旋转的性质; 菱形的性质.

【分析】 (1) 连接 BD , 证明 $\triangle ABD$ 为等边三角形, 根据等腰三角形的三线合一得到 $AE=EB$, 根据相似三角形的性质解答即可;

(2) 分 $\angle EDF$ 顺时针旋转和逆时针旋转两种情况, 根据旋转变换的性质解答即可.

【解答】 (1) 证明: 如图 1, 连接 BD , 交 AC 于 O ,

在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=60^\circ$, $AD=AB$,

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形,

$\therefore DE \perp AB$,

$\therefore AE=EB$,

$\therefore AB \parallel DC$,

$$\therefore \frac{AM}{MC} = \frac{AE}{DC} = \frac{1}{2},$$

同理, $\frac{CN}{AN} = \frac{1}{2},$

$$\therefore MN = \frac{1}{3}AC;$$

(2) 解: $\because AB \parallel DC$, $\angle BAD=60^\circ$,

$\therefore \angle ADC=120^\circ$, 又 $\angle ADE=\angle CDF=30^\circ$,

$\therefore \angle EDF=60^\circ$,

当 $\angle EDF$ 顺时针旋转时,

由旋转的性质可知, $\angle EDG=\angle FDP$, $\angle GDP=\angle EDF=60^\circ$,

$DE=DF=\sqrt{3}$, $\angle DEG=\angle DFP=90^\circ$,

在 $\triangle DEG$ 和 $\triangle DFP$ 中,

$$\begin{cases} \angle GDE = \angle PDF \\ \angle DEG = \angle DFP, \\ DE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle DEG \cong \triangle DFP$,

$\therefore DG = DP$,

$\therefore \triangle DGP$ 为等边三角形,

$\therefore \triangle DGP$ 的面积 $= \frac{\sqrt{3}}{4} DG^2 = 3\sqrt{3}$,

解得, $DG = 2\sqrt{3}$,

则 $\cos \angle EDG = \frac{DE}{DG} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle EDG = 60^\circ$,

$\therefore$ 当顺时针旋转 60° 时, $\triangle DGP$ 的面积等于 $3\sqrt{3}$,

同理可得, 当逆时针旋转 60° 时, $\triangle DGP$ 的面积也等于 $3\sqrt{3}$,

综上所述, 将 $\triangle EDF$ 以点 D 为旋转中心, 顺时针或逆时针旋转 60° 时, $\triangle DGP$ 的面积等于 $3\sqrt{3}$.

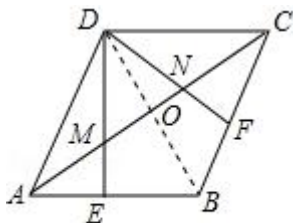


图1

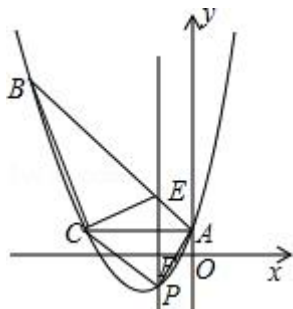
【点评】 本题考查的是菱形的性质和旋转变换, 掌握旋转的性质: ①对应点到旋转中心的距离相等; ②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角; ③旋转前、后的图形全等是解题的关键.

25. (12 分) (2016·潍坊) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 $\triangle ABC$ 的三个顶点, 其中点

A (0, 1), 点 B (-9, 10), $AC \parallel x$ 轴, 点 P 是直线 AC 下方抛物线上的动点.

(1) 求抛物线的解析式; (2) 过点 P 且与 y 轴平行的直线 l 与直线 AB、AC 分别交于点 E、F, 当四边形 AECP 的面积最大时, 求点 P 的坐标;

(3) 当点 P 为抛物线的顶点时, 在直线 AC 上是否存在点 Q, 使得以 C、P、Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 若存在, 求出点 Q 的坐标, 若不存在, 请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 用待定系数法求出抛物线解析式即可;

(2) 设点 P $(m, \frac{1}{3}m^2+2m+1)$, 表示出 $PE = -\frac{1}{3}m^2 - 3m$, 再用 $S_{\text{四边形}}$

$AECP = S_{\triangle AEC} + S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}AC \times PE$, 建立函数关系式, 求出极值即可;

(3) 先判断出 $PF=CF$, 再得到 $\angle PCF = \angle EAF$, 以 C、P、Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 分两种情况计算即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 A (0, 1). B (-9, 10) 在抛物线上,

$$\therefore \begin{cases} c=1 \\ \frac{1}{3} \times 81 - 9b + c = 10 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b=2 \\ c=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$,

(2) $\because AC \parallel x$ 轴, A (0, 1)

$$\therefore \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1 = 1,$$

$$\therefore x_1 = 6, x_2 = 0,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标 (-6, 1),

$\because$ 点 A (0, 1). B (-9, 10),

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 1$,

设点 P $(m, \frac{1}{3}m^2 + 2m + 1)$

$\therefore E (m, -m + 1)$

$$\therefore PE = -m + 1 - (\frac{1}{3}m^2 + 2m + 1) = -\frac{1}{3}m^2 - 3m,$$

$\because AC \perp EP$, $AC = 6$,

$\therefore S_{\text{四边形 AECP}}$

$$= S_{\triangle AEC} + S_{\triangle APC}$$

$$= \frac{1}{2}AC \times EF + \frac{1}{2}AC \times PF$$

$$= \frac{1}{2}AC \times (EF + PF)$$

$$= \frac{1}{2}AC \times PE$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times (-\frac{1}{3}m^2 - 3m)$$

$$= -m^2 - 9m$$

$$= -\left(m + \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4},$$

$$\because -6 < m < 0$$

$\therefore$ 当 $m = -\frac{9}{2}$ 时, 四边形 AECP 的面积的最大值是 $\frac{81}{4}$,

此时点 $P(-\frac{9}{2}, -\frac{5}{4})$.

$$(3) \because y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1 = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 2,$$

$$\therefore P(-3, -2),$$

$$\therefore PF = y_F - y_P = 3, \quad CF = x_F - x_C = 3,$$

$$\therefore PF = CF,$$

$$\therefore \angle PCF = 45^\circ$$

同理可得: $\angle EAF = 45^\circ$,

$$\therefore \angle PCF = \angle EAF,$$

$\therefore$ 在直线 AC 上存在满足条件的 Q ,

设 $Q(t, 1)$ 且 $AB = 9\sqrt{2}$, $AC = 6$, $CP = 3\sqrt{2}$

$\therefore$ 以 C 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似,

①当 $\triangle CPQ \sim \triangle ABC$ 时,

$$\therefore \frac{CQ}{AC} = \frac{CP}{AB},$$

$$\therefore \frac{t+6}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{9\sqrt{2}},$$

$$\therefore t = -4,$$

$$\therefore Q(-4, 1)$$

②当 $\triangle CQP \sim \triangle ABC$ 时,

$$\therefore \frac{CQ}{AB} = \frac{CP}{AC},$$

$$\therefore \frac{t+6}{9\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{6},$$

$$\therefore t = 3,$$

$$\therefore Q(3, 1).$$

【点评】此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法, 相似三角形的性质, 几何图形面积的求法 (用割补法), 解本题的关键是求函数解析式.