

2016 年山东省泰安市中考数学试卷

一、(本大题共 20 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，错选、不选或选出的答案超过一个，均记零分)

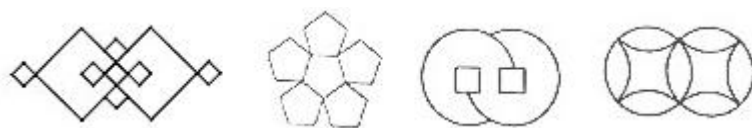
1. (3 分) 计算 $(-2)^0 + 9 \div (-3)$ 的结果是 ()

- A. -1 B. -2 C. -3 D. -4

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $(-2a)^2 = -4a^2$
C. $m^3 \cdot m^2 = m^6$ D. $a^6 \div a^2 = a^4$

3. (3 分) 下列图形:



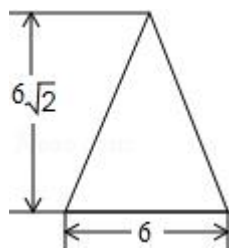
任取一个是中心对称图形的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

4. (3 分) 化简: $\frac{a^2-4}{a^2+2a+1} \div \frac{a^2-4a+4}{(a+1)^2} - \frac{2}{a-2}$ 的结果为 ()

- A. $\frac{a+2}{a-2}$ B. $\frac{a-4}{a-2}$ C. $\frac{a}{a-2}$ D. a

5. (3 分) 如图，是一圆锥的左视图，根据图中所标数据，圆锥侧面展开图的扇形圆心角的大小为 ()

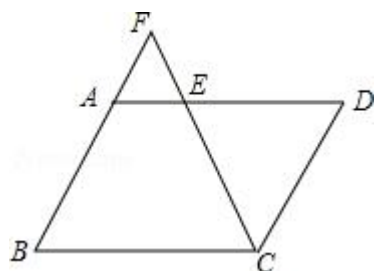


- A. 90° B. 120° C. 135° D. 150°

6. (3分) 国家统计局的相关数据显示, 2015 年我国国民生产总值 (GDP) 约为 67.67 万亿元, 将这个数据用科学记数法表示为 ()

- A. 6.767×10^{13} 元 B. 6.767×10^{12} 元
C. 67.67×10^{12} 元 D. 6.767×10^{14} 元

7. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=8$, $\angle C$ 的平分线交 AD 于 E , 交 BA 的延长线于 F , 则 $AE+AF$ 的值等于 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

8. (3分) 如图, 四个实数 m , n , p , q 在数轴上对应的点分别为 M , N , P , Q , 若 $n+q=0$, 则 m , n , p , q 四个实数中, 绝对值最大的一个是 ()

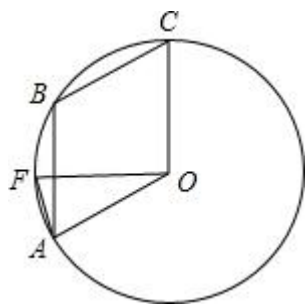


- A. p B. q C. m D. n

9. (3分) 一元二次方程 $(x+1)^2 - 2(x-1)^2 = 7$ 的根的情况是 ()

- A. 无实数根 B. 有一正根一负根
C. 有两个正根 D. 有两个负根

10. (3分) 如图, 点 A 、 B 、 C 是圆 O 上的三点, 且四边形 $ABCO$ 是平行四边形, $OF \perp OC$ 交圆 O 于点 F , 则 $\angle BAF$ 等于 ()

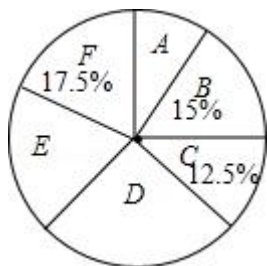


- A. 12.5° B. 15° C. 20° D. 22.5°

11. (3 分) 某学校将为初一学生开设 ABCDEF 共 6 门选修课，现选取若干学生进行了“我最喜欢的一门选修课”调查，将调查结果绘制成如图统计图表（不完整）

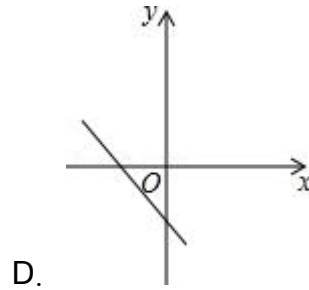
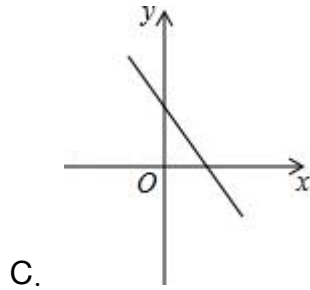
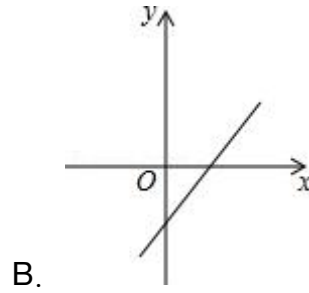
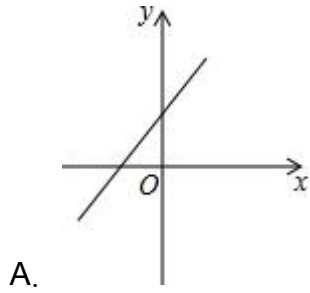
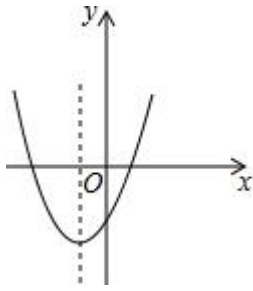
选修课	A	B	C	D	E	F
人数	40	60		100		

根据图表提供的信息，下列结论错误的是（ ）



- A. 这次被调查的学生人数为 400 人
 B. 扇形统计图中 E 部分扇形的圆心角为 72°
 C. 被调查的学生中喜欢选修课 E、F 的人数分别为 80，70
 D. 喜欢选修课 C 的人数最少

12. (3 分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，那么一次函数 $y=ax+b$ 的图象大致是（ ）



13. (3分) 某机加工车间共有 26 名工人，现要加工 2100 个 A 零件，1200 个 B 零件，已知每人每天加工 A 零件 30 个或 B 零件 20 个，问怎样分工才能确保同时完成两种零件的加工任务（每人只能加工一种零件）？设安排 x 人加工 A 零件，由题意列方程得（ ）

A. $\frac{2100}{30x} = \frac{1200}{20(26-x)}$

B. $\frac{2100}{x} = \frac{1200}{26-x}$

C. $\frac{2100}{20x} = \frac{1200}{30(26-x)}$

D. $\frac{2100}{x} \times 30 = \frac{1200}{26-x} \times 20$

14. (3分) 当 x 满足 $\begin{cases} 2x < 4x-4 \\ \frac{1}{3}(x-6) > \frac{1}{2}(x-6) \end{cases}$ 时，方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的根是（ ）

A. $1 \pm \sqrt{6}$

B. $\sqrt{6} - 1$

C. $1 - \sqrt{6}$

D. $1 + \sqrt{6}$

15. (3分) 在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 这五个数中任取两数 m, n ，则二次函数 $y = (x - m)^2 + n$ 的顶点在坐标轴上的概率为（ ）

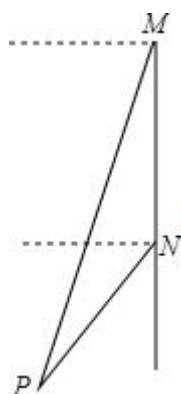
A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

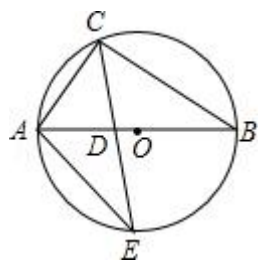
C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{2}$

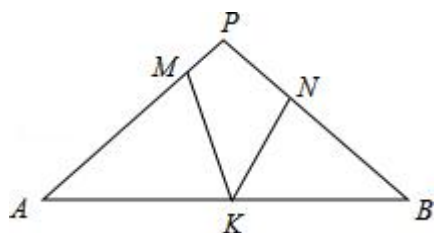
16. (3分) 如图, 轮船沿正南方向以 30 海里/时的速度匀速航行, 在 M 处观测到灯塔 P 在西偏南 68° 方向上, 航行 2 小时后到达 N 处, 观测灯塔 P 在西偏南 46° 方向上, 若该船继续向南航行至离灯塔最近位置, 则此时轮船离灯塔的距离约为 (由科学计算器得到 $\sin 68^\circ = 0.9272$, $\sin 46^\circ = 0.7193$, $\sin 22^\circ = 0.3746$, $\sin 44^\circ = 0.6947$) ()



- A. 22.48 B. 41.68 C. 43.16 D. 55.63
17. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle B = 30^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于 E, 交 AB 于点 D, 连接 AE, 则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle CDB}$ 的值等于 ()



- A. $1 : \sqrt{2}$ B. $1 : \sqrt{3}$ C. $1 : 2$ D. $2 : 3$
18. (3分) 如图, 在 $\triangle PAB$ 中, $PA = PB$, M, N, K 分别是 PA, PB, AB 上的点, 且 $AM = BK$, $BN = AK$, 若 $\angle MKN = 44^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 ()

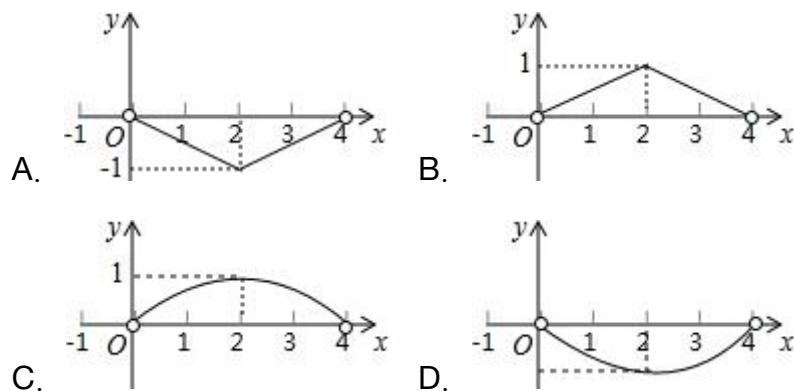
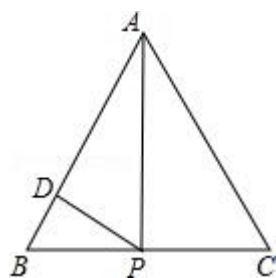


- A. 44° B. 66° C. 88° D. 92°

19. (3分) 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $mx - 4 < 0$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m > 4$ D. $m < 4$

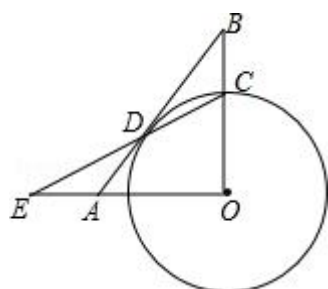
20. (3分) 如图, 正 $\triangle ABC$ 的边长为 4, 点 P 为 BC 边上的任意一点 (不与点 B 、 C 重合), 且 $\angle APD = 60^\circ$, PD 交 AB 于点 D . 设 $BP = x$, $BD = y$, 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()



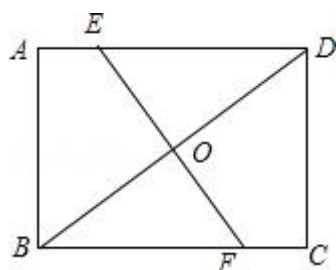
二、填空题 (本大题共 4 小题, 满分 12 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分,)

21. (3分) 将抛物线 $y = 2(x - 1)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位, 再向下平移 4 个单位, 那么得到的抛物线的表达式为_____.

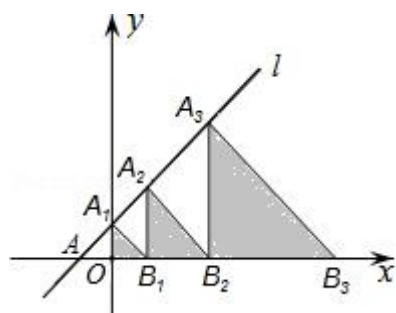
22. (3分) 如图, 半径为3的 $\odot O$ 与 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的斜边 AB 切于点 D , 交 OB 于点 C , 连接 CD 交直线 OA 于点 E , 若 $\angle B=30^\circ$, 则线段 AE 的长为_____.



23. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=6$, $BC=8$, BD 的垂直平分线交 AD 于点 E , 交 BC 于点 F , 则 $\triangle BOF$ 的面积为_____.



24. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y=x+2$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 A_1 , 点 $A_2, A_3, \dots$ 在直线 l 上, 点 $B_1, B_2, B_3, \dots$ 在 x 轴的正半轴上, 若 $\triangle A_1OB_1, \triangle A_2B_1B_2, \triangle A_3B_2B_3, \dots$, 依次均为等腰直角三角形, 直角顶点都在 x 轴上, 则第 n 个等腰直角三角形 $A_nB_{n-1}B_n$ 顶点 B_n 的横坐标为_____.

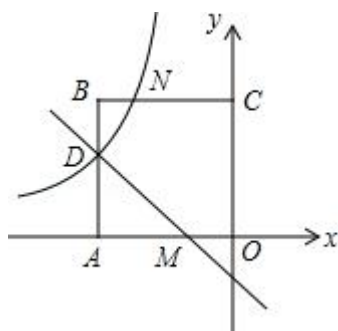


三、解答题 (共5小题, 满分48分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

25. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重

合，点 C 的坐标为 $(0, 3)$ ，点 A 在 x 轴的负半轴上，点 D 、 M 分别在边 AB 、 OA 上，且 $AD=2DB$ ， $AM=2MO$ ，一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点 D 和 M ，反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 D ，与 BC 的交点为 N 。

- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式；
- (2) 若点 P 在直线 DM 上，且使 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $OMNC$ 的面积相等，求点 P 的坐标。



26. (8 分) 某学校是乒乓球体育传统项目学校，为进一步推动该项目的开展，学校准备到体育用品店购买直拍球拍和横拍球拍若干副，并且每买一副球拍必须要买 10 个乒乓球，乒乓球的单价为 2 元/个，若购买 20 副直拍球拍和 15 副横拍球拍花费 9000 元；购买 10 副横拍球拍比购买 5 副直拍球拍多花费 1600 元。

- (1) 求两种球拍每副各多少元？
- (2) 若学校购买两种球拍共 40 副，且直拍球拍的数量不多于横拍球拍数量的 3 倍，请你给出一种费用最少的方案，并求出该方案所需费用。

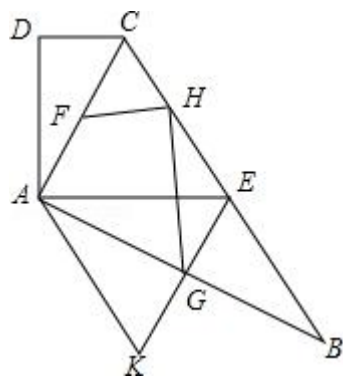
27. (10 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BCD$, $AC \perp AB$, E 是 BC 的中点, $AD \perp AE$.

(1) 求证: $AC^2 = CD \cdot BC$;

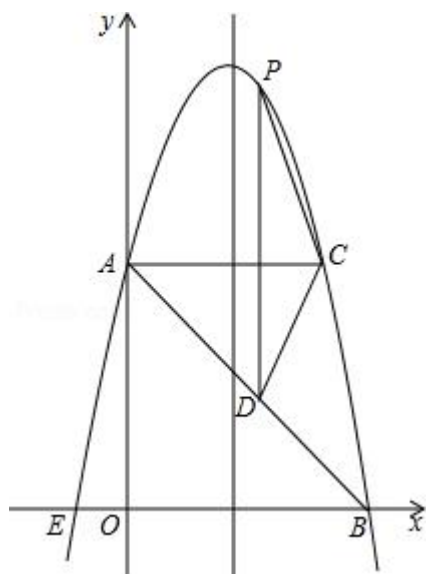
(2) 过 E 作 $EG \perp AB$, 并延长 EG 至点 K , 使 $EK = EB$.

①若点 H 是点 D 关于 AC 的对称点, 点 F 为 AC 的中点, 求证: $FH \perp GH$;

②若 $\angle B = 30^\circ$, 求证: 四边形 $AKEC$ 是菱形.

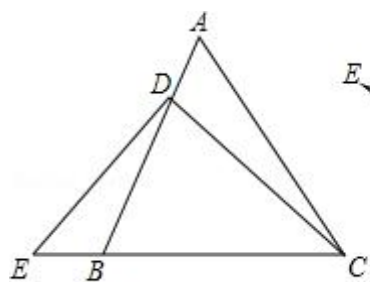


28. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标为 (2, 9), 与 y 轴交于点 A (0, 5), 与 x 轴交于点 E、B.
- (1) 求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的表达式;
- (2) 过点 A 作 AC 平行于 x 轴, 交抛物线于点 C, 点 P 为抛物线上的一点 (点 P 在 AC 上方), 作 PD 平行于 y 轴交 AB 于点 D, 问当点 P 在何位置时, 四边形 APCD 的面积最大? 并求出最大面积;
- (3) 若点 M 在抛物线上, 点 N 在其对称轴上, 使得以 A、E、N、M 为顶点的四边形是平行四边形, 且 AE 为其一边, 求点 M、N 的坐标.

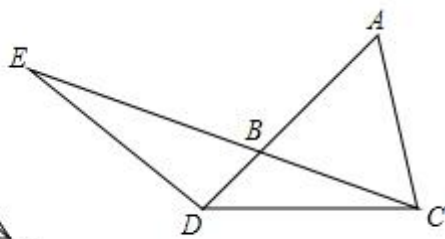


29. (12 分) (1) 已知: $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 其底边是 BC , 点 D 在线段 AB 上, E 是直线 BC 上一点, 且 $\angle DEC = \angle DCE$, 若 $\angle A = 60^\circ$ (如图①). 求证:
 $EB = AD$;
- (2) 若将 (1) 中的“点 D 在线段 AB 上”改为“点 D 在线段 AB 的延长线上”, 其它条件不变 (如图②), (1) 的结论是否成立, 并说明理由;
- (3) 若将 (1) 中的“若 $\angle A = 60^\circ$ ”改为“若 $\angle A = 90^\circ$ ”, 其它条件不变, 则 $\frac{EB}{AD}$ 的值

是多少？（直接写出结论，不要求写解答过程）



图①



图②

2016 年山东省泰安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、(本大题共 20 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的, 请把正确的选项选出来, 每小题选对得 3 分, 错选、不选或选出的答案超过一个, 均记零分)

1. (3 分) 计算 $(-2)^0 + 9 \div (-3)$ 的结果是 ()

- A. -1 B. -2 C. -3 D. -4

【考点】1D: 有理数的除法; 6E: 零指数幂.

【分析】根据零指数幂和有理数的除法法则计算即可.

【解答】解: 原式 $= 1 + (-3) = -2$,

故选: B.

【点评】本题考查的是零指数幂和有理数的除法运算, 掌握任何不为 0 的数的零次幂为 1、灵活运用有理数的除法法则是解题的关键.

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $(-2a)^2 = -4a^2$
C. $m^3 \cdot m^2 = m^6$ D. $a^6 \div a^2 = a^4$

【考点】46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法.

【分析】直接利用同底数幂的乘除法运算法则以及结合积的乘方运算法则和幂的乘方运算法则分别化简求出答案.

【解答】解: A、 $(a^2)^3 = a^6$, 故此选项错误;

B、 $(-2a)^2 = 4a^2$, 故此选项错误;

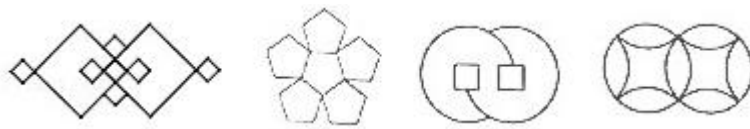
C、 $m^3 \cdot m^2 = m^5$ ，故此选项错误；

D、 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，正确。

故选：D。

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除法运算法则以及积的乘方运算法则和幂的乘方运算等知识，正确掌握相关法则是解题关键。

3. (3分) 下列图形：



任取一个是中心对称图形的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

【考点】 R5：中心对称图形；X4：概率公式。

【分析】由共有4种等可能的结果，任取一个是中心对称图形的有3种情况，直接利用概率公式求解即可求得答案。

【解答】解： $\because$ 共有4种等可能的结果，任取一个是中心对称图形的有3种情况，

$\therefore$ 任取一个是中心对称图形的概率是： $\frac{3}{4}$ 。

故选：C。

【点评】此题考查了概率公式的应用。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

4. (3分) 化简： $\frac{a^2-4}{a^2+2a+1} \div \frac{a^2-4a+4}{(a+1)^2} - \frac{2}{a-2}$ 的结果为 ()

- A. $\frac{a+2}{a-2}$ B. $\frac{a-4}{a-2}$ C. $\frac{a}{a-2}$ D. a

【考点】 6C：分式的混合运算。

【分析】先将分式的分子分母因式分解，同时将除法转化为乘法，再计算分式的

乘法，最后计算分式的加法即可.

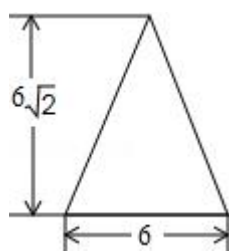
【解答】 解：原式 $= \frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)^2} \times \frac{(a+1)^2}{(a-2)^2} - \frac{2}{a-2}$

$$= \frac{a+2}{a-2} - \frac{2}{a-2}$$
$$= \frac{a}{a-2},$$

故选：C.

【点评】 本题主要考查分式的混合运算，熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则是解题的关键.

5. (3分) 如图，是一圆锥的左视图，根据图中所标数据，圆锥侧面展开图的扇形圆心角的大小为 ()



- A. 90° B. 120° C. 135° D. 150°

【考点】 MP：圆锥的计算；U3：由三视图判断几何体.

【分析】 根据圆锥的底面半径得到圆锥的底面周长，也就是圆锥的侧面展开图的弧长，根据勾股定理得到圆锥的母线长，利用弧长公式可求得圆锥的侧面展开图中扇形的圆心角.

【解答】 解： $\because$ 圆锥的底面半径为 3,

$\therefore$ 圆锥的底面周长为 6π ,

$\therefore$ 圆锥的高是 $6\sqrt{2}$,

$\therefore$ 圆锥的母线长为 $\sqrt{3^2 + (6\sqrt{2})^2} = 9$,

设扇形的圆心角为 n° ,

$$\therefore \frac{n\pi \times 9}{180} = 6\pi,$$

解得 $n=120$.

答：圆锥的侧面展开图中扇形的圆心角为 120° .

故选：B.

【点评】 本题考查了圆锥的计算，圆锥的侧面展开图是一个扇形，此扇形的弧长等于圆锥底面周长，扇形的半径等于圆锥的母线长. 本题就是把的扇形的弧长等于圆锥底面周长作为相等关系，列方程求解.

6. (3分) 国家统计局的相关数据显示，2015年我国国民生产总值（GDP）约为67.67万亿元，将这个数据用科学记数法表示为（ ）

A. 6.767×10^{13} 元

B. 6.767×10^{12} 元

C. 67.67×10^{12} 元

D. 6.767×10^{14} 元

【考点】 11：科学记数法—表示较大的数.

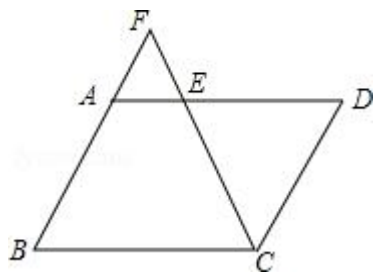
【分析】 首先把67.67万亿化为676700亿，再用科学记数法表示676700亿，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：67.67 万亿元 $= 6.767 \times 10^{13}$ 元，

故选：A.

【点评】 此题主要考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

7. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $BC=8$ ， $\angle C$ 的平分线交 AD 于 E ，交 BA 的延长线于 F ，则 $AE+AF$ 的值等于（ ）



A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【考点】 L5: 平行四边形的性质.

【分析】 由平行四边形的性质和角平分线得出 $\angle F = \angle FCB$, 证出 $BF = BC = 8$, 同理: $DE = CD = 6$, 求出 $AF = BF - AB = 2$, $AE = AD - DE = 2$, 即可得出结果.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AD = BC = 8$, $CD = AB = 6$,

$\therefore \angle F = \angle DCF$,

$\therefore CF$ 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle FCB = \angle DCF$,

$\therefore \angle F = \angle FCB$,

$\therefore BF = BC = 8$,

同理: $DE = CD = 6$,

$\therefore AF = BF - AB = 2$, $AE = AD - DE = 2$,

$\therefore AE + AF = 4$;

故选: C.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的判定; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形是等腰三角形是解决问题的关键.

8. (3 分) 如图, 四个实数 m , n , p , q 在数轴上对应的点分别为 M , N , P ,

Q , 若 $n + q = 0$, 则 m , n , p , q 四个实数中, 绝对值最大的一个是 ()



A. p

B. q

C. m

D. n

【考点】29: 实数与数轴.

【专题】2B: 探究型.

【分析】根据 $n+q=0$ 可以得到 n 、 q 的关系，从而可以判定原点的位置，从而可以得到哪个数的绝对值最大，本题得以解决.

【解答】解： $\because n+q=0$,

$\therefore n$ 和 q 互为相反数，0 在线段 NQ 的中点处，

$\therefore$ 绝对值最大的点 P 表示的数 p ,

故选：A.

【点评】本题考查实数与数轴，解题的关键是明确数轴的特点，利用数形结合的思想解答.

9. (3 分) 一元二次方程 $(x+1)^2 - 2(x-1)^2 = 7$ 的根的情况是 ()

A. 无实数根

B. 有一正根一负根

C. 有两个正根

D. 有两个负根

【考点】A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; AA: 根的判别式; AB: 根与系数的关系; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】直接去括号，进而合并同类项，求出方程的根即可.

【解答】解： $\because (x+1)^2 - 2(x-1)^2 = 7$,

$\therefore x^2 + 2x + 1 - 2(x^2 - 2x + 1) = 7$,

整理得： $-x^2 + 6x - 8 = 0$,

则 $x^2 - 6x + 8 = 0$,

$(x-4)(x-2) = 0$,

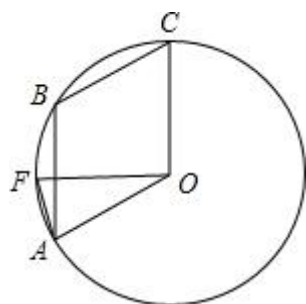
解得： $x_1=4$ ， $x_2=2$ ，

故方程有两个正根.

故选： C.

【点评】此题主要考查了一元二次方程的解法，正确利用完全平方公式计算是解题关键.

10. (3 分) 如图，点 A、B、C 是圆 O 上的三点，且四边形 ABCO 是平行四边形，OF $\perp$ OC 交圆 O 于点 F，则 $\angle BAF$ 等于 ()



- A. 12.5° B. 15° C. 20° D. 22.5°

【考点】 KM：等边三角形的判定与性质； L5：平行四边形的性质； M5：圆周角定理.

【分析】根据平行四边形的性质和圆的半径相等得到 $\triangle AOB$ 为等边三角形，根据等腰三角形的三线合一得到 $\angle BOF = \angle AOF = 30^\circ$ ，根据圆周角定理计算即可.

【解答】解：连接 OB，

$\because$ 四边形 ABCO 是平行四边形，

$\therefore OC = AB$ ，又 $OA = OB = OC$ ，

$\therefore OA = OB = AB$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形，

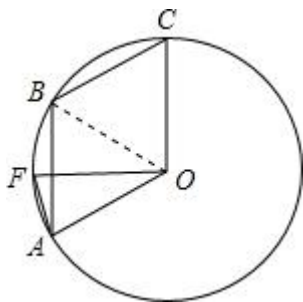
$\because OF \perp OC$ ， $OC \parallel AB$ ，

$\therefore OF \perp AB,$

$\therefore \angle BOF = \angle AOF = 30^\circ,$

由圆周角定理得 $\angle BAF = \frac{1}{2} \angle BOF = 15^\circ,$

故选：B.

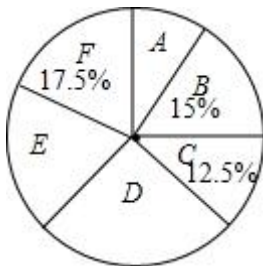


【点评】 本题考查的是圆周角定理、平行四边形的性质定理、等边三角形的性质的综合运用，掌握同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半、等腰三角形的三线合一解题的关键.

11. (3 分) 某学校将为初一学生开设 ABCDEF 共 6 门选修课，现选取若干学生进行了“我最喜欢的一门选修课”调查，将调查结果绘制成如图统计图表（不完整）

选修课	A	B	C	D	E	F
人数	40	60		100		

根据图表提供的信息，下列结论错误的是（ ）



- A. 这次被调查的学生人数为 400 人
- B. 扇形统计图中 E 部分扇形的圆心角为 72°
- C. 被调查的学生中喜欢选修课 E、F 的人数分别为 80，70

D. 喜欢选修课 C 的人数最少

【考点】VB: 扇形统计图.

【分析】通过计算得出选项 A、B、C 正确, 选项 D 错误, 即可得出结论.

【解答】解: 被调查的学生人数为 $60 \div 15\% = 400$ (人),

$\therefore$ 选项 A 正确;

扇形统计图中 D 的圆心角为 $\frac{100}{400} \times 360^\circ = 90^\circ$,

$\therefore \frac{40}{400} \times 360^\circ = 36^\circ$, $360^\circ \times (17.5\% + 15\% + 12.5\%) = 162^\circ$,

$\therefore$ 扇形统计图中 E 的圆心角 $= 360^\circ - 162^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 72^\circ$,

$\therefore$ 选项 B 正确;

$\therefore 400 \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 80$ (人), $400 \times 17.5\% = 70$ (人),

$\therefore$ 选项 C 正确;

$\therefore 12.5\% > 10\%$,

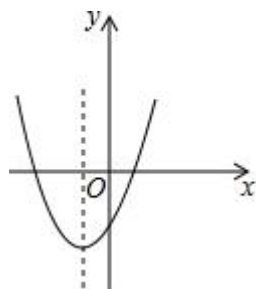
$\therefore$ 喜欢选修课 A 的人数最少,

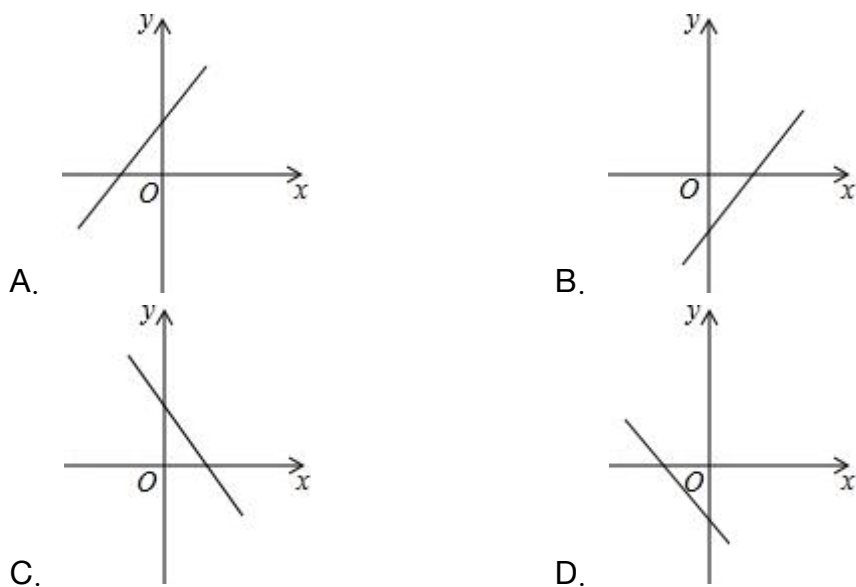
$\therefore$ 选项 D 错误;

故选: D.

【点评】本题考查了条形统计图、扇形统计图, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

12. (3 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 那么一次函数 $y = ax + b$ 的图象大致是 ()





【考点】F3：一次函数的图象；H2：二次函数的图象.

【分析】由 $y=ax^2+bx+c$ 的图象判断出 $a>0$ ， $b>0$ ，于是得到一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过一，二，三象限，即可得到结论.

【解答】解： $\because y=ax^2+bx+c$ 的图象的开口向上，

$\therefore a>0$ ，

$\because$ 对称轴在 y 轴的左侧，

$\therefore b>0$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过一，二，三象限.

故选：A.

【点评】本题考查了二次函数和一次函数的图象，解题的关键是明确二次函数的性质，由函数图象可以判断 a 、 b 的取值范围.

13. (3 分) 某机加工车间共有 26 名工人，现要加工 2100 个 A 零件，1200 个 B 零件，已知每人每天加工 A 零件 30 个或 B 零件 20 个，问怎样分工才能确保同时完成两种零件的加工任务（每人只能加工一种零件）？设安排 x 人加工 A 零件，由题意列方程得（ ）

$$A. \frac{2100}{30x} = \frac{1200}{20(26-x)}$$

$$B. \frac{2100}{x} = \frac{1200}{26-x}$$

$$C. \frac{2100}{20x} = \frac{1200}{30(26-x)}$$

$$D. \frac{2100}{x} \times 30 = \frac{1200}{26-x} \times 20$$

【考点】B6：由实际问题抽象出分式方程.

【分析】直接利用现要加工 2100 个 A 零件，1200 个 B 零件，同时完成两种零件的加工任务，进而得出等式即可.

【解答】解：设安排 x 人加工 A 零件，由题意列方程得：

$$\frac{2100}{30x} = \frac{1200}{20(26-x)}.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，正确表示出加工两种零件所用的时间是解题关键.

$$14. (3 \text{ 分}) \text{ 当 } x \text{ 满足 } \begin{cases} 2x < 4x-4 \\ \frac{1}{3}(x-6) > \frac{1}{2}(x-6) \end{cases} \text{ 时, 方程 } x^2 - 2x - 5 = 0 \text{ 的根是 ()}$$

$$A. 1 \pm \sqrt{6}$$

$$B. \sqrt{6} - 1$$

$$C. 1 - \sqrt{6}$$

$$D. 1 + \sqrt{6}$$

【考点】A3：一元二次方程的解；C6：解一元一次不等式.

【分析】先求出不等式组的解，再求出方程的解，根据范围即可确定 x 的值.

$$\text{【解答】解：} \begin{cases} 2x < 4x-4 \\ \frac{1}{3}(x-6) > \frac{1}{2}(x-6) \end{cases},$$

解得： $2 < x < 6$,

$\therefore$ 方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$,

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{6},$$

$\therefore 2 < x < 6$,

$$\therefore x = 1 + \sqrt{6}.$$

故选：D.

【点评】本题考查解一元一次不等式、一元二次方程的解等知识，熟练掌握不等

式组以及一元二次方程的解法是解题的关键，属于中考常考题型.

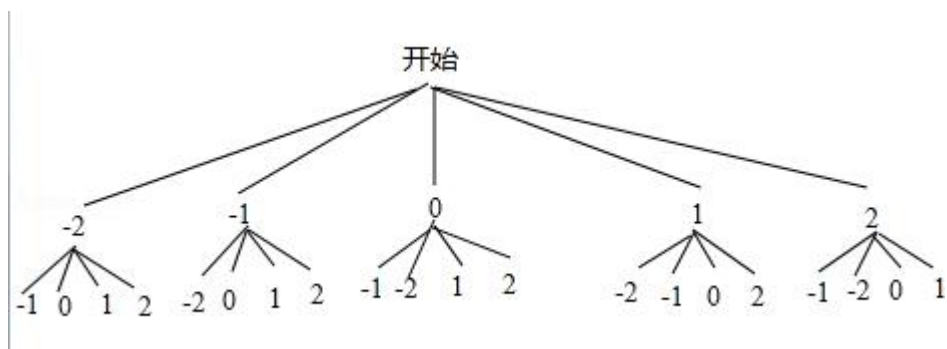
15. (3分) 在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 这五个数中任取两数 m, n ，则二次函数 $y = (x - m)^2 + n$ 的顶点在坐标轴上的概率为 ()

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】 H3: 二次函数的性质; X6: 列表法与树状图法.

【分析】 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果以及坐标轴上的点的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解：画树状图得：



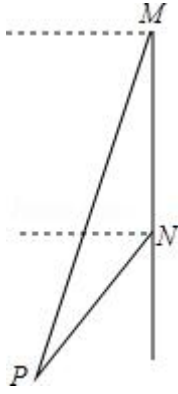
$\therefore -2, -1, 0, 1, 2$ 这五个数中任取两数 m, n ，一共有 20 种可能，其中取到 0 的有 8 种可能，

$\therefore$ 顶点在坐标轴上的概率为 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

故选：A.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比，属于中考常考题型.

16. (3分) 如图，轮船沿正南方向以 30 海里/时的速度匀速航行，在 M 处观测到灯塔 P 在西偏南 68° 方向上，航行 2 小时后到达 N 处，观测灯塔 P 在西偏南 46° 方向上，若该船继续向南航行至离灯塔最近位置，则此时轮船离灯塔的距离约为 (由科学计算器得到 $\sin 68^\circ = 0.9272$ ， $\sin 46^\circ = 0.7193$ ， $\sin 22^\circ = 0.3746$ ， $\sin 44^\circ = 0.6947$) ()



A. 22.48

B. 41.68

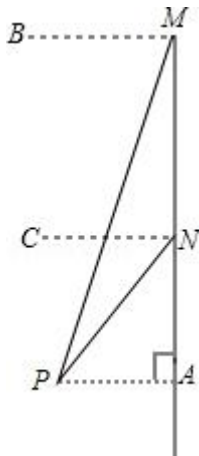
C. 43.16

D. 55.63

【考点】TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】过点 P 作 $PA \perp MN$ 于点 A, 则若该船继续向南航行至离灯塔距离最近的位置为 PA 的长度, 利用锐角三角函数关系进行求解即可

【解答】解: 如图, 过点 P 作 $PA \perp MN$ 于点 A,



$MN = 30 \times 2 = 60$ (海里),

$\therefore \angle MNC = 90^\circ, \angle CNP = 46^\circ,$

$\therefore \angle MNP = \angle MNC + \angle CNP = 136^\circ,$

$\therefore \angle BMP = 68^\circ,$

$\therefore \angle PMN = 90^\circ - \angle BMP = 22^\circ,$

$\therefore \angle MPN = 180^\circ - \angle PMN - \angle PNM = 22^\circ,$

$\therefore \angle PMN = \angle MPN,$

$$\therefore MN=PN=60 \text{ (海里)},$$

$$\therefore \angle CNP=46^\circ,$$

$$\therefore \angle PNA=44^\circ,$$

$$\therefore PA=PN \cdot \sin \angle PNA=60 \times 0.6947 \approx 41.68 \text{ (海里)}$$

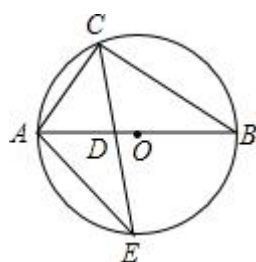
故选：B.

【点评】此题主要考查了方向角问题，熟练应用锐角三角函数关系是解题关键.

17. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\angle B=30^\circ$ ， CE 平分

$\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于 E ，交 AB 于点 D ，连接 AE ，则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle CDB}$ 的值等于

()



A. $1 : \sqrt{2}$

B. $1 : \sqrt{3}$

C. $1 : 2$

D. $2 : 3$

【考点】M5：圆周角定理；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】由 AB 是 $\odot O$ 的直径，得到 $\angle ACB=90^\circ$ ，根据已知条件得到 $\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

根据三角形的角平分线定理得到 $\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求出 $AD=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3}AB$ ，

$BD=\frac{3}{\sqrt{3}+3}AB$ ，过 C 作 $CF \perp AB$ 于 F ，连接 OE ，由 CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$

于 E ，得到 $OE \perp AB$ ，求出 $OE=\frac{1}{2}AB$ ， $CF=\frac{\sqrt{3}}{4}AB$ ，根据三角形的面积公式即可得到结论.

【解答】解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

∵ CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于 E,

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3} AB, \quad BD = \frac{3}{\sqrt{3}+3} AB,$$

过 C 作 $CF \perp AB$ 于 F, 连接 OE,

∵ CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于 E,

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{BE},$$

$$\therefore OE \perp AB,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2} AB, \quad CF = \frac{\sqrt{3}}{4} AB,$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle CDB} &= \left(\frac{1}{2} AD \cdot OE \right) : \left(\frac{1}{2} BD \cdot CF \right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3} AB \cdot \frac{1}{2} AB \right) : \\ &\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}+3} AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} AB \right) = 2 : 3. \end{aligned}$$

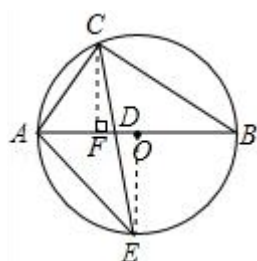
故选 D.

方法二: 连接 BE, 易知 $AE = \frac{\sqrt{2}}{2} AB$, $BC = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$,

由 $\triangle ADE \sim \triangle CDB$,

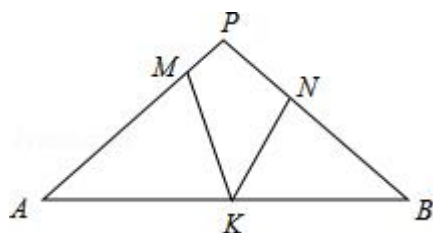
$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDC} = (AE : BC)^2 = 2 : 3,$$

故选: D.



【点评】 本题考查了圆周角定理, 三角形的角平分线定理, 三角形的面积的计算, 直角三角形的性质, 正确作出辅助线是解题的关键.

18. (3 分) 如图, 在 $\triangle PAB$ 中, $PA=PB$, M, N, K 分别是 PA, PB, AB 上的点, 且 $AM=BK$, $BN=AK$, 若 $\angle MKN=44^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 ()



A. 44°

B. 66°

C. 88°

D. 92°

【考点】KH：等腰三角形的性质.

【分析】根据等腰三角形的性质得到 $\angle A = \angle B$ ，证明 $\triangle AMK \cong \triangle BKN$ ，得到 $\angle AMK = \angle BKN$ ，根据三角形的外角的性质求出 $\angle A = \angle MKN = 44^\circ$ ，根据三角形内角和定理计算即可.

【解答】解： $\because PA = PB$,

$\therefore \angle A = \angle B$,

在 $\triangle AMK$ 和 $\triangle BKN$ 中,

$$\begin{cases} AM = BK \\ \angle A = \angle B, \\ AK = BN \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMK \cong \triangle BKN$,

$\therefore \angle AMK = \angle BKN$,

$\therefore \angle MKB = \angle MKN + \angle NKB = \angle A + \angle AMK$,

$\therefore \angle A = \angle MKN = 44^\circ$,

$\therefore \angle P = 180^\circ - \angle A - \angle B = 92^\circ$,

故选：D.

【点评】本题考查的是等腰三角形的性质、全等三角形的判定和性质、三角形的外角的性质，掌握等边对等角、全等三角形的判定定理和性质定理、三角形的外角的性质是解题的关键.

19. (3 分) 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $mx - 4 < 0$, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m > 1$

B. $m < 1$

C. $m > 4$

D. $m < 4$

【考点】&F: 含字母系数的一元一次不等式.

【分析】设 $y=mx-4$, 根据题意列出一元一次不等式, 解不等式即可.

【解答】解: 设 $y=mx-4$,

由题意得, 当 $x=1$ 时, $y<0$, 即 $m-4<0$,

解得 $m<4$,

当 $x=4$ 时, $y<0$, 即 $4m-4<0$,

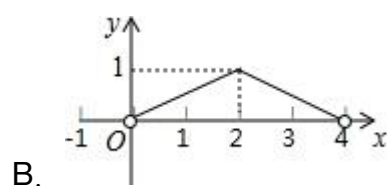
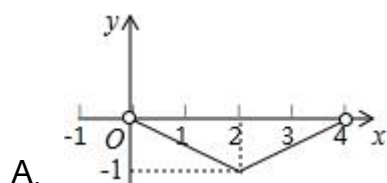
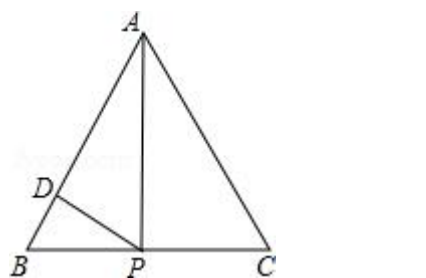
解得, $m<1$,

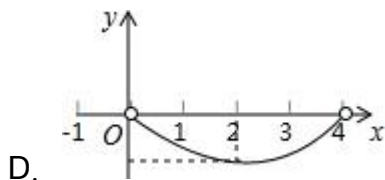
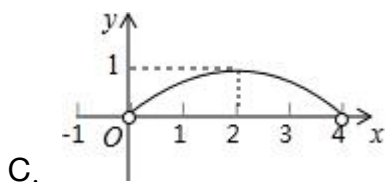
则 m 的取值范围是 $m<1$,

故选: B.

【点评】本题考查的是含字母系数的一元一次不等式的解法, 正确利用函数思想、数形结合思想是解题的关键.

20. (3 分) 如图, 正 $\triangle ABC$ 的边长为 4, 点 P 为 BC 边上的任意一点 (不与点 B 、 C 重合), 且 $\angle APD=60^\circ$, PD 交 AB 于点 D . 设 $BP=x$, $BD=y$, 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()





【考点】 E7: 动点问题的函数图象.

【分析】 由 $\triangle ABC$ 是正三角形, $\angle APD=60^\circ$, 可证得 $\triangle BPD \sim \triangle CAP$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 即可求得答案.

【解答】 解: $\because \triangle ABC$ 是正三角形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$$\because \angle BPD + \angle APD = \angle C + \angle CAP, \quad \angle APD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD = \angle CAP,$$

$$\therefore \triangle BPD \sim \triangle CAP,$$

$$\therefore BP : AC = BD : PC,$$

$$\because \text{正} \triangle ABC \text{ 的边长为 } 4, \quad BP = x, \quad BD = y,$$

$$\therefore x : 4 = y : (4 - x),$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + x.$$

故选: C.

【点评】 此题考查了动点问题、二次函数的图象以及相似三角形的判定与性质. 注意证得 $\triangle BPD \sim \triangle CAP$ 是关键.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 满分 12 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分,)

21. (3分) 将抛物线 $y=2(x-1)^2+2$ 向左平移 3 个单位, 再向下平移 4 个单位, 那么得到的抛物线的表达式为 $y=2(x+2)^2-2$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

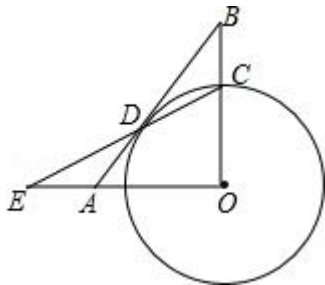
【分析】按照“左加右减, 上加下减”的规律求得即可.

【解答】解: 抛物线 $y=2(x-1)^2+2$ 向左平移 3 个单位, 再向下平移 4 个单位得到 $y=2(x-1+3)^2+2-4=2(x+2)^2-2$. 故得到抛物线的解析式为 $y=2(x+2)^2-2$.

故答案为: $y=2(x+2)^2-2$.

【点评】主要考查的是函数图象的平移, 用平移规律“左加右减, 上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

22. (3分) 如图, 半径为 3 的 $\odot O$ 与 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的斜边 AB 切于点 D , 交 OB 于点 C , 连接 CD 交直线 OA 于点 E , 若 $\angle B=30^\circ$, 则线段 AE 的长为 $\sqrt{3}$.



【考点】MC: 切线的性质.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】要求 AE 的长, 只要求出 OA 和 OE 的长即可, 要求 OA 的长可以根据 $\angle B=30^\circ$ 和 OB 的长求得, OE 可以根据 $\angle OCE$ 和 OC 的长求得.

【解答】解: 连接 OD , 如右图所示,

由已知可得, $\angle BOA=90^\circ$, $OD=OC=3$, $\angle B=30^\circ$, $\angle ODB=90^\circ$,

$\therefore BO=2OD=6$, $\angle BOD=60^\circ$,

∵ EF 是 BD 的垂直平分线,

∴ OB=OD=5, $\angle BOF=90^\circ$, 又 $\angle C=90^\circ$,

∴ $\triangle BOF \sim \triangle BCD$,

$$\therefore \frac{BO}{BC} = \frac{BF}{BD}, \text{ 即 } \frac{5}{8} = \frac{BF}{10},$$

$$\text{解得, } BF = \frac{25}{4},$$

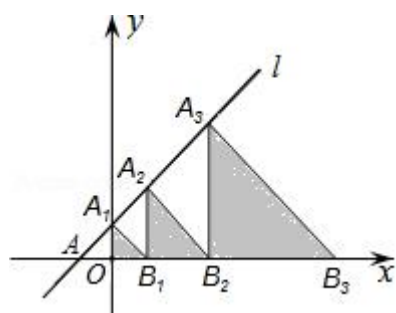
$$\text{则 } OF = \sqrt{BF^2 - OB^2} = \frac{15}{4},$$

$$\text{则 } \triangle BOF \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times OF \times OB = \frac{75}{8},$$

故答案为: $\frac{75}{8}$.

【点评】 本题考查的是矩形的性质、线段垂直平分线的性质以及勾股定理的应用, 掌握矩形的四个角是直角、对边相等以及线段垂直平分线的定义是解题的关键.

24. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y=x+2$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 A_1 , 点 $A_2, A_3, \dots$ 在直线 l 上, 点 $B_1, B_2, B_3, \dots$ 在 x 轴的正半轴上, 若 $\triangle A_1OB_1, \triangle A_2B_1B_2, \triangle A_3B_2B_3, \dots$, 依次均为等腰直角三角形, 直角顶点都在 x 轴上, 则第 n 个等腰直角三角形 $A_nB_{n-1}B_n$ 顶点 B_n 的横坐标为 $2^{n+1} - 2$.



【考点】 D2: 规律型: 点的坐标.

【分析】 先求出 $B_1, B_2, B_3, \dots$ 的坐标, 探究规律后, 即可根据规律解决问题.

【解答】 解: 由题意得 $OA=OA_1=2$,

$$\therefore OB_1=OA_1=2,$$

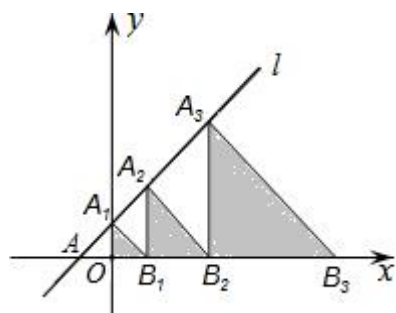
$$B_1B_2=B_1A_2=4, \quad B_2A_3=B_2B_3=8,$$

$$\therefore B_1(2, 0), B_2(6, 0), B_3(14, 0) \dots,$$

$$2=2^2-2, \quad 6=2^3-2, \quad 14=2^4-2, \quad \dots$$

$$\therefore B_n \text{ 的横坐标为 } 2^{n+1}-2.$$

故答案为 $2^{n+1}-2$.



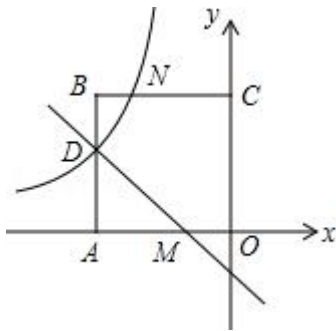
【点评】 本题考查规律型：点的坐标、等腰直角三角形的性质等知识，解题的关键是从特殊到一般，探究规律，利用规律解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题 (共 5 小题, 满分 48 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

25. (8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 OABC 的顶点 O 与坐标原点重合, 点 C 的坐标为 (0, 3), 点 A 在 x 轴的负半轴上, 点 D、M 分别在边 AB、OA 上, 且 $AD=2DB$, $AM=2MO$, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点 D 和 M, 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 D, 与 BC 的交点为 N.

(1) 求反比例函数和一次函数的表达式;

(2) 若点 P 在直线 DM 上, 且使 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 OMNC 的面积相等, 求点 P 的坐标.



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题；LE：正方形的性质.

【专题】534：反比例函数及其应用.

【分析】(1) 由正方形 $OABC$ 的顶点 C 坐标，确定出边长，及四个角为直角，根据 $AD=2DB$ ，求出 AD 的长，确定出 D 坐标，代入反比例解析式求出 m 的值，再由 $AM=2MO$ ，确定出 MO 的长，即 M 坐标，将 M 与 D 坐标代入一次函数解析式求出 k 与 b 的值，即可确定出一次函数解析式；

(2) 把 $y=3$ 代入反比例解析式求出 x 的值，确定出 N 坐标，得到 NC 的长，设 $P(x, y)$ ，根据 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $OMNC$ 的面积相等，求出 y 的值，进而得到 x 的值，确定出 P 坐标即可.

【解答】解：(1) $\because$ 正方形 $OABC$ 的顶点 $C(0, 3)$,

$$\therefore OA=AB=BC=OC=3, \angle OAB=\angle B=\angle BCO=90^\circ,$$

$$\because AD=2DB,$$

$$\therefore AD=\frac{2}{3}AB=2,$$

$$\therefore D(-3, 2),$$

$$\text{把 } D \text{ 坐标代入 } y=\frac{m}{x} \text{ 得: } m=-6,$$

$$\therefore \text{反比例解析式为 } y=-\frac{6}{x},$$

$$\because AM=2MO,$$

$$\therefore MO=\frac{1}{3}OA=1, \text{ 即 } M(-1, 0),$$

把 M 与 D 坐标代入 $y=kx+b$ 中得: $\begin{cases} -k+b=0 \\ -3k+b=2 \end{cases}$,

解得: $k=b=-1$,

则直线 DM 解析式为 $y=-x-1$;

(2) 把 $y=3$ 代入 $y=-\frac{6}{x}$ 得: $x=-2$,

$\therefore N(-2, 3)$, 即 $NC=2$,

设 $P(x, y)$,

$\therefore \triangle OPM$ 的面积与四边形 $OMNC$ 的面积相等,

$\therefore \frac{1}{2}(OM+NC) \cdot OC = \frac{1}{2}OM|y|$, 即 $|y|=9$,

解得: $y=\pm 9$,

当 $y=9$ 时, $x=-10$, 当 $y=-9$ 时, $x=8$,

则 P 坐标为 $(-10, 9)$ 或 $(8, -9)$.

【点评】 此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 涉及的知识有: 待定系数法确定一次函数、反比例函数解析式, 坐标与图形性质, 正方形的性质, 以及三角形面积计算, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

26. (8 分) 某学校是乒乓球体育传统项目学校, 为进一步推动该项目的开展, 学校准备到体育用品店购买直拍球拍和横拍球拍若干副, 并且每买一副球拍必须要买 10 个乒乓球, 乒乓球的单价为 2 元/个, 若购买 20 副直拍球拍和 15 副横拍球拍花费 9000 元; 购买 10 副横拍球拍比购买 5 副直拍球拍多花费 1600 元.

(1) 求两种球拍每副各多少元?

(2) 若学校购买两种球拍共 40 副, 且直拍球拍的数量不多于横拍球拍数量的 3 倍, 请你给出一种费用最少的方案, 并求出该方案所需费用.

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用; FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设直拍球拍每副 x 元，横拍球每副 y 元，根据题意列出二元一次方程组，解方程组即可；

(2) 设购买直拍球拍 m 副，根据题意列出不等式，解不等式求出 m 的范围，根据题意列出费用关于 m 的一次函数，根据一次函数的性质解答即可.

【解答】 解：(1) 设直拍球拍每副 x 元，横拍球每副 y 元，由题意得，

$$\begin{cases} 20(x+20)+15(y+20)=9000 \\ 5(x+20)+1600=10(y+20) \end{cases}$$

解得， $\begin{cases} x=220 \\ y=260 \end{cases}$ ，

答：直拍球拍每副 220 元，横拍球每副 260 元；

(2) 设购买直拍球拍 m 副，则购买横拍球 $(40 - m)$ 副，

由题意得， $m \leq 3(40 - m)$ ，

解得， $m \leq 30$ ，

设买 40 副球拍所需的费用为 w ，

则 $w = (220+20)m + (260+20)(40 - m)$

$= -40m + 11200$ ，

$\therefore -40 < 0$ ，

$\therefore w$ 随 m 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $m=30$ 时， w 取最小值，最小值为 $-40 \times 30 + 11200 = 10000$ (元).

答：购买直拍球拍 30 副，则购买横拍球 10 副时，费用最少.

【点评】 本题考查的是列二元一次方程组、一元一次不等式解实际问题，正确列出二元一次方程组 and 一元一次不等式并正确解出方程组和不等式是解题的关键.

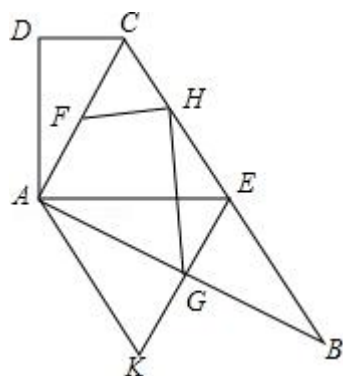
27. (10 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， AC 平分 $\angle BCD$ ， $AC \perp AB$ ， E 是 BC 的中点， $AD \perp AE$.

(1) 求证: $AC^2=CD \cdot BC$;

(2) 过 E 作 $EG \perp AB$, 并延长 EG 至点 K, 使 $EK=EB$.

①若点 H 是点 D 关于 AC 的对称点, 点 F 为 AC 的中点, 求证: $FH \perp GH$;

②若 $\angle B=30^\circ$, 求证: 四边形 AKEC 是菱形.



【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 欲证明 $AC^2=CD \cdot BC$, 只需推知 $\triangle ACD \sim \triangle BCA$ 即可;

(2) ①连接 AH. 构建直角 $\triangle AHC$, 利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半、等腰对等角以及等量代换得到: $\angle FHG = \angle CAB = 90^\circ$, 即 $FH \perp GH$;

②利用“在直角三角形中, 30 度角所对的直角边等于斜边的一半”、“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”推知四边形 AKEC 的四条边都相等, 则四边形 AKEC 是菱形.

【解答】证明: (1) $\because AC$ 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle DCA = \angle ACB.$$

又 $\because AC \perp AB$, $AD \perp AE$,

$$\therefore \angle DAC + \angle CAE = 90^\circ, \quad \angle CAE + \angle EAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EAB.$$

又 $\because E$ 是 BC 的中点,

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore AC^2 = CD \cdot BC;$$

(2) ①证明：连接 AH.

$\because \angle ADC = \angle BAC = 90^\circ$, 点 H、D 关于 AC 对称,

$$\therefore AH \perp BC.$$

$$\because EG \perp AB, AE = BE,$$

$\therefore$ 点 G 是 AB 的中点,

$$\therefore HG = AG,$$

$$\therefore \angle GAH = \angle GHA.$$

$\because$ 点 F 为 AC 的中点,

$$\therefore AF = FH,$$

$$\therefore \angle HAF = \angle FHA,$$

$$\therefore \angle FHG = \angle AHF + \angle AHG = \angle FAH + \angle HAG = \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\therefore FH \perp GH;$$

② $\because EK \perp AB, AC \perp AB,$

$$\therefore EK \parallel AC,$$

又 $\because \angle B = 30^\circ,$

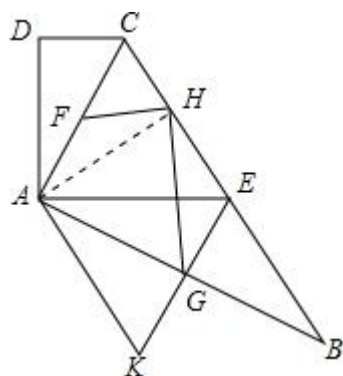
$$\therefore AC = \frac{1}{2}BC = EB = EC.$$

又 $EK=EB$,

$\therefore EK=AC$,

即 $AK=KE=EC=CA$,

$\therefore$ 四边形 $AKEC$ 是菱形.



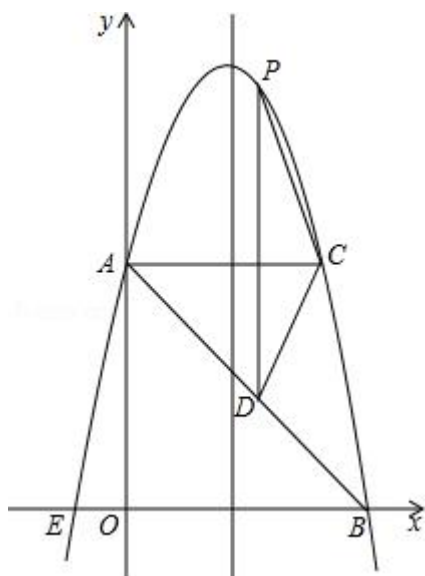
【点评】 本题考查了四边形综合题，需要熟练掌握相似三角形的判定与性质，“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”、“在直角三角形中， 30° 度角所对的直角边等于斜边的一半”以及菱形的判定才能解答该题，难度较大.

28. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标为 (2, 9)，与 y 轴交于点 A (0, 5)，与 x 轴交于点 E、B.

(1) 求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的表达式；

(2) 过点 A 作 AC 平行于 x 轴，交抛物线于点 C，点 P 为抛物线上的一点（点 P 在 AC 上方），作 PD 平行于 y 轴交 AB 于点 D，问当点 P 在何位置时，四边形 APCD 的面积最大？并求出最大面积；

(3) 若点 M 在抛物线上，点 N 在其对称轴上，使得以 A、E、N、M 为顶点的四边形是平行四边形，且 AE 为其一边，求点 M、N 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 设出抛物线解析式，用待定系数法求解即可；

(2) 先求出直线 AB 解析式，设出点 P 坐标 $(x, -x^2+4x+5)$ ，建立函数关系式 $S_{\text{四边形APCD}} = -2x^2+10x$ ，根据二次函数求出极值；

(3) 方法 1、先判断出 $\triangle HMN \cong \triangle AOE$ ，求出 M 点的横坐标，从而求出点 M, N 的坐标.

方法 2、四边形 AENM 是平行四边形时，由于知道点 E 和点 N 的横坐标，进而得出点 E 平移到点 N 时，先向右平移 3 单位，进而判断出点 A 到点 M 向右先平移 3 个单位，求出点 M 的横坐标，代入抛物线解析式，即可求出点 M 坐标，判断出点 A 再向上平移 3 个单位得出点 M，即可求出点 N 坐标；四边形 AEMN 是平行四边形时，同上方法即可得出结论.

【解答】解：(1) 设抛物线解析式为 $y=a(x-2)^2+9$,

$\therefore$ 抛物线与 y 轴交于点 A $(0, 5)$,

$\therefore 4a+9=5$,

$$\therefore a = -1,$$

$$y = -(x-2)^2 + 9 = -x^2 + 4x + 5,$$

$$(2) \text{ 当 } y=0 \text{ 时, } -x^2 + 4x + 5 = 0,$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 5,$$

$$\therefore E(-1, 0), B(5, 0),$$

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore A(0, 5), B(5, 0),$$

$$\therefore m = -1, n = 5,$$

$$\therefore \text{直线 AB 的解析式为 } y = -x + 5;$$

$$\text{设 } P(x, -x^2 + 4x + 5),$$

$$\therefore D(x, -x + 5),$$

$$\therefore PD = -x^2 + 4x + 5 - (-x + 5) = -x^2 + 5x,$$

$$\therefore AC = 4,$$

$$\therefore S_{\text{四边形APCD}} = \frac{1}{2} \times AC \times PD = 2(-x^2 + 5x) = -2x^2 + 10x,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{10}{2 \times (-2)} = \frac{5}{2} \text{ 时,}$$

$$\therefore \text{即: 点 } P\left(\frac{5}{2}, \frac{35}{4}\right) \text{ 时, } S_{\text{四边形APCD 最大}} = \frac{25}{2},$$

(3) 方法 1、如图,

过 M 作 MH 垂直于对称轴, 垂足为 H,

$$\therefore MN \parallel AE, MN = AE,$$

$$\therefore \triangle HMN \cong \triangle AOE,$$

$$\therefore HM = OE = 1,$$

$$\therefore M \text{ 点的横坐标为 } x=3 \text{ 或 } x=1,$$

当 $x=1$ 时, M 点纵坐标为 8,

当 $x=3$ 时, M 点纵坐标为 8,

$\therefore$ M 点的坐标为 $M_1(1, 8)$ 或 $M_2(3, 8)$,

$\therefore A(0, 5), E(-1, 0)$,

$\therefore$ 直线 AE 解析式为 $y=5x+5$,

$\therefore MN \parallel AE$,

$\therefore$ MN 的解析式为 $y=5x+b$,

$\therefore$ 点 N 在抛物线对称轴 $x=2$ 上,

$\therefore N(2, 10+b)$,

$\therefore AE^2 = OA^2 + OE^2 = 26$

$\therefore MN = AE$

$\therefore MN^2 = AE^2$,

$\therefore MN^2 = (2-1)^2 + [8 - (10+b)]^2 = 1 + (b+2)^2$

$\therefore$ M 点的坐标为 $M_1(1, 8)$ 或 $M_2(3, 8)$,

$\therefore$ 点 M_1, M_2 关于抛物线对称轴 $x=2$ 对称,

$\therefore$ 点 N 在抛物线对称轴上,

$\therefore M_1N = M_2N$,

$\therefore 1 + (b+2)^2 = 26$,

$\therefore b=3$, 或 $b=-7$,

$\therefore 10+b=13$ 或 $10+b=3$

$\therefore$ 当 M 点的坐标为 $(1, 8)$ 时, N 点坐标为 $(2, 13)$,

当 M 点的坐标为 $(3, 8)$ 时, N 点坐标为 $(2, 3)$.

方法 2, 如图 1,

$\therefore E(-1, 0), A(0, 5),$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -(x-2)^2 + 9,$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=2,$

$\therefore$ 点 N 的横坐标为 2, 即: $N'(2, 0)$

①当以点 A, E, M, N 组成的平行四边形为四边形 AENM 时,

$\therefore E(-1, 0),$ 点 N 的横坐标为 2, ($N'(2, 0)$)

$\therefore$ 点 E 到点 N 向右平移 $2 - (-1) = 3$ 个单位,

$\therefore$ 四边形 AENM 是平行四边形,

$\therefore$ 点 A 向右也平移 3 个单位,

$\therefore A(0, 5),$

$\therefore$ M 点的横坐标为 3, 即: $M'(3, 5),$

$\therefore$ 点 M 在抛物线上,

$\therefore$ 点 M 的纵坐标为 $-(3-2)^2 + 9 = 8,$

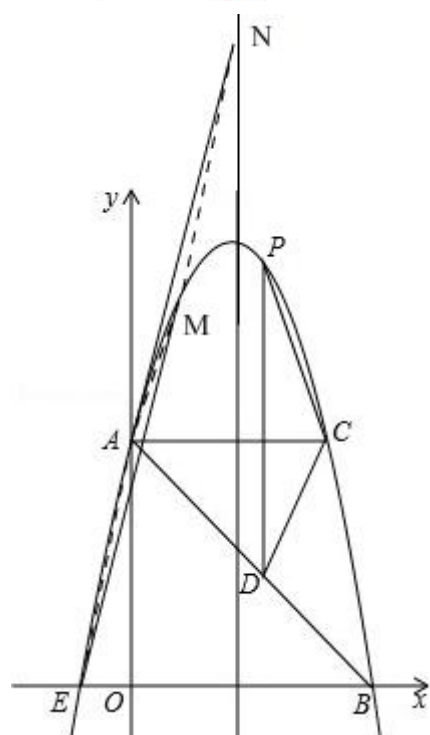
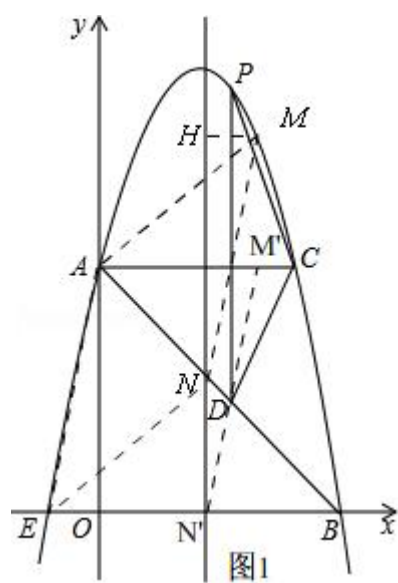
$\therefore M(3, 8),$ 即: 点 A 再向上平移 $(8-5=3)$ 个单位,

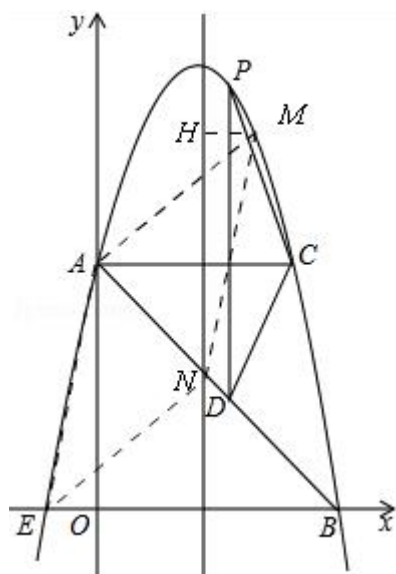
$\therefore$ 点 N'再向上平移 3 个单位, 得到点 N $(2, 3),$

即: 当 M 点的坐标为 $(3, 8)$ 时, N 点坐标为 $(2, 3).$

②当以点 A, E, M, N 组成的平行四边形为四边形 AEMN 时,

同①的方法得出, 当 M 点的坐标为 $(1, 8)$ 时, N 点坐标为 $(2, 13).$



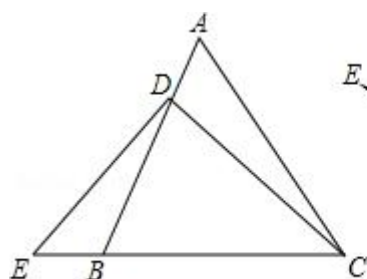


【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法求函数关系式，函数极值额确定方法，平行四边形的性质和判定，解本题的关键是建立函数关系式求极值.

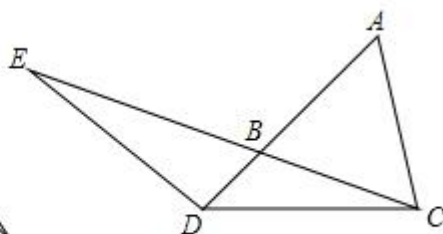
29. (12 分) (1) 已知: $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 其底边是 BC , 点 D 在线段 AB 上, E 是直线 BC 上一点, 且 $\angle DEC = \angle DCE$, 若 $\angle A = 60^\circ$ (如图①). 求证: $EB = AD$;

(2) 若将 (1) 中的“点 D 在线段 AB 上”改为“点 D 在线段 AB 的延长线上”, 其它条件不变 (如图②), (1) 的结论是否成立, 并说明理由;

(3) 若将 (1) 中的“若 $\angle A = 60^\circ$ ”改为“若 $\angle A = 90^\circ$ ”, 其它条件不变, 则 $\frac{EB}{AD}$ 的值是多少? (直接写出结论, 不要求写解答过程)



图①



图②

【考点】KY: 三角形综合题.

【分析】(1) 作 $DF \parallel BC$ 交 AC 于 F , 由平行线的性质得出 $\angle ADF = \angle ABC$, $\angle$

$\angle AFD = \angle ACB$, $\angle FDC = \angle DCE$, 证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 得出 $\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$, 证出 $\triangle ADF$ 是等边三角形, $\angle DFC = 120^\circ$, 得出 $AD = DF$, 由已知条件得出 $\angle FDC = \angle DEC$, $ED = CD$, 由 AAS 证明 $\triangle DBE \cong \triangle CFD$, 得出 $EB = DF$, 即可得出结论;

(2) 作 $DF \parallel BC$ 交 AC 的延长线于 F , 同 (1) 证出 $\triangle DBE \cong \triangle CFD$, 得出 $EB = DF$, 即可得出结论;

(3) 作 $DF \parallel BC$ 交 AC 于 F , 同 (1) 得: $\triangle DBE \cong \triangle CFD$, 得出 $EB = DF$, 证出 $\triangle ADF$ 是等腰直角三角形, 得出 $DF = \sqrt{2}AD$, 即可得出结果.

【解答】 (1) 证明: 作 $DF \parallel BC$ 交 AC 于 F , 如图 1 所示:

则 $\angle ADF = \angle ABC$, $\angle AFD = \angle ACB$, $\angle FDC = \angle DCE$,

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, $\angle A = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle DBE = 120^\circ$, $\angle ADF = \angle AFD = 60^\circ = \angle A$,

$\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形, $\angle DFC = 120^\circ$,

$\therefore AD = DF$,

$\because \angle DEC = \angle DCE$,

$\therefore \angle FDC = \angle DEC$, $ED = CD$,

在 $\triangle DBE$ 和 $\triangle CFD$ 中,
$$\begin{cases} \angle DEC = \angle FDC \\ \angle DBE = \angle DFC = 120^\circ \\ ED = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle CFD$ (AAS),

$\therefore EB = DF$,

$\therefore EB = AD$;

(2) 解: $EB=AD$ 成立; 理由如下:

作 $DF \parallel BC$ 交 AC 的延长线于 F , 如图 2 所示:

同 (1) 得: $AD=DF$, $\angle FDC=\angle ECD$, $\angle FDC=\angle DEC$, $ED=CD$,

又 $\because \angle DBE=\angle DFC=60^\circ$,

$\therefore$ 在 $\triangle DBE$ 和 $\triangle CFD$ 中,
$$\begin{cases} \angle DEC=\angle FDC \\ \angle DBE=\angle DFC \\ ED=CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle CFD$ (AAS),

$\therefore EB=DF$,

$\therefore EB=AD$;

(3) 解: $\frac{EB}{AD}=\sqrt{2}$; 理由如下:

作 $DF \parallel BC$ 交 AC 于 F , 如图 3 所示:

同 (1) 得: $\triangle DBE \cong \triangle CFD$ (AAS),

$\therefore EB=DF$,

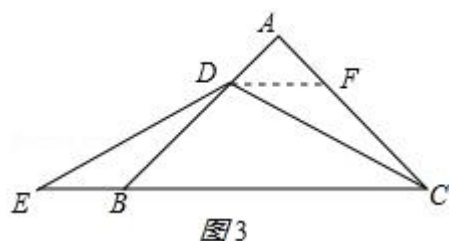
$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $DF \parallel BC$,

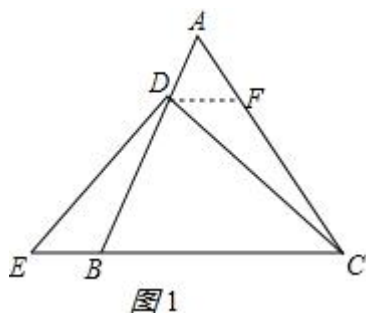
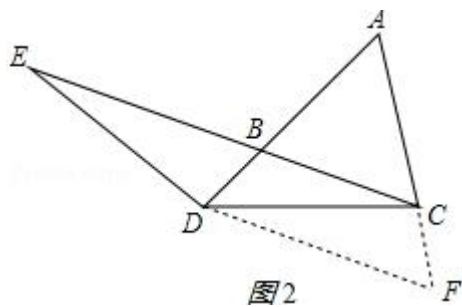
$\therefore \triangle ADF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore DF=\sqrt{2}AD$,

$\therefore \frac{DF}{AD}=\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{EB}{AD}=\sqrt{2}$.





【点评】本题是三角形综合题目，考查了等边三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、平行线的性质等知识；本题综合性强，有一定难度，证明三角形全等是解决问题的关键.